

Zadatci otvorenog tipa u razrednoj nastavi matematike

Hrman, Helena

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:455898>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-13**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

Helena Hrman

**ZADATCI OTVORENOG TIP A U
RAZREDNOJ NASTAVI MATEMATIKE**

Diplomski rad

Čakovec, srpanj, 2021.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

Helena Hrman

**ZADATCI OTVORENOG TIP A U
RAZREDNOJ NASTAVI MATEMATIKE**

Diplomski rad

**Mentor rada:
izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

Čakovec, srpanj, 2021.

Zahvala

Zahvaljujem izv. prof. dr. sc. Dubravki Glasnović Gracin na prihvaćanju mentorstva. Veliko hvala Matei Gusić, mag. educ. math. na stručnom vođenju kroz pisanje ovog diplomskog rada, pruženoj pomoći, savjetima, razumijevanju i strpljenju.

Posebnu zahvalnost iskazujem svojoj obitelji i bliskim prijateljima na pruženoj podršci tijekom studiranja i vjeri u moj uspjeh.

SADRŽAJ

SAŽETAK

SUMMARY

1. UVOD	1
2. MATEMATIČKI ZADATAK	3
2.1. <i>Vrste matematičkih zadataka</i>	5
2.1.1. <i>Računski zadatci u početnoj nastavi matematike</i>	5
2.1.2. <i>Vrste matematičkih zadataka prema mjestu i ulozi u nastavi</i>	7
2.1.3. <i>Vrste zadatka prema složenosti, težini i cilju</i>	9
2.1.4. <i>Vrste zadataka s obzirom na vrstu odgovora</i>	10
2.2. <i>Tradicionalna i moderna nastava kroz prizmu matematičkog zadatka</i>	11
3. ZADATCI OTVORENOG TIPA	12
3.1. <i>Podjela zadataka otvorenog tipa</i>	13
3.2. <i>Vrste zadataka otvorenog tipa</i>	14
3.2.1. <i>Skupine zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu</i>	18
3.2.2. <i>Klasifikacija otvorenih problema</i>	23
3.3. <i>Prednosti i nedostaci zadataka otvorenog tipa</i>	26
3.4. <i>Sat rješavanja problema otvorenog tipa</i>	28
4. KREIRANJE ZADATAKA OTVORENOG TIPA	30
4.1. <i>Od zatvorenog do otvorenog zadatka</i>	30
4.2. <i>Strategije za kreiranje otvorenog zadatka</i>	32
5. ZASTUPLJENOST ZADATAKA OTVORENOG TIPA U UDŽBENICIMA	35
5.1. <i>Cilj istraživanja i istraživačka pitanja</i>	35
5.2. <i>Metodologija</i>	35
5.2.1. <i>Uzorak</i>	35
5.2.2. <i>Instrument</i>	38
5.2.3. <i>Postupak</i>	39
5.3. <i>Rezultati i diskusija</i>	39
5.4. <i>Zaključak</i>	44
6. PRIMJERI ZADATAKA OTVORENOG TIPA ZA RAZREDNU NASTAVU MATEMATIKE	47
7. ZAKLJUČAK	55
8. LITERATURA	57
Izjava o samostalnoj izradi rada	59

SAŽETAK

Tema ovog diplomskog rada su *Zadatci otvorenog tipa u razrednoj nastavi matematike*.

U radu se najprije uvodi pojam matematičkog zadatka i dotiče se njegovih podjela koje ovise o istaknutom aspektu zadatka. Opisuju se i obilježja tradicionalne i moderne nastave, čija je glavna razlika da moderna nastava ne stavlja naglasak na ono što učenici znaju, već poziva na napuštanje takvog jednostranog pogleda na postavljeni problem. Moderna nastava gleda na znanje kao na individualni konstrukt pojedinog učenika proizašao iz doticaja s okolinom. U takvom nastavnom procesu teži se stvaralaštvu, rješavanju problema, razvoju učenikove inovativnosti, poduzetnosti i kritičkoga mišljenja. Navedenim težnjama idealno odgovara otvoreni tip zadatka koji posjeduje brojne prednosti i doprinosi nastavi matematike. Upravo su otvoreni tip zadatka i njegove podjele fokus ovog rada, a opisuju se i strategije kreiranja zadataka otvorenog tipa, kao i strategija otvaranja zadataka zatvorenog tipa.

Istraživački dio ovog rada odnosi se na analizu matematičkih udžbenika 4. razreda razredne nastave. Cilj istraživanja bio je uočiti zastupljenost zadataka otvorenog tipa u odnosu na zatvoreni tip. U pet različitih matematičkih udžbenika gledala se domena C koja se odnosi na oblik i prostor. Detektirani zadatci otvorenog tipa, klasificirani su prema trodimenzionalnom instrumentu koji obuhvaća vrstu zadataka otvorenog tipa, zadatke otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu te zadatke otvorenog tipa prema glavnoj aktivnosti. Rezultati istraživanja pokazali su da su u udžbenicima za 4. razred razredne nastave, sastavljanima prema Kurikulumu za nastavni predmet matematike, zadatci otvorenog tipa u domeni C izrazito slabo zastupljeni.

Posljedično, na kraju rada, ponuđeni su primjeri zadataka otvorenog tipa za 4. razred osnovne škole.

KLJUČNE RIJEČI: matematički zadatak, tradicionalna nastava, moderna nastava, zadatci otvorenog tipa, matematički udžbenici

SUMMARY

The topic of this thesis is *Open-ended tasks in primary mathematics education*. The thesis first deals with the notion of a mathematical problem and discusses its categorization depending on the prominent aspect of the problem. The characteristics of traditional and modern teaching are described as well, the main difference being that modern teaching does not emphasize what students already know but calls for the abandonment of such one-sided view of the problem. In modern teaching knowledge is perceived as an individual construct of each student resulting from their contact with the environment. The aim of that kind of a teaching process is to create, solve problems, develop student's innovation, entrepreneurship, and critical thinking. Open-ended tasks are ideal to fulfill these aims because there are many advantages which contribute to the teaching of mathematics. Open-ended task and its categorization are the focus of this thesis, and the strategies for creating an open-ended task are described, as well as the strategy for opening a closed type of task.

The research part of this thesis refers to the analysis of the 4th grade mathematics textbooks. The research aimed to investigate the presence of open type tasks in comparison with closed type tasks. Domain C, referring to form and space, was observed in five different mathematical textbooks. Open-ended tasks found in the textbooks are classified according to a three-dimensional instrument which includes: the type of open-ended tasks, open-ended tasks with regard to a goal or a purpose, and open-ended tasks with regard to the main activity. The results of the research showed that open-ended tasks in the C domain are extremely poorly represented in the 4th grade textbooks which are written according to the mathematics curriculum. Consequently, at the end of the thesis, examples of open-ended tasks for the 4th grade of primary school are offered.

KEY WORDS: mathematical task, traditional teaching, modern teaching, open-ended tasks, mathematical textbooks

1. UVOD

Svjedoci smo brzog razvoja suvremenog društva kojemu je primjena matematike u svim njegovim područjima uvelike doprinijela. Ona predstavlja jednog od čimbenika tehnološkog napretka društva, a samim time i važan element poboljšanja kvalitete življenja (MZOS, 2006). Uloga matematike u suvremenom životu određuje i njezin položaj u sustavu općeg odgoja i obrazovanja u osnovnoj školi. U osobitosti tog položaja počivaju dvije činjenice. Prva je ta da se matematika u osnovnoj školi uči u svim razredima, odnosno od prvog do osmog. Druga je činjenica ta da se matematika u svim razredima osnovne škole uči u relativno velikom broju nastavnih sati. Matematika se, osim hrvatskog jezika, uči više od bilo kojeg drugog nastavnog predmeta. Iz tog razloga proizlazi da nastava matematike zauzima vrlo značajno mjesto u sustavu općeg osnovnog odgoja i obrazovanja. Isto vrijedi i za početnu nastavu matematike koja je dakako sastavni dio općeg matematičkog odgajanja i obrazovanja. U početnoj nastavi matematike, opći cilj usmjeren je na odgajanje i obrazovanje učenika primjenom matematičkih sadržaja koje za razrednu nastavu propisuje nastavni program. Tri su sastavna djela cilja matematičkog odgoja i obrazovanja, a to su usvajanje matematičkih sadržaja, razvijanje psihičkih sposobnosti te formiranje pozitivnih svojstava učenikove osobnosti (Markovac, 2001, str. 19). Početna nastava matematike obuhvaća obrazovnu, funkcionalnu i odgojnu komponentu. Sve tri komponente osnovnog odgoja i obrazovanja ravnopravno sudjeluju u njegovoj realizaciji. Samo takav njihov međusobni odnos dovodi do osiguravajućih uvjeta za postizanje vrijednog odgojno-obrazovnog rezultata. U nastavi matematike, glavnu ulogu igra matematički zadatak. Prema Markovcu (2001), matematički je zadatak, u početnoj nastavi matematike, nužno riješiti ispravno, no uz ispravno rješavanje zadataka, moraju se razvijati i psihičke sposobnosti učenika te se isto tako moraju izgrađivati učenikove pozitivne osobine. Zadatak predstavlja zahtjev, odnosno nalog i poticaj da se iz poznatih podataka i uvjeta pronađe nepoznati podatak, broj ili veličina. Prema Markovcu (2001), rješavanjem zadataka, kod učenika se širi krug njegovih spoznaja o kvantitativnim odnosima i prostornim oblicima, a objektivna se realnost upoznaje s posebnog matematičkog stajališta. Upravo iz tog razloga kod učenika treba razvijati svijest o matematičkom zadatku kao nosiocu novih spoznaja koje čine sadržaj učeničkog matematičkog obrazovanja. Markovac (2001) tvrdi da se na zadatke može gledati kao na važno sredstvo koje sudjeluje u oblikovanju osnovnih matematičkih znanja kod učenika te njegovih umijeća i navika.

Isto tako, Markovac (2001) ističe da zadatci utječu na razvoj matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja. Potencijalni problemi koji mogu biti vezani uz matematičke zadatke odnose se na to da zadatci previše služe rješavanju „po receptu“, a ne razvoju mišljenja. Prema Markovcu (2001), drugi potencijalni problem odnosi se na nerazvijenost metodike rješavanja zadataka. Iz tog je razloga u metodici matematike potrebno posvetiti vrlo mnogo pažnje matematičkim zadacima. U bogatom nastavnom procesu postoje brojne podjele matematičkog zadatka. Podjele ovise o aspektu koji ističemo. Tu za primjer možemo uzeti težinu zadatka ili ulogu koju zadatak ima u nastavi. Jedan od aspekata matematičkog zadatka je vrsta odgovora. S obzirom na zadatke prema vrsti odgovora, razlikujemo zatvorene i otvorene zadatke. Rješavanje zadataka otvorenog tipa, nastavna je strategija kojom se stvara interes učenika u razredu i potiču kreativne aktivnosti. Pritom je najviše pažnje usmjereno procesu rješavanja zadataka, a manje samom rezultatu. Iako otvoreni tip zadataka ima brojne prednosti, čini se da je ipak nedovoljno zastupljen u nastavi matematike u Republici Hrvatskoj. Cilj je ovog diplomskog rada dotaknuti se svih tipova matematičkih zadataka, a posebice otvorenog tipa koji u nastavu matematike unosi određenu količinu kreativnosti i većeg interesa učenika.

U drugom poglavlju diplomskog rada, govori se općenito o matematičkom zadatku te različitim tipovima matematičkog zadatka u razrednoj nastavi matematike. U trećem se poglavlju utvrđuje otvoreni tip zadatka kao vrsta matematičkog zadatka. U četvrtom se poglavlju govori o različitim načinima kreiranja zadataka otvorenog tipa. Peto poglavlje donosi istraživanje zastupljenosti zadataka otvorenog tipa te pojavnost kategorija i njihovih podvrsta prema kojima se klasificiraju ti isti zadatci u domeni C - oblik i prostor. U istraživanju se provodi analiza udžbenika 4. razreda razredne nastave u Republici Hrvatskoj. U šestom su poglavlju navedeni primjeri zadataka otvorenog tipa primjerenih 4. razredu razredne nastave.

2. MATEMATIČKI ZADATAK

Prema Kurniku (2000), u nastavi matematike, zadatak ima temeljnu ulogu. On je pokretač aktivnosti učenika. Zadatci koji se postavljaju pred učenika, svojom prirodom mogu uvelike utjecati na razvoj mišljenja, kreativnosti te oblikovanja doživljaja predmeta matematike. Učeničkim rješavanjem matematičkih zadataka na satu matematike, ostvaruju se mnogi zadaci nastave matematike. Kurnik (2000) ističe da se u odnosu na tradicionalnu nastavu matematike, suvremena nastava matematike prilično razlikuje u spoznajnoj djelatnosti učenika. Suvremena je nastava matematike orijentirana prema tome da učenici samostalno i stvaralački proučavaju matematiku. Isto tako, teži se tome da se stvore preduvjeti za uspješnu primjenu stečenih matematičkih znanja i vještina. Matematika se uči kroz rješavanje problema, odnosno matematičkih zadataka. Izbor i korištenje matematičkih zadataka na satu matematike veoma je važno, zato što se tim putem u prilično velikoj mjeri ostvaruje učenikova samostalna spoznajna djelatnost.

Matematički zadatak se sastoji od 5 osnovnih sastavnica, a to su uvjeti, cilj, teorijska osnova, rješavanje i osvrt (Kurnik, 2000). Svakoj navedenoj sastavnici ćemo u nastavku posvetiti nekoliko rečenica.

U svakom zadatku možemo uočiti poznate, dane veličine i isto tako nepoznate, odnosno tražene veličine i objekte. Uočavaju se i uvjeti kojima se ostvaruje poveznica između poznatih i nepoznatih veličina i objekata. Važno je uočiti sve sastavne dijelove zadatka kako bi se postiglo njegovo razumijevanje (Kurnik, 2000). Polya (1966) smatra da zadatak mora biti prije svega dobro odabran. Osim dobro dozirane težine zadatka, on mora biti i prirodan i zanimljiv kako bi uopće probudio interes učenika za njegovo rješavanje. Kako bi nastavnik bio donekle siguran da je učenik uopće razumio zadatak, on može od njega zahtijevati da ponovi isti.

Što se tiče cilja zadatka, on može biti usmjeren na pronalaženje rezultata, odnosno pronalaženja nepoznatih veličina, svojstava te njihovih veza. Cilj zadatka još može biti usmjeren i prema izvođenju zaključaka i dokazivanja postavljenih tvrdnji (Kurnik, 2000). Polya (1966) tvrdi da cilj stvaranja plana leži u određivanju ideje plana. Do ideje plana može se doći postepeno, a može se dogoditi i da nakon niza bezuspješnih pokušaja, učenicima sine ideja kako

će riješiti zadatak. Na tom putu formiranja ideje plana može uvelike pomoći učitelj dajući učenicima razne preporuke i postavljajući im pitanja koja ih vode.

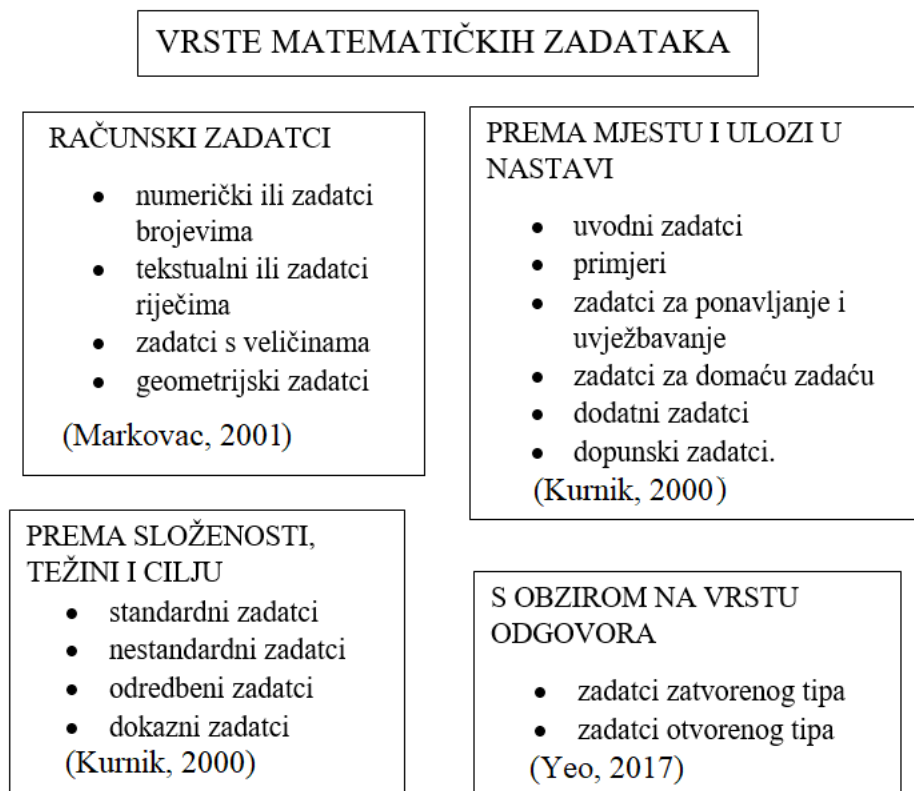
Za pronalazak rješenja bilo kojeg zadatka, potrebno je imati neka znanja, odnosno teorijske činjenice koje su u uskoj vezi s uvjetima i ciljem zadatka, a otkrivaju se analizom. Da bi se spoznali i ustanovili odnosi između poznatih i nepoznatih veličina, moraju se proučiti uvjeti zadatka i raščlaniti na dijelove te se isto tako moraju primijeniti nađene teorijske činjenice. Na taj se način određuje u kojem će se smjeru rješavati zadatak (Kurnik, 2000). Polya (1966), smatra bitnim da se prilikom proučavanja i razmatranja zadatka, učenik dotakne i potrebnog znanja koje je stekao ranije. Od učenika se tu očekuje da će iz raznih strana sagledati svoj zadatak, istaknuti dijelove, propitivati detalje i kombinirati ih. Učenik se u ovom koraku mora prisjetiti sličnih situacija s kojima se već ranije susreo, razmisliti o tome kako im je pristupio i kako ih je riješio.

Nakon analize kojom se određuje kako će se rješavati zadatak, prelazi se na samo rješavanje zadatka. Rješavanje zadatka odnosi se na prijelaz od uvjeta do rezultata. Drugim bi se riječima moglo reći da je rješavanje zadataka zapravo način kojim se dolazi do cilja zadatka (Kurnik, 2000).

Osvrt predstavlja značajnu sastavnicu zadataka, no ta je sastavnica često puta zanemarena. Nerijetko se događa da se u zadatku želi samo pronaći rješenje i zatim krenuti na drugi zadatak, bez osvrtnja na prethodni zadatak, a u većini slučajeva čak i bez provjeravanja točnosti rješenja. U svakom bi se zadatku trebala obratiti pozornost na procjenu rezultata na početku i provjeru dobivenog rezultata na kraju rješavanja zadatka jer upravo su to važni koraci za pravilnu primjenu zadataka u nastavi matematike. Ova sastavnica zadatka nudi brojne mogućnosti ispitivanja novih ideja i daljnjih usmjeravanja učeničkih mišljenja. To bi se usmjeravanje najbrže moglo postići nekim od slijedećih primjera: „*Može li se način rješavanja zadatka pojednostavniti? Dade li se zadatak riješiti na neki drugi način? Jesmo li opisani postupak rješavanja već koristili kod nekog drugog zadatka? Može li se zadatak pojednostavniti? Može li se zadatak poopčiti? Možete li sastaviti neki sličan zadatak? Kako glasi obrnuta tvrdnja? Vrijedi li obrnuta tvrdnja?*“ (Kurnik, 2000, str. 52). Kod učenika se prilikom traženja odgovora na ova pitanja razvijaju i njeguju pojedine sposobnosti, a njihova se kreativnost razvija.

2.1. Vrste matematičkih zadataka

U literaturi postoje različite podjele matematičkih zadataka (Kurnik, 2000; Markovac, 2001; Yeo, 2007). Na Slici 1. prikazan je shematski prikaz vrsta matematičkih zadataka proizišao iz gore navedene literature.



Slika 1. Shematski prikaz vrsta matematičkih zadataka

U nastavku poglavlja reći ćemo ponešto o svakoj kategoriji zadatka prikazanoj na Slici 1.

2.1.1. Računski zadatci u početnoj nastavi matematike

Prema Markovcu (2001), računski se zadatci u početnoj nastavi matematike, s obzirom na svrhu kojoj su namijenjeni i prema načinu oblikovanja, uvjetno mogu podijeliti u četiri

karakteristične skupine, a to su: numerički ili zadatci brojevima, tekstualni ili zadatci riječima, zadatci s veličinama i geometrijski zadatci.

Markovcu (2001), numeričke ili zadatke s brojevima, definira kao zadatke u kojima se pojavljuju dva ili više broja koji su međusobno povezani znakovima računskih operacija i relacija. Oni su važni za izgradnju odgovarajuće računске tehnike. S njima se učenici susreću u svim nižim razredima osnovne škole. U početnim razredima matematike, često puta mogu se pronaći zadatci uspoređivanja. Nakon njih, na red dolaze zadatci u kojima se operiranjem dvaju brojeva, traži treći broj koji je prema njima u relaciji jednakosti. Takvi se zadatci uvode postupno. Složeniji i učenicima puno teži numerički zadatci su oni u kojima ima više računskih operacija. Učenici moraju prepoznati trebaju li u zadatku zbrajati, oduzimati, množiti ili dijeliti. To im nije uvijek servirano u zadatku pa se zato od učenika zahtijeva da razmisle o zadatku i značenju znakova unutar zadatka.

Tekstualni ili zadatci riječima, zadatci su u kojima se podatci i odnosi među njima formuliraju riječima koje treba računski oblikovati, a zatim odgovarajućom računskom operacijom doznati nepoznati podatak izražen brojem. Prema težini zadataka, tekstualni se zadatci mogu podijeliti na jednostavne i složene. Težina zadatka ovisi o tome koliko se računskih operacija u zadatku treba izvesti da bi se došlo do rješenja. Prema tome, jednostavni zadatci sadrže jednu računsku operaciju dok složeni dvije ili više. Načelom postupnosti, najprije se uvode jednostavni zadatci pa tek onda složeni. Od prvog susreta s takvim zadatcima, učenike se treba poticati da bilježe brojčane podatke (Markovac, 2001).

Markovac (2001) definira zadatke s veličinama, kao zadatke u kojima se uz brojeve, znakove za operacije i relacije, navode i oznake za određene veličine. To su najčešće veličine za dužinu, površinu, volumen, masu i vrijeme. Ovi se zadatci mogu pojaviti u obliku tekstualnog i numeričkog zadatka. Metodički oblikovana primjena zadataka s veličinama provodi se na isti način kao i primjena tekstualnih zadataka, osim kada je u pitanju preračunavanje jediničnih veličina. Takvi zadatci osim oznake pojedine veličine često sadrže i zahtjev da se veće jedinične veličine preračunaju u manje ili obratno.

Prema Markovcu (2001), geometrijski su zadatci, zadatci geometrijskog sadržaja koji uključuju crtanje geometrijskih likova, prenošenje, zbrajanje i oduzimanje dužina, mjerenje dužina i površina, izračunavanja opsega i površine nekih likova i sl. U početnoj nastavi

matematike, geometrijski se zadatci uvjetno mogu podijeliti u dvije skupine, a to su zadatci kojima se učenici osposobljavaju u sluzenju geometrijskim priborom i zadatci čijim rješavanjem učenici stječu elementarne geometrijske spoznaje.

2.1.2. Vrste matematičkih zadataka prema mjestu i ulozi u nastavi

U nastavi matematike, prema mjestu i ulozi, razlikujemo nekoliko tipova zadataka, a to su uvodni zadatci, primjeri, zadatci za ponavljanje i uvježbavanje, zadatci za domaću zadaću, dodatni te dopunski zadatci (Kurnik, 2000).

Prema Kurniku (2000), uvodni su zadatci, zadatci koji se u udžbenicima nalaze na početku nekog odjeljka. Njihova svrha je uvesti učenike u neki teorijski problem. Učenici zasigurno neće znati u potpunosti, tj. do kraja i bez muke, riješiti takav tip zadatka, već će uvidjeti da će im je za rješavanje takvog zadatka biti potrebna nova matematička znanja. Tek kad učenici obrade nove nastavne sadržaje, takvi nestandardni zadatci postaju standardni. Tu treba naglasiti činjenicu da se pritom nije smanjila složenost zadatka, već težina. Razlika između složenosti i težine zadatka je ta da se složenost odnosi na objektivno svojstvo svakog zadatka dok se težinom odražava odnos između zadatka i onog tko ga rješava. Isti zadatak nekom učeniku može biti izrazito lagan dok drugom može biti izrazito težak. Da bi učenik riješio zadatak potrebne su mu neke činjenice i rješenja zadataka koje je ranije rješavao. Ukoliko složenost tih zadataka učeniku nije bila zadovoljavajuća, postavljeni će zadatak učeniku biti težak. Da bi se smanjila težina postavljenog zadatka, potrebno je povećati složenost zadataka koji se ranije rješavaju. Zadatak i dalje od učenika traži isto, samo što je učeniku nakon što je primio nova znanja, lakše pristupiti zadatku i riješiti ga. Moglo bi se zaključiti da je glavna svrha uvodnih zadataka da u učenicima probude određeni interes, motivaciju i želju za rješavanjem tog naizgled teškog i nerješivog zadatka koji im stvara probleme.

Kurnik (2000) ističe da se sa zadatcima koji nose naziv Primjeri, učenici se u svojim udžbenicima susreću gotovo u svakom odjeljku. Primjeri mogu biti i standardni i nestandardni zadatci. Primjer se može nalaziti na početku ili na kraju odjeljka. Ukoliko se primjer nalazi na početku odjeljka, onda je njegova uloga razjasniti način rješavanja nekog teoretskog pitanja. U

tom slučaju, riječ je o nestandardnom zadatku. Ako se primjer nalazi pri kraju odjeljka, njegova uloga leži u neposrednoj primjeni izvedenog pravila, zakona ili formule. U tom slučaju, primjer je standardni zadatak. Nastavnik objašnjava i razjašnjava primjer kako bi učenici što bolje i lakše razumjeli te jasno vidjeli teoretsko pitanje.

Kurnik (2000) naglašava da zadatci za ponavljanje i uvježbavanje služe da bi učenici, nakon što se primjerima postiglo razumijevanje novog, usvojenog nastavnog sadržaja, usvojili taj isti sadržaj rješavanjem zadataka. Naravno, u početku su to jednostavniji zadatci. Načelom postupnosti, njihova težina raste sve više.

Zadatke za domaću zadaću učitelj treba pomno odabrati i dati osvrt na sam izbor zadataka. Učenici bi trebali pročitati tekst zadataka, a učitelj potom ispitati razumiju li pročitano. Teži zadatci zahtijevaju objašnjenja i upute. Na sljedećem nastavnom satu, poželjna je djelomična ili potpuna provjera zadaće. Time se dobiva uvid u razinu učenikovog razumijevanja zadatka i stupnju usvojenosti nastavnog sadržaja. Učenici trebaju domaću zadaću prihvatiti kao stalnu naviku koja im pomaže u stjecanju novih znanja i vještina. Da bi se to postiglo, zadatci trebaju biti primjereniji. U suvremenom načinu izbora zadataka kreće se od lakših prema težim te se navode obavezni i neobavezni zadatci za domaću zadaću (Kurnik, 2000).

Kurnik (2000) tvrdi da je u osnovnoj školi nastava matematike najviše usmjerena izvršavanju kurikuluma te plana i programa, a vrlo često zna se dogoditi da nastavnici teže tome da učenici usvoje što više propisanog nastavnog sadržaja. Tu se u velikom problemu nalaze sposobniji učenici koji su takoreći, zapostavljeni. Oni u početku matematičkim zadacima pristupaju s voljom i veseljem te ih s lakoćom rješavaju. Nakon nekog vremena, ako im nastavnik ne ponudi zadatke koji bi svojom težinom mogli odgovarati naporima i interesima učenika, kod učenika bi se moglo dogoditi to da im se naprosto kristalizira pogrešna slika o matematici i pristupu rješavanja zadataka. Da bi se to izbjeglo, tu su dodatni zadatci, u pravilu nestandardni. Njihova svrha može biti produbljenje nastavnog sadržaja koje se trenutno obrađuje, a može biti i nešto izvan toga. Dodatni zadatci mogu se pronaći u zbirkama zadataka, matematičkim časopisima te u zbornicima zadataka s matematičkih natjecanja. Nastavnik bi trebao znati iskoristiti priliku i takve zadatke servirati učenicima za domaću zadaću, na satu vježbanja i ponavljanja ili provjeravanja nastavnog sadržaja. Dodatni zadatci ne moraju nužno biti namijenjeni samo naprednijim učenicima. Oni bi mogli biti ponuđeni i ostalim učenicima

kao neobavezni zadatci. Takvi zadatci mogli bi svim učenicima donijeti samo dobro, odnosno nastava matematike općenito bi se time mogla podići na neku uspješniju razinu.

Kurnik (2000) navodi da su dopunski zadatci namijenjeni učenicima koji imaju poteškoće u praćenju i usvajanju novog nastavnog sadržaja. Uzrok tome najčešće su praznine u znanju, a za popunjavanje tih praznina, dopunski zadatci mogu odlično poslužiti. Dopunski su zadatci u pravilu standardni zadatci koji su neposredno vezani za nastavni sadržaj koji učenici nisu usvojili do zadovoljavajuće razine.

Problemski su zadatci vrsta nestandardnih zadataka koji se u nastavi matematike i ne pojavljuju baš toliko često, no ipak, matematička su natjecanja bez njih jednostavno nezamisliva (Kurnik, 2000). Da bi učenici razvili sposobnost razvijanja problemskih zadataka što uspješnije i brže, oni bi trebali upoznavati i usvajati različite metode rješavanja zadataka, a ne samo rješavati što veći broj zadataka.

Kurnik (2000) navodi da su zabavni zadatci vrsta zadataka koji su povezani s problemima iz svakodnevnog života. Kad bi ova vrsta zadataka bila ipak malo više zastupljenija u nastavi matematike, učenici bi kroz tu zabavu i šalu bolje i lakše učili te pristupali nekom novom matematičkom sadržaju s većim interesom i voljom.

2.1.3. Vrste zadatka prema složenosti, težini i cilju

Kurnik (2000) matematičke zadatke prema složenosti i težini dijeli na dvije velike skupine, a to su standardni zadatci i nestandardni zadatci.

U standardne zadatke spadaju zadatci kod kojih nema nepoznatih sastavnica, što znači da su uvjeti postavljeni jasno i precizno, cilj zadatka je očit, a teorijska je osnova čak i bez dublje analize lako uočljiva. Zadatak se rješava na prirodan, očekivan i poznat način. Takva vrsta zadataka učeniku omogućuje bolje razumijevanje i brže usvajanje novih matematičkih sadržaja. Nažalost, ova vrsta zadataka ne ide u prilog razvoju kreativnih učenikovih sposobnosti.

S druge su strane nestandardni zadatci koji imaju barem jednu nepoznatu sastavnicu. Nestandardni zadatci mogu imati čak i dvije ili više nepoznatih sastavnica. U tom slučaju, naziv

takvih zadataka mijenja se u *problemski zadatci*. Za razliku od standardnih zadataka, rješavanje ovakve vrste zadataka omogućava učeniku razvoj logičkog mišljenja te provođenje nevelikih samostalnih istraživanja. Očito je da je za takvu vrstu zadataka potreban puno veći napor, strpljenje i koncentracija. Analiza je dublja, a učenik na putu rješavanja zadatka mora biti dosljedan, usredotočen, ali isto tako i dosjetljiv. Tek većom predanošću zadatku i inovativnim idejama, učenik može doći do cilja, odnosno rješenja zadatka. Ideja koja vodi do uspješnog završetka zadatka, tj. rješenja, nije očita na prvi pogled. Rješavajući takvu vrstu zadataka, učenik počinje cijeniti male pomake u rješavanju zadatka i shvaćati važnost smirenosti i postupnosti pri samom rješavanju.

Zadatke prema cilju možemo također podijeliti u dvije skupine, a to su odredbeni zadatci i dokazni zadatci.

Odredbeni su zadatci vrsta zadataka kod kojih je glavni cilj pronalaženje nepoznate veličine ili pa traženog objekta. Nepoznata veličina u algebarskim zadacima većinom je broj dok se u geometrijskim zadacima traženi objekt odnosi na geometrijsku figuru.

Glavni cilj dokaznih zadataka leži u pokazivanju istinitosti neke postavljene tvrdnje. Polya (1966) ističe kako je važno poznavati glavne dijelove takvih dokaznih zadataka, a to su pretpostavka i tvrdnja.

2.1.4. Vrste zadataka s obzirom na vrstu odgovora

Vrste zadataka s obzirom na vrstu odgovora dijelimo na zadatke zatvorenog i otvorenog tipa (Yeo, 2007). Zadatci zatvorenog tipa podrazumijevaju zadatke kao što su izračunaj, riješi, zadatci DA/NE, višestruki izbor itd. (Glasnović Gracin, 2019). Drugim riječima, radi se o proceduralnim zadacima, ili problemskim zadacima s jedinstvenim točnim odgovorom (Yeo, 2007). Zadatci otvorenog tipa podrazumijevaju zadatke objasni, opiši, pokaži, dokaži, zašto, pitanja tipa što-ako, nađi svoj primjer, učenik sastavlja svoje pitanje, nađi još jedno rješenje, može li na neki drugi način i sl. (Glasnović Gracin, 2019)

2.2. Tradicionalna i moderna nastava kroz prizmu matematičkog zadatka

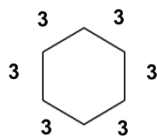
Prema Babić (2016), u našim školama još uvijek dominira tradicionalni oblik nastave. Taj se tradicionalni oblik ustvari odnosi na koncept učenja i poučavanja, gdje učitelj poučava učenike onim matematičkim sadržajima koji su strogo propisani programom i koji se nalaze u udžbenicima. Učitelj učenicima demonstrira, objašnjava, uvodi ih u novo gradivo i ponaša se kao da jedini zna sve. S druge strane, pasivni učenici samo sjede, slušaju, prepisuju ili pokušavaju zapamtiti ono što im učitelj "servira". Od njih se ne očekuje da rade na vlastiti način koji će biti drugačiji od ostalih. Također, u tradicionalnoj nastavi nije poželjno niti da učenik preispituje ili kritizira, već da usavrši umijeće računanja te da upozna i usvoji algoritme. Prema Benković (2015), zadatci zatvorenog tipa vrlo su česta pojava u tradicionalnoj nastavi. Uzmemo li u obzir karakteristike zatvorenog zadatka, koje smo prethodno naveli, jasno je da upravo zadatci zatvorenog tipa ispunjavaju zahtjeve koje pred učenike postavlja tradicionalni oblik nastave matematike.

Babić (2016) navodi da se moderan oblik nastave temelji upravo na očekivanjima i ishodima učenja. Najviše pažnje usmjereno je prema tome da učenici usavrše vještine i steknu kompetencije. Za razliku od tradicionalne nastave, moderna nastava ne stavlja naglasak na ono što učenici znaju, već što će s tim sadržajima. Moderna nastava gleda na znanje kao na nešto što je učenik individualno konstruirao u doticaju s okolinom. Teži se stvaralaštvu, rješavanju problema, razvoju učenikove inovativnosti, poduzetnosti i kritičkoga mišljenja. Također, naglasak je na tome da učenik bude informatički pismen te da razvije socijalne kompetencije. Fokus nije na količini sadržaja već na istraživanju i otkrivanju. Time se postiže da učenici na jedinstven način pristupaju zadacima. Prema Čižmešija (2006), moderna nastava matematike podrazumijeva i novu kulturu zadataka. Ona se odnosi na prakticiranje modeliranja realnih problema, traženja različitih načina rješavanja zadataka, svrhovito korištenje računala za računanje, predočavanje, kontrolu, eksperimentiranje, istraživanje, otkrivanje i stvaranje pretpostavki. Nova kultura zadataka prakticira predstavljanje načina rada, komuniciranje i interpretiranje. Jedan od načina unapređivanja kulture matematičkih zadataka su i zadatci otvorenog tipa. O zadacima otvorenog tipa govorit će se u idućem poglavlju.

3. ZADATCI OTVORENOG TIPA

Zhu i Fan (2006) navode da su zadatci zatvorenog tipa, zadatci koji imaju samo jedan točan odgovor. Ističu i da u zatvoreni tip zadatka spadaju proceduralni zadatci kojima je glavna svrha omogućiti učenicima da uvježbaju svoje matematičke vještine. Yeo (2007) navodi da je zatvoreni tip zadatka, zadatak u kojem su i cilj i odgovor zatvoreni, pri čemu je cilj već naveden u samom zadatku. Benković (2015) dodaje kako je u zadacima zatvorenog tipa, fokus na tome da učenici što bolje usvoje rutinske tehnike i osnovne algoritamske vještine. Da bi ih učenici što bolje usavršili, pred njih se stavlja veliki broj zadataka koje učenici moraju riješiti poznatim postupkom rješavanja i doći do jednog, određenog i jedinog ispravnog rješenja. Interpretacija rješenja se vrlo često preskače, odnosno, ne prakticira se prilikom rješavanja zadataka. Prema Čižmešija (2006), učitelj najčešće zadaje problem, a potom učenicima daje najefikasniju metodu kojom bi mogli riješiti taj problem. The Australian Association of Mathematics Teachers (n.d.) navodi još neka tipična obilježja zatvorenog tipa zadataka kao što su npr. ta da se zadatci zatvorenog tipa mogu riješiti vrlo brzo. Također, za rješavanje zadataka može biti potreban samo jedan specifičan dio znanja kao i samo jedna specifična vještina ili postupak. Ističu i da se rješavanjem zadataka zatvorenog tipa ne može vidjeti učenikovo promišljanje o zadatku i ono što je možda i najgore, učenicima ne pružaju mogućnost da pokažu višu razinu razumijevanja zadatka, već ih na neki način ograničavaju. Hsu (2013) tvrdi da za matematičke zadatke koji uključuju memoriranje ili postupke bez veza, učenici trebaju iskoristiti samo mehaničku upotrebu pravila za uspješno rješavanje zadatka. Nije im potrebno stvarno razumijevanje uključenih pojmova. Ističe da se takva vrsta zadataka smatra zadacima s niskom kognitivnom potražnjom. Kod zadataka s niskom kognitivnom potražnjom, učenici se često usredotočuju na prisjećanje osnovnih činjenica i vještina. Slijedi nekoliko primjera zadataka zatvorenog tipa. Primjeri 1. do 3. u Tablici 1. prikazuju zadatke zatvorenog tipa.

PRIMJERI ZADATAKA ZATVORENOG TIPA	
Primjer 1. (Čižmešija, 2006, str. 17)	Izračunaj umnožak $0.41 \cdot 0.2$
Primjer 2. (Čižmešija, 2006, str. 20)	Odredi sljedeća tri člana niza: 1, 4, 7, 10, 13, __, __, __

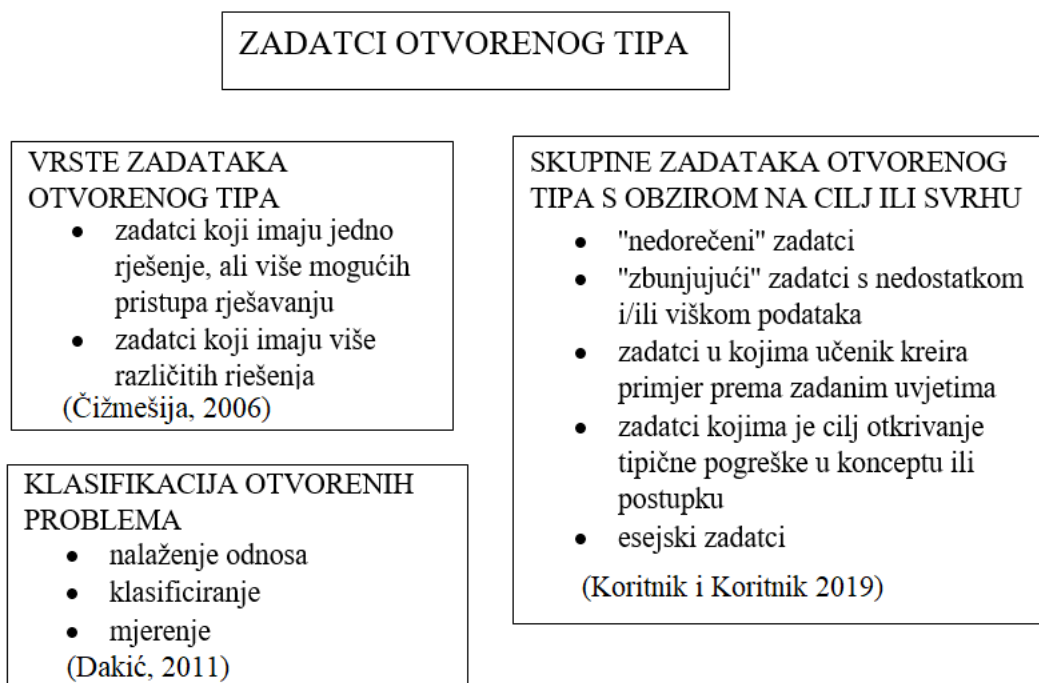
Primjer 3. (Čižmešija, 2006, str. 21)	Izračunaj opseg šesterokuta na slici. 
---------------------------------------	--

Tablica 1. Primjeri zadataka zatvorenog tipa

U modernoj nastavi matematike, značajnu ulogu imaju zadatci otvorenog tipa. Yeo (2007) navodi da je zadatak otvorenog tipa, zadatak koji ima otvoreni cilj, tj. nema određeni specifični cilj te učenik može sam izabrati koji cilj će istraživati. Benković (2015) tvrdi da je u zadacima otvorenog tipa najviše pažnje usmjereno procesu rješavanja problema i diskusiji, a nešto manje pažnje usmjereno je samom rezultatu. Ono što je specifično za ovaj tip zadataka, upravo je to da učenici sami biraju metodu rješavanja zadatka. Prema Čižmešija (2006), rješavanje zadataka otvorenog tipa ustvari je nastavna strategija kojom se stvara interes učenika u razredu i istovremeno se potiče učenika na kreativne aktivnosti u vidu individualnog ili suradničkog rada. AAMT (n.d.) navodi još neke značajke ovog tipa zadatka, a to je da je učenicima potrebno više vremena da dođu do rješenja. Za samo rješavanje zadataka, učenicima je potrebno da posjeduju niz znanja i vještina te da razmisle o tome koje će strategije primijeniti za rješavanje zadataka. Zadatci otvorenog tipa omogućuju učenicima da pokažu višu razinu razumijevanja. Postupak rješavanja zadataka otvorenog tipa nije unaprijed poznat. Na učenicima je da sami odaberu metodu rješavanja i obrazlože zašto su zadatku pristupili baš na taj način. Zbog svih navedenih dobrih karakteristika poželjno je da se potiče primjena zadataka otvorenog tipa u redovnoj nastavi. Kurnik (2004) tvrdi da bi nastavnik matematike trebao analizirati zadatak i utvrditi što bi se sve dobro moglo iz zadatka izvući. Kako bi i sama nastava bila što djelotvornija, nastavnik treba učenicima na razne načine ukazivati na brojne mogućnosti i isto tako usmjeravati njihova mišljenja prema ispitivanju novih ideja.

3.1. Podjela zadataka otvorenog tipa

U literaturi postoje različite podjele zadataka otvorenog tipa. Shematski prikaz podjela koje navode Čižmešija (2006), Koritnik i Koritnik (2019) i Dakić (2011), prikazuje Slika 2.



Slika 2. Podjela zadataka otvorenog tipa

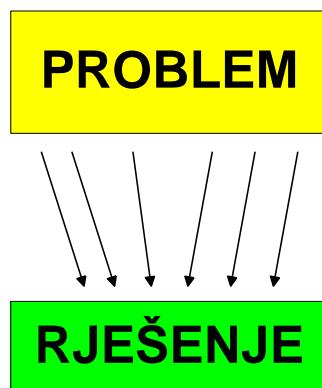
U nastavku poglavlja reći ćemo ponešto o svakoj kategoriji otvorenog zadatka prikazanoj na Slici 2.

3.2. Vrste zadataka otvorenog tipa

Prema Čižmešija (2006), postoje dvije vrste zadataka otvorenog tipa. Prvu vrstu čine zadatci koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju. Drugu vrstu čine zadatci koji imaju više različitih rješenja.

Slika 3. prikazuje shematski prikaz zadataka koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju. To znači da se jedan zadatak može riješiti na više načina. Takav ćemo slučaj zateći kod mnogih problemskih zadataka. Prema Kurniku (2004), načini rješavanja zadataka

mogu biti jednostavni ili složeni. Uvijek postoji onaj jedan način rješavanja, koji je odmah na prvi pogled lijep i racionalan. Njegovo otkrivanje na početku postupka rješavanja i nije toliko važno. Ono se izdvaja na kraju. Za rješenje zadatka kao cilj, jedan način rješavanja zadatka bio bi dovoljan, no ukoliko se rješavanjem zadatka želi postići nešto više, onda je potrebno više načina rješavanja. Kao što je već i bilo spomenuto, za pronalaženje rješenja zadatka potrebno je određeno znanje koje učenik mora posjedovati. To znanje podrazumijeva teorijske činjenice. Naravno, za više različitih načina rješavanja zadatka, učeniku će biti potrebne mnoge i različite teorijske činjenice kao i metode. Na taj se način, rješavajući samo jedan zadatak, aktivira, analizira i primjenjuje velika količina učenikovog stečenog znanja. Učenikovo mišljenje postaje višesmjerno. Istovremeno se širi i opseg učenikova znanja. Ono što je možda i najvažnije, upravo je to da je učenik rješavajući zadatak na više načina aktivniji i pokazuje veći interes za matematiku. Kurnik (2004) još ističe da zadatci s više načina rješavanja imaju veliku odgojnu i obrazovnu ulogu. Takav tip zadatka pogodan je pri ponavljanju nastavnog sadržaja jer se na taj način učenici prisjete velikog broja činjenica, poučaka i metoda. Takvi zadatci mogu biti pogodni kao dodatni zadatci za bolje učenike, za dodatnu nastavu te za rad u matematičkim grupama i radionicama.

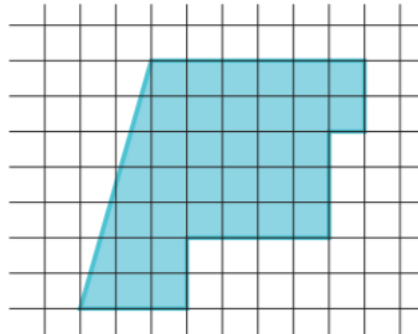


Slika 3. Shematski prikaz skupine zadataka otvorenog tipa koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju (Čižmešija, 2006. str. 12)

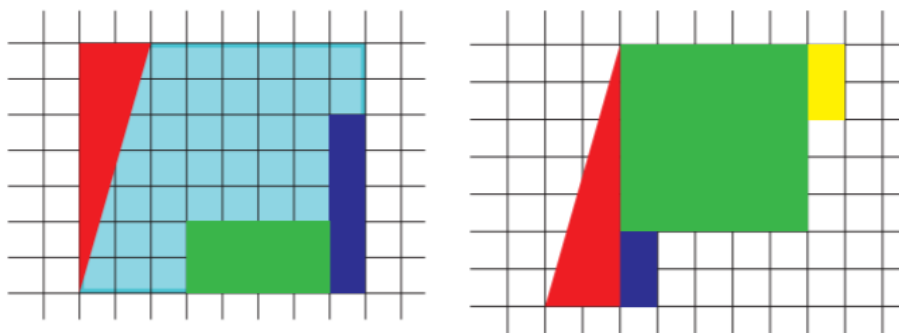
Primjeri 4. i 5. prikazuju zadatke otvorenog tipa koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju.

Primjer 4. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 57)

Opiši kako bi izračunao površinu lika sa slike, ako je svaki kvadratić u mreži površine 1 cm^2 .



Dvije ideje rješavanja zadatka iz primjera 4. prikazane su na Slici 4.



Slika 4. Dva moguća pristupa rješavanju otvorenog problema iz primjera 4. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 57)

Primjer 5. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Opiši kako bi napamet izračunao $49 + 37$.

Moguća rješenja:

Učenici će posebno zbrojiti desetice, a potom posebno jedinice oba pribrojnika i nakon toga ih zbrojiti.

$$49 + 37 = (40 + 30) + (9 + 7) = 70 + 16 = 86$$

Drugi način je da se pribrojniku dodaju desetice drugog pribrojnika pa se tom zbroju dodaju jedinice drugog pribrojnika.

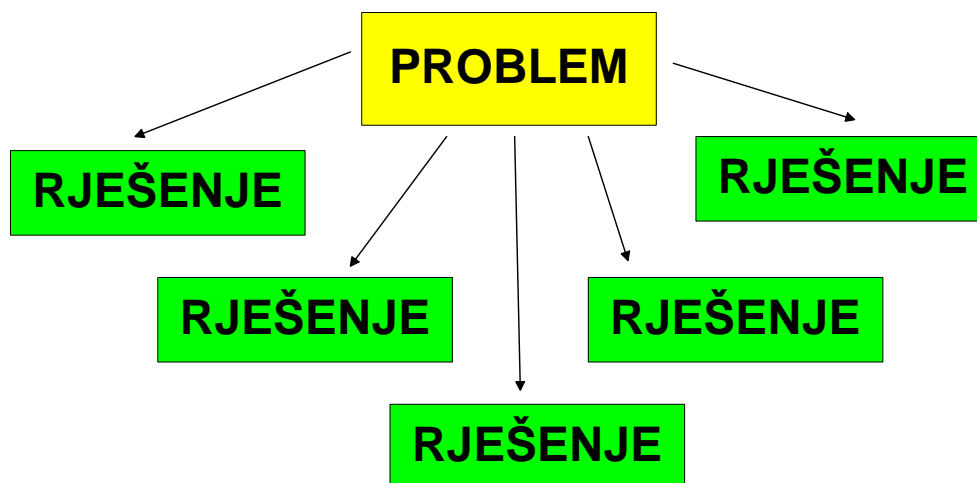
$$49 + 37 = 49 + 30 + 7 = 79 + 7 = 86$$

Treći način je da se od drugog pribrojnika „posudi“ 1 i doda prvom pribrojniku kako bi se dobio „okrugli“ broj.

$$49 + 37 = (49 + 1) + (37 - 1) = 50 + 36 = 86$$

Ukoliko bi ovaj zadatak glasio „izračunaj“, tada bi se radilo o zatvorenom tipu zadatka. S obzirom da je u ovom zadatku naglasak na riječi „opiši“, opisivanje različitih načina na koje smo mogli efikasno doći do rješenja upravo je ono što ovaj zadatak čini otvorenim.

Čižmešija (2006) navodi da drugu vrstu zadataka otvorenog tipa čine zadatci koji imaju više različitih rješenja. Shematski prikaz te vrste zadataka, prikazan je u Slici 6. Polya (1973) ističe da rješavanje matematičkih zadataka s više različitih rješenja, zahtjeva veliko matematičko znanje. Krutetskii (1976) tome dodaje da se rješavanjem takve vrste zadataka zapravo omogućuje ispitivanje pojedinčeve fleksibilnosti koja se očituje u matematičkom razmišljanju, istraživanju, prebacivanju s jedne mentalne operacije na drugu i sl. Levav-Waynberg i Leikin (2007) navode da se razlika između različitih rješenja istog zadatka može očitati u različitom prikazu matematičkog pojma, različitim svojstvima matematičkih pojmova u smislu definicije ili teorema te u različitim matematičkim alatima i teoremima iz različitih grana matematike.



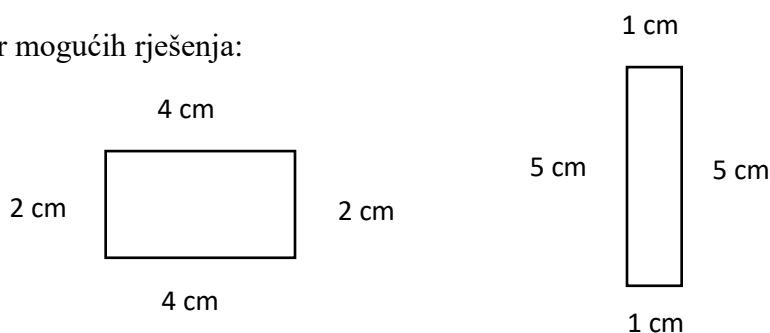
Slika 6. Shematski prikaz druge skupine zadataka otvorenog tipa koji imaju više različitih rješenja (Čižmešija, 2006, str. 13)

Slijede dva primjera zadatka otvorenog tipa koji imaju više različitih rješenja.

Primjer 6. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 57)

Nacrtaj neki pravokutnik opsega 12 cm.

Primjer mogućih rješenja:



Primjer 7. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 57)

Napiši neka dva prirodna broja čiji je umnožak manji od 50, a zbroj veći od 20.

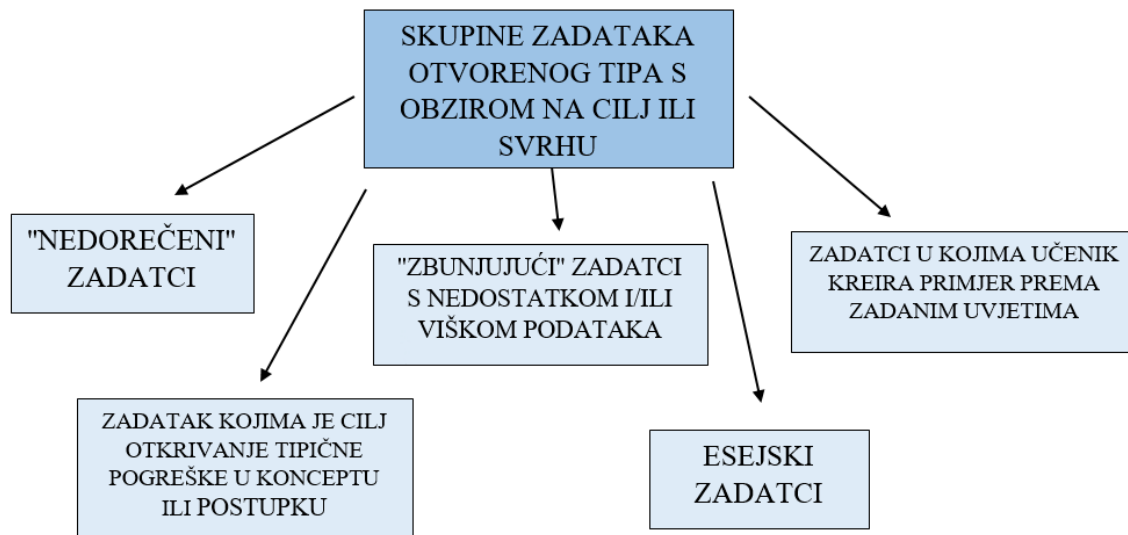
Moguća rješenja:

Učenici će pomnožiti $21 \cdot 2$ i dobiti umnožak 42, koji je manji od 50. Učenici će zbrojiti ta dva prirodna broja $21 + 2$ i dobiti zbroj 23 koji je veći od 20.

Ili npr. $24 \cdot 2 = 48$ i $24 + 2 = 26$.

3.2.1. Skupine zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu

Koritnik i Koritnik (2019) navodi nekoliko skupina zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu, a to su "nedorečeni" zadatci, "zbunjujući" zadatci s nedostatkom i/ili viškom podataka, zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima, zadatci kojima je cilj otkrivanje tipične pogreške u konceptu ili postupku, te esejski zadatci. Shematski prikaz navedenih skupina zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu, prikazan je u Slici 7.



Slika 7. Shematski prikaz skupina zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu

Prema Koritnik i Koritniku (2019), "nedorečeni" su zadatci, zadatci čije rješenje ovisi o nekom uvjetu ili vrijednosti neke varijable. Prilikom rješavanja takvih zadataka, učenicima se može činiti da im u zadatku nije naveden neki važan podatak te da ga ne mogu riješiti. Na taj se način zapravo može uvidjeti vrijednost te ljepota i težina zadatka. Za razliku od analognih zadataka otvorenog tipa, ova skupina zadataka otvorenog tipa potiče učenike na razmišljanje i od njih iziskuje veći napor. Od učenika se očekuje da povezuju te da odabiru metode rješavanja zadataka, koje naravno nisu rutinske, odnosno, uvježbane i ne nameću se same. Prilikom rješavanja takvih zadataka, naglasak je naravno na samostalnosti učenika, kao i dosjetljivosti i kreativnosti. Učenici moraju biti koncentrirani i usredotočeni te se voditi načelom sustavnosti. Prilikom rješavanja takve vrste zadataka, jako se dobro može uočiti kako se učenici snalaze u problemskoj situaciji. Slijede neki primjeri takvih zadataka.

Primjer 8. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Taksi Vozić naplaćuje polazak 30 kuna i još 4 kune po kilometru. Taksi Brum naplaćuje polazak 20 kuna i još 5 kuna po kilometru. Koji je od njih povoljniji? Objasni.

Prilikom rješavanja ovog zadatka, učenički bi odgovori mogli biti: *povoljniji je Taksi Brum zato što on polazak naplaćuje 10 kuna manje od Taksi Vozića, a kilometre samo za kunu više; ovisi o tome koliko kilometara ima do odredišta i sl.*

Primjer 9. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Mario treba kupiti sokove za proslavu rođendana. Isplati li mu se otići u obližnji gradić po jeftinije sokove nego što su u njegovom mjestu?

Prilikom rješavanja ovog zadatka učenički bi odgovori mogli biti različiti: *isplativije je otići u obližnji gradić po jeftinije sokove; isplativije je kupiti sokove u njegovom mjestu zato što do obližnjeg gradića mora potrošiti i nešto benzina; ovisi o tome koliko točno benzina troši njegov automobil i sl.*

Prema Koritnik i Koritniku (2019), sljedeću skupinu čine "zbunjujući" zadatci s nedostatkom i/ili viškom podataka. Ukoliko nisu navedeni svi potrebni podatci, učenici često na temelju iskustva i procjene dolaze do odgovora. Slijedi primjer takvog zadatka.

Primjer 10. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Je li istina da su neboderi u Zadru najčešće viši od jednog kilometra? Objasni.

U ovom zadatku nigdje nisu navedeni nikakvi podatci temeljem kojih bi učenici mogli doći do rješenja. Nekom će se činiti da su neboderi u Zadru veći od 1 km dok će se drugima činiti manji od 1 km. Ovisno o njihovom iskustvu i procjeni.

Koritnik i Koritnik (2019) tvrde da se u ovoj skupini zadataka može dogoditi i da se u zadatku nađu neki nepotrebni podatci čijim saznanjem učenik ne može ništa zaključiti, što bi mu pomoglo da dođe do rješenja. Takvi se zadatci često puta mogu činiti nepotrebim i besmislenim, no iskustvo pokazuje da učenici u većini slučajeva, bez razmišljanja, iz zadatka uzmu brojeve i s njima pokušavaju postaviti zadatak ne bi li došli do rješenja. Da bi se takve situacije izbjegle, bilo bi dobro da se učenicima i u zadacima zatvorenog tipa, učenicima serviraju i neki nepotrebni brojčani podatci. Slijedi primjer takvog zadatka.

Primjer 11.

Farmer ima 10 pataka, 2 svinje, 1 traktor i 3 kokoši. Koliko farmer ima životinja?

Od učenika se u ovom zadatku očekuje da zbroji sve životinje, a izostavi traktor. Zbog moguće brzopletosti i nepromišljenosti, učenički bi odgovor umjesto točnog rješenja (15 životinja), mogao biti 16 zato što je pribrojio i traktor.

Prema Koritnik i Koritniku (2019), sljedeća skupina zadataka otvorenog tipa odnosi se na zadatke u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima. U toj skupini zadataka, do izražaja najviše dolazi učenikova kreativnost te se učenika potiče da koristi maštu. Primjeri takvih zadataka su sljedeći:

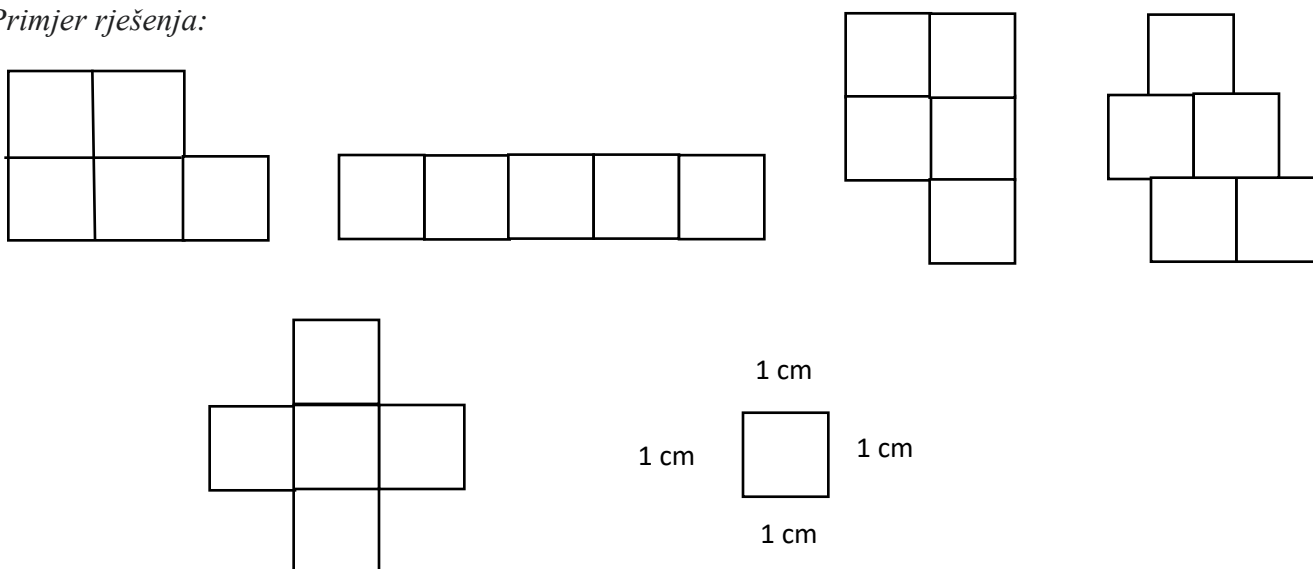
Primjer 12. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Osmisli zadatak riječima koji odgovara računu $27 \cdot 12 + 13 \cdot 12$.

Primjer 13. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 58)

Nacrtaj pet različitih likova površine 5cm^2 .

Primjer rješenja:

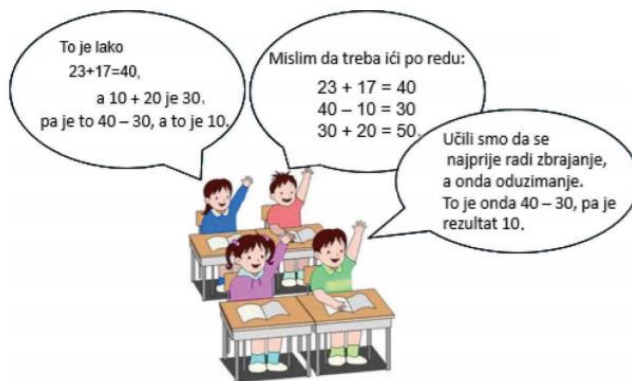


Prema Koritnik i Koritniku (2019), sljedeća se skupina odnosi na zadatke kojima je cilj otkrivanje tipične pogreške u konceptu ili postupku. Tu se ustvari postavlja pitanje *Tko je u pravu?* Svrha ove skupine zadataka je da se istaknu tipične pogreške. Kad učenici iznesu točan odgovor, od njih se očekuje i da ga obrazlože. Također, od učenika se traži i osvrt na netočne tvrdnje te argumentacija. Za ovakve je zadatke najprikladnija forma stripa. Primjer stripa

prikazan je Slikom 8. U tom stripu neki od likova čini tipičnu grešku koju učenici moraju prepoznati. Moguć je i slučaj da oba lika u stripu imaju dobro rješenje, no jedan od njih ima pogrešan postupak ili netočnu argumentaciju. Slijedi primjer takvog zadatka.

Primjer 14. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59)

Koliko je $23 + 17 - 10 + 20$? Pogledaj strip i odgovori tko je u pravu. Objasni.



Slika 8. Strip s primjerom zadatka kojem je cilj otkrivanje tipične pogreške u konceptu ili postupku (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59)

Prema Koritnik i Koritniku (2019), posljednju skupinu čine esejski zadatci. Učenicima se zadaje zadatak, nakon čega oni promatraju, donose zaključke te na temelju njih postavljaju pitanja. Slikovni prikaz ide u prilog takvim zadacima. Ova skupina zadataka pogodna je za rad u paru ili skupini na način da svaka skupina prouči zadatak, postavi pitanja te odgovara na pitanja koja je postavila druga skupina. Primjer takvog zadatka je sljedeći:

Primjer 15. (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59)

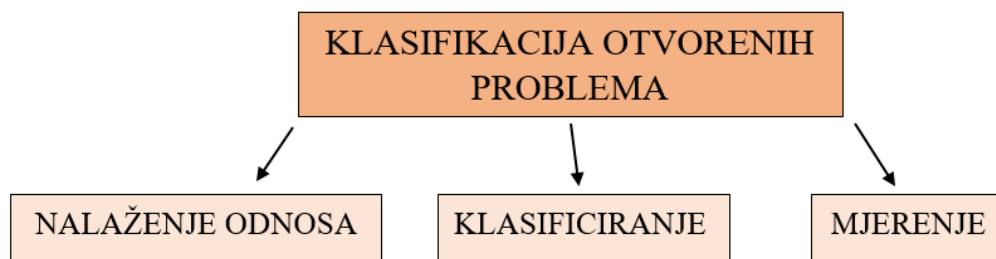
6 učenika zajedno je naručilo veliku pizzu čija je cijena 48 kuna. Svatko je dao po 8 kuna. Pizza je greškom bila prerezana na 6 dijelova kao na slici. Što sve možete o tome reći? Koja pitanja možete postaviti? Slika 9. prikazuje prerezanu pizzu.



Slika 9. Prikaz pogrešno razrezane pizze (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59)

3.2.2. Klasifikacija otvorenih problema

Dakić (2011) navodi da se u istraživanju japanskih matematičara problemi otvorenog tipa klasificiraju u nekoliko vrsta pri čemu valja naglasiti da ta klasifikacija nije neka posebnost svojstvena samo problemima otvorenog tipa. Te vrste su sljedeće: nalaženje odnosa, klasificiranje i mjerenje. Shematski prikaz klasifikacije zadataka otvorenog tipa prikazan je u Slici 10.



Slika 10. Klasifikacija otvorenih problema

Prva od tih vrsta je nalaženje odnosa. U tom slučaju, pred učenike se stavlja zadatak u kojem oni moraju odrediti matematički odnos ili pravilo. Vrlo često se tu zapravo radi o analizi neke određene skupine podataka, kako bi se izveli određeni relevantni zaključci. Za tu vrstu problema naveden je sljedeći primjer.

Primjer 14. (Dakić, 2011, str. 104)

Dana tablica prikazuje učinkovitost pojedinih igrača momčadi Splita na jednoj košarkaškoj utakmici u najjačem hrvatskom natjecateljskom razredu. Momčad Splita pobijedila je u toj utakmici rezultatom 101 : 79. Tablica je prikazana u Slici 11.

	min	koš	uk/šut	za 2	za 3	sl.b	as	iz	bl	so+sn
Toni	36:00	25	9/11 81%	9/11	0/0	7/9	6	3	0	4 + 0
Luka	09:00	2	1/3 33%	1/3	0/0	0/0	2	2	0	1 + 0
Josip	19:00	10	5/7 71%	5/7	0/0	0/2	2	3	0	3 + 4
Ante	25:00	6	2/3 66%	0/0	2/3	0/0	4	3	0	4 + 0
Ivan	33:00	31	10/13 76%	6/8	4/5	7/7	3	3	0	3 + 0
Srđan	18:00	9	3/5 60%	0/1	3/4	0/0	1	2	0	0 + 0
Roko	00:00	0								
Tonko	22:00	6	2/3 66%	2/3	0/0	2/3	5	0	0	3 + 1
Bruno	03:00	0	0/0 0%	0/0	0/0	0/0	0	1	0	0 + 0
Stipe	18:00	6	1/4 25%	1/1	9/3	0/3	0	2	1	3 + 0
Filip	14:00	6	3/5 60%	3/5	0/0	0/0	0	0	0	3 + 0
Jole	03:00	0	0/0 0%	0/0	0/0	0/0	1	0	0	1 + 0
Uk.→	200:00	101	36/54 67%	27/39	9/15	20/27	24	19	1	25 + 5

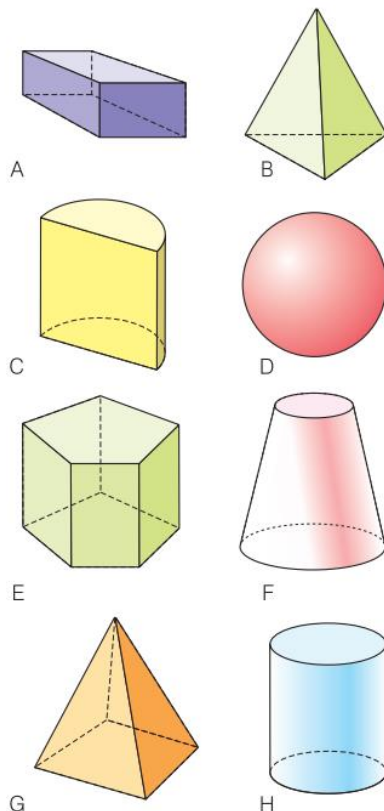
Slika 11. Tablica učinkovitosti pojedinih igrača momčadi Splita na jednoj košarkaškoj utakmici (Dakić, 2011, str. 104)

Dakić (2011) navodi da bi se nakon što se učenicima predoči i objasni tablica, mogla postaviti neka od sljedećih pitanja: *Koji je igrač najviše pridonio pobjedi svoje momčadi u ovom susretu? Načinite tablicu pet najuspješnijih košarkaša uspoređujući uspješnost u pojedinim elementima igre. Koja su tri elementa najviše utjecala na rezultat?*

Prema Dakiću (2011), sljedeća vrsta problema otvorenog tipa je klasificiranje. Tu se učenicima zadaje problem koji od učenika traži da razvrstaju po nekim određenim karakteristikama, a to bi moglo voditi prema određenim matematičkim konceptima. Slijedi primjer takvog zadatka:

Primjer 15. (Dakić, 2011, str. 105)

Na slici je prikazano više geometrijskih tijela. Koja među njima imaju neku zajedničku osobinu s tijelom pod B? Koja je to osobina? Zatim ponovite isti zadatak za tijelo H. Prikaz geometrijskih tijela prikazuje Slika 12.



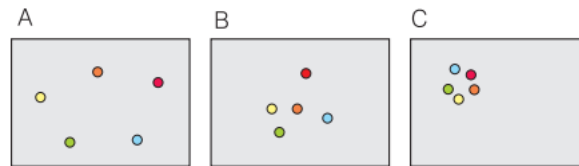
Slika 12. Prikaz geometrijskih tijela (Dakić, 2011, str. 105)

Posljednja vrsta problema otvorenog tipa koju Dakić (2011) navodi je mjerenje. Od učenika se, u ovoj vrsti problema, zahtijeva numerički opis nekog fenomena. Tu se od učenika traži da osmisle numerički model, a ne da standardno mjere. Slijedi primjer takvog zadatka.

Primjer 16. (Dakić, 2011, str. 105)

Svaki od trojice suigrača, A, B i C bacio je na ravnu podlogu pet kuglica koje su se smirile onako kako je prikazano na slikama. Pobjednik u ovoj igri je onaj čije su se kuglice najmanje raspršile. Čini se kako stupanj raspršenosti opada redom za A, B i C. Izmislite što više načina

kojima se može numeričkim pute izraziti stupanj raspršenosti. Prikaz raspršenih kuglica na podlozi u sva tri slučaja prikazuje Slika 13.



Slika 13. Prikaz raspršenih kuglica na podlozi u A, B i C slučaju (Dakić, 2011, str. 105)

Dakić (2011) navodi da bi se rješenje moglo tražiti na sljedeće načine: mjerenjem opsega poligonalne crte, mjerenjem površine poligona, zbrajanjem duljine svih dužina koje spajaju po dvije od pet točaka, metodom koordinata, određivanjem polumjera najmanje kružnice u kojoj su smještene sve točke, itd.

3.3. Prednosti i nedostaci zadataka otvorenog tipa

Prema Čižmešija (2006), zadatci otvorenog tipa imaju mnogo prednosti. Neke od njih su upravo te da se kod učenika potiču različiti oblici mišljenja. Sullivan (2003) dodaje da su učenici aktivniji u nastavnom procesu i mnogo češće izražavaju svoje ideje. Dodaje i da zadatci otvorenog tipa utječu na proširenje matematičkog mišljenja. Čižmešija (2006) navodi da učenici mogu na različite načine iskazati svoj potencijal te da imaju mnogo prilika za iskoristiti i pokazati širok spektar znanja, usavršenih vještina i razvijenih sposobnosti. S obzirom da se do rješenja zadatka, odnosno odgovora na neki postavljeni problem, može doći na razne načine, učenik može samostalno izabrati i metodu i način kojim će doći do rješenja. Prednost takve nastave očituje se i u tome da učenici zapravo stječu iskustvo samostalnog zaključivanja.

Dakić (2011) u svom radu navodi kako japanski istraživač Toshio Sawada ističe da zadatci otvorenog tipa imaju i emocionalne prednosti. Naime, dolaskom do rješenja zadatka ili nekog novog matematičkog otkrivenja, učenici dobivaju osjećaj zadovoljstva čime, između ostalog, stječu i bogato iskustvo. Pozitivni komentari i potvrde rezultata ostalih učenika također doprinose potpunom zadovoljstvu i motivaciji za daljnjim radom i još većim napretkom.

Dakić (2011) navodi da prema Sawadi, zadatci otvorenog tipa mogu i učitelju biti od velike koristi. Učenički odgovori i rješenja zadataka otvorenog tipa mogu učitelju pružiti dobar uvid u mišljenje i znanje o matematici. Učitelj može iščitati kakav je učenikov stil učenja te na koji način učenik interpretira matematičke situacije. Otvoreni tip zadataka može biti i dobra povratna informacija učitelju, zato što prilikom rješavanja takvih zadataka učitelj ima prilično dobar uvid u to u kojoj mjeri učenici razumiju određene matematičke koncepte i imaju li "rupa" u razumijevanju. Dakić (2011) navodi da Sawada tvrdi da otvoreni tip zadataka pruža učitelju dobar uvid u jezik kojim se učenici služe prilikom obrazlaganja svojih matematičkih ideja. Dakić (2011) navodi kako Sawada ističe da se raznolikim pristupanjem problemu kod učenika razvija iskustvo u nalaženju i otkrivanju novih činjenica prilikom čega učenik koristi i kombinira ranije usvojeno znanje, vještine i matematički način mišljenja. Dakić (2011) u svom radu ističe da kao prednost, Sawada navodi i to da čak i učenici koji imaju slabija dostignuća mogu reagirati na problem na neki svoj poseban, vlastiti način. Velika prednost zadataka otvorenog tipa leži u tome što se rješavanjem tih zadataka razvija logičko mišljenje učenika, poboljšava se koncentracija, upornost, inovativnost te se razvija kreativnost.

Guilford (1971) dijeli mišljenje na konvergentno i divergentno. Konvergentno je mišljenje vezano uz logičko zaključivanje te pronalaženje ispravnog rješenja (Majdiš, 2016). Za razliku od konvergentnog mišljenja, kod kojeg su misli usmjerene samo na jedno rješenje, kod divergentnog su mišljenja misli raspršene te daju mnogo različitih mogućih rješenja. Guilford (1971) navodi 6 kriterija temeljem kojih se može procijeniti kvaliteta divergentnog mišljenja. To su fluentnost, fleksibilnost, originalnost, elaboracija, redefinicija i osjetljivost na probleme. Prema Škrbina (2013), fluentnost se očituje u brojnim lako smišljenim i maštovitim odgovorima. Fleksibilnost se očituje u pokretljivosti ideja, brzom pronalaženju drugog rješenja te u kombinaciji rješenja. Cvetković Lay i Pečjak (2004) navode da se originalnost iskazuje putem jedinstvenih i rijetkih ideja, metoda i proizvoda mišljenja. Majdiš (2016) ističe da se divergentno mišljenje veže uz pronalaženje što većeg broja ispravnih rješenja te je osnovna karakteristika kreativnosti. Na razvoj kreativnog mišljenja uvelike utječu zadatci otvorenog tipa. Poučavanje korištenjem problema otvorenog tipa i poboljšanje matematičkih aktivnosti uključuje poticanje učeničke kreativnosti. Prema Stevanović (1999) karakteristike kreativnog učenika su te da je komunikativan, snalažljiv, siguran u sebe, vrijedan, radoznao, donosi drugačija rješenja od onih

koje daje nastavnik, stečena znanja primjenjuje u praksi, puno čita, sklon je traženju dopunskih objašnjenja, nije površan, a problemima prilazi ozbiljno i angažirano.

Na uzorku 249 učenika iz dvije osnovne škole u Novom Beogradu Savić (2019) je provela eksperimentalno istraživanje s ciljem istraživanja učinka zadatka otvorenog tipa u razvoju aktivnosti i kreativnog mišljenja učenika. Učenici su podijeljeni u 6 skupina, od kojih su prve tri skupine rješavale zadatke otvorenoga tipa, a druge tri skupine zadatke zatvorenoga tipa. Rezultati istraživanja su pokazali da nema statistički značajne razlike u uspjehu eksperimentalne i kontrolne skupine na zadatcima. Bez obzira na to, Savić (2019) smatra da bi zadatke otvorenoga tipa trebalo uvoditi u proces poučavanja jer učenički odgovori pokazuju da se rješavanjem tih zadataka razvija kreativno mišljenje. Rezultati istraživanja su također pokazali da postoji statistički značajna razlika u angažmanu učenika između eksperimentalne i kontrolne skupine, odnosno da su učenici koji su rješavali zadatke otvorenog tipa pokazali značajno veću aktivnost.

Zadatci otvorenog tipa imaju naravno i neke nedostatke. Prema Dakiću (2011), japanski matematičar Sawada navodi da nije lako i jednostavno pripremiti smislene problemske situacije. Osim toga, nastavniku nije uvijek jednostavno ni predočiti problem. S druge strane, učenici bi mogli imati problema s razumijevanjem zadatka i ne bi uvijek znali pravilno reagirati. Često se dogodi da učenici daju matematički beznačajne odgovore. Kod najsposobnijih učenika mogao bi se javiti osjećaj nelagode zbog svojih odgovora. Neki učenici nisu u stanju objediniti sve što im se kaže pa često sumnjaju u svoje napredovanje koje im se čini nezadovoljavajuće. Dakić (2011) tvrdi da bi se nedostaci mogli umanjiti kad bi se potanko raspravila svaka nedoumica ili nejasnoća vezana uz razumijevanje problema. Nastavnik bi mogao raznim pitanjima i potpitanjima kod učenika stvoriti naviku da je analiza problema i metoda kojom se rješava isti, zapravo važnija od samog rezultata.

3.4. Sat rješavanja problema otvorenog tipa

Dakić (2011) ističe da se organizacija rada za rješavanje problema otvorenog tipa ne razlikuje bitno od one uobičajene za grupni rad. Prema Čižmešija (2006), sat rješavanja problema otvorenog tipa započinje tako da učitelj postavi problem (zadatak) otvorenog tipa. Dakić (2011) dodaje da u toj etapi učenici postavljaju pitanja i svojim komentarima pridonose razumijevanju i razjašnjavanju postavljenog zadatka. Nakon toga slijedi samostalna aktivnost učenika, odnosno, postavljeni problem učenici samostalno rješavaju. Nakon samostalne učeničke aktivnosti slijedi razredna diskusija. U toj etapi uspoređuju se učenička rješenja i provodi se sama diskusija. Tijekom druge i treće etape, učitelj je prisutan, on vodi i podržava učenike u radu. U posljednjoj etapi, naglasak je na idejama, pitanjima, novim zadacima i problemima.

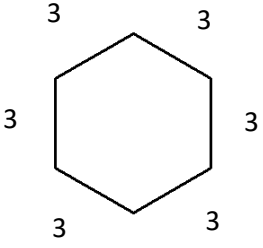
Neki od najjednostavnijih načina uključivanja zadataka otvorenog tipa u nastavu matematike su matematičke stanice, rad u manjim skupinama te korištenje zadataka otvorenog tipa u uvodnom dijelu sata (ModelTeaching, 2018). Matematičke stanice su različita mjesta u učionici na kojima učenici istovremeno rješavaju zadatke i čije su aktivnosti povezane. ModelTeaching (2018) navodi da se implementiranje zadataka otvorenog tipa u matematičke stanice može provesti na više različitih načina. To mogu biti prostirke za razmišljanje, kartice koje sadrže matematičke zadate te interaktivni matematički časopisi. Najjednostavniji način svakako bi bila upotreba kartica s matematičkim zadacima. Kartice unaprijed priprema, odnosno izrađuje učitelj. Da bi kartice bile što vrijednije i sadržajno bogatije, bilo bi dobro da se na njima nalaze riječi, slike, dijagrami ili pak kombinacija svega navedenog. Učitelj bi učenicima trebao dopustiti upotrebu manipulativnih predmeta tijekom rješavanja zadataka otvorenog tipa, zato što manipulativni predmeti olakšavaju učenicima izražavanje kreativnih misli u rješavanju problema. Primjena otvorenih problema u manjim skupinama, gdje učenici koriste manipulativne predmete i prostirke za razmišljanje, može biti idealan način da se učenicima olakša samostalan rad na takvim problemskim zadacima. Učenicima takav način rada omogućuje modeliranje vlastitog mišljenja i određivanje vlastitog načina rješavanja problema. Upotreba zadataka otvorenog tipa u uvodnom dijelu sata može imati višestruke koristi za učenike. Na nesigurne učenike i one učenike kojima matematika baš „ne leži“, ovakav način rada i ovaj tip zadataka djeluje ohrabrujuće i motivirajuće. Učenicima koji su izvrsni u matematici, takvi zadatci pružaju motivaciju za daljnji rad, a isto tako, daju im i potvrdu da su na pravom putu.

4. KREIRANJE ZADATAKA OTVORENOG TIPA

Gusić i Tot (2018) navode da odgojno-obrazovni sustav RH dijeli karakteristike tzv. *standardnih modela* obrazovanja, kojima je cilj prijenos znanja u obliku procedura i činjenica te savladavanje sadržaja propisanog programima kroz razredno-predmetno-satnu organizaciju nastave. Kao što je ranije spomenuto, upravo je takva tradicionalna nastava bogata zatvorenim tipom zadataka. U nedostatku izvora i gotovih materijala koji nude matematičke zadatke otvorenog tipa, za svakog učitelja je važno znati samostalno kreirati takve zadatke. Zato nije loše razmotriti načine kreiranja otvorenih zadataka u nastavi matematike, odnosno metoda za stvaranje otvorenog zadatka iz postojećeg zatvorenog zadatka.

4.1. Od zatvorenog do otvorenog zadatka

Prema Čizmešija (2006), u modernoj nastavi, nastavnik dobiva ulogu menadžera. To znači da je nastavnik organizator odvijanja nastave. On potiče analizu i sintezu postavljenih problema te sluša ideje koje učenici iznose, usustavljuje ih i sređuje. Nastavnik ima pregled nad matematičkom situacijom koju dobro poznaje. U svojem radu, nastavnik se ne bi trebao oslanjati samo na udžbenik. Iz iskustva znamo da se u našim današnjim udžbenicima još uvijek najvećim dijelom mogu pronaći zadatci zatvorenog tipa. Uloga nastavnika je ta da u udžbeniku pronađe zadatke koji će od učenika tražiti da međusobno komuniciraju i raspravljaju o mogućim načinima rješavanja zadataka. Ukoliko takve zadatke ne bi mogao pronaći u udžbeniku, trebao bi već one postojeće, zadatke zatvorenog tipa preoblikovati u zadatke otvorenog tipa, ili samostalno kreirati odgovarajuće zadatke otvorenog tipa. Primjeri preoblikovanja zadataka prikazani su u Tablici 2.

Zatvoreni tip zadatka	Otvoreni tip zadatka
<p>Koji su od sljedećih prirodnih brojeva prosti? 7, 57, 67, 117</p>	<p>Ana misli da su brojevi 57 i 67 prosti zato što oba završavaju znamenkom 7, što je prost broj. Iva misli da Ana nije u pravu. Tko je u pravu i zašto?</p>
<p>Odredi sljedeća tri člana niza: 1, 4, 7, 10, 13, __, __, __</p>	<p>Pogledaj sljedeći niz: 1, 4, 7, 10, 13, ... Je li broj 100 član tog niza? Obrazloži!</p>
<p>Izračunaj opseg šesterokuta na slici.</p> 	<p>Nacrtaj šesterokut kojem je opseg 18 cm.</p>

Tablica 2. Primjeri preoblikovanja zadataka iz zatvorenog u otvoreni tip (Čižmešija, 2006, str. 19-21)

Milos (2013) navodi da je preoblikovanje pitanja jedna od strategija za preoblikovanje zatvorenih zadataka u otvorene. Zatvorena pitanja su ona na koja se može odgovoriti jednostavno i ukratko dok su otvorena pitanja ona koja zahtijevaju više razmišljanja i više od jednostavnog odgovora u obliku jedne riječi. Primjeri strategije preoblikovanja pitanja prikazani su u Tablici 3.

Zadatak zatvorenog tipa	Zadatak otvorenog tipa
<i>Kolika je razlika brojeva 23 i 7?</i>	<i>Razlika dvaju brojeva je 16. Koji bi to brojevi mogli biti? Obrazloži svoje razmišljanje!</i>
<i>Na stolu je 12 jabuka. Nekoliko jabuka nalazi se i u košari. Ukupno ima 50 jabuka. Koliko je jabuka u košari?</i>	<i>Nekoliko jabuka nalazi se na stolu, a nekoliko u košari. Ukupno ima 50 jabuka. Koliko jabuka može biti na stolu? Obrazloži svoje razmišljanje!</i>

Tablica 3. Strategije preoblikovanja pitanja (Milos, 2013)

4.2. Strategije za kreiranje otvorenog zadatka

Čižmešija (2006) navodi tri načina kreiranja zadataka otvorenog tipa, a to su kreiranje situacije ili primjera koji zadovoljavaju uvjete zadatka, postavljanje pitanja učenicima tko je u pravu i zašto te zahtijevanje da učenik riješi ili objasni zadatak na više različitih načina. Prvi način, kreiranje situacije ili primjera koji zadovoljavaju dane uvjete, zahtjeva od učenika poznavanje i artikulaciju karakteristika koncepata koji se zapravo nalaze u pozadini zadanog problema. Od učenika se očekuje da upotrijebe svoje postojeće znanje o konceptu te da ga iskoriste prilikom kreiranja primjera. Primjeri 17. do 19. prikazuju zadatke u kojima učenici kreiraju situacije ili primjere koji zadovoljavaju dane uvjete.

Primjer 17. (Čižmešija, 2006, str. 28)

Nacrtaj pravokutnik kojem je opseg veći od 19 cm a manji od 20 cm. Objasni kako znaš da je opseg između 19 i 20 cm.

Primjer 18. (Čižmešija, 2006, str. 28)

Nacrtaj trokut kojem je dani pravac os simetrije.

Primjer 19.

Navedi primjer pravokutnika i trokuta koji imaju istu površinu. Objasni kako si odabrao/la tražene likove i zašto su oni jednakih površina.

Drugi način koji navodi Čižmešija (2006) je taj da se učenike pita tko je u pravu i zašto. Takav je zadatak prikazan u primjeru 20.

Primjer 20. (Čižmešija, 2006, str. 19)

Ana misli da su brojevi 57 i 67 prosti zato što oba završavaju znamenkom 7, što je prost broj. Iva misli da Ana nije u pravu. Tko je u pravu i zašto?

Treći način koji Čižmešija (2006) navodi je taj da se od učenika traži da zadatak riješe ili objasne na više različitih načina. Primjer 21. prikazuje zadatak u kojem se od učenika traži da riješi zadatak na više različitih načina.

Primjer 21. (Čižmešija, 2006, str. 31)

Navedi dvije transformacije ravnine koje će kvadrat ABCD preslikati u samog sebe.

Milos (2013) navodi strategije za kreiranje otvorenih zadataka. Strategije kreiranja otvorenih zadataka koje navodi su: strategija sličnosti i razlike, strategija zahtijevanja objašnjenja od učenika, strategija kreiranje rečenice te strategija upotreba "mekih" riječi. Tablica 4. prikazuje primjere tih strategija.

Strategija	Pitanje	Mogući odgovori učenika
Strategija sličnosti i razlike	<i>Po čemu su brojevi 95 i 100 slični, a po čemu se razlikuju?</i>	<i>Brojevi 95 i 100 slični su po tome što su oboje višekratnici broja 5, oboje su manji od 200, oboje su veći od 90.</i>

		<i>Razlikuju se po tome što je 95 dvoznamenkasti, a 100 troznamenkasti broj, broj 95 završava znamenkom 5, a broj 100 završava znamenkom 0, od ova dva broja, jedino je broj 100 veći od 99.</i>
Strategija zahtijevanja objašnjenja od učenika	<i>Broj 4 je višekratnik dvaju različitih brojeva. Objasni što bi još tim brojevima moglo biti zajedničko!</i>	<i>Oba broja su dijeljiva brojem 2.</i>
Kreiranje rečenice	<i>Kreiraj matematičku rečenicu koja uključuje brojeve 3 i 4 te riječi "veći" i "i".</i>	<i>3 i 4 su veći brojevi od 2; zbroj brojeva 3 i 4 je veći od 6.</i>
Upotreba "mekih" riječi	<i>Pomnožite dva broja čiji je umnožak blizu broja 600. Koja bi to dva broja mogla biti? Objasnite!</i> <i>Zbrojite dva broja čiji je zbroj skoro 750. Koja bi to dva broja mogla biti? Objasnite!</i>	<i>To bi mogli biti brojevi 299 i 2. $299 \cdot 2 = 598$ Ne traži se u zadatku da dobijemo rješenje 600, već da dobijemo neki njemu blizak broj.</i> <i>To bi mogli biti brojevi 283 i 462. $283 + 462 = 745$ U zadatku se ne traži da dobijemo rješenje 750, već neki njemu blizak broj.</i>

Tablica 4. Primjeri strategija za kreiranje otvorenih zadataka (Milos, 2013)

5. ZASTUPLJENOST ZADATAKA OTVORENOG TIP A U UDŽBENICIMA

5.1. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja

Zadaci otvorenog tipa su u fokusu ovog istraživanja. Kako je navedeno u prethodnim poglavljima ovog rada, oni pružaju mogućnost raznolikih pristupa rješavanja zadataka. U zadacima otvorenog tipa, naglasak je stavljen na rješavanje problema i diskusiju. U razredu se zadacima ovog tipa stvara interes učenika i potiče ga se na kreativne aktivnosti u vidu individualnog ili suradničkog rada. Zbog brojnih prednosti koje posjeduju zadaci otvorenog tipa, poželjno je poticati njihovu primjenu u redovnoj nastavi. Kako bi se prikazala situacija zadataka otvorenog tipa u hrvatskoj školskoj praksi, provedena je analiza matematičkih udžbenika za 4. razred razredne nastave. Cilj ovog istraživanja bio je uočiti zastupljenost zadataka otvorenog tipa u matematičkim udžbenicima za 4. razred razredne nastave, a zatim te iste zadatke klasificirati s obzirom na vrstu otvorenog zadatka, cilj ili svrhu te glavnu aktivnost.

Analizom udžbenika pokušalo se odgovoriti na iduća istraživačka pitanja:

1. U kojoj su mjeri zadaci otvorenog tipa zastupljeni u matematičkim udžbenicima za 4. razred razredne nastave u C domeni - Oblik i prostor?
2. Kojoj vrsti zadatka otvorenog tipa pripadaju zadaci u analiziranim udžbenicima?
3. Kojoj podvrsti zadatka otvorenog tipa, s obzirom na cilj ili svrhu, pripadaju zadaci u analiziranim udžbenicima?
4. Kojoj podvrsti zadatka, s obzirom na glavnu aktivnost, pripadaju zadaci u analiziranim udžbenicima?

5.2. Metodologija

5.2.1. Uzorak

Vođeno idejom da su otvoreni zadaci, često, zahtjevniji od standardnih zatvorenih zadataka, moglo bi se očekivati da što su učenici stariji, veća će biti zastupljenost otvorenih zadataka u udžbenicima. Prema tome, za analizu matematičkih udžbenika, odabran je 4. razred.

Analizirani su novi udžbenici, kreirani po Kurikulumu za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije (MZO, 2019). Slijedi popis analiziranih udžbenika:

- Lončar, L., Pešut, R., Rossi, Ž., Križman Roškar, M. (2021). *Nina i Tino 4*: udžbenik matematike za 4. razred osnovne škole. Zagreb: Profil Klett.
- Cindrić, M., Mišurac, I., Dragičević, A., Pastuović, B. (2021). *Matematička mreža 4*: udžbenik matematike u 4. razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
- Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtain G. (2021). *Moj sretni broj 4*: udžbenik matematike u 4. razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
- Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T. (2021). *Otkrivamo matematiku 4*: radni udžbenik iz matematike za 4. razred osnovne škole. Zagreb: Alfa.
- Markovac, J.(2021). *Matematika 4*: radni udžbenik iz matematike za 4. razred osnovne škole. Zagreb: Alfa.

Rezultati analize prikazati će se koristeći nazive „Udžbenik A/B/C/D/E“.

Sadržaji koji se prema Kurikulumu (MZO, 2019) nalaze unutar analiziranih udžbenika su:

- Skup prirodnih brojeva do milijun. Uspoređivanje brojeva do milijun. Dekadske jedinice i mjesna vrijednost znamenaka.
- Pisano zbrajanje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva do milijun.
- Pisano množenje i dijeljenje dvoznamenkastim brojevima u skupu prirodnih brojeva do milijun.
- Primjena računskih operacija i odnosa među brojevima u rješavanju problemskih situacija.
- Određivanje vrijednosti nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima. Slovo kao oznaka za broj.
- Pravi, šiljasti i tupi kut. Crtanje kuta.
- Vrste trokuta prema duljini stranica (jednakostranični, raznostranični, jednakokračni). Pravokutni trokut.
- Krug i kružnica. Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, polumjer, središte).

- Crtanje geometrijskih likova (raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat). Konstruiranje geometrijskih likova (jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute).
- Povezivanje geometrijskih pojmova u opisivanju geometrijskih objekata (vrhovi, strane, stranice, bridovi, kutovi).
- Procjena i mjerenje volumena tekućine. Računanje s mjernim jedinicama za volumen tekućine (litra, decilitar). Preračunavanje mjernih jedinica.
- Mjerenje površine. Kvadratna mreža. Mjerne jedinice za površinu.
- Prošireni sadržaj: Preračunavanje mjernih jedinica.
- Prikupljanje, razvrstavanje i prikazivanje podataka (tablice, dijagrami).
- Opisivanje vjerojatnosti događaja.

U ovom istraživanju, u udžbenicima se analizirala samo C domena – Oblik i prostor. Ona je odabrana upravo zato što u 4. razredu geometrija ima vrlo značajnu ulogu i mnogo se više obrađuje u odnosu na ostale razrede razredne nastave. C domena obuhvaća kut, označavanje i crtanje kuta, vrte kutova, geometrijske oblike, krug i kružnicu, središte i polumjer kruga, crtanje kruga i kružnice, trokut, vrste trokuta, crtanje trokuta, pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat (MZO, 2019). U Tablici 5. prikazan je udio sadržaja koji se odnosi na C domenu u udžbenicima 4. razreda osnovne škole.

UDŽBENIK	UKUPNI BROJ STRANICA	BROJ STRANICA C DOMENE	POSTOTAK
A	153	42	27,4 %
B	110	26	23,6 %
C	121	28	23,1 %
D	206	47	22,8 %
E	177	31	17,5 %

Tablica 5. zastupljenost sadržaja C domene u analiziranim udžbenicima

5.2.2. Instrument

Instrument je proizišao iz teorijskog dijela diplomskog rada, obzirom na tri različite podjele otvornih zadataka četvero autora (Čižmešija, 2006, Koritnik i Koritnik, 2019, Dakić, 2011). To je rezultiralo trodimenzionalnom instrumentu za klasifikaciju zadataka otvorenog tipa. Tablica 6. prikazuje instrument za klasifikaciju zadataka otvorenog tipa.

Kategorija *vrste otvorenog zadatka* proizišla je iz podjele otvorenog zadatka koji nudi Čižmešija (2006). Kategorija *glavne aktivnosti otvorenog zadatka* proizišla je iz podjele koju nudi Dakić (2011) dok je kategorija *cilja ili svrhe otvorenog zadatka*, proizišla iz podjele Koritnik i Koritnik (2019) kao i smjernica za kreiranje otvorenog zadatka koje nudi Čižmešija (2006).

Kategorija	Podvrste
Vrsta otvorenog zadatka	<ul style="list-style-type: none">• Zadatci koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju• Zadatci s više rješenja
Cilj ili svrha otvorenog zadatka	<ul style="list-style-type: none">• Nedorečeni• Zbunjujući• Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima• Zadatci tipične pogreške u konceptu ili postupku• Zadatci u kojima učenik daje objašnjenje• Esejski zadatci
Glavna aktivnost	<ul style="list-style-type: none">• Nalaženje odnosa• Klasificiranje• Mjerenje

Tablica 6. Trodimenzionalni instrument za analizu zadataka otvorenog tipa

5.2.3. Postupak

Prvi korak u provedbi istraživanja bio je prikupljanje literature – udžbenika za 4. razred. Udžbenicima je pristupano digitalnim putem, odnosno digitalnim obrazovnim platformama IZZI, mozzaBook i E-sfera. Digitalnim prelistavanjem udžbenika, pronašli su se sadržaji C domene – Oblik i prostor. Unutar svake nastavne jedinice, koja pripada toj domeni, tražili su se zadatci otvorenog tipa. Gledala se zastupljenost zadataka otvorenog tipa u odnosu na sve zadatke iz C domene. Svaki zadatak otvorenog tipa unutar C domene, bio je detektiran i ispisan, a potom i klasificiran gore navedenim instrumentom, metodom kvalitativne tekstualne analize.

5.3. Rezultati i diskusija

Tablica 7. prikazuje udio zadataka otvorenog tipa unutar svih zadataka domene C u analiziranim udžbenicima.

udžbenik	ukupan broj zadataka u domeni C	broj zadataka otvorenog tipa	Udio prikazan u postotcima
A	93	6	6,45 %
B	51	3	5,8 %
C	42	5	11,9 %
D	74	5	6,7 %
E	128	1	0,7 %

Tablica 7. Udio zadataka otvorenog tipa unutar svih zadataka domene C

Najveći udio zadataka otvorenog tipa, unutar svih zadataka domene C, ima udžbenik C te on iznosi 11,9 %. Iznenadjuće je to što udžbenik E sadrži samo jedan zadatak otvorenog tipa u domeni C. S obzirom na to da udžbenik C ima najveći broj zadataka, pretpostavka je bila da će zadatci otvorenog tipa biti u većem broju. Nažalost, njegov udio zadataka otvorenog tipa u domeni C iznosi samo 0,7 %. Na temelju postotaka iz zadnjeg stupca tablice 7, jasno se vidi da je pojavnost zadataka otvorenog tipa izrazito mala u odnosu na zatvoreni tip.

Tablicom 8. dani su primjeri zadataka otvorenog tipa koji su analizom pronađeni u udžbenicima A, B, C, D i E.

ZADATAK	VRSTA OTVORENOG ZADATKA	CILJ ILI SVRHA OTVORENOG ZADATKA	GLAVNA AKTIVNOST
Pronađi oko sebe prave kutove. Što bi se dogodilo da ti kutovi nisu pravi?	Zadatci s više rješenja	Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima Refleksija	Klasifikacija i nalaženje odnosa
Nacrtaj predmete oblika geometrijskih tijela koja poznaješ.	Zadatci s više rješenja	Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima	Klasifikacija
Objasni razliku između šiljastoga i tupoga kuta.	Zadatci koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju	Zadatci u kojima učenik daje objašnjenje Traženje sličnosti i razlika	Nalaženje odnosa
Promotri pravokutnik i kvadrat. Uoč njihove sličnosti i razlike.	Zadatci s više rješenja	Traženje sličnosti i razlike	Klasificiranje
Koliko polumjera možeš nacrtati jednoj kružnici?	Zadatci koji imaju jedno rješenje, ali	Zadatci u kojima učenik traži	Nalaženje odnosa

Objasni.	više mogućih pristupa rješavanju	objašnjenje	
Opiši po čemu se sve razlikuju trokuti na slici. Navedi što više razlika.	Zadatci s više rješenja	Traženje sličnosti i razlika	Klasificiranje



Tablica 8. primjer klasifikacije zadataka otvorenog tipa sadržanih u udžbenicima A, B, C, D i E

U tablici 8. prikazani su reprezentativni primjeri zadataka otvorenog tipa u vidu klasifikacije. Zadaci su klasificirani prema teorijskom dijelu rada, a kategorije podjele odnose se na vrstu otvorenog zadatka, zadatke s obzirom na cilj ili svrhu te na zadatke prema glavnoj aktivnosti. Primjerice, zadatak „Nacrtaj predmete oblika geometrijskih tijela koja poznaješ“ klasificiran je kao zadatak s više rješenja, jer je učenicima ostavljeno na volju koliko će predmeta odabrati te koji će predmeti to biti. S obzirom na cilj ili svrhu, zadatak je klasificiran kao zadatak kreira primjer obzirom na dane uvjete („predmet oblika geometrijskog tijela“). A obzirom na glavnu aktivnost, ovaj je zadatak klasificiran kao zadatak klasifikacije. Naime, prema Dakiću (2011) zadatci klasifikacije od učenika zahtijevaju da razvrstaju matematičke pojmove po nekim određenim karakteristikama. Bez obzira što predmeti iz okoline nisu direktno ponuđeni, učenici ih zamišljaju i klasificiraju na način da oblikom odgovaraju poznatim geometrijskim tijelima. Nekim zadatcima, kao što su primjerice „Objasni razliku između šiljastoga i tupoga kuta.“, ili „Pronađi oko sebe prave kutove. Što bi se dogodilo da ti kutovi nisu pravi?“, su s obzirom na cilj ili svrhu dodijeljene dvije podvrste. Primjerice, prvi od navedena dva primjera, obzirom na svrhu klasificiran je kao zadatak u kojem učenik daje objašnjenje, ali i kao zadatak u kojem se traže sličnosti i razlike. Upravo na navedena dva primjera može se primijetiti da su iz analize zadataka proizišle dvije podjele zadatka s obzirom na cilj ili svrhu, koje nisu bile predviđene instrumentom. Radi se o cilju zadatka „*traženje sličnosti i razlika*“ te cilju „*refleksija*“. Potreba za uvođenjem kategorije „refleksija“ pojavila se isključivo u navedenom primjeru i to zbog idućeg pitanja: „Što bi se dogodilo da ti kutovi nisu pravi?“. Prema Schneider (2019, studeni), kontekstualno orijentirana refleksija je promišljanje o utjecaju koji matematika i matematički

pojmovi imaju na stvarni život i našu okolinu. Navedeno pitanje za cilj ima upravo poticanje kontekstualno orijentirane refleksije.

Tablica 9. daje brojčani prikaz zastupljenosti zadataka obzirom na dimenziju „vrsta otvorenog zadatka“. Prikazani su udjeli tih vrsta zadataka u ukupnom broju zadataka otvorenog tipa.

Udžbenik	Zadaci koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju	Zadaci s više rješenja
A	2 (33,3 %)	4 (66,6 %)
B	2 (66,6 %)	1 (33,3 %)
C	3 (60%)	2 (40 %)
D	4 (80%)	1 (20%)
E	0 (0%)	1 (100%)

Tablica 9. Brojčani prikaz zastupljenosti dviju vrsta otvorenih zadataka u zadacima otvorenog tipa

Dobiveni rezultati prikazuju da kod većine udžbenika, točnije u analiziranim udžbenicima B, C i D, prevladavaju zadaci koji imaju jedno rješenje ali više mogućih pristupa rješavanju. Kod udžbenika A i E situacija je suprotna. S time da udžbenik E ima samo jedan zadatak otvorenog tipa i to upravo zadatak s više rješenja. Dok su u udžbeniku A četiri zadataka, odnosno dvije trećine zadataka otvorenog tipa, zadaci s više rješenja.

Tablica 10. daje brojčani prikaz zastupljenosti zadataka obzirom na dimenziju „cilj ili svrha otvorenog zadatka“.

Udžbenik	Kreiranje primjera	Refleksija	Esejski	Davanje objašnjenja	Traženje sličnosti i razlika
A	3 (50%)	1 (16,6%)	1 (16,6 %)	2 (33,3%)	0 (0%)
B	1 (33,3%)	0 (0%)	0 (0%)	1 (33,3%)	1 (33,3%)
C	1 (20%)	0 (0%)	0 (0%)	3 (60%)	2 (40%)
D	2 (40%)	0 (0%)	0 (0%)	2 (40%)	1 (20%)
E	0 (0%)	0 (0%)	1 (100%)	0 (0%)	0 (0%)

Tablica 10. Brojčani prikaz zadataka otvorenog tipa s obzirom na cilj ili svrhu u analiziranim udžbenicima

Analizom zadatka otvorenog tipa prema kategoriji cilja ili svrhe otvorenog zadatka u barem jednom od analiziranih udžbenika pronađeni su zadatci klasificirani u pet podvrsta, a to su kreiranje primjera, refleksija, esejski zadatci, traženje objašnjenja te traženje sličnosti i razlika. Dvije podvrste otvorenog zadatka prema kategoriji cilja ili svrhe, nedorečeni te zbunjujući zadatci s nedostatkom i/ili viškom podataka, nisu detektirani niti u jednom udžbeniku. Uvidom u Tablicu 10. možemo uočiti da podvrste zadatka iz ove kategorije vrlo raznoliko zastupljene u analiziranim udžbenicima. Primjerice, u udžbeniku A je s 50 % udjela u svim zadacima otvorenog tipa najzastupljeniji cilj „kreiranje primjera“, u udžbeniku C, sa 60 % „davanje objašnjenja“, dok su u udžbeniku B, koji broji ukupno tri zadatka otvorenog tipa, jednako zastupljeni zadatci „kreiranja primjera“, „davanja objašnjenja“ i „traženja sličnosti i razlika“. Prema dobivenim rezultatima, može se zaključiti da esejskih zadataka i zadataka refleksije ima u svim udžbenicima manje u odnosu na ostale podvrste zadataka s obzirom na cilj ili svrhu. U svim udžbenicima, osim u udžbeniku E, vrlo su zastupljeni otvoreni zadatci u kojima se od učenika traži da nešto objasne ili obrazlože. Takav je rezultat bio i očekivan s obzirom na to da se ne samo na satu matematike, već i općenito u nastavi najčešće od učenika očekuje isto, upravo zato što je to najbrža povratna informacija učitelju o razini učenikovog poznavanja, razumijevanja i vladanja određenim nastavnim sadržajem.

Tablica 11. daje brojčani prikaz zastupljenosti zadataka otvorenog tipa, klasificiranih prema glavnoj aktivnosti, a ona se odnosi na nalaženje odnosa, klasificiranje i mjerenje.

Udžbenik	Nalaženje odnosa	Klasificiranje	Mjerenje
A	6 (100%)	2 (33,3%)	0 (0%)
B	1 (33,3%)	2 (66,6%)	0 (0%)
C	3 (60%)	2 (40%)	0 (0%)
D	4 (80%)	1 (20%)	0 (0%)
E	1 (100%)	0 (0%)	0 (0%)

Tablica 11. Brojčani prikaz zadataka otvorenog tipa s obzirom na glavnu aktivnost u analiziranim udžbenicima

Iz Tablice 11. je vidljivo da osim u udžbeniku B, u svim ostalim udžbenicima prema glavnoj aktivnosti otvorenog zadatka, prevladava podvrsta „nalaženje odnosa“. Također je vidljivo da udio ove podvrste varira od maksimalne 100 % zastupljenosti u udžbeniku A, pa do 60 % zastupljenosti u udžbeniku C. Može se zaključiti da je najviše zadataka u kojima je glavna aktivnost nalaženje odnosa. Pretpostavka je da je glavni razlog tome to što učenici na temelju iskustva, znanja, logičkog povezivanja i svega onog što ih okružuje, moraju doći do rješenja. U udžbeniku B je prema glavnoj aktivnosti otvorenog zadatka, najzastupljenija potkategorija „klasificiranje“ sa 66,6 %. Podvrsta „mjerenje“ nije zastupljena niti u jednom od pet analiziranih udžbenika.

5.4. Zaključak

Iz svih dobivenih rezultata može se zaključiti da je pojavnost zadataka otvorenog tipa u domeni C udžbenika za 4. razred, vrlo mala u odnosu na zadatke zatvorenog tipa. Ciljevi koje postavlja Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije (MZO, 2019), u skladu su s modernom nastavom, što je vidljivo iz toga što Kurikulum od učenika traži da analiziraju problemsku situaciju, prepoznaju elemente koji se mogu matematički prikazati i planiraju pristup za njezino rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka. Isto tako, učenici odabiru, osmišljavaju i primjenjuju razne strategije, rješavaju problem, promišljaju i vrednuju rješenje te ga prikazuju na prikladan način. Osim primjene matematičkih znanja, učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost u suočavanju s novim i nepoznatim situacijama (MZO, 2019). Analiza udžbenika pokazala je da najveći udio zadataka u domeni C ima udžbenik C, s 5 zadataka, što je 11,9 % dok udžbenik E ima samo jedan zadatak otvorenog tipa u spomenutoj domeni, odnosno 0,7 % od ukupnog broja zadataka u toj domeni. Kako bi se nastava matematike u RH približila pojmu razredne nastave, potrebna je veća zastupljenost zadataka otvorenog tipa.

Očekivano su najzastupljeniji zadatci kreiranja primjera i davanja objašnjenja. Najmanje su zastupljeni zadatci refleksije, što ukazuje potrebu za njihovim povećanjem. Nažalost, u udžbenicima nisu zastupljene sve podvrste zadataka otvorenog tipa. Mjerenje, prema Dakiću (2011) zahtijeva numerički opis nekog fenomena, odnosno osmišljavanje numeričkih modela

koji će opisati neku situaciju, a ne standardno mjerenje. Moguće je da je ovakva aktivnost neprikladan zahtjev za učenike razredne nastave, što bi objasnilo zašto ovakva vrsta zadatka nije zastupljena u udžbenicima. Takvo obrazloženje ne može se dati za zadatke koji bi prema cilju ili svrsi bili klasificirani kao nedorečeni i zbunjujući zadatci s nedostatkom i/ili viškom podataka. Teško je pronaći objektivan razlog za izostanak ovakvih zadataka u udžbenicima za razrednu nastavu.

Trodimenzionalni instrument se pokazao korisnim, ali nepotpunim za analizu udžbenika. Obzirom na svrhu ili cilj otvorenog zadatka, u udžbenicima su se pojavile dvije vrste zadatka koje nisu pripadale postojećoj klasifikaciji. Iz analize je proizišlo proširenje instrumenta s vrstama „zadatci u kojima učenik traži sličnosti i razlike“ i „refleksija“. Instrument po kojem se provelo istraživanje vidljivo je u tablici 12.

Kategorija	Podvrste
Vrsta otvorenog zadatka	<ul style="list-style-type: none"> • Zadatci koji imaju jedno rješenje, ali više mogućih pristupa rješavanju • Zadatci s više rješenja
Cilj ili svrha otvorenog zadatka	<ul style="list-style-type: none"> • Nedorečeni • Zbunjujući • Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima • Zadatci tipične pogreške u konceptu ili postupku • Zadatci u kojima učenik daje objašnjenje • Esejski zadatci • Zadatci u kojima učenik traži sličnosti i razlike • Refleksija
Glavna aktivnost	<ul style="list-style-type: none"> • Nalaženje odnosa • Klasificiranje • Mjerenje

Tablica 12. Proširenje trodimenzionalnog instrumenta za analizu zadataka otvorenog tipa

Kao posljedica konačnog zaključka istraživanja o zastupljenosti zadataka otvorenog tipa u udžbenicima za 4. razred razredne nastave, koji tvrdi da su navedeni zadatci nedovoljno zastupljeni, pojavljuje se potreba za kreiranjem dodatnih zadataka. Prema tome, u idućem će poglavlju biti prikazano 20-ak zadataka otvorenog tipa, primjerenih 4. razredu razredne nastave matematike, koji zadovoljavaju različite podvrste zadataka otvorenog tipa prema gore navedenom instrumentu.

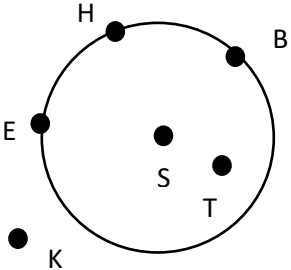
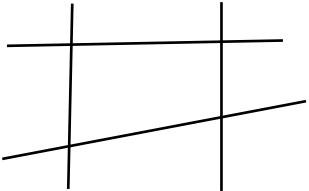
6. PRIMJERI ZADATAKA OTVORENOG TIPA ZA RAZREDNU NASTAVU MATEMATIKE

Istraživanjem smo utvrdili da je jako mali udio otvorenih zadataka u C domeni – oblik i prostor, prema ukupnom broju zadataka u toj domeni. Obzirom da je tema ovog diplomskog rada posvećena kategorijama zadataka otvorenog tipa općenito, u ovom poglavlju slijede primjeri zadataka otvorenog tipa prilagođenih 4. razredu osnovne škole. Osim geometrijskih zadataka otvorenog tipa, za koje je u 5. poglavlju pokazano da nisu zastupljeni u matematičkim udžbenicima za 4. razred, u ovom poglavlju se također daje i prikaz primjera iz aritmetike. Zadatci su osmišljeni prema Kurikulumu za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (MZO, 2019). Tablica 13. prikazuje 5 strategija, koje smo upoznali u teoretskim poglavljima ovoga rada, kojima je kreirano 12 zadataka. U posljednjem stupcu tablice, zadatci su klasificirani s obzirom na cilj ili svrhu. Tablica 14. nudi 7 primjera zadataka koji imaju više točnih odgovora. U posljednjem su stupcu zadatci klasificirani prema cilju ili svrsi. Posljednja tablica, Tablica 15. nudi po jedan primjer zadatka s nedostatkom i/ili viškom podataka, odnosno nedorečenih i zbunjujućih zadataka. Kao što smo vidjeli u prethodnome poglavlju, radi se o vrstama zadatka obzirom na cilj ili svrhu otvorenog tipa zadatka, čiji primjeri nisu zastupljeni niti u jednom od analiziranih udžbenika. Zato ću u tablici 15. ponuditi primjere takvih zadataka.

STRATEGIJA	ZADATAK	PRIMJER MOGUĆIH ODGOVORA	KLASIFIKACIJA S OBZIROM NA CILJ ILI SVRHU
Strategija sličnosti i razlike	a) Po čemu su brojevi 2000 i 6000 slični, a po čemu se razlikuju?	Brojevi 2000 i 6000 slični su po tome što su oba broja četveroznamenasti, parni, oba su djeljiva s 2000, 1000, 100, 10, oba su višekratnici broja 1000, oba su manja od 7000 itd. Razlikuju se po tome što je 2000 manji od 6000, broj 2000 ne	Traženje sličnosti i razlika

		možemo podijeliti s 6000, ali broj 6 000 možemo podijeliti s brojem 2000, broj 6000 je veći od 3000, 4000 i 5000 dok je 2000 manji od navedenih brojeva.	
	b) Po čemu su kvadrat i pravokutnik slični, a po čemu se razlikuju?	Kvadrat i pravokutnik su slični po tome što imaju 4 stranice, 4 vrha, 4 prava kuta, susjedne stranice su im okomite jedna na drugu, a nasuprotne stranice paralelne. Kvadrat je vrsta pravokutnika. Razlikuju se po tome što kvadrat ima sve 4 stranice jednake duljine, a pravokutnik ima dva para stranica jednakih duljina.	Traženje sličnosti i razlika
Strategija zahtijevanja objašnjenja od učenika	a) Objasni koji je ishod vjerojatniji prilikom bacanja igraće kockice, hoćeš li dobiti parni ili neparni broj?	Vjerojatnost da će se bacanjem igraće kockice dobiti parni ili neparni broj je jednaka. Jer su povoljne opcije kod ishoda „neparni broj“ brojevi 1, 3 ili 5, a kod ishoda „parni broj“, 2, 4, ili 6. Jednak je broj odgovarajućih opcija za oba ishoda, pa je jednaku šansu (vjerojatnost) da će do njih doći.	Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje
	b) Prava a , gotovo je okomit na pravac b . Radi li se u tom slučaju o pravom kutu? Obrazloži!	U tom se slučaju ne radi o pravom kutu. Gotovo okomit ne znači da je okomit. Samo se okomiti pravci sijeku pod pravim kutom.	Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje

	<p>c) Pogledaj sljedeći niz: 10 000, 5 000, 2 500, 1 250,...</p> <p>Je li broj 625 član tog niza? Obrazloži!</p>	<p>Broj 625, član je tog niza. Članovi niza dobivaju se tako da se prethodni broj podijeli s 2. $10\,000 : 2 = 5\,000$, $5\,000 : 2 = 2\,500$, $2\,500 : 2 = 1\,250$, $1\,250 : 2 = 625$.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
<p>Upotreba "mekih" riječi</p>	<p>a) Zbrojite dva broja čiji je zbroj skoro 2300. Objasni koja bi to dva broja mogla biti!</p>	<p>To bi mogla biti bilo koja dva broja manja od broja 2 300, čiji zbroj daje njemu blizak rezultat. Rezultat može biti za nekoliko znamenaka jedinica veći ili manji od broja 2 300. Uzmimo za primjer pribrojnice 1 765 i 534. Njihov je zbroj 2 299. Taj je rezultat blizak broju 2 300.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
	<p>b) Umnožak dvaju brojeva je blizu broja 800. Koja bi ta dva broja mogla biti? Objasni!</p>	<p>To bi mogla biti bilo koja dva broja čiji je umnožak skoro 800. Dakle, umnožak ne smije biti 800, već neki njemu blizak broj. Na primjer, umnožak brojeva 2 i 399 jest 798, što je vrlo blizu 800.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
<p>Kreiranje rečenice</p>	<p>c) Zadano je dijeljenje $1\,260 : 3$. Za dani račun osmisli što realniji zadatak iz svakodnevnice.</p>	<p>Prodavač narukvica slaže uzorke za poklon kupcima. U svaki poklon idu 3 uzorka. Ako prodavač ukupno ima 1 260 uzoraka, koliko će poklona uspjeti složiti?</p>	<p>Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima</p>
<p>Strategija u kojoj se učenike</p>	<p>a) Maja misli da je broj 100 000 višekratnik</p>	<p>Mislím da je Maja u pravu zato što su višekratnici broja 10 000 sljedeći: 10 000,</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži</p>

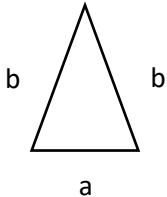
<p>pita tko je u pravu i zašto</p>	<p>broja 10 000. Ema misli da Maja nije u pravu. Što ti misliš, tko je u pravu i zašto?</p>	<p>20 000, 30 000, 40 000, 50 000, 60 000, 70 000, 80 000, 90 000, 100 000,...</p>	<p>objašnjenje</p>
	<p>b) Marko misli da točke H, B i E ne pripadaju krugu i kružnici. Ana se ne slaže s Markom. Slažeš li se ti s Markom ili s Anom? Obrazloži.</p> 	<p>Slažem se s Anom, zato što točke koje se nalaze na kružnici, u ovom slučaju H, B i E pripadaju i kružnici i krugu.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
	<p>c) Luka tvrdi da su na crtežu 2 prava kuta, a Ivan da ih ima čak 8. Tko je u pravu i zašto?</p> 	<p>U pravu je Ivan zato što pri presjeku okomitih pravaca dobivamo 4 prava kuta. Na slici su dva takva slučaja pa je ukupno 8 pravih kutova.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
	<p>d) Lea čašom od 3 dcl želi napuniti kantu u</p>	<p>U pravu je Lea zato što najprije treba 9 litara tekućine pretvoriti u 90 dcl. Tada je</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži</p>

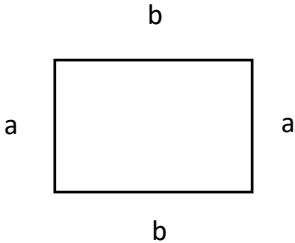

	<p>koju stane 9 litara tekućine. Ona misli da će tekućinom trebati puniti čašu 30 puta. Njezina prijateljica Tina misli da će je trebati puniti mnogo više puta. Tko je u pravu i zašto?</p>	<p>jasno da dijeljenjem broja 90 sa 3 dobivamo 30. To znači da će Lea čašu trebati puniti 30 puta.</p>	<p>objašnjenje</p>
--	--	--	--------------------

Tablica 13. Strategije kreiranja zadataka i njihova klasifikacija prema cilju ili svrsi

ZADATCI S VIŠE TOČNIH ODGOVORA

ZADATAK	PRIMJER MOGUĆIH ODGOVORA	KLASIFIKACIJA S OBZIROM NA CILJ ILI SVRHU
<p>Razlika dvaju brojeva je 2345. Koji bi to brojevi mogli biti? Objasni svoje razmišljanje!</p>	<p>To bi mogli biti bilo koji brojevi koji daju razliku 2345. Pritom bismo se mogli koristiti taktikom da broju 2 345, koji mora biti razlika, dodamo bilo koji broj, npr. 13 i onda dobiveni zbroj čini umanjenika, a drugi pribrojnik (u ovom slučaju 13) umanjitelja. Kasnije možemo koristiti i stalnost razlike da dobijemo mnoge druge parove (dodajemo isti broj umanjeniku i umanjitelju).</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
<p>Napiši 5 računa oduzimanja kojima će razlika biti ista kao razlika brojeva 3456 i 1234.</p>	<p>Razlika brojeva 3 456 i 1 234 je broj 2 222. Da bi smo dobili još 5 primjera oduzimanja u kojem je razlika 2 222, broju 2 222 moramo dodati bilo koji broj (npr. 78). Dobiveni zbroj predstavlja umanjenika, a drugi pribrojnik,</p>	<p>Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima</p>

	<p>koji je u ovom slučaju broj 78, predstavlja umanjitelja. Primjeri rješenja: $2\ 300 - 78$, $7\ 777 - 5\ 555$, $3\ 209 - 987$, $4\ 219 - 1997$, $26\ 209 - 23\ 987$</p>	
<p>Nekoliko se kamenčića nalazi u moru, a nekoliko na plaži. Ukupno ima 7428 kamenčića. Što misliš, koliko kamenčića može biti u moru? Obrazloži svoje razmišljanje!</p>	<p>U moru može biti broj kamenčića koji je manji od 7428 i koji nije taj isti broj. To proizlazi iz toga što je u zadatku napisano da su neki od tih kamenčića na plaži. Isto tako, u moru ne može biti 0 kamenčića jer je u zadatku navedeno da je nekoliko kamenčića u moru.</p>	<p>Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje</p>
<p>Nacrtaj trokut kojemu je opseg 8 cm.</p>	<p>Opseg trokuta je zbroj duljina svih njegovih stranica. U tom slučaju, duljine stranica mogu biti različite te je važno samo da njihov zbroj bude 8 cm. Na primjer, osnovica $a = 2$ cm, krakovi $b = 3$ cm.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima</p>
<p>Napiši neka dva prirodna broja čiji je umnožak manji od 10 000, a zbroj veći od 2000.</p>	<p>Prvi pribrojnik mogao bi biti broj 2000, a drugi bi mogli biti npr. 1, 2, 3 ili 4. Ako uzmemo za primjer pribrojnice 2000 i 1, njihov je zbroj 2001, što je više od 2000. Njihov je umnožak 2000, što je manje od 10 000. Drugi pribrojnik ne bi mogao biti 5 zato što iako je zbroj prvog i drugog pribrojnika veći od 2000, njihov umnožak je 10 000, a u</p>	<p>Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima</p>

	zadatku se traži da je umnožak manji od 10 000.	
Nacrtaj pravokutnik kojem je opseg 22 cm.	<p>Opseg pravokutnika je zbroj duljina njegovih stranica. Pravokutnik ima dva para stranica jednakih duljina. Primjeri mogućih rješenja: $o = 22 \text{ cm}, a = 5 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}$ ili $o = 22 \text{ cm}, a = 2 \text{ cm}, b = 9 \text{ cm}$ ili $o = 22 \text{ cm}, a = 7 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}$</p>  <p style="text-align: center;"> b  a </p>	Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima
<p>Nekoliko dcl vode nalazi se u vrču, a nekoliko u boci.</p> <p>Ukupno ima 35 dcl. Koliko dcl može biti u vrču? Obrazloži!</p>	<p>U vrču ne može biti 35 ili više od 35 dcl, zato što je u zadatku navedeno da se nekoliko dcl nalazi u boci. Isto tako, u vrču mora biti najmanje 1 dcl jer je u zadatku zadano da i u njemu ima nekoliko dcl.</p>	Zadatci u kojima učenik traži objašnjenje

Tablica 14. Primjeri zadataka s više točnih odgovora i njihova klasifikacija prema cilju ili svrsi

ZADATAK	PRIMJER MOGUĆIH ODGOVORA	KLASIFIKACIJA S OBZIROM NA CILJ ILI SVRHU
Koliko je metara drvene ograde potrebno za ograditi vrt pravokutnog oblika?	<p>Budući da nisu navedene duljina i širina vrta, učenici ovaj zadatak moraju riješiti na način da prvo fiksiraju veličinu vrta, uz argumentaciju o kakvom bi se vrtu moglo raditi i zašto je baš takva veličina prikladna.</p> <p>Primjerice, mogli bi reći da je duljina vrta 30 metara, što predstavlja duljinu stranice a, dok je širina 20 metara, što predstavlja duljinu stranice b. Formulom za opseg pravokutnika, $o = 2a + 2b$, dobilo bi se rješenje, da je potrebno 100 metara ograde.</p> <p>Nadalje bi se rasprava mogla provesti o tome kakvim je letvicama ograđen vrt, u koliko bi se redova mogle slagati itd.</p>	Nedorečeni zadatak
Koliko litara vode ukupno tjedno popiju učenici tvog razreda?	S obzirom da se ne zna koliko točno litara vode dnevno popije svaki učenik, prema vlastitom iskustvu i procjeni moglo bi se reći 1 litra. Prema tome, tjedno je to 7 litara. Taj broj pomnožen s brojem učenika u razredu (npr. 20) daje rezultat 140 litara.	Zbunjujući zadatak s nedostatkom i/ili viškom podataka

Tablica 15. primjer nedorečenog i zbunjujućeg zadatka s nedostatkom podataka

7. ZAKLJUČAK

Zadatci otvorenog tipa predstavljaju novu kulturu zadataka u nastavi matematike. Njihova primjena postavlja za cilj razvijanje kreativnoga matematičkoga mišljenja, s namjerom da učenici ponude ne samo jedno, već više rješenja do kojih su došli na različite načine. Najviše se pažnje usmjerava diskusiji i samom procesu njihova rješavanja. U otvorenom pristupu, značajnu ulogu dobiva nastavnik koji postaje nastavnim menadžerom, a njegov je glavni zadatak poticati učenike na učenje matematike i podržavanje njihovog matematičkoga razvoja. Nastavnikova je uloga u udžbeniku pronaći zadatke koji će kod učenika potaknuti komunikaciju i raspravu o mogućim načinima rješavanja zadataka.

U radu je najprije predstavljeno bogatstvo i širina zadataka otvorenog tipa, koja je vidljiva kroz raznolike klasifikacije ovog tipa zadatka kroz koji su je promatrali različiti autori. Ističući različite aspekte otvorenog tipa zadatka, kao što su otvorenost odgovora ili otvorenost metoda, cilj ili svrha otvorenog zadatka, odnosno glavna aktivnost zadatka, u radu su istaknute četiri podjele zadatka otvorenog tipa. Isto tako, predstavljeno je i kako iz zatvorenog tipa jednostavnim taktikama, poput preoblikovanja pitanja, kreirati zadatak otvorenog tipa te strategije koje nastavnicima mogu pomoći u kreiranju zadataka otvorenog tipa. Istaknute su i brojne prednosti koje uključivanje ove vrste zadatka u nastavu matematike donosi učenicima ali i nastavnicima, među kojima se osobito ističe visoka razina učeničke aktivnosti. Kraj prednosti, utvrdili su se i nedostaci otvorenog tipa zadatka, kao što je problematika zadavanja smislenih zadataka otvorenog tipa, ali i često nuđenje matematički beznačajnih odgovora od strane učenika. S obzirom na pogodnosti koje nude zadatci otvorenog tipa, bilo bi dobro da se oni što češće koriste na satu. U radu su prikazane i etape sata rješavanja problema otvorenog tipa.

U ovom su radu analizirani matematički udžbenici za 4. razred razredne nastave, konkretno C domena, koja se odnosi na oblik i prostor. U ukupno 5 analiziranih udžbenika, pronađeno je samo 20 zadataka otvorenog tipa od ukupno 388 zadataka unutar C domene. Time se dobro može uočiti da je zastupljenost zadataka otvorenog tipa u maloj mjeri u odnosu na zadatke zatvorenog tipa u C domeni. Detektirani su zadatci otvorenog tipa klasificirani trodimenzionalnim instrumentom kojeg čine vrste zadataka otvorenog tipa, kategorija zadataka s obzirom na cilj ili svrhu te kategorija zadataka s obzirom na glavnu aktivnost. Prema dobivenim

rezultatima može se zaključiti da se zadacima otvorenog tipa od učenika najviše očekuje da pronalaze što više odgovora, tj. rješenja ili da dođu do jednog rješenja, ali na više mogućih načina rješavanja. Isto tako, zadacima otvorenog tipa, od učenika se najviše očekuje da daju objašnjenje neke dane matematičke izjave, ili odnosa matematičkih pojmova. Na taj se način vrlo jednostavno može preispitati učenikovo znanje, stupanj razumijevanja, način razmišljanja i logičko zaključivanje. Od učenika se u zadacima otvorenog tipa, u analiziranim udžbenicima, najviše očekuje da na temelju znanja, iskustva, logičkog povezivanja i okoline, dođu do novih, inovativnih i kreativnih rješenja koja se očituju u različitim učeničkim odgovorima, navedenim primjerima, načinima rješavanja, novim idejama i sl.

Klasifikacijom zadataka utvrđeno je da taj mali udio zadataka otvorenog tipa, nije obuhvatio sve zadatke s obzirom na glavnu aktivnost te cilj ili svrhu. To se odnosi na zadatke kojima je glavna aktivnost mjerenje te na nedorečene i zbunjujuće zadatke s nedostatkom i/ili viškom podataka. Tim podacima dolazimo do zaključka da otvoreni pristup u matematičkim udžbenicima za 4. razred, u poglavljima iz geometrije, postoji tek u tragovima. Čini se da uključenost otvorenih zadataka u udžbenicima ovise o afinitetima autora udžbenika, obzirom da od pet analiziranih udžbenika jedan udžbenik ima samo jedan zadatak otvorenog tipa u domeni C, dok tri udžbenika imaju 5 ili 6 zadataka u navedenoj domeni. Obzirom na mali udio zadataka otvorenog tipa u udžbenicima, uključenost zadataka otvorenog tipa u nastavu matematike ovisit će o znanju i kreativnosti nastavnika.

Nadam se da će ovaj rad poslužiti učiteljima za upoznavanje zadataka otvorenog tipa i otkrivanje nastavnog bogatstva koje oni nude. Isto tako, nadam se da će smjernice koje sadrži rad biti od koristi učiteljima prilikom kreiranja zadataka otvorenog tipa te da će zadatci ponuđeni u 5. poglavlju biti mali, ali vrijedan doprinos.

Iako moderna nastava matematike posjeduje brojne prednosti, u našim školama tradicionalna nastava još uvijek ima vodeće mjesto. Nadam se da će s vremenom doći do preokreta. Naravno, on se neće i ne može dogoditi u 'tren oka'. Kada bi nastavnik, s vremena na vrijeme, ponudio učenicima zadatak otvorenog tipa, to bio jedan mali korak, no i svaki mali korak, korak je ka cilju.

8. LITERATURA

- AAMT(n.d.) *Closed or open tasks*. Preuzeto s <https://topdrawer.aamt.edu.au/Fractions/Assessment/Designing-assessment-tasks/Closed-or-open-tasks> (25.04.2021.)
- Babić, V. (2016). *Zadaci otvorenog tipa u nastavi matematike*. Diplomski rad. Repository of Department of Mathematics Osijek. Preuzeto s <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:814682> (10.05.2021.)
- Benković, M. (2015). *Zadaci otvorenog tipa u nastavi matematike [PowerPoint prezentacija]*. Preuzeto s <https://prezi.com/ayserrtakor-/zadaci-otvorenog-tipa-u-nastavi-matematike/> (25.04.2021.)
- Cvetković Lay, J. i Pečjak, V. (2004). *Možeš i drukčije: priručnik s vježbama za poticanje kreativnog mišljenja*. Zagreb: Alinea.
- Čižmešija, A. (2006). *Zadatci otvorenog tipa: nova kultura zadataka u nastavi matematike [PowerPoint prezentacija]*. Preuzeto s <https://www.slideserve.com/willis/zadaci-otvorenog-tipa-nova-kultura-zadataka-u-nastavi-matematike> (20.04.2021.)
- Dakić, B. (2011). Otvoreni pristup u nastavi matematike. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2 (58), 101-107. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/1029/58-02.pdf> (25.04.2021.)
- Glasnović Gracin, D.(2019) *Matematički zadatak*. Metodika matematike 1[PowerPoint prezentacija]. Učiteljski fakultet u Zagrebu, Zagreb
- Gusić, M., Tot, D. (2018) *Kurikul alternativnog IB koncepta: prilog razvoju kurikula suvremene škole*. U: Prskalo, I., Braičić, Z., Badrić, M. *Zbornik radova: Međunarodni znanstveno-stručni simpozij 17. Dani Mate Demarina*. Petrinja: Učiteljski fakultet, Sveučilište u Zagrebu. Str. 205-215.
- Hsu, W. (2013) *Examining the Types of Mathematical Tasks Used to Explore the Mathematics Instruction by Elementary School Teachers*, 4 (6), 396-404. Preuzeto s https://www.scirp.org/pdf/ce_2013060414330801.pdf (11.05.2021.)
- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.
- Koritnik, Lj. i Koritnik, M. (2019). Zadatci otvorenog tipa. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 3 (102), 56-60.
- Kurnik, Z. (2004). *Zadatci s više načina rješavanja*. Zagreb : Hrvatsko matematičko društvo.
- Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2 (7), 51-58. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/545/07-02.pdf> (20.04.2021.)

- Leikin, R. i Lev, M. (2007). *Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity*. University of Haifa. Preuzeto s <https://www.emis.de/proceedings/PME31/3/161.pdf> (13.05.2021.)
- Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Milos, C. (2014). *Open-Ended Tasks and Questions in Mathematics*. <https://cristinamilos.education/2014/09/13/open-ended-tasks-and-questions-in-mathematics/> Preuzeto (25.04.2021.)
- MZO (2019). *Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*. In: Narodne novine 7/19 (10.03.2021.)
- Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta. Preuzeto s http://www.azoo.hr/images/AZOO/Ravnatelj/RM/Nastavni_plan_i_program_za_osnovnu_skolu_-_MZOS_2006.pdf (10.03.2021.)
- ModelTeaching (2018). *Opening Minds with Open Ended Math Problems in the Primary Classroom*. <https://www.modelteaching.com/education-articles/math-instruction/open-ended-math-problems-in-the-primary-classroom> Preuzeto (25.04.2021.)
- Polya, G. (1966). *Kako ću riješiti matematički zadatak*. Zagreb: Školska knjiga.
- Savić, D (2019). *Uloga zadataka otvorenoga tipa u razvoju aktivnosti i kreativnoga mišljenja učenika*. Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje 22 (1), 287-305. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/238098> (13.05.2021.)
- Schneider, E. (2019, studeni). *Thinking about – Making Sense. Reflecting in mathematics lessons – why, about what, how*. Prezentacija na International Scientific and Art Conference Contemporary Themes in Education, Zagreb.
- Stevanović, M. (1999). *Kreatologija*. Varaždinske Toplice: Tonimir.
- Sullivan, P. A. (2003). The potential of open-ended mathematics tasks for overcoming barriers to learning. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, & J. Mousley (Eds.), *Mathematics education research : innovation, networking, opportunity : proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. II, pp. 813 - 816). Deakin University.
- Yeo, J. B. W. (2007). *Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment*. National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore, 1-28. Preuzeto s <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.517.5875&rep=rep1&type=pdf> (19.6.2021.)
- Zhu, Y. i Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 609-626.

Izjava o samostalnoj izradi rada

Ja, Helena Hrman, izjavljujem da sam ovaj rad, *Zadatci otvorenog tipa u razrednoj nastavi matematike*, izradila samostalno uz potrebne konzultacije, savjete i uporabu navedene literature.

Potpis: _____