

Skup prirodnih brojeva do 10 000: načela zornosti i vlastite aktivnosti

Filjar, Anja

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:147:517024>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-13**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Anja Filjar

SKUP PRIRODNIH BROJEVA DO 10 000:
NAČELA ZORNOSTI I VLASTITE AKTIVNOSTI

Diplomski rad

Zagreb, srpanj 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Anja Filjar

SKUP PRIRODNIH BROJEVA DO 10 000:
NAČELA ZORNOSTI I VLASTITE AKTIVNOSTI

Diplomski rad

Mentor rada:

izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, srpanj 2021.

SADRŽAJ

Sažetak.....	
Summary	
1. Uvod	1
2. Nastava matematike.....	3
2.1. Piagetova teorija kognitivnog razvoja	3
2.2. Načela u nastavi matematike	5
2.2.1. Načelo zornosti.....	6
2.2.2. Načelo vlastite aktivnosti	7
2.3. I-G-S-Z model	9
2.4. Kurikulum nastavnog predmeta Matematika	11
3. Skup prirodnih brojeva do 10 000.....	15
3.1. Prirodni brojevi	15
3.2. Skupovi brojeva	16
3.3. Formiranje pojma prirodnih brojeva do 10 000	18
3.3.1. Usmeno i pisano zbrajanje i oduzimanje.....	20
3.3.2. Usmeno i pisano množenje i dijeljenje	25
4. Konkretni didaktički materijali i aktivnosti.....	30
4.1. Cuisenaire štapići	31
4.2. Stern blokovi	34
4.3. Unifix kocke	36
4.4. Montessori materijali	39
4.4.1. Zlatne perle.....	39
4.4.2. Zlatne perle i kartice s brojevima	41
4.4.3. Zlatne perle i aritmetičke operacije	43
4.4.4. Pločice u boji	45
4.4.5. Mali abak.....	47
4.4.6. Igra točkanja	50
4.4.7. Šahovska ploča	51
4.5. Brojevi do 10 000 u konkretnim situacijama	54
5. Istraživanje o korištenju konkretnih didaktičkih materijala u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva	57
5.1. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja.....	57
5.2. Metodologija.....	57
5.2.1. Instrument istraživanja	57

5.2.2.	Ispitanici	58
5.2.3.	Postupak	58
5.2.4.	Analiza podataka	59
5.3.	<i>Rezultati i rasprava</i>	59
5.4.	<i>Zaključci istraživanja</i>	63
6.	Zaključak	65
	Literatura	67
	Prilozi	69

Sažetak

U razrednoj nastavi matematike koriste se različiti didaktički materijali koji pomažu učenicima vizualizirati apstraktne matematičke pojmove. Kako bi se učenicima u trećem razredu osnovne škole približili apstraktni matematički sadržaji s većim brojevima, preporučljivo je koristiti didaktičke materijale kojima se zadovoljavaju dva načela: načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti. Kod načela vlastite aktivnosti učenici manipuliraju konkretnim didaktičkim materijalom kako bi vizualizirali matematičke sadržaje, a pritom ih i zorno prikazuju pa se ističe i načelo zornosti. U ovom radu opisani su načini na koje učenici usvajaju osnovne aritmetičke pojmove te su navedeni i opisani konkretni didaktički materijali i aktivnosti koji se mogu koristiti u trećem razredu u nastavi matematike. Opisani su sljedeći didaktički materijali: Cuisenaire štapići, Stern blokovi, Unifix kocke i različiti Montessori materijali.

Kako bi se saznalo u kojoj mjeri učitelji razredne nastave u 3. razredu u nastavi matematike koriste konkretne didaktičke materijale za prikaz brojeva provedeno je anketno istraživanje. U istraživanju su sudjelovala 74 učitelja razredne nastave. Rezultati pokazuju da su konkretni didaktički materijali potrebni učenicima 3. razreda u nastavi matematike te su navedeni didaktički materijali koje učitelji razredne nastave koriste u svom radu s učenicima.

Ključne riječi: skup prirodnih brojeva do 10 000, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, didaktički materijali, razredna nastava matematike

Summary

Different didactic materials are used in teaching elementary mathematics to help students visualize abstract mathematical concepts. In order to bring abstract mathematical contents with larger numbers closer to the students in the third grade of primary school, it is recommended to use didactic materials that satisfy two principles: the principle of visualization and the principle of self-activity. With the principle of self-activity, students manipulate concrete didactic material in order to visualize mathematical contents, and at the same time visualize them, so the principle of visualization is emphasized. This paper describes the ways in which students adopt basic arithmetic concepts and lists and describes specific didactic materials and activities that can be used in the third grade in teaching mathematics. The following didactic materials are described: Cuisenaire sticks, Stern blocks, Unifix cubes and various Montessori materials.

A research has been conducted in order to find out to what extent classroom teachers in the 3rd grade use specific didactic materials in teaching mathematics. 74 primary school teachers participated in the research. The results show that specific didactic materials are necessary for teaching mathematics to 3rd grade students and the didactic materials that primary school teachers use in their work with students are listed in the thesis.

Keywords: the set of natural numbers up to 10,000, principle of visualization, principle of self-activity, didactic materials, elementary mathematics education

1. Uvod

Prema Piagetovoj teoriji kognitivnog razvoja učenici se, prilikom polaska u osnovnu školu, nalaze u fazi konkretnih operacija. Promatrajući svoju okolinu razvijaju logičko mišljenje koristeći konkretne materijale kako bi usvojili apstraktne nastavne sadržaje. Dva se načela u nastavi matematike posebno ističu prilikom korištenja konkretnih didaktičkih materijala, a to su načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti. Oba načela zadovoljenja su u I-G-S-Z modelu koji se koristi u nastavi matematike. Načelo zornosti važno je zbog manipulativne svrhe didaktičkih materijala pomoću kojih se objašnjavaju apstraktni matematički sadržaji, dok se načelo vlastite aktivnosti odnosi na aktivnost učenika koji pomoću svojih osjetila, a tu se ističu vid i dodir, koristi didaktičke materijale kako bi konkretizirao matematičke ideje. Skup prirodnih brojeva do 10 000 u nastavi matematike odnosi se na nastavne sadržaje koje učenici usvajaju u trećem razredu osnovne škole. Matematički sadržaji koji se odnose na skup prirodnih brojeva do 10 000 propisani su Kurikulumom nastavnog predmeta matematika za osnovne škole i gimnazije.

Pomažući učenicima u učenju, uvidjela sam kako učenici u predmetnoj nastavi isto kao i učenici u razrednoj nastavi, a posebno u trećem razredu nailaze na problem shvaćanja višeznamenastih brojeva. Prilikom računanja najčešće dolazi do pogrešnog zapisivanja brojeva pa se tako pogrešno zapisuje mjesna vrijednost znamenaka u broju. Učitelji učenike u 3. razredu smatraju starijima pa se stoga učitelji udaljavaju od konkretnog prilikom prikazivanja velikih brojeva. Međutim, postavlja se pitanje nije li zapravo prerano da se prekine veza s konkretnim prikazom jer se ipak učenici još uvijek nalaze u fazi konkretnih operacija prema Piagetovoj teoriji kognitivnog razvoja. Kako se aritmetičke operacije pisanog zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja upravo usvajaju u trećem razredu, važno je učenicima i u tom razdoblju pružiti konkretnu zornu podlogu kako bi mogli shvatiti količinu brojeva većih od 100.

U ovom diplomskom radu opisani su konkretni didaktički materijali koji pružaju zornu podlogu i aktivnost učenika prilikom usvajanja aritmetičkih sadržaja nastave matematike u trećem razredu.

U drugom poglavlju ovog rada započinje se s Piagetovom teorijom kognitivnog razvoja te se osvrće na razdoblje konkretnih operacija u kojem se nalaze učenici u razrednoj nastavi. Slijedi pregled načela u nastavi matematike, a posebna pozornost pridaje se načelu zornosti i

načelu vlastite aktivnosti. Načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti nadovezuju se na I-G-S-Z model koji ima poseban značaj u nastavi matematike. Nakon toga se govori o Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika gdje se iznose odgojno-obrazovni ishodi važni za područje aritmetike u 3. razredu.

Treće poglavlje odnosi se na Skup prirodnih brojeva do 10 000 u kojem su najprije objašnjeni temeljni matematički pojmovi, prirodni brojevi i skupovi brojeva, a nakon toga se prelazi na računske operacije usmenog i pisanog zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja u skupu prirodnih brojeva do 10 000.

U četvrtom poglavlju predstavljani su konkretni didaktički materijali i aktivnosti koji detaljnije objašnjavaju ulogu načela zornosti i vlastite aktivnosti. Materijali koji su objašnjeni u radu su: Cuisenaire štapići, Stern blokovi, Unifix kocke te različiti Montessori materijali – Zlatne perle, Zlatne perle i kartice s brojevima, Zlatne perle i aritmetičke operacije, Pločice u boji, Mali abak, Igra točkanja i Šahovska ploča. Kako bi učenici vidjeli korištenje brojeva do 10 000 u svakodnevnom životu, navedene su različite konkretne situacije u kojima se koriste brojevi do 10 000.

Peto poglavlje donosi istraživanje o korištenju konkretnih didaktičkih materijala u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva. U istraživanju su postavljena dva istraživačka pitanja. Prvo istraživačko pitanje odnosilo se na konkretne didaktičke materijale koje učitelji razredne nastave koriste u svom radu s učenicima trećeg razreda, a drugo istraživačko pitanje odnosilo se na učitelje i njihovu upotrebu konkretnih didaktičkih materijala u 3. razredu.

2. Nastava matematike

U razrednoj nastavi stječu se osnovna znanja koja su važna za svakodnevne životne situacije i ta znanja stvaraju temelj za kasnije učenje, između ostaloga, i sadržaja matematike. „Nastava matematike je nastavni predmet u kojem se odgoj i obrazovanje ostvaruju matematičkim sadržajima“ (Markovac, 2001, str. 18). U osnovnoj školi nastava matematike ostvaruje se kroz 140 sati godišnje za svaki pojedini razred (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Matematički sadržaji koji se uče u određenom razredu ovise o dobi učenika te njihovom intelektualnom razvoju. „Osobno je iskustvo pri svakom učenju, pa tako i matematike, najproduktivnije za stjecanje i navika, i vještina, ali i kreativnog mišljenja“ (Dakić, 1993, str. 9). Jedno od temeljnih obilježja matematike je njezina apstraktnost pa tako i s uzrastom učenika sadržaji učenja matematike postaju apstraktniji.

2.1. *Piagetova teorija kognitivnog razvoja*

Kako bi se usvojili matematički pojmovi, važno je poštovati, između ostaloga, kognitivnu razvijenost učenika. Kognitivnim razvojem kod djece bavio se švicarski psiholog Jean Piaget. Središte istraživanja tijekom cijelog njegovog života u psihologiji djece i mladih bilo je shvatiti putove, odnosno instrumentalne strukture na kojima se temelje kognitivna postignuća na različitim razvojnim stupnjevima djeteta, a koja se odvijaju prema određenim zakonitostima (Buggle, 2002). „Psihologija djeteta ne može se svesti samo na čimbenike biološkog sazrijevanja, jer čimbenici koje treba promatrati otkrivaju vježbanje ili stečeno iskustvo, kao i društveni život općenito“ (Piaget i Inhelder, 1990, str. 6). Uslijed mnogobrojnih razgovora s djecom o raznim pojmovima razvija se Piagetova teorija kognitivnog razvoja koja se sastoji od četiri razdoblja (Buggle, 2002). Razdoblja slijede jedno za drugim na sljedeći način: 1. razdoblje senzomotoričke inteligencije (0.-2. godine), 2. razdoblje predoperacionalnog mišljenja (2.-7. godine), 3. razdoblje konkretnih operacija (7.-11. godine) i 4. razdoblje formalnih operacija (nakon 11. godine) (Buggle, 2002).

Kod razdoblja senzomotoričke inteligencije znanje o svijetu temelji se na fizičkoj interakciji s okolinom. U ovom razdoblju djeteta vježba reflekse, razvija sheme, upoznaje se s postupcima otkrivanja, namjernim ponašanjem javlja se novost i istraživanje te mentalno predočavanje. Razdoblje predoperacionalnog mišljenja obilježava korištenje simbola za kognitivnu reprezentaciju svijeta kroz shvaćanje stalnosti predmeta, korištenjem riječi koje mu nisu u vidokrugu, neizravnim oponašanjem te simboličkom igrom. Razdoblje konkretnih operacija obilježava primjena logike u fizičkim, stvarnim ili izmišljenim situacijama (Liebeck,

1995). Razdoblje formalnih operacija karakterizira sposobnost dokazivanja apstraktnih postavki i zaključivanje isključivo na temelju logike. Piagetova teorija se opisuje kao konstruktivistički pristup kognitivnom razvoju zato što je Piaget smatrao da djeca otkrivaju sve znanje o svijetu vlastitom aktivnošću (Berk, 2015). Piagetovi stupnjevi kognitivnog razvoja mogu varirati jer se svako dijete ne mora nalaziti u određenom razdoblju s obzirom na svoju starosnu dob. Samo trajanje određenog razdoblja ovisi o više činitelja kao što su socijalni uvjeti, inteligencija, iskustvo s različitim predmetima spoznaje i drugi. Smatra se da je slijed razvojnih stupnjeva nepromjenjiv.

Što se tiče školskog uzrasta djece, u razrednoj nastavi je najvažnije razdoblje konkretnih operacija jer djeca upravo u tom razdoblju kreću u osnovnu školu. Berk (2015) ističe kako je upravo Piaget bio jedan od prvih teoretičara koji su isticali važnost spremnosti za učenje. U razdoblju konkretnih operacija nastavlja se razvoj sposobnosti logičkog mišljenja, stoga je učenik sposoban logički misliti, ali perceptivnim podacima mora potkrijepiti to mišljenje. „Operacija, operiranje, kao unutarnja manje ili više apstraktno-formalizirana i generalizirana djelatnost kontinuirano se razvija iz promatrane konkretne radnje u vanjskom prostoru“ (Bugge, 2002, str. 85). Kako učenik najprije koristi konkretne materijale, uz njihovu pomoć, postupno dolazi do apstraktnih pojmova. Matematički pojmovi su apstraktni, stoga u ovom periodu učenici mogu shvatiti i trebaju vježbati (Markovac, 2001):

- nizanje ili serijaciju (sortiranje objekata po različitim kriterijima, npr. poredati štapiće po veličini),
- reverzibilnost (objekti se mogu mijenjati, ali i vratiti u prvobitan položaj, npr. $3+4=7$, $4=7-3$),
- decentralizaciju (više aspekata problema se uzima u obzir kako bi se riješio problem, npr. čaša je viša, ali uža od posude koja je niža i šira; imaju isti obujam),
- stalnost (duljina i količina ne ovise o rasporedu elemenata u skupu, npr. Ako imamo dva reda po 5 kovanica i u prvom redu zadnju kovanicu pomaknemo tako da taj red izgleda dulje od drugog reda, učenik bi trebao vidjeti da je količina kovanica bez obzira na njihovo pomicanje ostala nepromjenjiva.),
- klasificiranje (sposobnost identificiranja i definiranja objekta prema nekom svojstvu, npr. 5 kuglica crvene boje, 3 trokuta crvene boje, 2 kruga crvene boje),
- tranzitivnost (sposobnost prepoznavanja odnosa između 3 elementa, npr. ako je A manji od B, a B manji od C, tada je A manji od C),

– eliminaciju egocentrizma (sposobnost viđenja stvari iz tuđe perspektive, npr. Učenik iz svoje perspektive vidi trokut, ali zna da je to s druge perspektive piramida.).

Navedene vježbe važne su za kognitivni razvoj učenika jer tek kada učenici svladaju spomenute vježbe mogu prijeći na složenije primjere zadataka.

2.2. *Načela u nastavi matematike*

Metodička načela su temeljne ideje na kojima se zasniva nastava matematike. Osnovni cilj koji se želi postići primjenom matematičkih načela jest nastavu matematike učiniti efikasnijom. Načela se u nastavi matematike međusobno povezuju i nadopunjuju. Različiti autori navode različita načela u nastavi matematike, tako Markovac (2001) navodi šest načela: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, načelo individualizacije, načelo postupnosti te načelo objektivne realnosti. Pavleković (2001) razlikuje šest načela koja su gotovo jednaka prethodno navedenim načelima, ali je razlika u tome da je svako načelo povezano s još jednim pojmom pa su stoga načela sljedeća, a odnose se na osnovnu i srednju školu: načelo zornosti i apstraktnosti, načelo aktivnosti i razvoja, načelo sistematičnosti i postupnosti, načelo primjerenosti i napora, načelo individualizacije i socijalizacije te načelo racionalizacije i ekonomičnosti. Kurnik (2009) navodi deset načela, koja se djelomično poklapaju s prethodno navedenim načelima, a to su: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti, načelo sistematičnosti i postupnosti, načelo trajnosti znanja, vještina i navika, načelo odgojnosti nastave, načelo motivacije, načelo individualizacije, načelo problemnosti te načelo znanstvenosti. Kako svi navedeni autori u nekom obliku navode jednaka načela, u ovom radu koristit će se, za temu rada, sljedeća načela: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, načelo individualizacije, načelo postupnosti (za načela koja koriste svi spomenuti autori), a ostala načela zadržat će svoj naziv.

Načelo primjerenosti podrazumijeva postavljanje zahtjeva koji se uz određeni napor mogu ispuniti. Načelo zornosti odnosi se na sva osjetilna iskustva koja su nastala kako bi se usvojile činjenice i formirale pravilne predodžbe matematičkih koncepata. Načelo vlastite aktivnosti upućuje na učenika jer se njegovom svjesnom aktivnošću i interesom stječu znanja i sposobnosti. Načelo individualizacije uvjetuje zadovoljavanje specifičnih interesa i potreba svakog pojedinog učenika kroz organizaciju i izvođenje odgojno-obrazovnog procesa. Kod

načela postupnosti poštuju se pravila od lakšeg ka težem, od jednostavnog ka složenom, od bližeg k nepoznatom te od konkretnog k apstraktnom (Pavleković, 2001). Načelo objektivne realnosti odnosi se na izvođenje osnovnih matematičkih pojmova iz kvantitativnih odnosa objektivne realnosti, odnosno realnih situacija (Markovac, 2001). Načelo racionalizacije i ekonomičnosti odnosi se na učitelja koji postiže najveći mogući učinak u što kraćem vremenu, sa što manje sredstava i snage, ali u okvirima propisanim kurikulumom (Pavleković, 2001). Načelo trajnosti znanja, vještina i navika podrazumijeva primjenu metoda, postupaka, materijala i oblika nastave tako da stečeno znanje bude što trajnije. Načelo odgojnosti nastave znači odgajati i razviti ljudskost u učeniku. Načelo motivacije usko je povezano s načelom interesa. Kod učenika se može razvijati kreativnim i motivacijskim zadacima, pitanjima i primjerima. Načelo problemnosti manifestira se postavljanjem nekog problema učenicima koji trebaju pokušati riješiti (Kurnik, 2009). Načelo znanstvenosti podrazumijeva da „nastavnik matematike treba učenike upoznati s onim činjenicama i u njihovom mišljenju formirati one matematičke pojmove koji su danas znanstveno potvrđeni“ (Kurnik, 2002, str. 102). Načela u nastavi matematike su izrazito važna jer njihovim korištenjem rješavamo problem razvoja stvaralačkog mišljenja i stvaralačkih sposobnosti učenika.

Kada se govori o konkretnim didaktičkim materijalima tada se posebno ističu dva načela, a to su načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti. Načelo zornosti u tom kontekstu važno je zato što se didaktički materijali koriste u manipulativne svrhe kako bi se pomoću njih objasnili apstraktni matematički sadržaji. Načelo vlastite aktivnosti u ovom kontekstu odnosi se prije svega na aktivnost učenika koji koristi konkretne didaktičke materijale kako bi pomoću svojih osjetila, posebice vida i dodira, konkretizirao matematičke ideje. U nastavku će detaljnije biti objašnjena načela zornosti i vlastite aktivnosti.

2.2.1. Načelo zornosti

Početno učenje matematike veže se uz prirodnu okolinu djeteta. Kako bismo upotrijebili prirodnu okolinu djeteta prilikom učenja koristimo načelo zornosti. Češki pedagog Jan Komensky, naziva ga zlatnim pravilom didaktike (Dakić, 1993). Pod pojmom zornosti u nastavi matematike podrazumijevaju se sve one radnje kojima se apstraktni matematički sadržaji pretvaraju u perceptivni način kako bi bili dostupni osjetilnom spoznavanju. Zornost je „povezana s razvojem apstraktnog mišljenja učenika i pomaže razvijanju sposobnosti promatranja, mišljenja i govora“ (Kadum-Bošnjak i Soldo, 2013, str. 48). Dva faktora koja ukazuju na potrebu zornosti su priroda matematičkih sadržaja te razina intelektualnog razvoja

učenika. Markovac (2001) navodi kako sadržaji početne nastave matematike prirodno upućuju na zornost, konkretizaciju i preoblikovanje u različite pojavne oblike. Zbog intelektualnog razvoja učenika, spoznavanje racionalnih sadržaja početne nastave matematike, mora se realizirati odgovarajućim aktivnostima sa skupovima konkretnih predmeta koji su ujedno faktor zornosti. Dakić (1993) naglašava kako je zornost svakome bliska i svatko ju priželjkuje. Treba napomenuti kako se zornost ne ostvaruje na isti način u svim predmetima razredne nastave. U početnoj nastavi matematike sadržaji učenja su matematički objekti kao što su broj, operacije s brojevima, relacije, a sadržaj zornosti su različiti konkretni predmeti koji se koriste u aktivnostima te se pomoću njih apstrahiraju i generaliziraju bitne oznake pojmova koji se formiraju. Pavleković (2001) ističe da je zornost potrebna onoliko koliko je učenicima potrebno da u svojoj svijesti prikupe dovoljan broj činjenica kao materijalnu osnovu na temelju koje će prijeći na apstrakcije. Konkretni predmeti su samo sredstva koja omogućavaju usvajanje apstraktnih sadržaja. Važno je napomenuti kako se učeničke spoznaje ne smije ostaviti na razini zornosti, već ih se mora usmjeriti prema apstraktnosti kako bi usvojili pojmove i razvijali svoje intelektualne sposobnosti.

2.2.2. Načelo vlastite aktivnosti

Vlastita aktivnost odnosi se na učenika te je zbog toga uvjet učenja bez kojeg se ne mogu usvojiti sadržaji nastave matematike. Postoje dvije učenikove aktivnosti, individualna i kolektivna aktivnost (Markovac, 2001). Individualna aktivnost učenika podrazumijeva samostalnu, odnosno vlastitu djelatnost učenika koja je usmjerena na stjecanje matematičkog znanja korištenjem različitih izvora znanja – udžbenik, nastavna sredstva, neposredna stvarnost. S druge strane, kolektivna aktivnost odnosi se na zajedničku aktivnost učenika i učitelja. Organizaciju i rukovođenje kolektivne učeničke aktivnosti provodi učitelj, a ona se ostvaruje izlaganjem novog nastavnog sadržaja, analizom različitih zadataka, vježbanjem i ponavljanjem, provjeravanjem znanja i slično. Iako su i individualna i kolektivna aktivnost učenika značajne, prednost i presudno značenje u matematičkom odgoju i obrazovanju ima individualna učenikova aktivnost (Markovac, 2001).

Jedan od oblika vlastite aktivnosti je i aktivno učenje. Aktivno učenje odnosi se na aktivnosti u kojima su učenici samostalniji, sami nadziru organizaciju, tijek i smjer aktivnosti. Takve aktivnosti odnose se na rješavanje problema i istraživački rad, ali se isto tako mogu individualizirati ili proširiti u suradnju. „Zadaća je svakog učitelja da u cjelokupnu nastavu, a posebno u nastavu matematike, uključi aktivno učenje jer se kroz taj proces učenike potiče da

koriste, primjenjuju i proširuju vlastita znanja i sposobnosti“ (Mišurac Zorica i Plazibat, 2006, str. 354). Aktivnosti aktivnog učenja osim što su intelektualno poticajne, ujedno su i djelotvorne u održavanju učeničke motivacije i zanimanja za neku aktivnost.

Uvjetovanost načela aktivnosti je višestruka s biološkog, psihološkog, kognitivnog i pedagoškog stajališta (Markovac, 2001). Biološka uvjetovanost vidljiva je u tome što životom djeteta dominira aktivnost, koja nadalje kao vlastita aktivnost utječe na okolinu, na samo dijete i tako mijenja kvalitete osobnosti djeteta. Psihološka uvjetovanost uključuje spoznavanje vlastite aktivnosti djeteta kako bi se utjecalo na njegov razvoj. Zbog toga se psihičke sposobnosti moraju aktivirati kako bi se razvile. To podrazumijeva da se mišljenje razvija misaonim aktivnostima, pamćenje aktivnostima vježbanja i ponavljanja, a pažnja aktivnostima usmjerene i distributivne pažnje (Markovac, 2001). Bez vlastite aktivnosti ne mogu se ostvariti niti obrazovni niti funkcionalni zadaci početne nastave matematike. Markovac (2001) ističe da se kognitivna uvjetovanost odnosi na činjenicu da je vlastita aktivnost konkretnim objektima, nadopunjena postupcima transformiranja u misaone radnje s pojmovnim objektima, odnosno brojevima kao glavnim izvorom matematičkog znanja školskih početnika. Pedagoška uvjetovanost podrazumijeva da će znanje biti trajnije, bolje će se shvaćati i lakše primjenjivati ako je stečeno vlastitom aktivnošću.

Različite vrste učeničkih aktivnosti koriste se u nastavi matematike. Razlikujemo intelektualne, verbalne, manualne i grafičke učeničke aktivnosti (Markovac, 2001). Intelektualne aktivnosti su najvrjednije aktivnosti u početnoj nastavi matematike zato što čine glavno sredstvo usvajanja matematičkih sadržaja, a ostvaruju se mišljenjem, pamćenjem, pažnjom, zaključivanjem, analizom i sintezom. Verbalne aktivnosti utječu na razvoj misaonih sposobnosti učenika jer se razvojem govornih sposobnosti učenika razvijaju i njegove misaone sposobnosti. Najčešće se koriste didaktički materijali pomoću kojih se opisuju apstraktne matematičke radnje. Pomoću manualnih aktivnosti učenici manipuliraju konkretnim predmetima kao što su didaktički materijali, plodovi ili bilo koji drugi predmeti kojima je svrha konkretizacija pojmovnih matematičkih sadržaja koji se usvajaju. Sredstvo nikako ne smije postati svrhom učenja - svrha učenja su matematički pojmovi, a sredstvo učenja su didaktički materijali. Nadalje, kako bi se konkretizirao, odnosno vizualizirao matematički sadržaj koriste se grafičke aktivnosti. Grafičke aktivnosti obuhvaćaju crtanje skupova, prikazivanje pojedinih operacija sa skupovima, crtanje grafikona, dijagrama, geometrijskih crteža i drugo.

2.3. I-G-S-Z model

Kao što je već ranije rečeno, matematika se bavi apstraktnim pojmovima. Liebeck (1995) kaže da postoji hijerarhija apstrakcija u matematici. To znači da se ne može razumjeti niti jedan matematički pojam ako se ne razumiju njemu podređeni pojmovi. Zbog same apstrakcije matematičkih sadržaja, učitelj je taj koji ne smije dozvoliti da se izgubi veza sa stvarnim svijetom prilikom učenja matematike, posebice u primarnom obrazovanju. Upravo zato se preporučuje da učenici nakon što izračunaju zadatak npr. $2 + 3 = 5$, osmisle priču vezanu za taj zadatak, npr. Marko ima dva automobila, a Luka ima tri automobila. Zajedno imaju 5 automobila.

Apstraktno mišljenje razvija se od najranijeg djetinjstva. Kako bi učenik nešto naučio potrebno ga je poticati. Veliku ulogu u učenju matematike ima emocionalni poticaj koji se ostvaruje korištenjem stvarnih predmeta i proučavanjem stvarnih problema koji zanimaju učenika. Učenikovo matematičko iskustvo razvija se slijedom apstrahiranja koje se dijeli na sljedeći način:

I – *iskustvo* fizičkih predmeta

G – *govorni jezik* koji opisuje to iskustvo

S – *slike* koje prikazuju to iskustvo

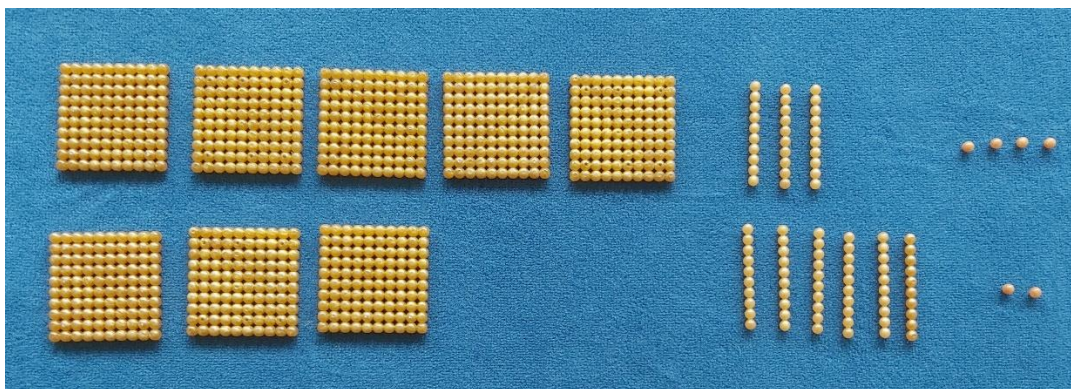
Z – *pismeni znakovi* koji generaliziraju to iskustvo (Liebeck, 1995).

Ovako bi izgledao navedeni slijed kod učenika koji usvaja pojam *Pisanog zbrajanja brojeva do 1 000*:

U ovom primjeru koristit će se Montessori materijal, odnosno zlatne perle. Pojedinačne perle predstavljaju jedinice, štapići su desetice, a kvadrati su stotice. Najprije se zadaje zadatak na kojem će se usvojiti novi sadržaj, u ovom slučaju pisano zbrajanje brojeva do 1 000.

U jednoj košnici je 534 pčela, a u drugoj su 362 pčele. Koliko je pčela u tim dvjema košnicama?

I – Učenik vidi, osjeća i drži zadanu količinu zlatnih perli. Postavlja 5 kvadrata (koji predstavljaju stotice) i 3 štapića od zlatnih perli (koji predstavljaju desetice) te 4 pojedinačne perle u jedan red. U sljedeći red ispod kvadrata dodaje još 3 kvadrata, ispod štapića dodaje još 6 štapića, a ispod pojedinačnih perli dodaje još 2 perle (slika 1.).

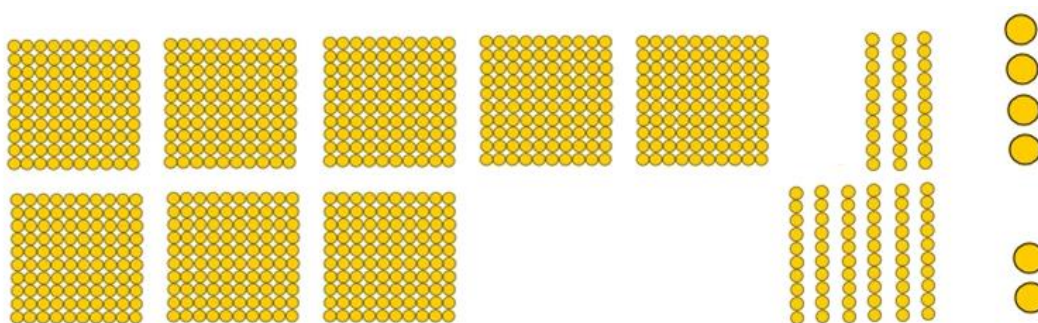


Slika 1. Didaktički materijal - zlatne perle

G – Uzimam 5 kvadrata koji predstavljaju 5 stotica, 3 štapića koji predstavljaju 3 desetice i 4 perle koje predstavljaju 4 jedinice. Stavljam ih na klupu tako da prvo dolaze kvadrati, zatim štapići i na kraju perle. Uzimam 3 kvadrata koji predstavljaju 3 stotice, 6 štapića koji predstavljaju 6 desetica i 2 perle koje predstavljaju 2 jedinice. Stavljam 3 kvadrata ispod kvadrata prvog broja, 6 štapića ispod štapića prvog broja i 2 perle ispod perli prvog broja.

4 jedinice i 2 jedinice je 6 jedinica, 3 desetice i 6 desetica je 9 desetica, 5 stotica i 3 stotice je 8 stotica.

S – Prikazuje ili promatra sliku navedene aktivnosti (slika 2.).



Slika 2. Slika aktivnosti – zlatne perle

Z – Učenik prikazuje račun u tablici mjesnih vrijednosti, a nakon toga zapisuje račun bez tablice mjesnih vrijednosti (slika 3.).

	S	D	J	
	5	3	4	
+	3	6	2	
	8	9	6	

$$\begin{array}{r} 534 \\ + 362 \\ \hline 896 \end{array}$$

Slika 3. Tablica mjesnih vrijednosti i zapis pisanog zbrajanja

Kada se uči pisano zbrajanje (npr. $24 + 28$), prikladno je najprije osigurati didaktički materijal koji ujedno može služiti i kao slika (S) brojeva koji se prikazuju tim znakovima. Zato Liebeck (1995) naglašava da usredotočenost na faze „S i Z“ nekog problema mogu odvratiti pažnju učenika s početnih faza „I i G“. Stoga učenike prilikom rješavanja zadataka, moramo poticati da se najprije usredotoče na iskustvo (I) i govor (G), dok bi im slike (S) i znakovi (Z) trebali biti pomoć, a ne novi problem. Preporučuje se vježbanje računanja napamet prije pisanog računanja. „Kada se služimo didaktičkim materijalom za teža zbrajanja, djecu se obično potiče da zamijene deset jedinica za jednu deseticu“ (Liebeck, 1995, str. 138). Djeci kojoj je teško napamet zbrojiti brojeve (npr. $358 + 236$) treba omogućiti služenje didaktičkim materijalom.

I-G-S-Z model u matematičkim udžbenicima ne može početi s iskustvom i govornim jezikom, već pretežito sadrži posljednja dva elementa – slike i znakove. „Dobro bi bilo da slike prate znakove sve dok djeca ne shvate da znakovi prikazuju mnoge životne situacije“ (Liebeck, 1995, str. 79).

2.4. Kurikulum nastavnog predmeta Matematika

Nastavni predmet Matematika prema kurikulumu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019) sastoji se od pet domena: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost. Područje aritmetike uključuje domene Brojeva (A), Algebre i funkcija (B) te Podataka, statistike i vjerojatnosti (E) dok područje geometrije uključuje domene Oblik i prostor (C) te Mjerenje (D). Kurikulum definira odgojno-obrazovne ishode, razradu odgojno-obrazovnih ishoda, ishod na razini ostvarenosti *dobar*, sadržaj te preporuke za ostvarivanje

svakog odgojno-obrazovnih ishoda. U Kurikulumu se navode i matematički procesi kurikuluma nastavnog predmeta matematika, a važni su zato što se prožimaju kroz sve domene navedenog kurikuluma. Matematički procesi podijeljeni su u pet skupina:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

Skup prirodnih brojeva do 10 000 obuhvaća nastavne sadržaje u 3. razredu osnovne škole, a uključuje domene koje se odnose na aritmetiku, rješavanje jednadžbi i prikaz podataka. U domeni Brojeva postoji šest odgojno-obrazovnih ishoda koji se odnose na učenika, a to su redom:

MAT OŠ A.3.1. Služi se prirodnim brojevima do 10 000 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.

MAT OŠ A.3.2. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 1 000.

MAT OŠ A.3.3. Dijeli prirodne brojeve do 100 s ostatkom.

MAT OŠ A.3.4. Pisano množi i dijeli prirodne brojeve do 1 000 jednoznamenkastim brojem.

MAT OŠ A.3.5. Izvodi više računskih operacija.

MAT OŠ A.3.6. Primjenjuje četiri računske operacije i odnose među brojevima u problemskim situacijama.

U domeni Algebra i funkcije navodi se jedan odgojno-obrazovni ishod koji se direktno povezuje s domenom Brojeva, kao i u domeni Podatci, statistika i vjerojatnost:

MAT OŠ B.3.1. Rješava zadatke s jednim nepoznatim članom koristeći se slovom kao oznakom za broj.

MAT OŠ E.3.1. Služi se različitim prikazima podataka.

Oznake koje se nalaze ispred odgojno-obrazovnog ishoda imaju svoje značenje. Na jednom primjeru objasniti će se njihovo značenje.

MAT OŠ A.3.4.

MAT – nastavni predmet

OŠ – osnovna ili srednja škola

A. – domena u nastavnom predmetu

3. – razred

4. – redni broj odgojno-obrazovnog ishoda u toj domeni i razredu

Za ovaj rad važna su dva ishoda MAT OŠ A 3.1. i MAT OŠ A 3.6., stoga je bitno za navedena dva ishoda istaknuti razradu odgojno-obrazovnog ishoda i preporuku za ostvarivanje odgojno obrazovnog ishoda.

Prvi ishod odnosi se na prirodne brojeve do 10 000, a razrada tog ishoda glasi:

- Broji, čita, zapisuje (brojkom i brojevnim riječi) i uspoređuje brojeve do 10 000.
- Prikazuje i upotrebljava troznamenaste i četveroznamenaste brojeve. Koristi se tablicom mjesnih vrijednosti.
 - Služi se dekadskim sustavom brojeva.
 - Rastavlja broj na zbroj višekratnika dekadskih jedinica.
 - Određuje mjesne vrijednosti pojedinih znamenaka.
 - Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

„Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Treba upućivati na ulogu brojenja (brojenjem doznajemo količinu, broj pridružen skupu odgovara ukupnomu broju elemenata). Postupak uspoređivanja brojeva do 10 000 skratiti određivanjem vrijednosti tisućica (potom stotica, desetica, odnosno jedinica). Pri uspoređivanju brojeva potrebno je ići induktivnim putem tako da različitim primjerima navodimo učenike da sami uoče pravila za uspoređivanje višeznamenastih brojeva. Zbog korelacije s drugim predmetima, skup brojeva proširen je na 10 000, pri čemu je prvo potrebno dobro usvojiti brojeve do 1 000. Tek potom se za potrebe koreliranja s drugim predmetima skup brojeva proširuje do 10 000“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019, str. 34).

Drugi ishod odnosi se na primjenu aritmetičkih operacija, a za razradu tog odgojno-obrazovnog ishoda navedeno je sljedeće:

- Primjenjuje stečene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju svakodnevnih problemskih situacija (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

„Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Između ostaloga, prikazivati i računati polovine, trećine... nekoga broja.“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019, str. 37).

U osmišljavanju nastavnog sata matematike treba se voditi odgojno-obrazovnim ishodima za svaku nastavnu jedinicu. Odgojno-obrazovni ishodi mogu se kombinirati osim jedan s drugim, i s drugim predmetima te međupredmetnim temama.

3. Skup prirodnih brojeva do 10 000

Kako bi se objasnio skup prirodnih brojeva do 10 000 koji se usvaja u trećem razredu osnovne škole, najprije se treba poći od usvajanja temeljnih pojmova u matematici, a to su pojmovi prirodnih brojeva i skupa. Tek nakon njihovog razumijevanja može se prijeći na sam skup prirodnih brojeva do 10 000 koji obuhvaća računske operacije usmenog i pisanog zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja.

3.1. Prirodni brojevi

Jedan od temeljnih pojmova matematike jest *broj*. „Pojam prirodnoga broja javio se s praktičnom potrebom brojenja predmeta“ (Gleizer, 2003, str. 313). Prirodni broj se odnosi na jedan element skupa $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Skup prirodnih brojeva označava se oznakom $\mathbf{N}$ koja dolazi od prvog slova latinske riječi *naturalis*, što znači prirodan. Prirodni brojevi su važni zato što se pomoću njih mogu izgraditi svi brojevi (Gusić, 1995). Treba razlikovati skup prirodnih brojeva $\mathbf{N}_0$, koji uključuje i broj 0, od skupa prirodnih brojeva $\mathbf{N}$ kojem je najmanji prirodni broj 1. Broj 0 stoga nije prirodan broj pa ne pripada skupu $\mathbf{N}$, već skupu $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. Arhimed je pokazao da je slijed prirodnih brojeva beskonačan (Gleizer, 2003).

Djeca prije dolaska u osnovnu školu već imaju neka znanja o brojevima. Kako bi se utvrdilo što učenici znaju provjerava se poznavanje pojedinih, izoliranih brojeva te poznavanje veza i odnosa među brojevima. Upravo to upućuje da djeca možda poznaju pojedine brojeve, ali ne razumiju vezu i odnose među brojevima, već samo izgovaraju brojevne riječi. „Ne treba vjerovati da dijete razumije broj samo zato što zna brojiti“ (Piaget i Inhelder, 1990, str. 112). Kako bi učenici upoznali prirodne brojeve trebaju brojeve shvaćati u povezanosti i odnosima s drugim brojevima, odnosno rastavljati broj na dva pribrojnika, znati koji je sljedbenik nekog broja, koji je prethodnik nekog broja te između kojih brojeva se nalazi neki broj. „Zadatak je početne nastave matematike da brojevnim riječima kojima djeca na početku školovanja raspolažu pridruži odgovarajući sadržaj“ (Markovac, 2001, str. 116).

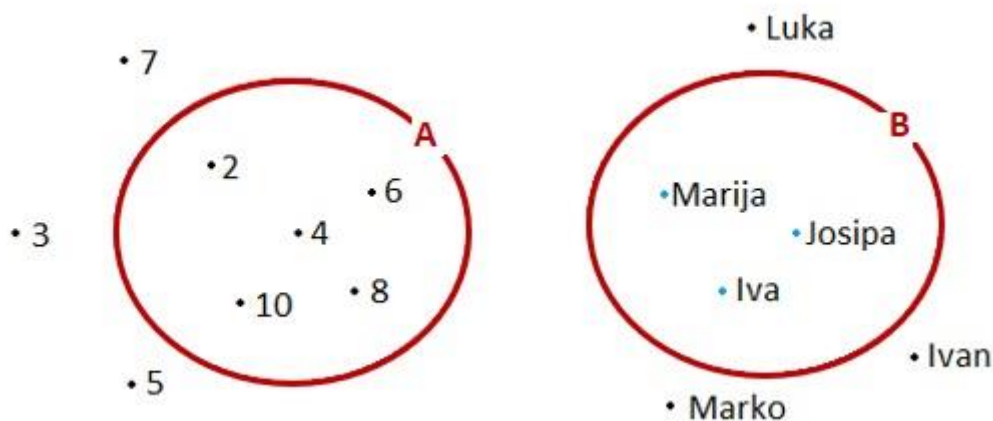
„Otkrićem operacija s brojevima rodila se nova znanost - aritmetika“ (Gleizer, 2003, str. 59). Aritmetika je grana matematike koja proučava brojeve, odnose među brojevima te osnovne matematičke operacije. Tradicionalno se naziva kraljicom matematike (Gusić, 1995). Kako u razrednoj nastavi upravo aritmetički sadržaji obuhvaćaju najveći dio nastavnih sadržaja u sklopu nastavnog predmeta Matematika, posebna pozornost treba se dati modelima aritmetike.

Poznavanjem različitih modela aritmetike, učenicima se matematički sadržaji mogu lakše približiti te ih učenici mogu bolje usvojiti.

Koriste se dva modela kako bi se učenicima približili prirodni brojevi, a to su model skupa i model brojevnog pravca. „Model skupa ili skupovni model odnosi se na kardinalni broj promatranog konačnog skupa elemenata kao model za razumijevanje prirodnih brojeva u svakom početnom učenju matematike“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 12). Kod modela skupa učenici se koriste konkretnim materijalima i slikama predmeta. Glavna aktivnost koja se provodi u modelu skupa jest prebrojavanje elemenata zadanog skupa. Učenici trebaju doći do zaključka, ako se promijeni redoslijed elemenata u skupu neće se promijeniti ukupan broj elemenata zadanog skupa. „Model brojevnog pravca za prirodne brojeve odnosi se na pravac kojemu je određena jedinična dužina i pomoću koje su prirodnim brojevima pridružene određene točke pravca“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 13). Točke pravca jednako su udaljene jedna od druge, a početnoj točki pridružen je broj 0. Sam brojevni pravac podrazumijeva viši stupanj apstrakcije od konkretnih materijala pa ga je poželjno na početku prikazati kao niz jednako udaljenih predmeta, a kasnije uz svaki predmet pridružiti prirodan broj. Oba modela prirodnih brojeva važna su za razrednu nastavu matematike jer skupovni model naglašava količinu dok se model brojevnog pravca odnosi na nizanje elemenata i pomoću njega učenici bolje shvaćaju pojmove kao što su „veći“, „manji“, „između“, „ispred“, „iza“ (Glasnović Gracin, 2014).

3.2. Skupovi brojeva

Skup je osnovni matematički pojam koji se ne definira (Gleizer, 2003), a čine ga elementi. Kada se želi izraziti da je neki x element skupa A , to se piše na sljedeći način: $x \in A$ (Gusić, 1995). Osim skupa prirodnih brojeva $\mathbf{N}$ i skupa prirodnih brojeva koji uključuje i 0 - $\mathbf{N}_0$, tijekom školovanja uvodi se i skup cijelih brojeva $\mathbf{Z}$, skup racionalnih brojeva $\mathbf{Q}$, skup realnih brojeva $\mathbf{R}$ i skup kompleksnih brojeva $\mathbf{C}$. Još jedan način prikazivanja nekog skupa je pomoću Vennovih dijagrama gdje se skupovi prikazuju kao dijelovi ravnine omeđeni zatvorenim krivuljama, a elementi skupova označavaju se točkama (slika 4.). Točke koje se nalaze unutar zatvorene krivulje su elementi skupa, a točke izvan krivulje nisu elementi skupa (Pelle, 2004).



Slika 4. Skupovi prikazani Vennovim dijagramima

U početnoj nastavi matematike, prije upoznavanja skupova, potrebno je pomoću učeničkog iskustva ustanoviti kakve spoznaje učenici posjeduju o skupovima. Najčešće se razgovara o skupovima različitih predmeta koje su učenici mogli vidjeti u svojoj okolini (domu, selu, gradu, prometu, tržnici). U tom procesu treba uvažavati imenovanje skupova npr. stado, jato, krdo, momčad, obitelj jer upravo ti izrazi ukazuju na činjenicu da su predmeti skupljeni u cjelinu, odnosno skup (Markovac, 2001).

Prije nego što se učenici upoznaju s pripadnosti ili nepripadnosti predmeta nekom skupu, trebaju se promatrati različita svojstva predmeta kao što su oblik, boja, veličina ili materijal od kojeg su napravljeni. Kako bi se učenici osposobili za određivanje pripadnosti i nepripadnosti predmeta nekom skupu, najprije se trebaju imenovati predmeti koji čine skup (npr. kruška, jabuka, šljiva) i treba se istaknuti svojstvo koje je zajedničko navedenim predmetima (npr. voće). Prvo što učenici čine je promatranje predmeta u skupu, zatim se svaki predmet imenuje i određuje se pripada li navedeni predmet skupu koji se promatra ili mu ne pripada te zašto je to tako (Markovac, 2001). Tako npr. jabuka i kruška pripadaju skupu voća, a olovka i pernica ne pripadaju navedenom skupu zato što su oni školski pribor, a ne voće. Stoga je važno da učenici pronalaze ista svojstva različitih predmeta koji ih okružuju. „Pronalaženje zajedničkog svojstva upućuje na ono što promatrane predmete povezuje u cjelinu odnosno skup“ (Markovac, 2001, str. 117). S obzirom na zajedničko svojstvo predmeta učenici će formirati skupove predmeta iste boje, oblika ili skupove predmeta napravljene od istog materijala. Nakon što učenici sudjeluju u mnoštvu takvih aktivnosti, shvatit će kako skup čine njegovi članovi, odnosno elementi.

3.3. *Formiranje pojma prirodnih brojeva do 10 000*

U prvom razredu osnovne škole učenici uče u skupu prirodnih brojeva do 20, dok u drugom razredu osnovne škole svoje znanje proširuju na skup prirodnih brojeva do 100. Nastavnim planom i programom iz 2006. godine učenici su u trećem razredu osnovne škole svoje znanje sa skupa prirodnih brojeva do 100 proširivali na skup prirodnih brojeva do 1 000 (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, 2006). Međutim, stupanjem na snagu Kurikuluma za nastavni predmet matematika za osnovne škole i gimnazije 2019. godine došlo je do promjene pa učenici trećeg razreda više ne uče samo o skupu prirodnih brojeva do 1 000, već svoje znanje u trećem razredu proširuju na skup prirodnih brojeva do 10 000. Prema navedenom kurikulumu vidljivo je da ono čime učenici trebaju ovladati u skupu prirodnih brojeva do 10 000 jest:

- brojanje, čitanje, zapisivanje i uspoređivanje brojeva do 10 000,
- prikazivanje i upotrebljavanje troznamenkastih i četveroznamenkastih brojeva uz korištenje tablice mjesnih vrijednosti,
- služenje dekadskim sustavom brojeva,
- rastavljanje broja na zbroj višekratnika dekadskih jedinica,
- određivanje mjesne vrijednosti pojedinih znamenaka (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

Unatoč usvajanju pojma broja do 10 000, zbrajanje i oduzimanje u trećem razredu osnovne škole odvija se u skupu prirodnih brojeva do 1 000. Pisano množenje i pisano dijeljenje odnosi se također na prirodne brojeve do 1 000 koji se množe i dijele jednoznamenkastim brojem (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

Kako se u trećem razredu uče brojevi do 10 000, glavno sredstvo upoznavanja tih brojeva postaje znanje brojeva do 100, veća mogućnost apstraktnog mišljenja učenika trećeg razreda i odgovarajuća metodička interpretacija sadržaja. Brojevi koje učenici upoznaju u trećem razredu, „lišeni su svake zorne podloge koja bi potkrijepila i pomogla proces spoznavanja“ (Markovac, 2001, str. 142). Upravo zbog toga glavni instrument spoznavanja jest učenikovo mišljenje. Učenici trebaju usvajanje brojeva do 10 000 shvatiti kao oznaku količine određenih skupova. Važna nastavna sredstva kojima se prikazuju takvi brojevi postaju dekadске kartice (slika 5.).



Slika 5. Dekadske kartice

Veliku ulogu u shvaćanju pojma broja ima *brojanje* koje se izvodi bez prisutnosti skupa predmeta koji se broje. Takvo brojanje se izvodi isključivo mentalno. Prilikom brojanja važno je i dalje isticati funkciju samog brojanja: „brojenjem se upoznaje svojstvo količine, brojnosti predmeta koji se broje, brojenjem se elementima skupa pridružuju odgovarajući brojevi, posljednja izgovorena riječ u brojenju označava broj elemenata u skupu, ta se riječ pridružuje skupu, a ne posljednjem izgovorenom elementu“ (Markovac, 2001, str. 143). Kako bi se upoznali brojevi do 10 000 provode se različite vježbe brojanja:

- brojanje po 100 (200, 300, 400 ... 1 000),
- brojanje po 1 000 (2 000, 3 000, 4 000 ... 10 000),
- brojanje po 1 (od 100 ... od 1 000 ... do 10 000).

Kako bi se znale pravilno izgovoriti brojevnje riječi, treba poznavati osnovne riječi za imenovanje brojeva, a to su redom: ništica (nula), jedan, dva, tri, četiri, pet, šest, sedam, osam, devet, deset, sto, tisuću i milijun (Markovac, 2001). Poznavajući navedene brojevnje riječi i njihove kombinacije, učenici mogu imenovati sve brojeve do milijun.

Kada učenici u trećem razredu osnovne škole upoznaju brojeve do 10 000, njihovo poznavanje odnosi se i na razumijevanje pojma brojevnog niza. Tako učenici posjeduju znanje o prethodniku i sljedbeniku zadanog broja te znanje o brojevima koji se nalaze između dvaju zadanih brojeva. Također, učenici proširuju svoje spoznaje o dekadskom sustavu brojeva. Kako bi učenici trajno usvojili i izgradili spoznaje o dekadskom sustavu zapisa brojeva, izvode se vježbe kao što su: rastavljanje zadanog broja na dekadске jedinice (npr. broj 5 276 ima 5 T, 2 S, 7 D i 6 J) ili obrnuto, od zadanih dekadskih jedinica sastavi broj (npr. 8 T, 4 S, 1 D, 9 J sastavlja se u broj 8 419). Navedene vježbe u početku se izvode pomoći zornih sredstava, a nakon što se izgrade osnovne spoznaje, izvode se isključivo mišljenjem. Ako učenici ne shvate sastav brojeva, neće razumjeti niti pisanje ni čitanje višeznamenkastih brojeva, a ta su im znanja potrebna kako bi se mogli usvojiti kasniji postupci pisanog računanja (Markovac, 2001). Kako bi učenici lakše shvatili dekadске jedinice i mjesto znamenke u zapisu broja, koristi se tablica

mjesnih vrijednosti koja je pregledna i učenici točno mogu vidjeti položaj svake znamenke u nekom broju. „Sve načine brojenja treba učiniti svjesnom i svrhovitom intelektualnom aktivnošću kako bi se osiguralo operativno znanje brojenja kao podloge računskim operacijama s prirodnim brojevima“ (Markovac, 2001, str. 144).

3.3.1. Usmeno i pisano zbrajanje i oduzimanje

U prvom i drugom razredu osnovne škole učenici se služe usmenim računanjem. Usmeno računanje odnosi se na način rastavljanja i sastavljanja brojeva koji nije određen, stoga se na različite načine može doći do točnog rezultata. U trećem razredu se, uz usmeno računanje, uvodi i pisano računanje. „Pismenim računanjem naziva se postupak u kojem se brojevi ne rastavljaju i sastavljaju, već se po određenim pravilima operira mjesnim vrijednostima znamenaka u pojedinom brojevnom sustavu, najčešće dekadskom“ (Markovac, 2001, str. 177). Smatra se da usmeno računanje razvija više intelektualnih sposobnosti učenika nego pisano računanje.

Usmeno zbrajanje i oduzimanje u 3. razredu odvija se u skupu prirodnih brojeva do 1 000. Tako učenici usvajaju nastavne sadržaje:

- zbrajanja i oduzimanja višekratnika broja 100 (npr. $400 + 200$, $700 - 300$),
- zbrajanja troznamenkastog i jednoznamenkastog broja, odnosno oduzimanja jednoznamenkastog broja od troznamenkastog (npr. $385 + 9$, $943 - 8$),
- zbrajanja troznamenkastog broja i višekratnika broja 10, odnosno oduzimanja višekratnika broja 10 od troznamenkastog broja (npr. $284 + 60$, $538 - 80$),
- zbrajanja troznamenkastog i dvoznamenkastog broja, odnosno oduzimanja dvoznamenkastog broja od troznamenkastog (npr. $627 + 45$, $864 - 67$),
- zbrajanja troznamenkastih brojeva te oduzimanja troznamenkastih brojeva (npr. $542 + 253$, $754 - 431$) (Markovac, 2001).

Kako bi učenici usvojili navedene nastavne sadržaje trebaju ovladati znanjem zbrajanja i oduzimanja do 20 i do 100 koji se uče u prvom i drugom razredu razredne nastave. Kod usmenog zbrajanja i oduzimanja troznamenkastih i višeznamenkastih brojeva drugi član se rastavlja na broj stotica, desetica i jedinica, a zatim se prvom članu pribraja ili oduzima prvo broj stotica, zatim desetica pa jedinica (slika 6.).

Duži način:

$$\begin{aligned} 542 + 253 &= 542 + (200 + 50 + 3) \\ &= (542 + 200) + 50 + 3 \\ &= (742 + 50) + 3 \\ &= 792 + 3 \\ &= 795 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 754 - 431 &= 754 - (400 - 30 - 1) \\ &= 754 - 400 - 30 - 1 \\ &= 354 - 30 - 1 \\ &= 324 - 1 \\ &= 323 \end{aligned}$$

Kraći način:

$$542 + 253 = 795$$

$$754 - 431 = 323$$

Slika 6. Usmeno zbrajanje i oduzimanje troznamenkastih brojeva

Važno je napomenuti da kada se prelazi na pisano računanje, treba se ponekad vratiti i na usmeno računanje jer se na taj način pozitivno utječe na razvijanje misaonih sposobnosti učenika, ali ujedno i na bolje razumijevanje računskih operacija (Markovac, 2001). Pisano zbrajanje je prvi korak koji vodi k pisanom računanju. Kod pisanog zbrajanja najprije se usvaja zbrajanje brojeva kod kojih:

- zbroj faktora dekadskih jedinica nije veći od 9,
- zbroj faktora jedinica je veći od 9,
- zbroj faktora desetica je veći od 9,
- zbroj faktora jedinica i faktora desetica je veći od 9,
- zbrojevi faktora nekih ili svih dekadskih jedinica su veći od 9 (Markovac, 2001).

U ovom trenutku važno se prisjetiti I-G-S-Z modela koji će zbog svoje zornosti najviše pomoći učenicima. Tako učenici pomoću hrvatskog novca ili dekadskih kartica trebaju napraviti dva pribrojnika jedan ispod drugoga (npr. $426 + 352$), ali tako da se prema dekadskom sustavu jedinice nalaze ispod jedinica, desetice ispod desetica i stotice ispod stotica (slika 7.).



Slika 7. Zbrajanje hrvatskim novcem

To je ujedno prvi i vrlo zoran način pomoću kojega učenici rastavljaju pribrojnice na zbroj višekratnika dekadskih jedinica. Sljedeći korak je korištenje tablice mjesnih vrijednosti iz koje se jasno mogu vidjeti jedinice, desetice i stotice u navedenim pribrojnicima. Treći način je kada se pribrojnici pišu jedan ispod, odnosno iznad drugoga tako da se faktori istih dekadskih jedinica nalaze u istom stupcu (Markovac, 2001). Važno je učenicima objasniti i značenje vodoravne crte koja označava znak jednakosti, a piše se ispod drugog (ili posljednjeg) pribrojnika. Treba napomenuti kako se nikako ne smije isključiti govor pri učenju pisanog računanja pa treba govoriti: 6 J više 2 J je 8 J, 2 D više 5 D je 7 D, 4 S više 3 S je 7 S. U govoru se može vidjeti kako se uvijek kreće od najmanje dekadске jedinice prema većim dekadskim jedinicama i to redom kojim su zapisane u stupcu krećući odozgo prema dolje. Kasnije, kada

učenici ovladaju pisanim zbrajanjem, u govoru se izostavljaju imena dekadskih jedinica. Na složenijem primjeru prikazat će se pisano zbrajanje troznamenkastih brojeva (slika 8.).

	S	D	J	
	3	8	5	
+	4	7	3	
	1			
	8	15	8	
	8	5	8	

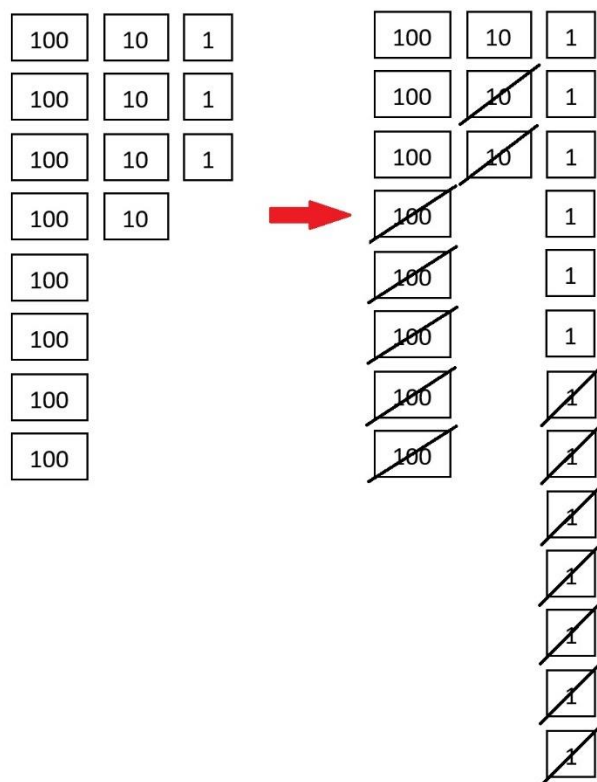
Slika 8. Pisano zbrajanje brojeva

Na ovaj način učenici se uče pravilnom potpisivanju dekadskih jedinica tako da se iste dekadске jedinice zapisuju jedna ispod druge. Nakon što učenici savladaju sva tri načina pisanog zbrajanja, prilikom računanja se koriste najkraćim načinom, a to je treći način koji je prikazan na slici 8. s desne strane.

Nakon pisanog zbrajanja prirodno dolazi pisano oduzimanje koje ima niz zajedničkih elemenata s pisanim zbrajanjem. Usvajanje sadržaja pisanog oduzimanja odvija se obično sljedećim redoslijedom:

- svi faktori dekadskih jedinica u minuendu veći su od faktora dekadskih jedinica u suptrahendu,
- faktor jedinica u minuendu manji je od faktora jedinica u suptrahendu,
- faktor desetica u minuendu manji je od faktora desetica u suptrahendu,
- svi faktori jedinica i desetica u minuendu manji su od faktora jedinica i desetica u suptrahendu,
- faktori nekih dekadskih jedinica u minuendu su nule (Markovac, 2001).

Kod pisanog oduzimanja postoje tri načina (koraka) koja su jednaka kao i kod pisanog zbrajanja. Prvi način je rastavljanje minuenda i suptrahenda na zbroj višekratnika dekadskih jedinica, što je najbolje prikazati dekadskim karticama (slika 9.).



Slika 9. Oduzimanje dekadskim karticama

Drugi način je tablica mjesnih vrijednosti, a treći način je da se brojevi koji se oduzimaju pišu jedan ispod, odnosno jedan iznad drugog tako da se faktori istih dekadskih jedinica nalaze jedan ispod drugoga (slika 10.). Treći način je ujedno i najkraći način pisanog oduzimanja koji se kasnije koristi u računanju.

	S	D	J	
	8	4	3	
-	5	2	7	
	3	1	6	

		3	13
	8	4	3
-	5	2	7
	3	1	6

Slika 10. Pisano oduzimanje brojeva

Nikako se ne smije zaboraviti na govor koji je izrazito važan kod pisanog oduzimanja, a u ovom zadatku bi glasio: 3 J manje 7 J ne možemo oduzeti, stoga jednu deseticu preoblikujemo u 10 J pa treba kod desetica smanjiti jednu deseticu. Sada imamo 13 J manje 7

J je 6 J. Jednu deseticu pribrojili smo jedinicama pa više nemamo 4 D, nego 3 D. 3 D manje 2 D je 1 D, 8 S manje 5 S je 3 S. 843 manje 527 je 316. Tablica mjesnih vrijednosti koristi se kako bi učenici naučili pravilno potpisivati brojeve koji se oduzimaju kako kasnije kod kraćeg načina ne bi došlo do oduzimanja faktora različitih dekadskih jedinica (Markovac, 2001).

3.3.2. Usmeno i pisano množenje i dijeljenje

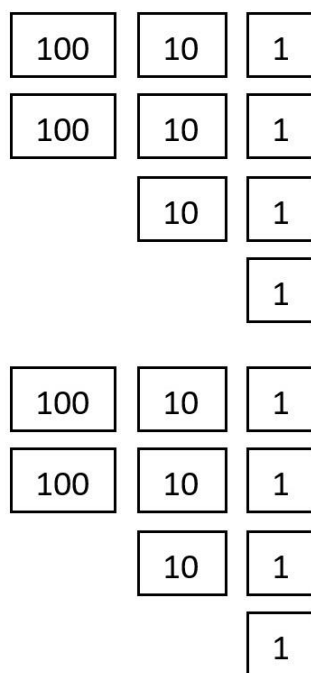
Usmeno i pisano množenje i dijeljenje osim usvajanja na razini apstrakcije zorno se može prikazati dekadskim karticama. U tom slučaju mogu se koristiti primjeri iz svakodnevnog života kako bi učenicima matematički sadržaj bio bliži. Sadržaji koji obuhvaćaju usmeno množenje i dijeljenje su:

- množenje brojeva dekadskom jedinicom (10, 100, 1 000) – npr. $58 \cdot 100$,
- množenje višekratnika brojeva 10 i 100 jednoznamenkastim brojem (npr. $50 \cdot 6$, $300 \cdot 8$),
- dijeljenje višekratnika brojeva 10 i 100 brojevima 10 i 100 (npr. $700 : 10$, $620 : 10$, $9\,000 : 100$) (Markovac, 2001).

Navedeni matematički sadržaji računaju se usmeno, a kao račun se najčešće zapisuje samo rezultat. „Glavna pretpostavka za usvajanje navedenih sadržaja je automatizirano znanje tablica množenja i dijeljenja te znanje nekih svojstava tih računskih operacija“ (Markovac, 2001, str. 211). Pisano množenje usvaja se postupno krećući od:

- množenja višeznamenkastog broja jednoznamenkastim,
- množenja dvoznamenkastih brojeva,
- množenja troznamenkastog broja dvoznamenkastim,
- množenja višeznamenkastih brojeva,
- do skraćenih postupaka množenja (Markovac, 2001).

Prema Kurikulumu nastavnog predmeta matematika u trećem razredu osnovne škole učenici uče samo množenje višeznamenkastog broja jednoznamenkastim. Pisano množenje se objašnjava na tri načina kao i ranije spomenuto pisano zbrajanje i oduzimanje. Prvi način je kada se prvi član rastavlja na zbroj višekratnika dekadskih jedinica što se može prikazati dekadskim karticama (npr. $234 \cdot 2 = (2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1) \cdot 2$). Važno je istaknuti kako će se kod prikazivanja dekadskim karticama koristiti svojstvo komutativnosti pa će biti prikazano $2 \cdot 234$ (slika 11.) i tako će se računati.



Slika 11. Množenje dekadskim karticama

Drugi način je tablica mjesnih vrijednosti, a treći način je kada se faktori dekadskih jedinica pišu izvan tablice mjesnih vrijednosti (slika 12.). Kako bi se učenicima ovaj apstraktni sadržaj približio na zanimljiviji način, učenici najprije mogu samostalno procijeniti koji bi bio rezultat, a nakon toga ga izračunati. Kao dodatna provjera može se iskoristiti i džepno računalo (Liebeck, 1995).

S	D	J		
3	2	8	· 3	
9	6	24		
9	8	4		

	2			
3	2	8	·	3
9	8	4		

Slika 12. Pisano množenje brojeva

Pisano dijeljenje nekim učenicima zna izazivati teškoće ako nisu usvojili procjenu i pronalaženje djelomičnih količnika ili im nedostaje odgovarajuće predznanje tablice množenja

i dijeljenja (Markovac, 2001). Usvajanje pisanog dijeljenja kao i množenja odvija se postupno. Iz toga proizlaze sljedeći nastavni sadržaji:

- dijeljenje brojeva kod kojih su faktori svih dekadskih jedinica djeljivi djelitelem (npr. $684 : 2$, $396 : 3$),
- dijeljenje brojeva kod kojih faktori pojedinih dekadskih jedinica nisu djeljivi djelitelem (npr. $857 : 4$).

U trećem razredu osnovne škole učenici uče oba nastavna sadržaja, ali pritom rezultat ne zapisuju u obliku decimalnog broja. U pisanom dijeljenju također postoje tri načina usvajanja navedenog nastavnog sadržaja koja su jednaka kao i u pisanom množenju. Prvi način je rastavljanje djeljenika na zbroj višekratnika dekadskih jedinica (npr. $693 : 3 = (6 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 3 \cdot 1) : 3 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 231$) što se može prikazati i dekadskim karticama (slika 13.).

100	100	100
100	100	100
10	10	10
10	10	10
10	10	10
1	1	1

Slika 13. Dijeljenje dekadskim karticama

Drugi način je tablica mjesnih vrijednosti (slika 14.).

S	D	J		S	D	J
6	9	3	: 3 =	2	3	1
- 6						
0	9					
	- 9					
	0	3				
		- 3				
		0				

Slika 14. Pisano dijeljenje brojeva s tablicom mjesnih vrijednosti

Kod dijeljenja se uvijek kreće od najveće dekadске jedinice djeljenika. Govor za navedeni primjer izgledao bi ovako: 6 S podijeljeno s 3 je 2 S, 2 S puta 3 je 6 S, 6 S manje 6 S je 0 S. Pribrajam 9 D. 9 D podijeljeno s 3 je 3 D, 3 D puta 3 je 9 D, 9 D manje 9 D je 0 D. Pribrajam 3 J. 3 J podijeljeno s 3 je 1 J, 1 J puta 3 je 3 J, 3 J manje 3 J je 0 J. Kod tablice mjesnih vrijednosti oduzimanje se zapisuje, a kada se proces usvoji, „izvodit će se napamet, u mislima, a zapisat će se samo rezultat oduzimanja“ (Markovac, 2001, str. 223). Najkraći način je zapisivanje bez tablice mjesnih vrijednosti i oduzimanja, a bit će prikazan na primjeru $684 : 5$ (slika 15.).

$$\begin{array}{r}
 684 : 5 = 136 \\
 18 \\
 34 \\
 4
 \end{array}$$

Slika 15. Pisano dijeljenje brojeva bez tablice mjesnih vrijednosti

U ovom primjeru važno je istaknuti kako niti jedna znamenka djeljenika nije djeljiva djeliteljem. Govor za ovaj primjer je sljedeći: 6 S podijeljeno s 5 je približno 1 S, 1 S puta 5 je 5 S, 6 S manje 5 S je 1 S, njoj pridodajem 8 D. 18 D podijeljeno s 5 je približno 3 D, 3 D puta 5 je 15 D, 18 D manje 15 D je 3, njima pridodajem 4 J. 34 J podijeljeno s 5 je približno 6 J, 6 J puta 5 je 30 J, 34 J manje 30 J je 4 J. 684 podijeljeno s 5 je 136 i ostatak 4. Kako bi se provjerio rezultat koristi se suprotna operacija, a to je množenje. Množe se količnik i djelitelj. Prilikom dijeljenja s ostatkom kod provjere rezultata „umnošku količnika i djelitelja pribraja se ostatak i dobiva se djeljenik“ (Markovac, 2001, str. 224). Učenicima je važno obratiti pažnju na ostatak

koji ni u jednom koraku ne smije biti veći od djelitelja. Ako je ostatak veći od djelitelja tada je pogrešno određen djelomični količnik. Stoga kod učenika treba eliminirati nastojanje da se djelomični količnik pronalazi metodom pokušaja i pogreške, već se treba ustrajati da to budu misli koje se izvode s potpunim razumijevanjem.

Kako neki učenici imaju poteškoća prilikom usvajanja nastavnih sadržaja matematike u trećem razredu, a koji se odnose na računske operacije koje su prethodno objašnjene kao i na sam prikaz brojeva do 10 000, učenicima treba zorno prikazati te nastavne sadržaje. Najbolji način zornog prikaza nastavnih sadržaja su upravo konkretni didaktički materijali i aktivnosti učenika s didaktičkim materijalima.

4. Konkretni didaktički materijali i aktivnosti

„Rad s konkretnim didaktičkim materijalima trebao bi biti neizostavna aktivnost u razrednoj nastavi matematike“ (Jerec i Glasnović Gracin, 2012). Konkretni didaktički materijali i aktivnosti važni su kako bi učenici lakše mogli usvojiti apstraktne matematičke pojmove. Matematički pojmovi, posebice oni vezani uz brojeve, stoga se usvajaju kroz četiri temeljne aktivnosti: pridruživanje, razvrstavanje, sparivanje i nizanje (Liebeck, 1995). Kada učenik pridružuje, zapravo uočava i odabire obilježja koja su zajednička pojedinim iskustvima. Pridruživanjem učenici uče pravilno upotrebljavati jezik, osobito matematički jezik. Kod pridruživanja se izabiru iskustva s traženim obilježjem, a odbacuju se iskustva koja traženo obilježje nemaju. Prilikom razvrstavanja neki skup se rastavlja u nove skupove sa zajedničkim obilježjima. Obilježja mogu obuhvaćati boju, duljinu, oblik. Sparivanje se odnosi na uvođenje pojmova vezanih uz brojeve. To se odnosi na relacije „veće“, „manje“ i „jednako“. Djeca uče sparivati kroz igru, pričama i u svakodnevnim aktivnostima. Prilikom nizanja nekog skupa predmeta od učenika se traži razumijevanje pojmova „prvi“, „pokraj“, „između“, „posljednji“. Tako učenici kroz igru mogu govoriti o nizu predmeta koji se nalaze na klupi. Također učenici mogu nizati predmete po duljini.

Kako bi učenici usvojili matematičke pojmove, ključno je ponavljanje i česta promjena vrste aktivnosti, ali je važno naglasiti da se treba zadržati bit pojma koji se uči (Liebeck, 1995). Kurnik (2001.) navodi kako je formiranje nekog pojma postupan proces. Početni i najjednostavniji stupanj je zapažanje, drugi stupanj je predodžba o pojmu i posljednji stupanj je formiranje i usvajanje pojma. Kao što se može vidjeti, iskustvo učenika s konkretnim materijalima postavlja se kao početna faza formiranja nekog pojma. „Konkretni materijali pomažu da se preko konkretnog modela približe, a zatim i usvoje apstraktni matematički sadržaji poput broja, računskih operacija, svojstava računskih operacija, relacija na skupu N i sl.“ (Glasnović Gracin, 2012 ,str. 198). U praksi konkretne didaktičke materijale najčešće koriste nastavnici u demonstracijske svrhe, dok ih učenici nažalost često i ne koriste u svom radu. Zbog toga je cilj da upravo učenici što više u manipulativne svrhe koriste konkretne materijale kako bi pomoću njih učili otkrivanjem. U nastavku će biti predstavljeni konkretni didaktički materijali koji se mogu koristiti u trećem razredu u nastavi matematike za prikazivanje brojeva do 10 000.

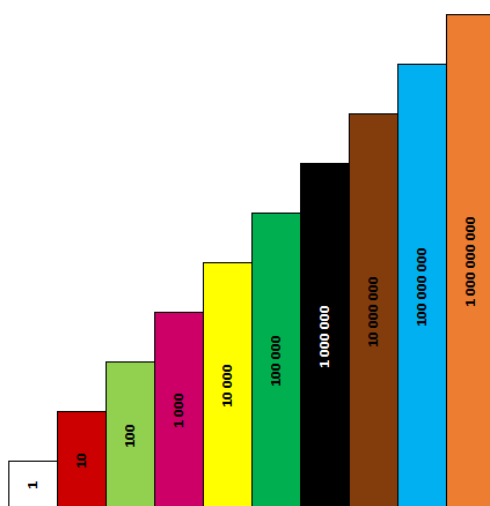
4.1. Cuisenaire štapići

Cuisenaire štapići (slika 16.) su drveni štapići različitih boja i veličina, a dobili su ime prema svom izumitelju, belgijskom učitelju Georgesu Cuisenaireu. Štapići su različitih boja kako bi pomogli učenicima koji imaju teškoće u učenju te bi im ujedno omogućili taktilni doživljaj. Pomoću Cuisenaire štapića mogu se prikazati gotovo svi aritmetički koncepti (Corn, 2016).



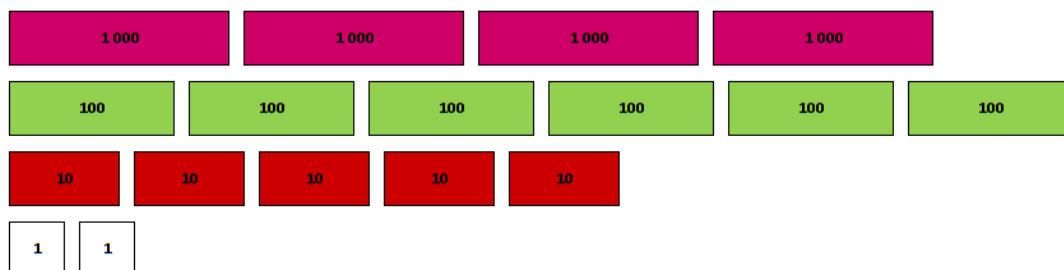
Slika 16. Cuisenaire štapići, https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/71dQwMiFZpL._AC_SL1500_.jpg

Kako bi učenici mogli koristiti Cuisenaire štapiće i u skupu prirodnih brojeva do 10 000 i više, za svaku boju štapića treba se odrediti vrijednost dekadске jedinice (slika 17.). Tako, primjerice, bijela boja predstavlja jedinice (J), crvena desetice (D), zelena stotice (S), ljubičasta tisućice (T), žuta desettisućice (DT), tamno zelena stotisućice (ST), crna milijun (M), smeđa deset milijuna (DM), plava sto milijuna (SM), narančasta milijardu (MLD).



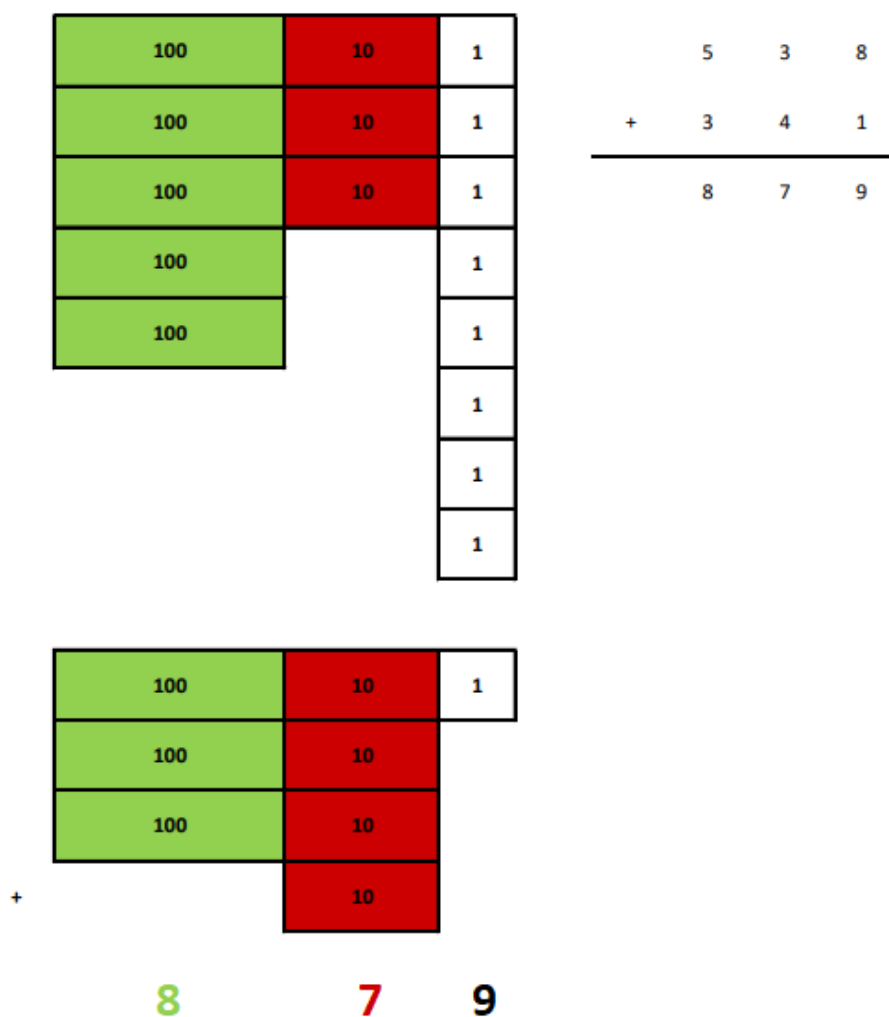
Slika 17. Vrijednost dekadске jedinice Cuisenaire štapića

Korištenjem Cuisenaire štapića ostvaruje se načelo vlastite aktivnosti kada učenici manipuliraju samim didaktičkim materijalom, a to će biti prikazano na primjeru prikaza broja 4 652 (slika 18.). Također, je primijenjeno i načelo zornosti jer učenik zorno prikazuje vrijednost tog broja.



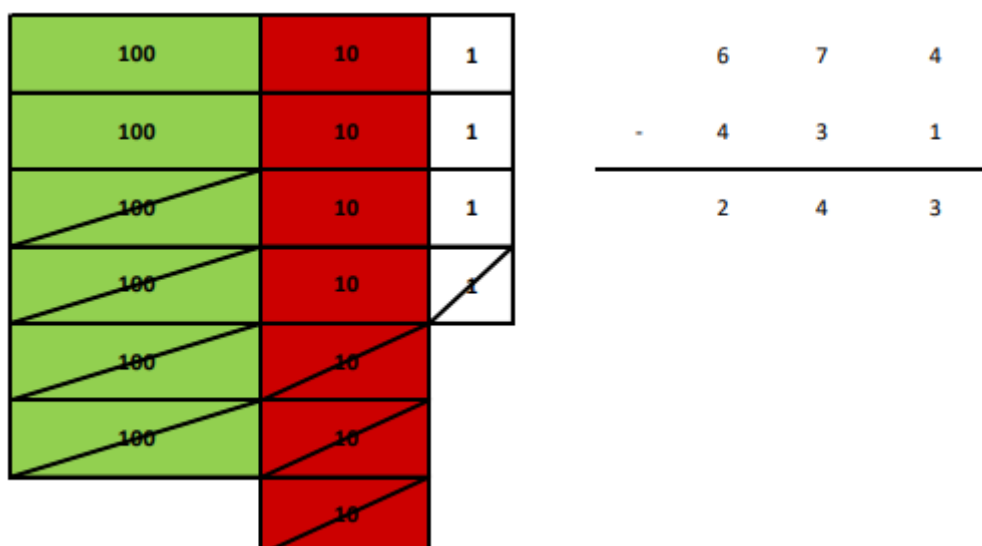
Slika 18. Prikaz broja 4 652 pomoću Cuisenaire štapićima

Osim prikaza samog broja, pomoću Cuisenaire štapića mogu se prikazati i računske operacije pisanog zbrajanja (npr. $538 + 341$) i oduzimanja (npr. $674 - 431$), a upravo one mogu pomoći učenicima da zorno prikažu brojeve koji se zbrajaju ili oduzimaju (slike 19. i 20.).



Slika 19. Pisano zbrajanje pomoću Cuisenaire štapića

Kod pisanog zbrajanja Cuisenaire štapići postavljaju se jedan ispod drugog kako bi se prikazali zadani pribrojnici. Kada se naprave zadani pribrojnici od Cuisenaire štapića prikazan je njihov broj za svaku dekadsku jedinicu zasebno. Ako se kod zbrajanja u bilo kojoj dekadskoj jedinici dobije broj veći od 9, npr. 15, tada se 10 dekadskih jedinica zamjenjuje jednom većom dekadskom jedinicom, a 5 preostalih dekadskih jedinica ostaje u istoj dekadskoj jedinici.



Slika 20. Pisano oduzimanje pomoću Cuisenaire štapića

Kod pisanog oduzimanja od Cuisenaire štapića napravi se minuend te se od minuenda oduzimaju dekadске jedinice suptrahenda. Upravo zbog toga su dekadске jedinice minuenda prekrižene na slici 20. Preostale dekadске jedinice minuenda označavaju razliku što se može vidjeti s desne strane slike u pisanom oduzimanju.

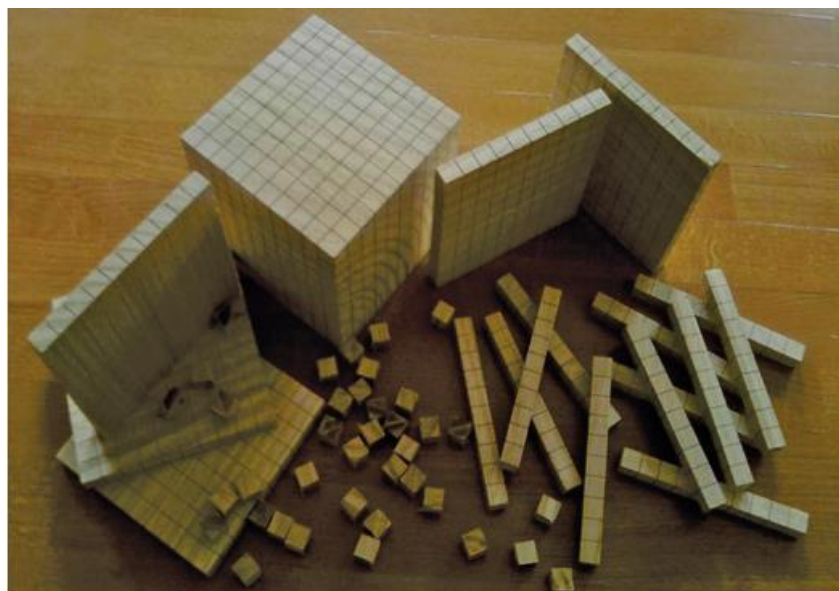
4.2. Stern blokovi

Catherine Stern je učiteljica koja je vodila Montessori vrtić u Wrocławu u današnjoj Poljskoj. U sklopu svog rada s djecom osmislila je Stern blokove koji su se pokazali kao vrlo koristan materijal za nastavu aritmetike. Smatrala je da „učenje ne bi trebalo biti bazirano na pukom pamćenju, već na vizualizaciji strukturalnih svojstava koncepata i na mogućnosti davanja učenicima uvid u odnose koji se trebaju usvojiti“ (Jerec i Glasnović Gracin, 2012, str. 155). Stoga se Stern blokovi (slika 21.) sastoje od drvenih ili plastičnih jediničnih kocaka različitih boja pomoću kojih se jednostavno prikazuje dekadski brojevni sustav i računske operacije u njemu. Jedna kockica predstavlja jedinicu dok jedan štapić predstavlja desetice. Blokovi su vidljivo podijeljeni na jedinice tako da učenici jednostavno mogu odrediti vrijednost svakog bloka (Jerec i Glasnović Gracin, 2012).



Slika 21. Stern blokovi, <https://store.sternmath.com/image/cache/data/CountingBoardSet-576x576.jpg>

Kako su Stern blokovi manipulativni materijal prilikom njihovog korištenja, posebna pažnja treba se pridati verbalizaciji aktivnosti. „Učenike treba poticati da objašnjavaju ono što vide, što dotiču i čime manipuliraju jer na taj način bolje usvajaju nove pojmove i odnose među njima“ (Jerec i Glasnović Gracin, 2012, str. 156). Stern blokovi bili su namijenjeni za prvi razred osnovne škole, ali kako bi se njihova primjena proširila na drugi i treći razred Jerec i Glasnović Gracin (2012) osmišljavaju vlastitu inačicu kompleta Stern blokova (slika 22.), koji se u literaturi mogu naći i pod nazivom Dienes blokovi.



Slika 22. Stern blokovi za nastavu matematike u 2. i 3. razred osnovne škole (Jerec i Glasnović Gracin, 2012, str. 156)

Jedna drvena kockica predstavlja jedinicu, jedan štapić od deset kockica predstavlja deseticu, pločica od 10 x 10 jediničnih kockica predstavlja stoticu, a kocka od 10 x 10 x 10 jediničnih kockica predstavlja tisućicu. U nastavku će biti prikazan jedan zadatak gdje učenici trebaju prikazati brojeve do 10 000 (slika 23.).

Uz pomoć Stern blokova prikaži brojeve koji imaju:

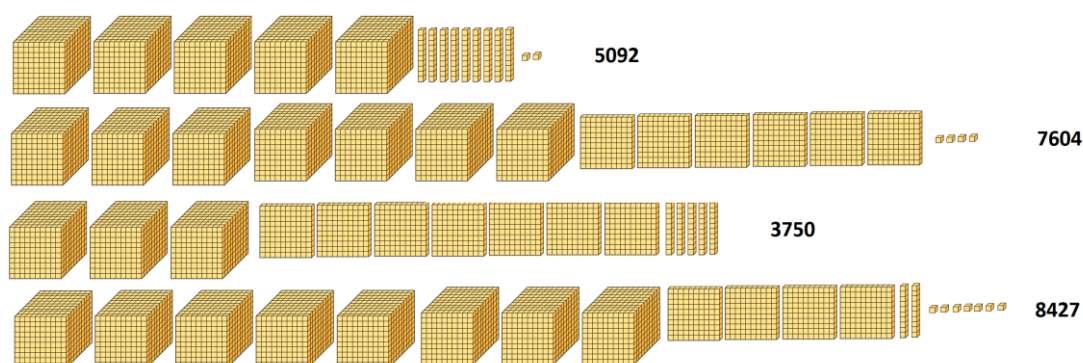
5 T i 0 S i 9 D i 2 J

7 T i 6 S i 0 D i 4 J

3 T i 7 S i 5 D i 0 J

8 T i 4 S i 2 D i 7 J

Rješenje:



Slika 23. Prikaz brojeva pomoću Stern blokova

Kada učenici traže npr. broj 5 092 izgovaraju ono što traže na sljedeći način: Broj kojim ima 5 tisućica, 0 stotica, 9 desetica i 2 jedinice je broj 5 092. Kada učenik koristi Stern blokove za prikaz brojeva primjenjuje se načelo vlastite aktivnosti jer učenik koristi konkretni didaktički materijal. Isto tako se koristi i načelo zornosti jer učenik prikazuje količinu određenog broja. Osim za uspoređivanje brojeva, ovakvi Stern blokovi mogu se koristiti kod svih računskih operacija koje se usvajaju u trećem razredu osnovne škole (Jerec i Glasnović Gracin, 2012).

4.3. Unifix kocke

Unifix kocke (slika 24.) najčešće se koriste u prvom i drugom razredu osnovne škole. U prvom razredu koriste se za učenje brojeva od jedan do dvadeset, a u drugom razredu proširuju se na prirodne brojeve do sto. Jedno pakiranje unifix kocki sadrži stotinu kocaka u deset različitih boja. Razlika između unifix kocaka i Cuisenaire štapića ili Stern blokova je u tome što se Unifix kocke mogu razložiti na jedinice, dok se Cuisenaire štapići i Stern blokovi ne mogu svi razložiti na jedinice. Pomoću Unifix kocaka mogu se vrlo jednostavno prikazati i

vizualizirati različite matematičke operacije (Sinovčić, 2015). Također se mogu koristiti za prikazivanje podataka u obliku stupčastih dijagrama.



Slika 24. Unifix kocke,

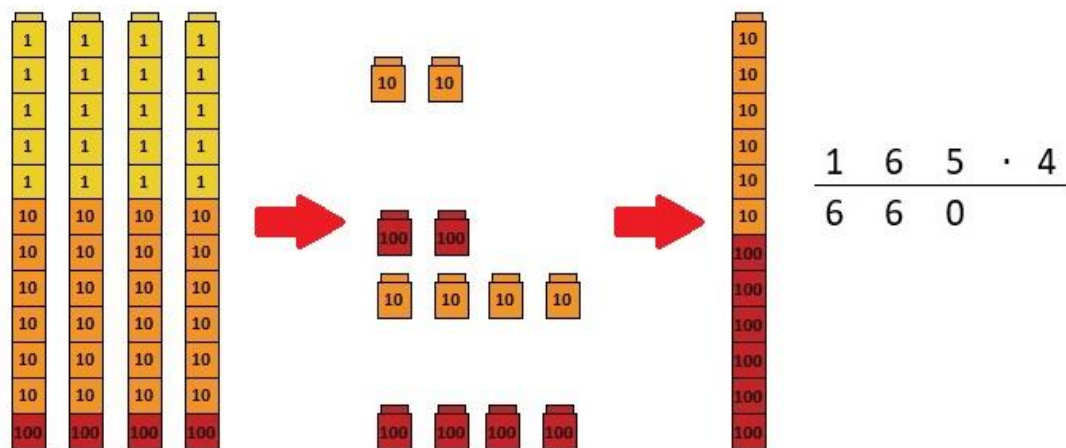
<https://www.hand2mind.com/media/catalog/product/b/d/bd2cde2cb77baf767317a61d9275fe8698da26b9.jpg?quality=80&bg-color=255,255,255&fit=bounds&height=700&width=700&canvas=700:700>

Kako bi se unifix kocke koristile i u trećem razredu osnovne škole, svakoj unifix kocki možemo dodijeliti određenu vrijednost dekadске jedinice (slika 25.). Na primjer, žuta unifix kocka može predstavljati jedinice (J), narančasta desetice (D), crvena stotice (S), zelena tisućice (T), svjetloplava desettisućice (DT), tamno plava stotisućice (ST), smeđa milijun (M), tamno crvena deset milijuna (DM), bijela sto milijuna (SM) i crna milijardu (MLD).

	- 1
	- 10
	- 100
	- 1 000
	- 10 000
	- 100 000
	- 1 000 000
	- 10 000 000
	- 100 000 000
	- 1 000 000 000

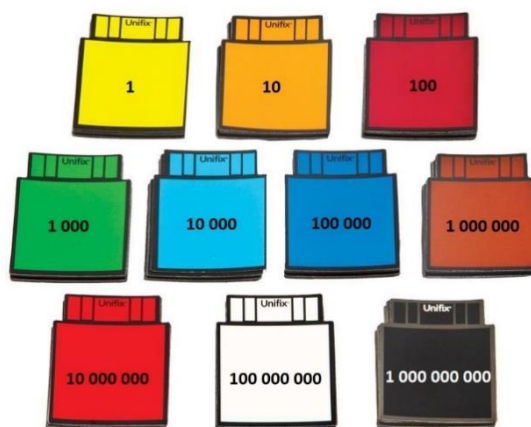
Slika 25. Vrijednost dekadске jedinice unifix kocke

Na primjeru množenja ($165 \cdot 4$) bit će prikazana upotreba unifix kocaka u nastavi matematike (slika 26.). U ovom primjeru koristit će se komutativnost množenja radi lakšeg prikazivanja.



Slika 26. Pisano množenje pomoću unifix kocaki

Od unifix kocaka koje prikazuju vrijednosti dekadskih jedinica slože se faktori 4 puta po 165 kako je prikazano s lijeve strane slike. Nakon toga ili pomoću prebrojavanja žutih kocaka, odnosno jedinica ili pomoću množenja $4 \cdot 5$ dobiva se rezultat 20 jedinica. Broj 20 najjednostavnije je dobiti pomoću dvije desetice, odnosno dvije narančaste kocke. Zatim se prebrojava ili množi broj desetica koji je 24. Kako bismo dobili broj desetica broj 24 treba pomnožiti s 10 te se dobiva broj 240. Broj 240 prikazuje se pomoću dvije stotice (crvene kocke) i četiri desetice (narančaste kocke). Posljednje što je preostalo su stotice. 4 puta 100 je 400 što se prikazuje pomoću četiri crvene kocke. Kako bi se dobio rezultat kocke se trebaju složiti prema bojama pa stoga imamo šest stotica i šest desetica, a to je broj 660.



Slika 27. Unifix kocke od papira s vrijednostima dekadskih jedinica

Kako bi učenici mogli koristiti konkretne materijale u svakom trenutku, mogu se napraviti primjeri unifix kocaka u 2D obliku (na papiru) na kojima su otisnute vrijednosti dekadskih jedinica (slika 27.). Učenici ih mogu držati u omotima svojih bilježnica. Načelo zornosti u ovom primjeru jest jasan prikaz brojeva pomoću Unifix kocaka, a kada učenik koristi ovaj didaktički materijal, učenikovom aktivnošću je zadovoljeno načelo vlastite aktivnosti.

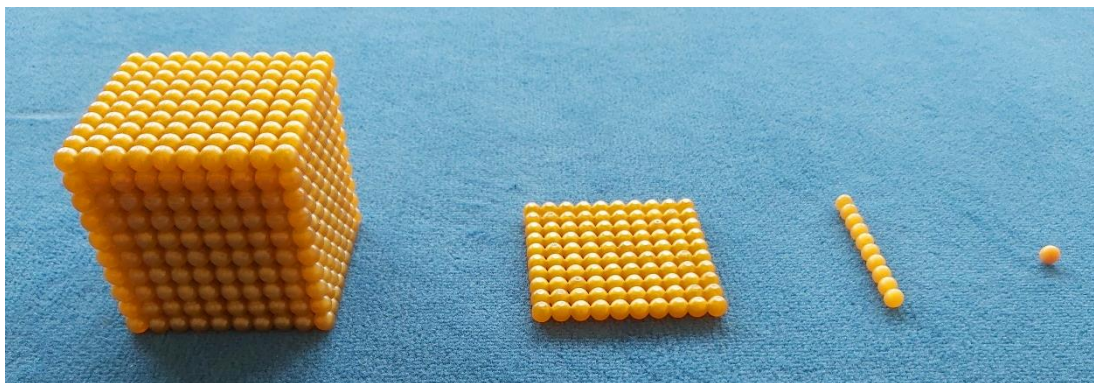
4.4. *Montessori materijali*

Maria Montessori bila je talijanska liječnica, filozofkinja i pedagoginja. Kako bi pomogla djeci za koju se tvrdilo da ih je nemoguće poučiti, osmislila je didaktičke materijale koji su bili različitih boja i mogli su se koristiti za učenje kroz igru (Perić, 2009). „Maria Montessori pokazala je kako učenje polazi od djeteta, a ne od učitelja“ (Perić, 2009, str. 12). Montessori materijali izrađeni su od prirodnih materijala i imaju mogućnost kontrole pogreške kako bi učenici mogli u svakom trenutku samostalno uočiti i ispraviti svoje pogreške (Blažević, Mišurac i Marasović, 2019). Velik dio materijala i vježbi obuhvaća nastavne sadržaje matematike upravo zato što je Maria Montessori poseban naglasak stavljala na razvoj matematičkog mišljenja (Šagud i Toplek, 2018). U nastavku će biti opisani didaktički materijali i aktivnosti koji uključuju samo skup prirodnih brojeva do 10 000 te se mogu koristiti u trećem razredu osnovne škole u nastavi matematike. Napominjemo da se ovdje ne prikazuje Montessori metoda, već samo materijali u službi usvajanja matematičkih pojmova u razrednoj nastavi.

4.4.1. Zlatne perle

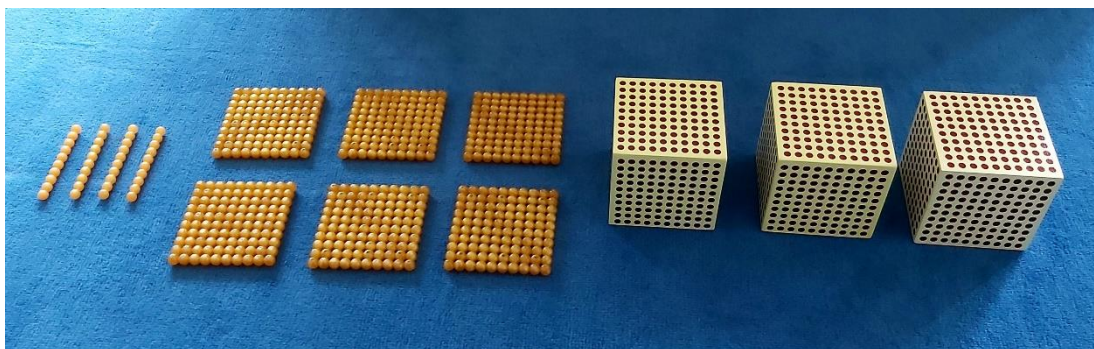
Zlatne perle (slika 28.) čine didaktički materijal koji se nalazi u kutiji podijeljenoj na četiri dijela, a služe za prikazivanje dekadskog sustava. U prvom odjeljku nalaze se kocke od zlatnih perli koje predstavljaju tisućice, u drugom odjeljku nalaze se kvadrati koji predstavljaju stotice, u trećem se nalaze štapići koji predstavljaju desetice i u posljednjem se nalaze pojedinačne zlatne perle koje predstavljaju jedinice. Takav materijal predstavlja temelj i za geometrijsku predodžbu jer jedinica predstavlja točku, desetica crtu, stotica geometrijski lik kvadrat, a tisućica geometrijsko tijelo kocku (Blažević i sur., 2019). Važno je naglasiti da je jedinica prikazana kao jedna zlatna perla, desetica je štapić koji se sastoji od 10 zlatnih perli,

stotica je kvadrat koji se sastoji od 100 zlatnih perli, a tisućica je kocka koja se sastoji od 1 000 zlatnih perli.



Slika 28. Zlatne perle

Didaktički materijal zlatne perle koristi se za uvođenje učenika u dekadski brojevni sustav. Aktivnost za uvođenje u dekadski brojevni sustav odvijala bi se na sljedeći način: Učitelj uzima jednu perlu, jedan štapić, jedan kvadrat i jednu kocku i stavlja ih pred učenika. Prema Montessori pedagogiji slijedi lekcija u tri koraka (Perić, 2009). Prvi korak je kada učitelj daje učeniku perlu u ruke i kaže: „To je jedinica.“, zatim uzima štapić, daje ga učeniku i kaže „To je desetice.“, isto se ponavlja za stoticu i tisućicu. Učenik uočava razliku u težini jedne tisućice u jednoj ruci i desetice u drugoj ruci, odnosno primjećuje da je tisućica teža od desetice. Drugi korak je kada učitelj pomiješa jedinice, desetice, stotice i tisućice i traži od učenika: „Daj mi jedinicu.“, „Daj mi desetice.“, „Daj mi stoticu.“, „Daj mi tisućicu.“. Treći korak je kada učitelj pokazuje na pojedinačne mjesne vrijednosti, a učenik ih imenuje.

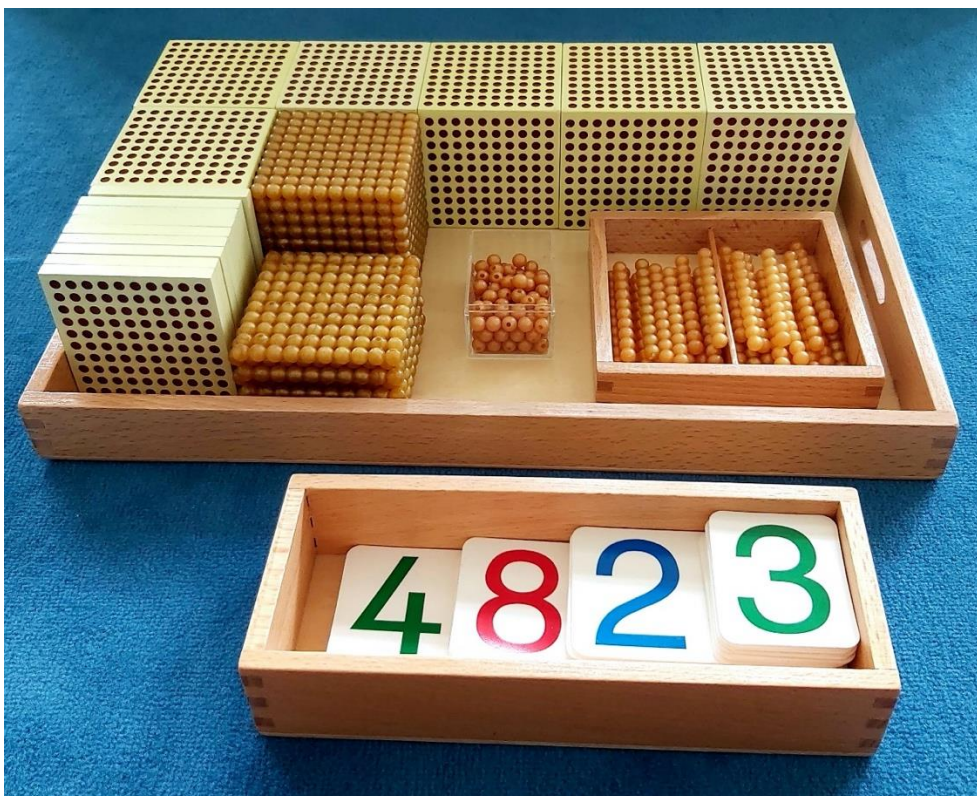


Slika 29. 4 desetice, 6 stotica i 3 tisućice od zlatnih perli

Dodatna vježba koja se može provoditi s ovim materijalom je stvaranje količine. Tako učitelj od učenika može tražiti da mu donese 4 desetice, 6 stotica ili 3 tisućice (slika 29.). U aktivnosti kada učenik donosi npr. 6 stotica primjenjuje se načelo vlastite aktivnosti, a načelo zornosti je vidljivo na slici 29. kada učenik slaže 6 stotica na tepih. Upravo ovaj didaktički materijal predstavlja iskustvo (I) u I-G-S-Z modelu.

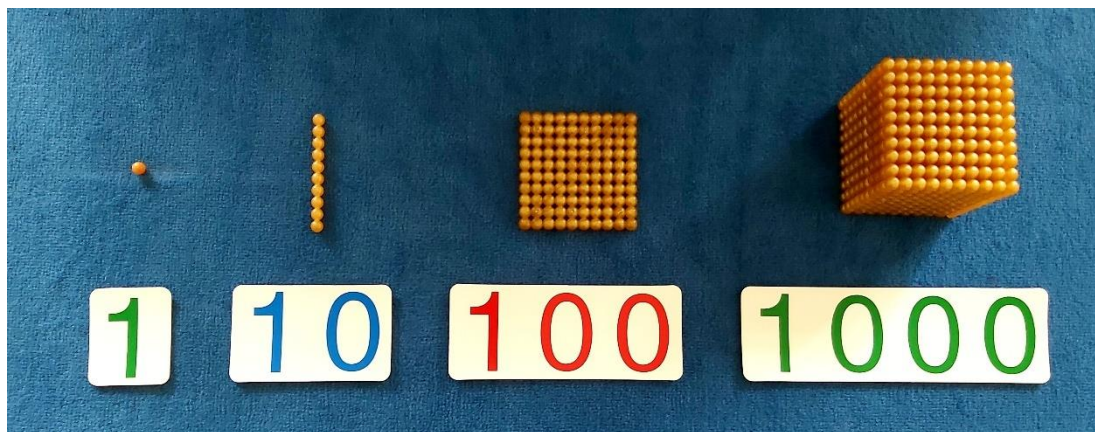
4.4.2. Zlatne perle i kartice s brojevima

Kartice s brojevima koriste se za prikazivanje brojeva do 10 000. Sastoje se od drvene kutije s kartica zelene, plave i crvene boje. Zelenom bojom prikazani su brojevi od 1 do 9 te brojevi od 1 000 do 9 000. Plavom bojom prikazani su brojevi od 10 do 90, a crvenom bojom prikazani su brojevi od 100 do 900 (Šagud i Toplek, 2018). U Montessori pedagogiji ovim redoslijedom boja uvijek su označene vrijednosti dekadskih jedinica. Prilikom usvajanja brojeva do 10 000 kartice s brojevima koriste se zajedno sa zlatnim perlama (slika 30.) kako se ne bi izgubila veza količine i broja, tj. brojevnog zapisa (Perić, 2009). Kartice su različite veličine kako bi se mogle slagati jedna na drugu (Blažević i sur., 2019).



Slika 30. Zlatne perle i kartice s brojevima

Prije nego što učenici kreću s korištenjem navedenih materijala, kartice s brojevima trebaju se posložiti u četiri stupca krećući od jedinica pa sve do tisućica. Svaki stupac treba početi s najmanjim brojem te se nastaviti nizanjem brojeva do najvećeg broja, ali tako da ostane prostor između svake kartice. Nakon toga učitelj traži od učenika da pokaže kartice od 1, 10, 100 i 1 000. Slijedi pridruživanje zlatnih perli brojevima 1, 10, 100 i 1 000 (slika 31.).



Slika 31. Dekadski sustav od zlatnih perli i kartica s brojevima

Potom učitelj izdvaja karticu na kojoj se nalazi npr. 30 i govori učeniku da mu doda 3 desetice u perlama, odnosno 3 štapića. Isti postupak ponavlja s npr. 4 stotice, 2 tisućice i 8 jedinica. Nakon toga učitelj izdvaja brojevnice i slaže ih tako da na dno stavi tisućicu pa na tisućicu stavi stoticu pa deseticu i jedincu. Zatim povlači kartice udesno i dobiva željeni broj (2 438). Učitelj pita učenika koji je to broj, a učenik čita broj.



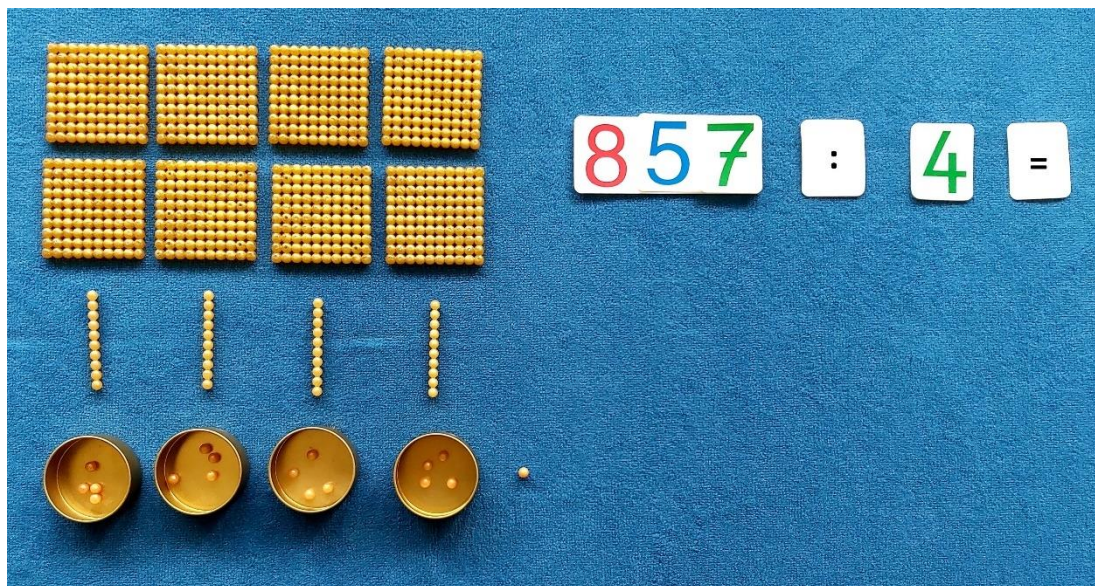
Slika 32. Donošenje zlatnih perli prema karticama s brojevima

Sljedeći korak je zadavanje zadatka. Učitelj od kartica s brojevima zadaje broj npr. 5 627, a učenik treba donijeti broj u zlatnim perlama i odgovoriti što je donio npr. 5 tisućica, 6 stotica, 2 desetice i 7 jedinica (slika 32.). Isti zadatak može se provesti i na suprotan način, da učitelj donosi pladanj sa zlatnim perlama, a učenik treba vrijednost zlatnih perli izraziti pomoću kartica s brojevima izgovarajući koje je kartice uzeo. Kada učenik samostalno radi s ovim didaktičkim materijalom i sam uzima zlatne perle može doći u situaciju da uzme više od deset štapića npr. 14 i tada 10 štapića mora zamijeniti za jedan kvadrat. Na taj način učenik će samostalno doći do zaključka da je bolje krenuti od manje dekadске jedinice (Perić, 2009). Dva važna načela koriste se i u ovom didaktičkom materijalu, a to su načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti. Načelo zornosti vidljivo je u prikazu brojeva od zlatnih perli, a načelo vlastite aktivnosti u pridruživanju kartica s brojevima zlatnim perlama.

4.4.3. Zlatne perle i aritmetičke operacije

Prethodno objašnjenim didaktičkim materijalima zlatnim perlama i karticama s brojevima pridružuju se kartice s računskim operacijama zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja te relacija veće, manje i jednako.

Kada učenici svladaju korištenje zlatnih perli i kartica s brojevima mogu navedene materijale koristiti i u zahtjevnijim zadacima, a to su npr. zadaci dijeljenja. „Dijeljenje sa zlatnim perlama rješava se pravednom podjelom pripremljene količine perli (djeljenik) djeci koja zajedno rade vježbu (predstavljaju djelitelja)“ (Perić, 2009, str. 17). Primjer jednog zadatka može biti: Broj 857 podijeli s 4.



Slika 33. Prikaz dijeljenja pomoću zlatnih perli i brojevnih kartica

Učenik najprije od brojevnih kartica složi broj 857, a nakon toga od zlatnih perli uzima 7 jedinica, 5 desetica i 8 stotica. Zatim broj rastavlja na četiri jednaka dijela. 8 desetica rastavi tako da svatko ima 2 stotice, 5 desetica rastavi tako da svatko ima 1 deseticu, a drugu deseticu rastavlja na jedinice, stoga 17 jedinica rastavlja tako da svatko ima 4 jedinice i ostaje mu jedna jedinica koja predstavlja ostatak (slika 33.). Učenik zatim govori 857 podijeljeno na 4 je 214 i ostatak 1.

„Složenost i apstraktnost matematike kao predmeta jedan je od važnih čimbenika koji uzrokuje teškoće u mnoge djece“ (Sharma, 2001, str. 13), a upravo ovaj didaktički materijal može pomoći učenicima vizualizirati apstraktne matematičke sadržaje. Vizualizacija dijeljenja uvažava načelo zornosti, a posebno se to ističe kada učenik jednu deseticu pretvara u deset jedinica i time zadovoljava načelo vlastite aktivnosti.

4.4.4. Pločice u boji

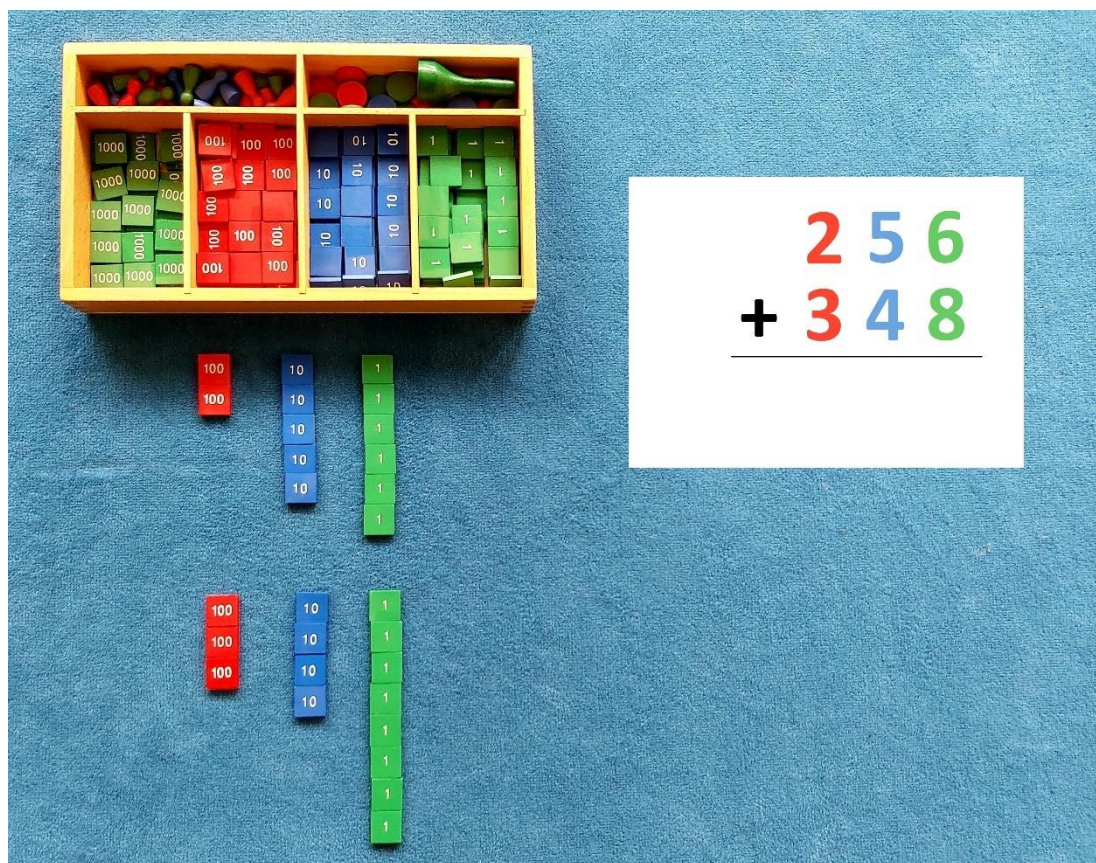
Pločice u boji (slika 34.) su didaktički materijal koji se koristi kao viši nivo apstrakcije u odnosu na zlatne perle u kojem se kvadrati, štapići i perle mijenjaju pločicama u boji (Perić, 2009). Zelene pločice predstavljaju jedinice i tisućice, plave predstavljaju desetice, a crvene stotice. Pločice u boji koriste se kako bi se učenike uvelo u dekadski brojevni sustav i četiri osnovne računske operacije.



Slika 34. Pločice u boji

Često učenici zadatke zbrajanja ili oduzimanja dobivaju na zasebnoj kartici koja na poledini ima rješenje zadatka. Tako jedan zadatak može biti: Koliki je zbroj brojeva 256 i 348.

Učenik najprije zapisuje pribrojnice na papir, a zatim zadane brojeve koji su pribrojnici raščlanjuje na dekadске jedinice i prikazuje ih pločicama u boji tako da pribrojnici budu međusobno odijeljeni jedan od drugog. Pribrojnici se postavljaju jedan ispod drugoga, odnosno s lijeva na desno tako da je najveća dekadска jedinica s lijeve strane (slika 35.).



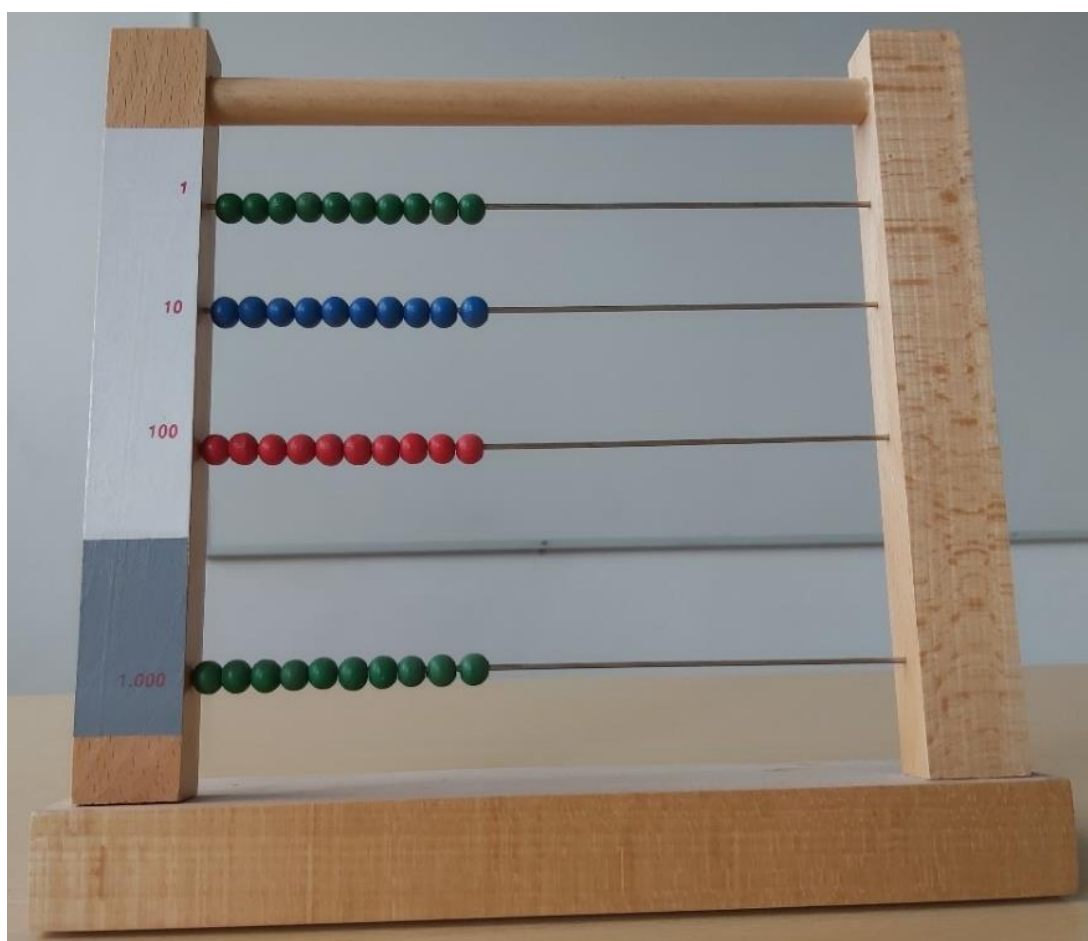
Slika 35. Zbrajanje pločicama u boji

Kako bi se pribrojnici zbrojili, pločice drugog pribrojnika se, krećući od jedinica, guraju prema prvom pribrojniku. Ako ima više od 10 pločica istih dekadskih jedinica, tada se 10 pločica istih dekadskih jedinica zamjenjuje s jednom pločicom veće dekadске jedinice i stavlja se ispod veće dekadске jedinice (Perić, 2009). U ovom primjeru 14 jedinica se zamjenjuje s jednom deseticom koja prelazi u stupac desetica, a 4 jedinice ostaju u stupcu jedinica, a zbog toga se u stupcu desetica 10 desetica mijenja s jednom stoticom i stupac desetica ostaje prazan, odnosno ima 0 desetica. U ovom zadatku govor bi bio sljedeći: 6 J više 8 J je 14 J, 10 J mijenjam s 1 D, ostaju 4 J. 5 D više 4 D je 9 D i više 1 D je 10 D, 10 D zamjenjujem s 1 S, stupac desetica ostaje prazan što znači da ima 0 D. 2 S više 3 S je 5 S i više 1 S je 6 S. 256 više 348 je 604. Isto kao i kod didaktičkog materijala zlatnih perli i brojevnih kartica, prilikom zamjene 10 jedinica s jednom deseticom i potom 10 desetica jednom stoticom vizualizirano je načelo zornosti, a ujedno je primijenjeno i načelo vlastite aktivnosti jer učenik sam zamjenjuje zadane pločice u boji.

Pločice u boji idealne su za samostalan rad učenika, ali isto tako i za rad u paru ili skupini. Upravo ovim materijalom učitelji mogu promatrati učenike u njihovom radu i pomagati im usmjeravanjem i savjetima jer upravo suvremena nastava teži učitelju koji će biti potpora i suradnik kao što je to u Montessori školama (Blažević i sur., 2019).

4.4.5. Mali abak

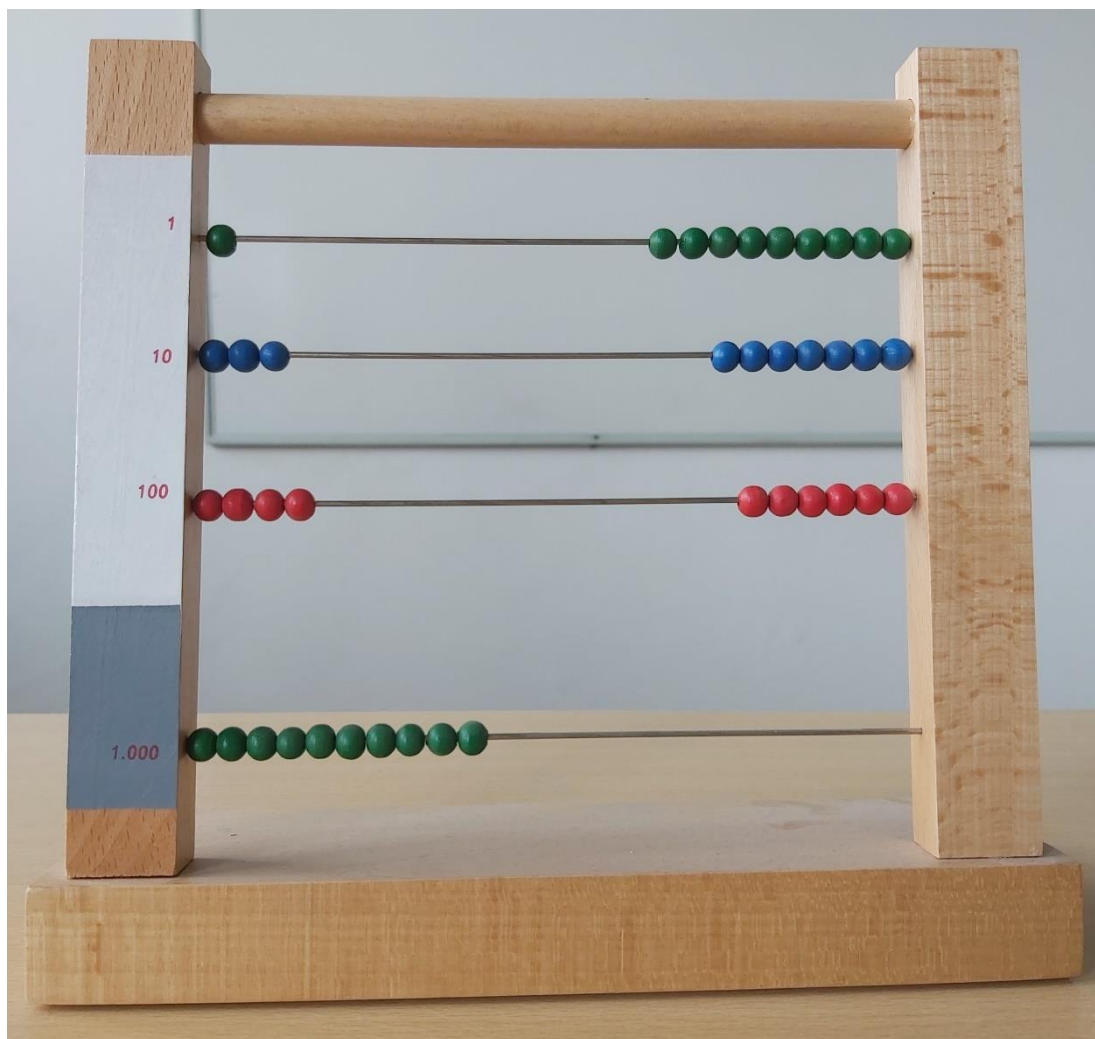
Mali abak (slika 36.) koristi se za vježbu zbrajanja i oduzimanja na višoj razini (Perić, 2009), odnosno koristi se za apstraktniju razinu računanja (Blažević i sur., 2019). Čini ga drveni okvir s četiri žice. Na svakoj žici nalazi se 10 perlica. Prva žica predstavlja jedinice i ima zelene perlice, druga predstavlja desetice i ima plave perlice, treća predstavlja stotice i ima crvene perlice, a posljednja predstavlja tisućice i ima perlice zelene boje. Svaka kategorija označena je na lijevoj strani okvira pomoću trake. Bijela traka namijenjena je za jedinice, desetice i stotice, a siva za tisućice. Mali abak koristi se za brojanje te zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1 000 (Blažević i sur., 2019).



Slika 36. Mali abak

Jedan od zadataka može biti: Pisano oduzmi brojeve 679 i 238.

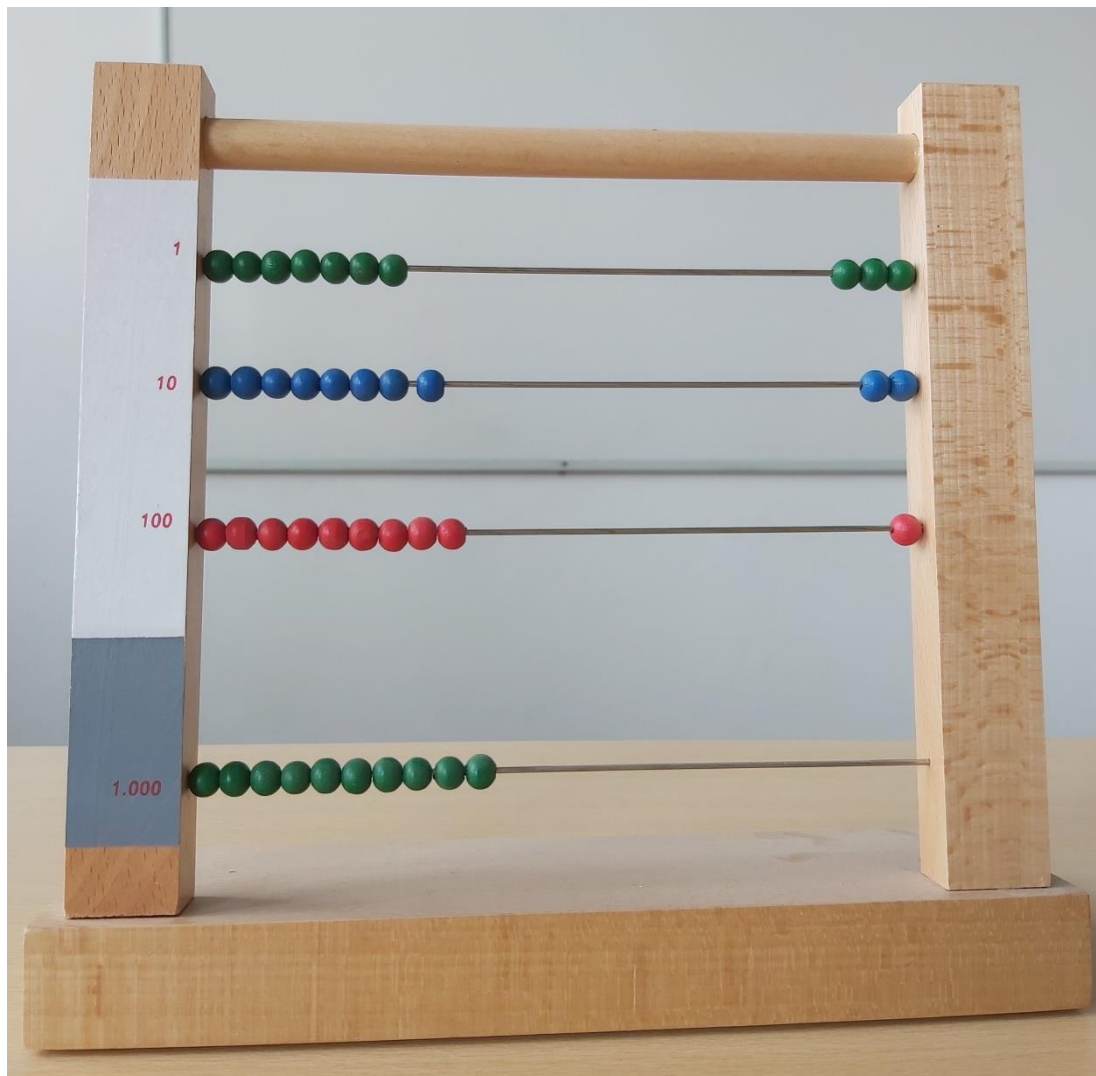
Najprije se prikaže minuend tako da se perlice povlače u desnu stranu. Stoga se 6 crvenih perlica, odnosno stotica, 7 plavih perlica, odnosno desetica i 9 zelenih perlica, odnosno jedinica povuče u desnu stranu (slika 37.).



Slika 37. Oduzimanje uz mali abak

Nakon toga se od minuenda oduzima broj perlica suptrahenda krećući od jedinica prema stoticama. Oduzete dekadске jedinice vraćamo na lijevu stranu. Kada od 9 jedinica oduzmemo 8 jedinica, ostaje jedna jedinica. 7 desetica manje 3 desetice je 4 desetica. 6 stotica manje 2 stotice je 4 stotica. 679 manje 238 je 441.

Zbrajanje bi se provelo na sličan način. Najprije bi se prikazao prvi pribrojnik, a zatim bi se pridruživanjem perlicama prvog pribrojnika prikazao drugi pribrojnik. Pokazat ćemo jedan primjer: Pisano zbroji brojeve 123 i 619.



Slika 38. Zbrajanje uz mali abak

Najprije se prikaže prvi pribrojnik 123 (slika 38.), odnosno jedna crvena perlica, dvije plave perlice i tri zelene perlice, a nakon toga se krećući od jedinica dodaje drugi pribrojnik. Uz 3 zelene perlice pridružujemo preostalih 7 zelenih perlica i vidimo da nam 2 perlice nedostaju. Zato 10 zelenih perlica mijenjamo s 1 plavom perlicom tako da dodajemo 1 plavu perlicu uz 2 plave perlice na drugoj žici, a zelene perlice vraćamo na lijevu stranu. 2 zelene perlice koje nismo mogli prije dodati zelenim perlicama pomičemo na desnu stranu. Prelazimo na desetice. Uz 3 plave perlice dodajemo još 1 perlicu. Nakon toga slijede stotice. Jednoj

4.4.6. Igra točkanja

Igra točkanja (slika 39.) koristi se za uvođenje učenika u pisano zbrajanje. To je tablica koja se sastoji od 6 stupaca. Posljednji stupac koristi se za zapisivanje zadataka, a gledano zdesna nalijevo iznad preostalih stupaca zapisane su dekadске јединице 1, 10, 100, 1 000 i 10 000, a ispod stupaca se nalaze po dva prazna polja koja se koriste za unos rezultata.

[illegible]

Ovim materijalom može se istovremeno zbrajati nekoliko višeznamenkastih brojeva. Prikazat ćemo zadatak gdje ćemo zbrojiti 5 različitih brojeva (slika 40.), a on glasi:

50

10 000	1 000	100	10	1	
• • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	5 738
	• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	619
		• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	3 168
		• • • • • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •	482
			• • • • • • • •	• • • • • • • •	+ 24 873
				• • • • • • • •	34 880
• • •	• • • • •	• • • • • • • •	• • • • • • • •		
3	4	8	8	0	

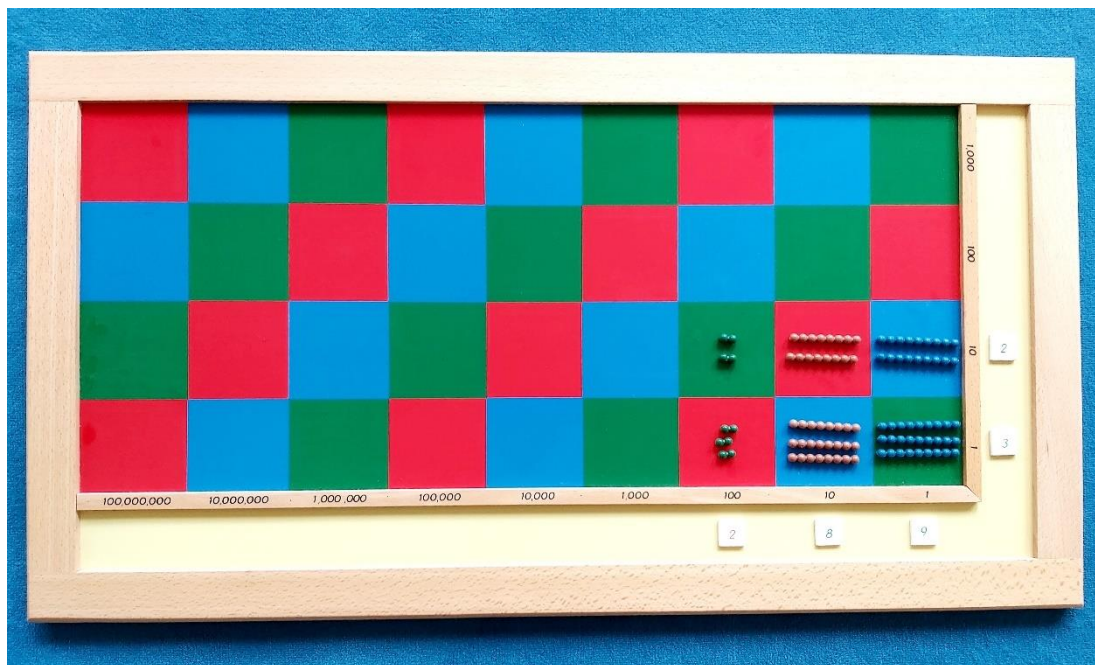
Slika 40. Primjer zadatka igre točkanja

Najprije se brojevi pomoću točaka zapisuju u tablicu krećući od jedinice svakog broja. Kada se popuni jedan red prelazi se u sljedeći, a jedinice svakog broja samo se nastavljaju bez prekida. Tako se, u ovom primjeru, najprije zapisuje 8 zelenih točaka od prvog pribrojnika, zatim 9 zelenih točaka od drugog pribrojnika, 8 zelenih točaka od trećeg pribrojnika, 2 zelene točke od četvrtog pribrojnika i 3 zelene točke od petog pribrojnika koje predstavljaju jedinice. Učenik je popunio 3 reda jedinica pa ih stoga križa i upisuje 3 točke u stupac desetica s lijeve strane. Zatim prelazi na desetice zapisuje ih isto kao i jedinice, odnosno 3 plave točke, zatim još 1 plavu točku pa 6 plavih točaka, 8 plavih točaka i 7 plavih točaka. Dva reda koja su popunjena se križaju i u stupac stotica se upisuju 2 točke. Za stotice, tisućice i desettisućice se ponavlja ista radnja. Nakon toga se ispod svakog stupca prepisuju točke koje su preostale (nisu prekrižene), a posljednje je zapisivanje točaka pomoću brojeva. Brojevi koji su dobiveni na kraju su rezultat. Igra točkanja učenicima može biti vrlo zabavna i zanimljiva jer kada shvate da mogu na ovaj način zbrajati bilo koji broj i jednostavno doći do rezultata, rado će ju koristiti. Načelo zornosti, u ovom primjeru, vidljivo je prikazom brojeva pomoću točaka, a načelo vlastite aktivnosti se ističe u samostalnom računanju učenika, odnosno križanju popunjenih redova.

4.4.7. Šahovska ploča

Šahovska ploča (slika 41.) ima polja zelene, plave i crvene boje i pogodna je za prikaz množenja višeznamenkastih brojeva. Na rubna polja se smještaju znamenke faktora po mjesnim vrijednostima. U donjem desnom kutu nalazi se zeleno polje koje predstavlja jedinice, zatim plavo koje predstavlja desetice, crveno koje predstavlja stotice, ponovo zeleno koje predstavlja tisućice itd. Kako bi učenici mogli koristiti šahovsku ploču moraju usvojiti tablicu množenja jer se na polje ploče stavlja umnožak znamenki pomoću šarenih perli te moraju razumjeti

prenošenje većih dekadskih jedinica (Perić, 2009). Kada se brojevi na poljima maksimalno pojednostave (ostanu brojevi od 1 do 9 ili prazno polje) perle se povlače dijagonalno po poljima iste boje u prvi redak. „Nakon što se brojevi u poljima pojednostave do znamenki iz prvog retka se čita zdesna na lijevo umnožak polaznih brojeva“ (Perić, 2009, str. 17).

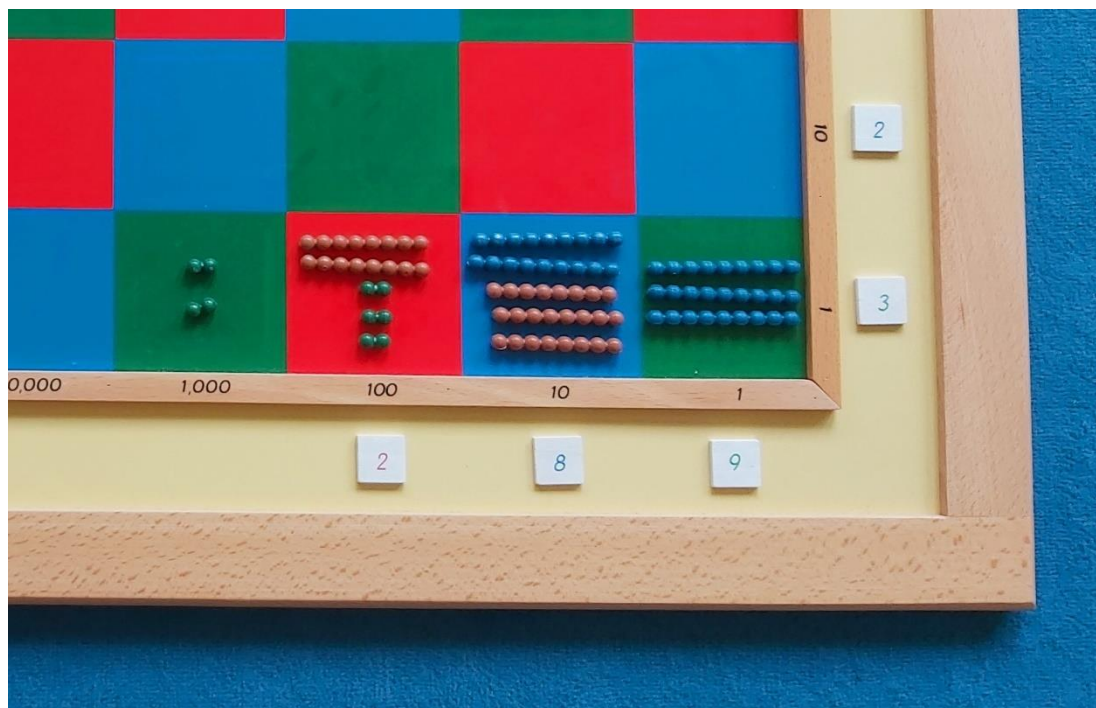


Slika 41. Šahovska ploča

Prikazat ćemo množenje troznamenkastog broja dvoznamenkastim kako bi se vidjelo korištenje navedenog materijala: Pomnoži brojeve 289 i 23.

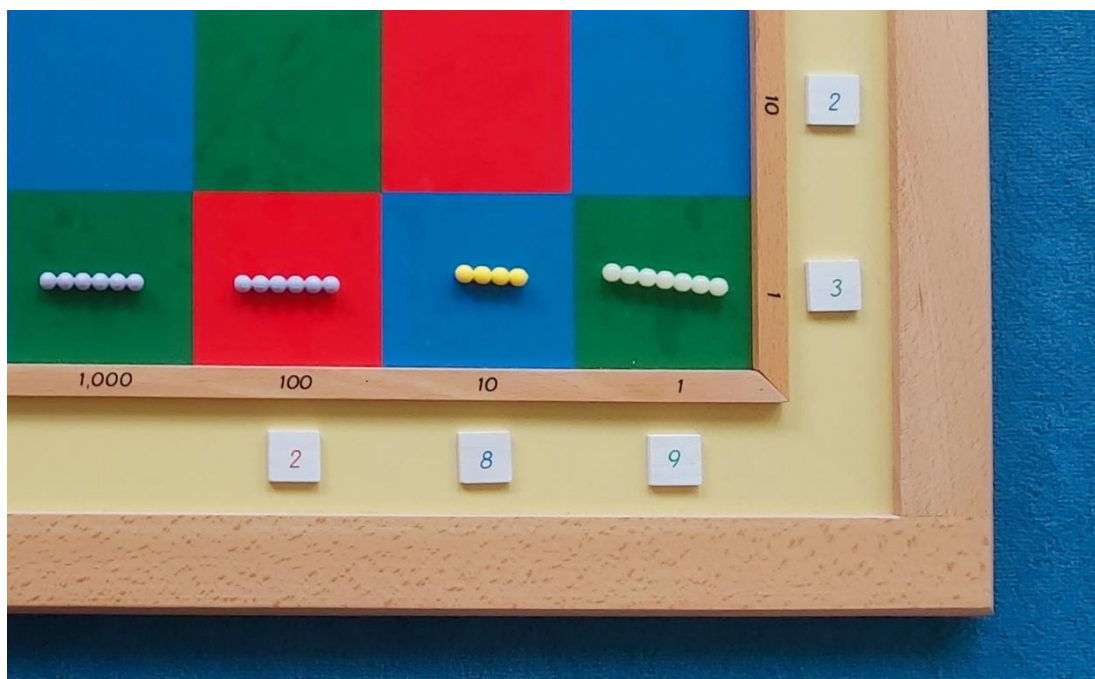
Broj 289 postavlja se u donjem vodoravnom dijelu ploče, a broj 23 u desnom okomitom dijelu ploče kao što je prikazano na slici 41. Kreće se množiti od jedinica. Uzimaju se 3 tamno plava štapića koja sadrže po 9 perlica i stavljaju se na zeleno polje u desnom kutu šahovske ploče. Zatim se uzimaju 3 smeđa štapića koja sadrže po 8 perlica i stavljaju se na plavo polje koje se nalazi s lijeve strane od zelenog polja jedinica. Nakon toga se uzimaju 3 zelena štapića koja sadrže po 2 perlice i stavljaju se na crveno polje koje se nalazi s lijeve strane od plavog polja jedinica. Slijedi množenje desetica. Uzimaju se 2 tamno plava štapića koja sadrže po 9 perlica i stavljaju se na plavo polje koje se nalazi iznad zelenog polja jedinica. Zatim se uzimaju 2 smeđa štapića koja sadrže po 8 perlica i stavljaju se na crveno polje koje se nalazi s lijeve strane od plavog polja jedinica. Nakon toga se uzimaju 2 zelena štapića koja sadrže po 2 perlice

i stavljaju se na zeleno polje koje se nalazi s lijeve strane od crvenog polja desetica. Zatim se dijagonalno povezuju sve desetice i stotice kao na slici 42.



Slika 42. Dijagonalno povezivanje vrijednosti dekadskih jedinica

Sljedeći korak je množenje unutar svakog polja i prenošenje u sljedeće polje. 9 puta 3 je 27, uzima se jedan bijeli štapić koji sadrži po 7 perlica i ostavlja se u zelenom polju, a štapić od 2 zelene perlice prenosi se u stupac desetica. Zatim se računaju desetice. 8 puta 3 je 24 i 9 puta 2 je 18, 24 više 18 više 2 je 44, uzima se jedan žuti štapić koji sadrži po 4 perlice i ostavlja se u plavom polju, a štapić s 4 žute perlice prenosi se u stupac stotica. Dalje se računaju stotice. 2 puta 3 je 6 i 8 puta 2 je 16, 6 više 16 više 4 je 26, uzima se jedan rozi štapić koji sadrži po 6 perlica i ostavlja se u crvenom polju, a štapić od 2 zelene perlice prenosi se u stupac tisućica. Računamo tisućice, 2 puta 3 je 6, uzimamo jedan štapić od 6 rozih perlica i stavljamo ga u zeleno polje tisućica. 289 puta 23 je 6 647 (slika 43.). Kada učenik prikazuje množenje pomoću perlica različitih boja primjenjuje se načelo vlastite aktivnosti, a načelo zornosti je vidljivo prilikom prenošenja perlica u prvi redak i njihovog množenja, a potom i zbrajanja.



Slika 43. Rezultat kada se sve pomnoži i zbroji

Svi navedeni didaktički materijali pogodni su za usvajanje matematičkih sadržaja u trećem razredu osnovne škole, ali se, naravno, pojedini didaktički materijali mogu koristiti i u četvrtom razredu, što upravo pokazuje prethodni primjer. „Primjena principa pedagogije Marie Montessori kroz povijest se pokazala veoma značajnom u procesu odgoja i obrazovanja. Poseban doprinos je dala u početnoj nastavi matematike s nizom didaktičkoga materijala visoke didaktičke i matematičke vrijednosti“ (Blažević i sur., 2019, str. 32).

4.5. Brojevi do 10 000 u konkretnim situacijama

Osim didaktičkih materijala, brojevi do 10 000 nalaze se svuda oko nas, samo trebamo krenuti istraživati svijet koji nas okružuje. Primjerice, u današnje vrijeme kada se ljudi sve manje kreću i sve više vremena provode pred računalom ili mobitelom stručnjaci preporučuju napraviti barem 10 000 koraka kako bi se zadovoljila dnevna aktivnost tijela (World Health Organization, 2008), a u tu svrhu osmišljene su aplikacije na pametnim telefonima i satovi koji broje korake. Evo primjera koji mogu dočarati brojeve do 10 000:

- Najbrža šetnja na 10 000 metara za ženu trajala je 41 minutu i 56 sekundi¹, a za muškarca 37 minuta i 25 sekundi².
- Najbrže trčanje na otvorenom na 10 000 metara za ženu je trajalo 29 minuta i 17 sekundi³, a za muškarca 26 minuta i 11 sekundi⁴.
- Najbrže bicikliranje na 10 000 km trajalo je 22 dana, 15 sati, 34 minute i 9 sekundi⁵.
- Najbrži muški rekord u brzom klizanju na 10 000 metara iznosi 12 minuta i 32 sekunde⁶.
- 10 000 komada otpada pretvoreno je u rekordni umjetnički rad kako bi se potaklo recikliranje (slika 44.).



Slika 44. Umjetnički rad od 10 000 komada otpada,

https://www.guinnessworldrecords.com/Images/largest%20recyclable%20material%20mosaic_tcm25-536715.jpg

- Humphrey Yang je prebrojao 10 000 zrna riže⁷, a za to su mu bila potrebna gotovo dva sata.

¹ [https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-walk-10000-metres-\(female\)](https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-walk-10000-metres-(female))

² <https://www.worldathletics.org/news/report/eiki-takahashi-10000m-walk-world-best-inzai>

³ [https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-run-10000-metres-\(female\)](https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-run-10000-metres-(female))

⁴ [https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-run-10000-metres-\(male\)](https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-run-10000-metres-(male))

⁵ <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/fastest-time-to-cycle-10000-km->

⁶ [https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/speed-skating-10000-m-\(men\)](https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/speed-skating-10000-m-(men))

⁷ https://www.youtube.com/watch?v=9R3KxA0QPmM&ab_channel=HumphreyYang

- 10 000 zrna riže teži između 261 i 295 grama⁸ dok je 10 000 zrna soli jednako $\frac{1}{4}$ čajne žličice⁹.

U skup brojeva do 10 000 ubrajaju se mnoge zanimljivosti, kao što je najviši vrh na Zemlji Mount Everest visok 8 850 metara nadmorske visine dok je najviši vrh Hrvatske Dinara na visini od 1 831 metar nadmorske visine¹⁰. Najviša planina na svijetu koja se nalazi i ispod površine mora je Mauna Kea kojoj visina iznosi oko 10 205 metara, od čega je 4 205 metara iznad razine mora¹¹. Bor čekinja je najstarije drvo koje je ikad zabilježeno, a staro je otprilike 5 200 godina¹². Druga najdublja špilja u Hrvatskoj, Slovačka jama nalazi se na dubini od 1 324 metra, a dugačka je 6 416 metara¹³. Najduža rijeka svijeta je Nil duga 6 695 kilometara¹⁴. Kineski zid dug je oko 6 250 kilometara¹⁵.

Vidljivo je da se mnoge zanimljivosti označavaju upravo u skupu prirodnih brojeva do 10 000. Zbog toga su veliki brojevi zanimljivi prije svega djeci, a zatim i učenicima koji često znaju informirati svoj razred o zanimljivim činjenicama koje su čuli ili pročitali. Ovakvi podaci važni su kako bi učenici shvatili zašto su nam važni brojevi u životu i zašto je važno usvojiti računske operacije u skupu prirodnih brojeva do 10 000 koji će se kasnije proširivati na preostale skupove koji se uče u predmetnoj nastavi matematike.

⁸ https://www.researchgate.net/figure/One-thousand-grain-weight-and-grain-yield-of-26-hybrids-rice-grown-in-two-locations-and_tbl4_277961809

⁹ http://www.vendian.org/envelope/dir0/grain_feel.html

¹⁰ <https://hr.izzi.digital/DOS/14176/13553.html>

¹¹ <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/tallest-mountain>

¹² <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/oldest-tree-ever-documented>

¹³ <http://speleologija.hr/popis>

¹⁴ <http://www.primaryhomeworkhelp.co.uk/rivers/longest.htm>

¹⁵ <https://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=31489>

5. Istraživanje o korištenju konkretnih didaktičkih materijala u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva

Na temelju pregleda literature iz 2. i 4. poglavlja vidljivo je da su dva načela posebno važna kod korištenja konkretnih didaktičkih materijala i usvajanja pojma velikih brojeva, a to su načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti. Oba načela prožeta su kroz cijelu razrednu nastavu matematike, a posebno se ističu u prvom i drugom razredu osnovne škole kada se primjenjuju konkretni didaktički materijali. Markovac (2001) naglašava kako u trećem razredu u nastavi matematike ne postoji zorni prikaz koji bi pridonio procesu spoznavanja, dok Herjavec i Glasnović Gracin (2010) ističu kako se trebaju koristiti konkretni didaktički materijali kako se ne bi narušilo temeljno matematičko znanje kod učenika. Stoga se postavlja pitanje u kojoj mjeri učitelji razredne nastave koriste konkretne materijale u aritmetici 3. razreda. U tu svrhu provedeno je istraživanje o korištenju manipulativnih sredstava u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva.

5.1. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja

Cilj istraživanja je utvrditi koje konkretne didaktičke materijale koriste učitelji razredne nastave u nastavi aritmetike.

Vezano uz taj cilj, postavljena su sljedeća istraživačka pitanja:

1. U kojoj mjeri učitelji razredne nastave u 3. razredu koriste konkretne didaktičke materijale za prikazivanje brojeva do 10 000?
2. Koje konkretne didaktičke materijale koriste učitelji razredne nastave u 3. razredu u nastavi matematike za prikazivanje brojeva do 10 000?

5.2. Metodologija

5.2.1. Instrument istraživanja

U svrhu dobivanja odgovora na istraživačka pitanja i na temelju proučene literature osmišljen je upitnik koji se sastojao od 8 pitanja.

Prva tri pitanja odnosila su se na atributivna obilježja ispitanika (spol, razred kojem učitelj razredne nastave trenutno predaje, godine radnog staža kao učitelj, odnosno učiteljica).

Druga dva pitanja obuhvaćala su 2. istraživačko pitanje, a odnosila su se na korištenje didaktičkih materijala u 3. razredu u nastavi matematike za prikaz višeznamenkastih brojeva i konkretne didaktičke materijale koje učitelji razredne nastave koriste u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz višeznamenkastih brojeva.

Posljednja tri pitanja obuhvaćala su 1. istraživačko pitanje koje se odnosilo na mišljenje učitelja razredne nastave o nužnosti konkretnih didaktičkih materijala za učenike 3. razreda u nastavi matematike za prikaz brojeva i obrazlaganje tog odgovora te odgovaranje u kojoj mjeri koriste konkretne didaktičke materijale u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva (Prilog 1.).

5.2.2. Ispitanici

U istraživanju je sudjelovalo ukupno 74 učitelja razredne nastave iz cijele Republike Hrvatske.

5.2.3. Postupak

Nakon što je upitnik osmišljen provedeno je pilot istraživanje u kojem je sudjelovalo 5 učiteljica razredne nastave. Pilot istraživanjem željelo se saznati je li upitnik dovoljno razumljiv i postoje li sporna pitanja koja bi mogla zbuniti ispitanike u glavnom istraživanju. Povratna informacija u pilot fazi pokazala je kako je upitnik kratak i jasan i kako bi se samo kod jednog pitanja trebala napraviti promjena, stoga je dodan komentar uz pitanje da ako se na prethodno pitanje odgovorilo „Ne“ da se na to pitanje stavi „-“. Ovaj savjet bio je vrlo koristan kako bi upitnik bio što jasniji.

Glavno istraživanje provedeno je od 31. svibnja 2021. godine do 21. lipnja 2021. godine. Koristio se online upitnik preko Google forms-a koji je bio podijeljen u Facebook grupama za učitelje razredne nastave. Kako u prvih 10 dana anketiranja nije bilo mnogo prikupljenih podataka putem online upitnika, upitnik je u papirnatom obliku podijeljen u nekoliko škola, a to su bile: Osnovna škola Julija Klovića u Zagrebu, Osnovna škola Davorina Trstenjaka u Zagrebu, Osnovna škola „Braća Radić“ u Koprivnici i Osnovna škola „Antun Nemčić Gostovinski“ u Koprivnici.

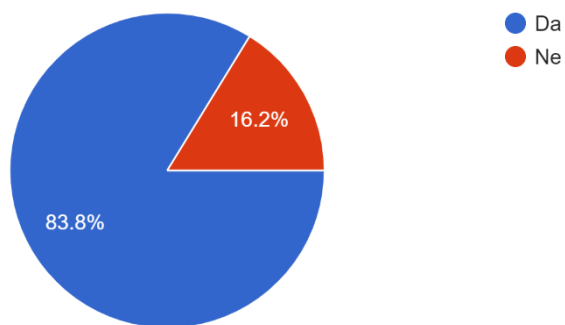
5.2.4. Analiza podataka

Istraživanje je kvalitativno. Prvo istraživačko pitanje odnosi se na deskriptivnu analizu podataka i na prikaz u obliku postotka (relativnih frekvencija). Drugo istraživačko pitanje odnosi se na kvalitativnu tekstualnu analizu dobivenih podataka. Dobiveni odgovorili su grupirani u nekoliko kategorija kako bi se jednostavnije analizirali.

5.3. Rezultati i rasprava

U istraživanju su sudjelovale 72 žene i 2 muškarca. Od tog broja 18,9% učitelja radilo je u 1. razredu, 27% u 2. razredu, 35,1% u 3. razredu i 18,9% u 4. razredu. 29,7% ispitanika imalo je do 5 godina radnog staža, 24,3% 5-15 godina radnog staža, 24,3% 16-30 godina radnog staža i 21,6% više od 30 godina radnog staža.

Na pitanje: *Koristite li u nastavi matematike u 3. razredu konkretne didaktičke materijale za prikaz višeznamenkastih brojeva?* 83,8% ispitanika odgovorilo je „Da“, a 16,2% ispitanika odgovorilo je „Ne“ (slika 45.).



Slika 45. Korištenje konkretnih didaktičkih materijala za prikaz višeznamenkastih brojeva u 3. razredu u nastavi matematike

Na pitanje: *Koje konkretne didaktičke materijale obično koristite u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz višeznamenkastih brojeva?* učitelji razredne nastave navodili su različite materijale koji su svrstani u 5 kategorija: matematički sadržaji, kartice, igre, prirodni materijali i poznati konkretni didaktički materijali (Tablica 1.).

Tablica 1. Kategorije za prikaz konkretnih didaktičkih materijala

KATEGORIJE	DIDAKTIČKI MATERIJALI
Matematički sadržaji	Brojeva crta
	Novac
	Tablica mjesnih vrijednosti
	Geometrijska tijela
	Geometrijski likovi
Kartice	Brojevne kartice
	Kartice dekadskih jedinica
	Kartice
Igre	Kockice
	Slagalice
	Magneti sa znamenkama
	Društvena igra
	Slikovni prikazi
	Domino
Prirodni materijali	Karton ili papir
	Drvo (bojice)
	Štapići
	Stupići
	Kuglice
	Čepovi

	Čaše
	Množilica
Poznati konkretni didaktički materijali	Montessori materijali
	Stern blokovi
	Unifix kocke
	Matematička gusjenica

Didaktički materijali koji su navedeni pod kategorijom matematički sadržaji koriste se u cijeloj razrednoj nastavi matematike, stoga nije začuđujuće kako je najveći broj ispitanika, njih 43, spomenulo upravo ove didaktičke materijale. 36 ispitanika navodi didaktičke materijale iz kategorija kartice. 16 ispitanika navodi materijale iz kategorije igre, a 17 ispitanika koristi prirodne materijale. Upravo se materijali iz kategorija igre i prirodni materijali najčešće koriste u 1. i 2. razredu pa se postavlja pitanje jesu li ispitanici prilikom odgovaranja mislili samo na 3. razred ili su odgovarali misleći i na 1. i 2. razred.

Iz prikazane tablice vidljivo je kako učitelji razredne nastave u trećem razredu koriste konkretne didaktičke materijale koji su navedeni u ovom radu. 5 ispitanika je odgovorilo da koristi Montessori materijale i to Pločice u boji, Abak i Zlatne perle. 3 ispitanika navela su Stern blokove, a 4 ispitanika Matematičku gusjenicu. Samo jedan ispitanik naveo je Unifix kocke koje je nazvao matematičkim kockama.

Na pitanje: *Smatrate li da su konkretni didaktički materijali potrebni učenicima 3. razreda u nastavi matematike za prikaz brojeva?* 82,4% učitelja razredne nastave je odgovorilo „Da“, a 8,1% je odgovorilo „Ne“. 9,5% učitelja razredne nastave odabralo je opciju ostalo gdje su navodili kako to ovisi o sposobnostima pojedinih učenika, kako nije potrebno svima, već samo nekima, kako je potrebno u početku, kako je potrebno većini učenika i kako ovisi o nastavnoj jedinici.

Neki od razloga koje su učitelji razredne nastave navodili zašto je potrebno koristiti konkretne didaktičke materijale su sljedeći:

- zbog shvaćanja matematičkih sadržaja

„Postoje učenici koji uopće ne trebaju konkretan didaktički materijal, ali ima i dosta učenika kojima bi dobro došli za bolje shvaćanje.“

„Smatram da su potrebni jer u zadnjih nekoliko godina sve veći broj učenika u 1. razredu ne shvaća pojam broja. Ako ga ne shvate kod brojeva do 20, još se veće teškoće javljaju pri obradi tro i višeznamenkastih brojeva.“

Konkretni didaktički materijali potrebni su za bolje razumijevanje nastavnih sadržaja, za bolje prilagođavanje nastave učenicima, za razvijanje samostalnosti te za trajnije pamćenje.

- zbog apstraktnosti matematike i načela zornosti i vlastite aktivnosti

„Veliki brojevi" su apstraktni i učenici se ne susreću s njima svakodnevno, treba im prikazati da se veliki brojevi koriste i u stvarnom životu kako bi lakše shvatili pojam tih brojeva.“

„Princip zornosti. Djeca bolje razumiju kad je pred njima konkretno povezano sa životnom situacijom, bolje pamte kad vide i dotaknu, uzmu u ruku, premjeste.“

„Važni su zbog vizualizacije s obzirom da je matematika djeci prilično apstraktna.“

„Zornost i iskustveni pristup dovode do spoznajnih zaključaka.“

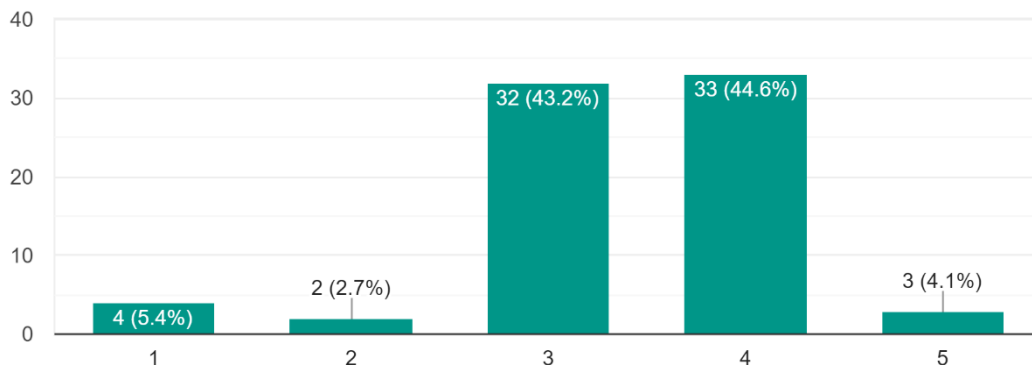
„Konkretni materijali su potrebni učenicima 3. razreda kako bi vizualizirali i osvijestili mjesnu vrijednost znamenke u višeznamenkastom broju, rastavljali brojeve na zbroj višekratnika dekadskih jedinica i kod uspoređivanja brojeva induktivnim putem gdje promatranjem sami zaključuju koji broj je veći odnosno manji.“

- zbog Piagetove teorije kognitivnog razvoja

„Potrebno ih je koristiti zbog kognitivno-razvojnog razdoblja u kojem se učenici razredne nastave nalaze. Razvoj apstraktnog mišljenja kod učenika počinje od manipulacije konkretnim objektima i učenjem putem osjetila.“

Na pitanje: *Koliko često koristite konkretne didaktičke materijale u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva do 1 000 (Nastavni plan i program), odnosno 10 000 (Kurikulum)?* 44,6% učitelja razredne nastave odgovara da često koristi konkretne didaktičke

materijale, 43,2% odgovara da ponekad koristi konkretne didaktičke materijale, 8,1% odgovara da nikada ili vrlo rijetko koristi konkretne didaktičke materijale i 4,1% uvijek koristi konkretne didaktičke materijale u 3. razredu u nastavi matematike (slika 46.).



Slika 46. Korištenje konkretnih didaktičkih materijala u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva do 10 000

5.4. Zaključci istraživanja

Istraživanje je pokazalo da više od 83% učitelja razredne nastave koristi konkretne didaktičke materijale za prikaz višeznamenkastih brojeva u 3. razredu u nastavi matematike. Više od 80% učitelja razredne nastave smatra kako su konkretni didaktički materijali potrebni učenicima 3. razreda u nastavi matematike za prikaz brojeva. Većina ispitanika, njih 65, odnosno 87,8% koristi ponekad ili često konkretne didaktičke materijale u 3. razredu u nastavi matematike za prikaz brojeva. Najčešći konkretni didaktički materijali u nastavi matematike koje učitelji razredne nastave koriste u svom radu s učenicima u 3. razredu su redom iz kategorija:

- matematički sadržaji (brojeva crta i novac),
- kartice (brojevne kartice, kartice dekadskih jedinica),
- igre (kockice),
- prirodni materijali (štapići),
- poznati konkretni didaktički materijali (Montessori materijali, Stern blokovi, Matematička gusjenica).

U ovom istraživanju postoje određena ograničenja. S obzirom na relativno mali broj ispitanika nije moguće generalizirati dobivene rezultate. Također, neki učitelji vjerojatno se nisu fokusirali samo na 3. razred, već su se u svojim odgovorima oslanjali na 1. i 2. razred.

Ovo istraživanje moglo bi se u budućnosti proširiti tako što bi se povećao uzorak koji bi tada bio reprezentativan za cijelu Hrvatsku. Uzorak bi se ograničio samo na učitelje 3. razreda te bi se provodio na kraju školske godine kako bi se učitelji mogli prisjetiti svih konkretnih didaktičkih materijala koje su koristili u nastavi matematike te školske godine. Također bi se povećao broj pitanja koja su vezana uz načela zornosti i vlastite aktivnosti.

6. Zaključak

Kako se učenici razredne nastave nalaze u fazi konkretnih operacija prema Piagetovoj teoriji kognitivnog razvoja važno je da se u nastavi matematike i u 3. razredu koristi zorna podloga koja pomaže učenicima u usvajanju apstraktnih matematičkih sadržaja. Stoga je važno prisustvo načela zornosti i načela vlastite aktivnosti što potvrđuju i metodičari kao što su Markovac, Kurnik, Pavleković i Glasnović Gracin. Osim toga navedena načela izrazito su važna i u I-G-S-Z modelu kako bi se prema Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika osigurala dobra podloga za učenje nastavnih sadržaja koji slijede u predmetnoj nastavi matematike. Pojmovi prirodnog broja i skupova brojeva kao temeljni matematički pojmovi polazište su za usvajanje aritmetičkih operacija kako u prvom razredu tako i u trećem razredu kada se uči u skupu prirodnih brojeva do 10 000. Opisani konkretni didaktički materijali i aktivnosti dokazuju kako postoji niz sredstava koja se mogu koristiti u nastavi aritmetike u 3. razredu osnovne škole. Učenici pritom koriste didaktičke materijale kako bi vizualizirali apstraktne matematičke sadržaje, a kada shvate matematički sadržaj pomoću didaktičkog materijala prelaze na apstraktniju razinu prema I-G-S-Z modelu, a to je računanje pomoću znakova. Korištenjem didaktičkih materijala zadovoljavaju se oba načela zornosti i vlastite aktivnosti. Kako se didaktički materijali navedeni u radu mogu kupiti i to može biti trošak osnovnim školama, inačice navedenih materijala moguće je izraditi s učenicima ili zatražiti pomoć roditelja u izradi didaktičkih materijala.

Prema provedenom istraživanju vidljivo je da učitelji razredne nastave smatraju da su učenicima i dalje potrebni konkretni didaktički materijali za prikaz brojeva u 3. razredu u nastavi matematike. Kako su matematički pojmovi apstraktni, a posebno pojam broja koji se uvodi još u prvom razredu osnovne škole, učenicima treba dozvoliti korištenje konkretnih didaktičkih materijala kako bi predočili apstraktne matematičke sadržaje. Najčešći razlozi za korištenje konkretnih didaktičkih materijala koji se navode u istraživanju su shvaćanje matematičkih sadržaja, apstraktnost matematike, načelo zornosti i načelo vlastite aktivnosti te Piagetova teorija kognitivnog razvoja. Neki učitelji razredne nastave navodili su kako u 3. razredu ne koriste konkretne didaktičke materijale jer im nisu dostupni. Iako didaktički materijali opisani u ovom radu ne posjeduju sve škole, učitelji se najčešće snalaze sami pa izrađuju vlastite didaktičke materijale. Pojedini učitelji prepoznali su vrijednost Stern blokova i Montessori materijala koji se jednostavno mogu prilagoditi nastavi matematike u 3. razredu. Didaktički materijali koji se najviše koriste u nastavi matematike u 3. razredu su: brojne

kartice, brojeva, crta, kartice dekadskih jedinica, novčanice i kovanice te prirodni materijali (štipci, stupci, drvca, karton). Važno je napomenuti kako većina učitelja razredne nastave koristi ponekad ili često konkretne didaktičke materijale. Kako je skup prirodnih brojeva do 10 000 učenicima apstraktan, učenicima ga treba približiti konkretnim didaktičkim materijalima i situacijama iz svakodnevnog života.

Proučavanjem literature i samim istraživanjem mogu zaključiti kako su zbog Piagetove teorije kognitivnog razvoja i apstraktnosti matematičkih sadržaja konkretni didaktički materijali i dalje potrebni učenicima i u 3. razredu što me nije iznenadilo jer se u praksi pokazalo kako je to doista tako jer učenici u predmetnoj nastavi imaju mnogo poteškoća u usvajanju matematičkih sadržaja. Sama tema rada vrlo je aktualna posebno u vrijeme kada su učenici nekoliko mjeseci imali samo online nastavu te se moglo uvidjeti kako izgovorena riječ bez zorne podloge nije dovoljna. U svom daljnjem radu s učenicima razredne nastave planiram koristiti didaktičke materijale koji su opisani u ovom radu u svim razredima razredne nastave kako bih učenicima pomogla u pojašnjavanju apstraktnih sadržaja koje će jednostavnije shvatiti vizualizacijom i svojom aktivnošću i tako će kasnije bez problema doći do najvišeg stupnja apstrakcije.

Literatura

1. Berk, L. E. (2015). *Dječja razvojna psihologija*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
2. Blažević, I., Mišurac, I., Marasović, A. (2019). Mogućnosti primjene Montessori pristupa u početnoj nastavi matematike, Nesimović, S., Mešanović-Meša, E., *Prozor u svijet obrazovanja, nauke i mladih*, 21-35. Sarajevo: Pedagoški fakultet Univerziteta u Sarajevu.
3. Buggle, F. (2002). *Razvojna psihologija Jeana Piageta*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
4. Corn, P. (2016). Cuisenaireovi štapići, *Osječki matematički list*, 16(2016) 67-82. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/165820> (9.5.2021.)
5. Dakić, B. (1993). *Zornost u nastavi matematike*. Zagreb: Školske novine.
6. Glasnović Gracin, D. (2012). Upotreba konkretnih materijala u razrednoj nastavi matematike, Ivanšić, I., *Zbornik radova 5. kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske*, 197-202. Zagreb: Profil.
7. Glasnović Gracin, D. (2014). Modeli aritmetike za razrednu nastavu, *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 15(2014), 59, 12-21. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/140113> (13.5.2021.)
8. Gleizer, G. I. (2003). *Povijest matematike za školu*. Zagreb: Školske novine & HMD
9. Herjavec, D., Glasnović Gracin, D. (2010). Računska gusjenica, *Matematika i škola*, 57, 59-63. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/1014/57-03.pdf> (20.6.2021.)
10. Jerec, H., Glasnović Gracin, D. (2012). Stern blokovi, *Matematika i škola*, 64, 154-159. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/1131/64-03.pdf> (12.5.2021.)
11. Kadum-Bošnjak, S., Soldo, M. (2013). Načelo zornosti u nastavi matematike primarnog obrazovanja, *Bjelovarski učitelj, časopis za odgoj i obrazovanje*, 1-2, 44-60.
12. Kurnik, Z. (2001). Matematički pojam, *Matematika i škola*, 11, 8-16. Preuzeto s <http://mis.element.hr/fajli/182/11-02.pdf> (13.5.2021.)
13. Kurnik, Z. (2002). Načelo znanstvenosti, *Matematika i škola*, 13, 102-106. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/571/13-02.pdf> (13.5.2021.)
14. Kurnik, Z. (2009). *Znanstveni okviri nastave matematike*. Zagreb: Element.
15. Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa.
16. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
17. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije*. Zagreb.

18. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb.
19. Mišurac Zorica, I., Plazibat, M. (2006). Vlastita aktivnost učenika u učenju matematike, *Školski vjesnik*, 55(3-4), 353-363.
20. Pavleković, M. (2001). *Metodika nastave matematike s informatikom I*. Zagreb: Element.
21. Pelle, B. (2004). *Tako poučavamo matematiku*. Zagreb: Školske novine & HMD
22. Perić, A. (2009). Montessori iz prve ruke, *Matematika i škola*, 51, 12-20. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/910/51-04.pdf> (13.5.2021.)
23. Piaget, J., Inhelder, B. (1990). *Psihologija deteta*. Novi sad: Dobra vest.
24. ResearchGate, https://www.researchgate.net/figure/One-thousand-grain-weight-and-grain-yield-of-26-hybrids-rice-grown-in-two-locations-and_tbl4_277961809 (15.5.2021.)
25. Sharma, M. (2001). *Matematika bez suza*. Lekenik: Ostvarenje.
26. Sinovčić, V. (2015). *Manipulativni materijali u nastavi matematike za osnovnu školu*. Split: Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet. Preuzeto s <https://repozitorij.pmfst.unist.hr/islandora/object/pmfst%3A263/datastream/PDF/view> (13.5.2021.)
27. Šagud, K., Toplek, Ž. (2018). Matematika u predškolskom i školskom razdoblju prema Mariji Montessori, *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 19(75), 42-56, Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/220079> (13.5.2021.)
28. World Health Organization. Regional Office for the Western Pacific. (2008). *Pacific physical activity guidelines for adults : framework for accelerating the communication of physical activity guidelines*. Manila : WHO Regional Office for the Western Pacific. Preuzeto s https://www.who.int/dietphysicalactivity/publications/pacific_pa_guidelines.pdf (15.5.2021.)
29. A view from the back of the envelope, http://www.vendian.org/envelope/dir0/grain_feel.html (15.5.2021.)

Prilozi

Prilog 1. Upitnik za učitelje razredne nastave

Korištenje konkretnih didaktičkih materijala u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva

Poštovane učiteljice i učitelji razredne nastave,

studentica sam integriranog preddiplomskog i diplomskog učiteljskog studija na Učiteljskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Provodim istraživanje u svrhu pisanja diplomskog rada na temu "Skup prirodnih brojeva do 10 000: načela zornosti i vlastite aktivnosti" pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin.

Sudjelovanje u istraživanju je dobrovoljno i anonimno. Prikupljeni podaci bit će korišteni isključivo u svrhu pisanja diplomskog rada. Molim Vas da odgovorite na sva pitanja, no ukoliko želite u svakom trenutku možete odustati od ispunjavanja upitnika.

Ispunjavanje upitnika traje oko 2 minute.

Ukoliko imate pitanja vezana uz istraživanje ili želite saznati rezultate istraživanja, slobodno me kontaktirajte na mail: [REDACTED]

Unaprijed zahvaljujem na sudjelovanju i izdvojenom vremenu!

Anja Filjar

* Required

Spol *

- ☐ Muško
- ☐ Žensko

Razred u kojem trenutno radite je: *

- ☐ 1.
- ☐ 2.
- ☐ 3.
- ☐ 4.

Godine radnog staža kao učitelj/ica: *

- ☐ do 5 godina
- ☐ 5-15 godina
- ☐ 16-30 godina
- ☐ više od 30 godina

Koristite li u nastavi matematike u 3. razredu konkretne didaktičke materijale za prikaz višeznamenastih brojeva? *

- ☐ Da
- ☐ Ne

Koje konkretne didaktičke materijale obično koristite u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz višeznamenkastih brojeva? *

Ako ste na prethodno pitanje odgovorili "Ne" na ovo pitanje stavite minus (-).

Your answer

Smatrate li da su konkretni didaktički materijali potrebni učenicima 3. razreda u nastavi matematike za prikaz brojeva? *

☐ Da

☐ Ne

☐ Other: _____

Molim Vas, obrazložite svoj odgovor na prethodno pitanje. *

Your answer

Koliko često koristite konkretne didaktičke materijale u nastavi matematike u 3. razredu za prikaz brojeva do 1 000 (Nastavni plan i program), odnosno 10 000 (Kurikulum)? (1 - nikad, 2 - vrlo rijetko, 3 - ponekad 4 - često, 5 - uvijek) *

	1	2	3	4	5	
Nikad	☐	☐	☐	☐	☐	Svakodnevno

Submit

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)