

# Teškoće u računanju

---

**Pralas, Matea**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:994884>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-28**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Matea Pralas

TEŠKOĆE U RAČUNANJU

Diplomski rad

Zagreb, lipanj, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Matea Pralas

TEŠKOĆE U RAČUNANJU

Diplomski rad

Mentorica rada:

izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, lipanj, 2023.

## TEŠKOĆE U RAČUNANJU

### Sažetak:

U početnoj nastavi matematike mogu se detektirati teškoće u računanju. Teškoće mogu biti posljedica mnogih faktora, a često se javlja međudjelovanje različitih teškoća ili su povezane s drugim specifičnim teškoćama, kao što je primjerice disleksija. U prvome razredu osnovne škole kod učenika se mogu javiti teškoće u usvajanju pojma broja, zbrajanju i oduzimanju do 10, shvaćanju mjesne vrijednosti te u zbrajanju i oduzimanju brojeva do 20, posebice s prijelazom desetice. U otklanjanju i smanjivanju tih teškoća mogu pomoći učitelji, stručni suradnici i roditelji kroz međusobnu suradnju i uzajamni trud. U sklopu ovog rada provedeno je kvalitativno istraživanje (studija slučaja) koje ispituje iskustva i stavove jedne učiteljice o njenom radu s učenicima s teškoćama u računanju te o odnosu s roditeljima takvih učenika. Cilj istraživanja bio je odgovoriti na dva istraživačka pitanja, a to su s kojim se izazovima učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju te kako rješavaju te izazove. Rezultati su pokazali da je ispitana učiteljica kao najveći izazov istaknula nedostatak stručne pomoći u radu s učenicima s teškoćama u računanju te za njih pronalazi rješenja koja ona smatra korisnima i efikasnim, a to su primjerice korištenje didaktičkih materijala koja učenici imaju kod sebe, upotreba različitih modela aritmetike pri objašnjavanju matematičkog sadržaja i još druga rješenja koja će biti spomenuta u nastavku ovog rada.

Ključne riječi: teškoće u računanju, nastava matematike, usvajanje pojma broja, brojanje, zbrajanje i oduzimanje

## STUDENT'S DIFFICULTIES IN COMPUTATIONS

### Abstract:

Difficulties in calculation can be detected in initial mathematics classes. Difficulties can be the result of many factors, and often there is an interaction of different difficulties or a relation to other specific difficulties, such as dyslexia. In the first grade of elementary school, students may have difficulties acquiring the concept of numbers, adding and subtracting up to 10, understanding place values, and adding and subtracting numbers up to 20, especially with the transition to ten. In eliminating and reducing these difficulties, teachers, professional associates, and parents can help through cooperation and mutual effort. As part of this work, qualitative research (a case study) was conducted. It examines the experiences and attitudes of one teacher and her work with students who have difficulties with calculation, as well as the relationship with the parents of such students. The goal of the research was to explore the challenges that teachers face when working with students who have difficulties with calculation and also to explore ways to solve these challenges. The results showed that the lack of professional help in working with these students was the biggest challenge for the teacher. Because of this, the teacher had to come up with different solutions that she found useful and efficient. Some of these solutions are didactic materials, the use of different models of arithmetic to help explain mathematical content, and others that will be mentioned in this paper.

**Key words:** difficulties in calculation, teaching mathematics, acquiring the concept of number, counting, addition and subtraction

## Sadržaj:

<b>1. UVOD</b> .....	1
<b>2. ARITMETIKA</b> .....	3
2.1. Povijest aritmetike .....	3
2.2. Usvajanje pojma broja.....	4
2.3. Brojanje i računanje .....	6
<b>3. SPECIFIČNE TEŠKOĆE U UČENJU MATEMATIKE</b> .....	12
3.1. Karakterizacija specifičnih teškoća u učenju matematike .....	12
3.2. Povezanost disleksije i diskalkulije .....	16
<b>4. TEŠKOĆE U RAČUNANJU</b> .....	19
4.1. Uzroci teškoća u računanju .....	19
4.2. Specifične pogreške učenika s teškoćama u računanju.....	22
4.2.1. Pojam broja i brojenje .....	22
4.2.2. Zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 10.....	25
4.2.3. Mjesna vrijednost.....	27
4.2.4. Zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 20 s prijelazom desetice .....	28
4.3. Didaktički materijali kao pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju.....	30
<b>5. ULOGA RODITELJA I UČITELJA U OTKLANJANJU TEŠKOĆA U RAČUNANJU</b> .....	34
5.1. Kompetencije učitelja u radu s učenicima s teškoćama u računanju .....	34
5.2. Suradnja s roditeljima učenika s teškoćama u računanju .....	36
<b>6. ISTRAŽIVANJE</b> .....	38
6.1. Cilj i istraživačka pitanja.....	38
6.2. Metodologija i provedba istraživanja .....	38
6.3. Rezultati .....	40
6.3.1. Izazovi s kojima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju ...	40
6.3.2. Rješavanje izazova s kojima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju .....	44
6.4. Zaključak istraživanja i diskusija.....	46
<b>7. ZAKLJUČAK</b> .....	51
<b>8. LITERATURA</b> .....	53
<b>9. PRILOZI</b> .....	55

## 1. UVOD

Općepoznata je činjenica da većina djece ne voli matematiku, smatraju je teškim predmetom i vode borbe s njom. Sharma (2001) tvrdi da su teškoće u računanju i općenito teškoće u matematici društveno prihvaćenije za razliku od ostalih teškoća kao što su primjerice teškoće u čitanju i pisanju. „U našem društvu često susrećemo inteligentne osobe koje bez ikakvog srama priznaju da su potpuno nekompetentne u matematici. Istodobno, te iste osobe smatraju potpuno neprihvatljivom sličnu nekompetentnost u jezičnom izražavanju, čitanju ili pisanju“ (Sharma, 2001, str. 5).

Također, često i od roditelja možemo čuti rečenice kao što su „Ja isto nisam volio matematiku“ ili „Meni kao malome također matematika nije išla od ruke pa vjerojatno neće ni tebi“, ne znajući da ovakvim stavom kod djece mogu stvoriti averziju prema matematici i negativno utjecati na uspješnost djeteta u učenju matematike. Teškoće u računanju i općenito u matematici se ne shvaćaju ozbiljno, a razlog tome je što se o teškoćama u računanju vrlo malo zna pa su stoga djeca pogođena tom teškoćom lišena primanja kvalitetne stručne pomoći (Sharma, 2001).

Upravo je zato bitno da učitelji znaju prepoznati specifične znakove i pogreške koji se pojavljuju kod djece s teškoćama u računanju kako bi na vrijeme mogli otkloniti postojeće teškoće te bi nastavu trebali voditi na način da zadovolje potrebe svih učenika te se ne bi trebali fokusirati na rezultat koji je učenik ponudio, nego na strategije koje je koristio kako bi došao do tog rezultata (Sharma, 2001).

Prvi razred osnovne škole je taj u kojemu nastaju početne teškoće u računanju, odnosno teškoće u usvajanju pojma broja, teškoće u zbrajanju i oduzimanju, teškoće u usvajanju pojma mjesne vrijednosti. Upravo se te teškoće u početnoj nastavi matematike relativno teško otkrivaju te one postaju uzrok mnogim drugim matematičkim teškoćama u višim razredima. Razlog teškom otkrivanju teškoća u računanju u početnoj nastavi matematike je taj što matematički koncepti u prvom razredu sežu do skupa brojeva do 20 pa time učenici prividno uspijevaju prevladati svoje poteškoće (Gaidoschik, 2021). Stoga je i odabrano baviti se teškoćama u računanju početne nastave matematike u ovom radu.

U drugom poglavlju iznosi se povijesni pregled aritmetike i njenih začetaka te se opisuju modeli i načini kojim bi učenici trebali usvajati pojam broja, brojanje i računanje. U trećem poglavlju govori se o specifičnim teškoćama u učenju matematike te se opisuju njihove

karakteristike, ali i objašnjava njihova povezanost sa specifičnim jezičnim poteškoćama kao što je disleksija. U četvrtom poglavlju govori se o teškoćama u računanju i njihovim uzrocima te se iznose primjeri i objašnjenja nekih specifičnih pogrešaka učenika s teškoćama u računanju u području pojma broja i brojanja, zbrajanja i oduzimanja u skupu brojeva do 10, mjesne vrijednosti te zbrajanja i oduzimanja u skupu brojeva do 20 s prijelazom desetice, čime se ovaj rad prvenstveno i bavi. Ovo poglavlje također donosi i pregled didaktičkih materijala koji pomažu u radu s učenicima s teškoćama u računanju. Peto poglavlje govori o važnosti suradnje učitelja i roditelja u otklanjanju teškoća u računanju te o kompetencijama koje bi trebao imati učitelj koji radi s učenicima s teškoćama u računanju. Šesto poglavlje se odnosi na kvalitativno istraživanje o iskustvima i stavovima učiteljice prema radu s učenicima s teškoćama u računanju. Zaključcima istraživanja nastoji se prikazati stanje rada s učenicima s teškoćama u hrvatskim školama te potaknuti na djelotvornije poučavanje i neprestan rad na sebi kao učitelju kako bi se pomoglo učenicima s teškoćama u računanju.



## 2. ARITMETIKA

### 2.1. Povijest aritmetike

Aritmetika je grana matematike koja se bavi brojevima, odnosima među njima i osnovnim matematičkim operacijama: zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem. Možemo ju nazvati najpoznatijom i „osnovnom“ granom osnovnoškolske matematike, granom koja se razvija već u starom Babilonu i Egiptu oko 2000 godina prije Krista te granom koju i danas svakodnevno upotrebljavamo u trgovanju, prebrojavanju i mjerenju (Gusić, 1995). „Upravo je prvo prebrojavanje označilo početak aritmetike“ (Gusić, 2018, str. 178). Dugo je vremena prošlo da bi se matematika pa tako i aritmetika razmatrala po strogim pravilima i dostigla razinu na kojoj je danas, a pod to spada i zapisivanje brojeva arapskim brojkama. Od davnina su ljudi brojeve, odnosno količinu prikazivali na različite načine. Tako su se u početku koristile razne sličice ili znakovi koji su označavali količinu, no to se nije pokazalo kao praktično rješenje kada se pojavila potreba za korištenjem većih brojeva te računskih operacija kao što su zbrajanje i oduzimanje jer takav sustav nije bio prilagođen korištenju istih. No, to nije spriječilo jedan afrički narod u pronalasku načina računanja još 20 tisuća godina prije nove ere. Taj prvi „kalkulator“ bio je napravljen od kosti pavijana (Ishango kost). Uz kost su koristili oštri komad kvarca kojim bi urezivali crtice koje su im služile za prebrojavanje. Međutim, „matematičari su uočili da grupacije rezova na kosti upućuju na to da su se uz pomoć kosti vršile i osnovne računske operacije – udvostručavanje (množenje) te prepolovljavanje (dijeljenje)“ (Gusić, 2018, str. 178).

Gusić (2018) navodi da je talijanski matematičar Giuseppe Peano uveo pravila u aritmetiku i time formalizirao aksiome za prirodne brojeve što je dovelo do razrješavanja problema različitih brojevnih sustava. Naime, svaki narod je imao svoj brojevni sustav koji je razvio pod utjecajem navika svoje kulture i naroda. Većina naroda nije prihvaćala pozicijski brojevni sustav pa su se susreli s problemima u računanju, dok su se oni drugi, koji su prihvatili takav sustav, susreli s problemom nule, odnosno nisu ju poznavali, smatrali su je beznačajnom što im je zadalo velike probleme. Gusić (2018) navodi primjer zapisivanja broja 2018. Nemoguće je zapisati taj broj ako nemamo ili zanemarimo pojam nule. Stari Grci su za računanje koristili računsku pravokutnu ploču s označenim stupcima i redcima na kojima su se nalazile pomične kuglice ili kamenčići, a poznata je pod nazivom abak. To je prvo poznato pomagalo za računanje, a i dan danas se zadržala u nekim narodima i civilizacijama kao što su npr. Kina i Japan (Gusić, 1995).

Karp i Schubring (2014) navode da je u Firenci 1343. godine postojalo šest škola abakusa, a 1613. godine u Nürnbergu u Njemačkoj je postojalo takvih 48 institucija. Uobičajena dob za pohađanje škole abakusa bila je 10 – 11 godina, a trajanje obuke bilo je 2 godine. Isprva su učenike učili pisati brojeve u arapskom brojevnom sustavu, a zatim tablice množenja i njihovu primjenu. Učili su kako postupati s razlomcima i kako rješavati osnovne matematičke probleme. Dijelovi tečaja obuhvaćali su razumijevanje složenog firentinskog monetarnog sustava, a školski dan se sastojao od poznate rutine lekcija i vježbi (Karp i Schubring, 2014). Gotovo svi obrazovani ljudi renesanse stekli su svoje osnovno razumijevanje u školama poput ovih, a van Egmond (1980; prema Karp i Schubring, 2014) navodi da su zbog toga škole abakusa očigledno bile sastavni dio dobro osmišljenog obrazovnog sustava.

Zanimljivo je da se i Hrvatska može pohvaliti „aritmetičkim prvijencem“. Riječ je o udžbeniku “Aritmetika horvatska” Mije Šiloboda Bolšića koja je izdana 1758. godine. On je pod utjecajem zapadne Europe u širenju svijesti o važnosti prirodnih znanosti dobio ideju za pisanje udžbenika jer se javila potreba za potpunijom i boljom edukacijom u sferi prirodnih znanosti (Buljan-Klaić, 1997). To je prvi tiskani matematički udžbenik na hrvatskom jeziku koji je „sadržavao sve osnovne račune, te one koji se mogu pojaviti u životu, odnosno trgovini, a bio je namijenjen za početnu nastavu“ (Gusić, 2018, str. 179).

## 2.2. Usvajanje pojma broja

Možemo reći da se djeca već od najranije dobi susreću s matematikom. Brojevi se nalaze svuda oko njih, u svakodnevnim situacijama, u igrama i istraživanju s konkretnim materijalima, u raznim predmetima koji ih okružuju. Sharma (2001) navodi pet faktora koji su odgovorni za učenje matematike, pa time i aritmetike. To su stupanj kognitivnog razvoja, matematička osobnost učenika, predmatematičke vještine, matematički jezik i stupnjevi poznavanja matematike. Kako bi se pojam broja, ali i ostali matematički pojmovi uspješno usvojili, bitno je imati razvijene predmatematičke vještine. Predmatematičke vještine nisu dio matematike kao školskog predmeta, ali se smatraju jako bitnim za usvajanje matematičkih koncepata. Potrebno ih je sustavno i postupno širiti i razvijati od djetetovog predškolskog uzrasta, a također i kroz daljnje djetetovo osnovnoškolsko obrazovanje. Za vježbanje predmatematičkih vještina nije potrebno da je igra sastavljena od matematičkih pojmova, već se koriste predmeti ili igračke bliske djeci, a kroz igre i vježbe koje se provode s djecom zapravo se vježbaju matematičke aktivnosti. Predmatematičke vještine važan su preduvjet kod usvajanja

matematičkih pojmova iz školske matematike kao što je pojam broja (Glasnović Gracin, 2010). „Pojam broja i količine temeljni je matematički koncept u predškolskom razdoblju“ (Jung Hartman, i sur., 2013, prema Glasnović Gracin, 2019, str. 120). Pojam broja na dječjoj razini promatramo kao količinu, odnosno kvantitetu, brojevnu riječ, odnosno naziv broja prilikom brojenja te brojku, odnosno grafički zapis broja. Gelman i Gallistel (1986; prema Vasta i sur., 1997) su proučavali aspekte djetetovog razumijevanja broja i utvrdili su da brojenje kod djece u ranoj fazi razvoja nije samo mehaničko, već da je ono sustavno i načelima vođeno ponašanje. Tako spominju pet načela sustavnog brojenja:

1. Načelo jedan – pripisuje se samo jedan poseban naziv svakom elementu brojenja
2. Načelo postojanog – brojevi se imenuju uvijek istim redoslijedom
3. Načelo glavnog – razumijevanje da je posljednji broj u nizu ujedno i broj, odnosno količina predmeta u nizu
4. Načelo apstrakcije – primjena prethodnih načela brojenja na bilo koji skup predmeta
5. Načelo nevažnosti reda – sposobnost započinjanja brojenja od bilo kojeg predmeta u skupu

Ovo istraživanje je pokazalo da djeca već u najranijoj dobi pokazuju barem nekakvo razumijevanje tih načela, ali ih često ne mogu u potpunosti slijediti (Vasta i sur., 1997). Također, Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998; prema Glasnović Gracin, 2019) navode još neka važna načela u djetetovom razvoju mišljenja koja se mogu primijeniti i na učenje pojma broja:

1. Načelo konzervacije – broj elemenata se ne mijenja i ostaje stalan bez obzira kakav bio njihov raspored u prostoru
2. Načelo tranzitivnosti – kada se uspoređuje odnos tri ili više predmeta, on uvijek ostaje isti
3. Načelo reverzibilnosti – ako se nekom skupu pribroji i zatim oduzme isti broj, broj predmeta u tom skupu ostaje isti

Iako mnoga djeca ova načela uspješno primjenjuju i razumiju, treba napomenuti da ih ne mogu jednako uspješno i verbalizirati. Stoga ne smijemo zanemariti važnost matematičkog jezika i upotrebu tog jezika u usvajanju matematičkih koncepata kojeg bi roditelji, odgojitelji i učitelji kod djece trebali početi razvijati već od malih nogu (Sharma, 2001). Kako bi dijete kasnije shvatilo neke apstraktne matematičke sadržaje, važno je da se koristi konkretnim materijalima u početnom usvajanju pojma broja. Konkretnim materijalima dijete može istraživati odnose

među brojevima, razvijati svoje mišljenje i samostalno zaključivati. Kada pričamo o djetetovom putu od konkretnog prema apstraktnom shvaćanju matematičkih sadržaja, važno je spomenuti I-G-S-Z model. Liebeck (1995; prema Glasnović Gracin, 2019) kaže da dijete treba svoj put shvaćanja apstraktnog matematičkog sadržaja započeti iskustvom, odnosno manipulacijom i susretom s konkretnim predmetima, zatim slijedi govor kojim dijete opisuje iskustvo tog predmeta i slika koja prikazuje to konkretno iskustvo. Na kraju dolazimo do znaka, odnosno do pisanja ili čitanja matematičkog simbola konkretnog iskustva. Kod djece ćemo istraživanje s konkretnim materijalima najlakše i najefikasnije provesti kroz igru jer je igra djeci prirodna i svakodnevna aktivnost te ju je poželjno koristiti i u aktivnostima za ovladavanje konceptom broja.

Markovac (1990) navodi da djeca polaskom u školu najčešće poznaju pojam broja bez da razumiju odnose među brojevima, npr. da se broj 6 shvaća kao sljedbenika broja 5 i prethodnika broja 7, te da je to broj koji se nalazi između 5 i 7, da je 6 veći od 5, a manji od 7 i sl. Upravo upoznavanje međusobnih odnosa među brojevima će djeci pomoći usvojiti pojam broja (Markovac, 1990).

### *2.3. Brojanje i računanje*

U razrednoj nastavi matematike najviše su zastupljeni aritmetički sadržaji (Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO], 2019). U toj dobi se od djece traži da ovladaju temeljnim aritmetičkim vještinama, odnosno vještinama koje će djeca upotrebljavati u razumijevanju budućih složenijih matematičkih vještina i koncepata. Zadatak učenika je automatizirati i shvatiti te aritmetičke vještine, odnosno osnovne aritmetičke činjenice, postupke i koncepte. Učenik koji je uspješno ovladao osnovnim aritmetičkim vještinama neće imati problema u shvaćanju matematike višeg stupnja i moći će primijeniti svoje matematičko razmišljanje na svakodnevni život. No, neki učenici će prijeći u više razrede osnovne škole bez dovoljno usvojenih osnovnih matematičkih vještina, a to će dovesti samo do jednog ishoda, a to je da se takvi učenici susreću s teškoćama u učenju matematike. Sharma (2001) navodi da je u školama strategija sukcesivnog brojanja, tj. strategija pribrojavanja i odbrojavanja, dominantna metoda kojom se prezentiraju aritmetičke činjenice. Glavno pomagalo u toj strategiji je uglavnom brojeva crta. S jedne strane, većini djece ta strategija odgovara, dok s druge strane jednako velik broj djece neuspješno savladava usvajanje aritmetičkih činjenica pomoću te strategije.

Glasnović Gracin (2014) navodi da se matematički koncepti učenicima trebaju približiti kroz različite modele. U udžbenicima često možemo vidjeti da dominira jedan model koji prikazuje neki pojam. Kako bi učenik što uspješnije shvatio i usvojio matematičku ideju, pojmu je potrebno prići kroz što više različitih modela. Stoga je jako bitno da je učitelj upoznat sa što više modela vezanih uz brojeve i brojevne operacije (Padberg, 2005; prema Glasnović Gracin, 2014). Učenicima se prirodni brojevi najčešće prikazuju pomoću dva modela, a to su model skupa i model brojevnog pravca (prebrojavanja). Model skupa odnosi se na kardinalni broj promatranog konačnog skupa elemenata. Korištenjem tog modela uvodi se razumijevanje pojma prirodnih brojeva. Učenici usvajaju pojam prirodnih brojeva i količine pomoću konkretnog materijala i slika iz svakodnevnog života (npr. kocke, voće, pikule, kamenčići). U ovom modelu naglasak je na prebrojavanju elemenata u danom skupu. Pritom je djeci bitno naglasiti već ovdje spomenuto načelo konzervacije, odnosno da se broj elemenata u skupu ne mijenja i ostaje stalan bez obzira kakav bio njihov raspored u skupu. Kao kod modela skupa, tako i u modelu brojevnog pravca, važnost je stavljena na aktivnosti prebrojavanja. „Model brojevnog pravca za prirodne brojeve odnosi se na pravac kojemu je određena jedinična dužina i pomoću koje su prirodnim brojevima pridružene određene točke pravca.“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 13). Ovaj model zahtjeva viši stupanj apstrakcije od modela skupa s konkretnim materijalima zato Herjavec i Glasnović Gracin (2010) kažu da bi bilo korisno ovaj model prvo prikazati nizanjem predmeta kao kod npr. računске gusjenice, a tek kasnije točkama pravca pridruživati prirodne brojeve u kojem nam mogu pomoći i svakodnevni predmeti kao npr. ravnalo, krojački metar, termometar i slično. Treba naglasiti da su oba modela važna kao modeli prirodnih brojeva. Modelom skupa potičemo svijest o količini, a modelom brojevnog pravca potičemo bolje shvaćanje pojmova kao što su npr. „veći“, „manji“, „ispred“, „iza“, „između“.

Markovac (1990) za brojenje kaže da je to većinom mehaničko izgovaranje brojevnih riječi bez razumijevanja njihovog značenja. Pojam broja se prema brojevnom pristupu izgrađuje brojenjem. „Pribrajajući po 1, može se izgraditi svaki prirodni broj ako je broj 1 dovoljno puta uzima kao pribrojnik.“ (Markovac, 1990, str. 43). Primjerice, za nastajanje broja 5, broj 1 trebamo pribrojiti 5 puta, odnosno uzeti ga toliko puta kao pribrojnik. Markovac (1990) također spominje brojevni pravac kao jednu od zornih načina procesa usvajanja pojma broja i brojenja, ali ne preporučuje njegovo korištenje u početnom usvajanju brojeva i operacijama s brojevima.

Nakon pojma prirodnog broja, slijedi upoznavanje s pojmom zbrajanja. Model zbrajanja slijedi modele prirodnih brojeva pa tako model skupa i model brojevnog pravca koristimo i za prikaz

zbrajanja prirodnih brojeva. Model skupa slijedi ideju unije dvaju disjunktih skupova (Glasnović Gracin, 2014). Skupovni model dominira u zadacima koji se odnose na združivanje skupova. Jedan primjer zadatka bio bi: Marko u jednoj ruci ima tri kamenčića, a u drugoj ruci dva kamenčića. Koliko ukupno kamenčića Marko ima u obje ruke? Model skupa ne bi trebao biti jedini model kojim se uvodi zbrajanje prirodnih brojeva jer se on kasnije ne može jednostavno iskoristiti za uvođenje skupa cijelih ili racionalnih brojeva. Zbog toga je model brojevnog pravca prikladan za prikazivanje zbrajanja na tim skupovima. Dok skupovni model zbrajanja možemo shvatiti više na „statičan“ način, model brojevnog pravca, kod kojeg se jedna vrijednost uvećava za određeni broj jediničnih dužina, prikazuje dinamičan način zbrajanja (Glasnović Gracin, 2014). Kako bismo model brojevnog pravca prilagodili mlađem uzrastu i tako prijelaz s konkretnog skupovnog modela na apstraktniji model brojevnog pravca učinili što „bezbolnijim“, možemo se poslužiti prikazom niza sličica (slika 1).

### Slika 1.

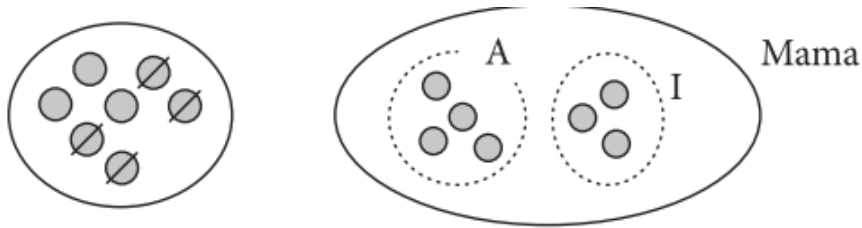
*Prikaz brojevnog pravca nizom sličica (Glasnović Gracin, 2014, str. 14)*



Kao kod zbrajanja, tako i kod oduzimanja model skupa i model brojevnog pravca nose glavnu ulogu, samo što se kod oduzimanja skupovni model odnosi na rastavljanje skupova, a model brojevnog pravca na kretanje strelice ulijevo na brojevnom pravcu ili prema dolje (na termometru) (Glasnović Gracin, 2014). Razlikujemo četiri modela oduzimanja prirodnih brojeva: model uzimanja, model brojevnog pravca, model nepoznatog pribrojnika i model usporedbe. Kod modela uzimanja (slika 2) radi se o rastavljanju jednog skupa na podskupove pomoću konkretnog materijala, kod modela brojevnog pravca (slika 3) pomičemo se po pravcu prema manjim brojevima ulijevo ili prema dolje, ako se radi o termometru. Model nepoznatog pribrojnika (slika 4), nazivamo ga još i modelom nadopunjavanja, karakterizira povezivanje operacije zbrajanja i oduzimanja, odnosno oduzimanje se na kraju svodi na zbrajanje i nadopunjavanje razlike između dvaju brojeva. Model usporedbe (slika 5) se odnosi na tekstualne zadatke „u kojima kontekst sugerira da umanjjenik i umanjitelj uparujemo i uspoređujemo kako bismo dobili njihovu razliku.“ (Glasnović Gracin, 2014, str.17).

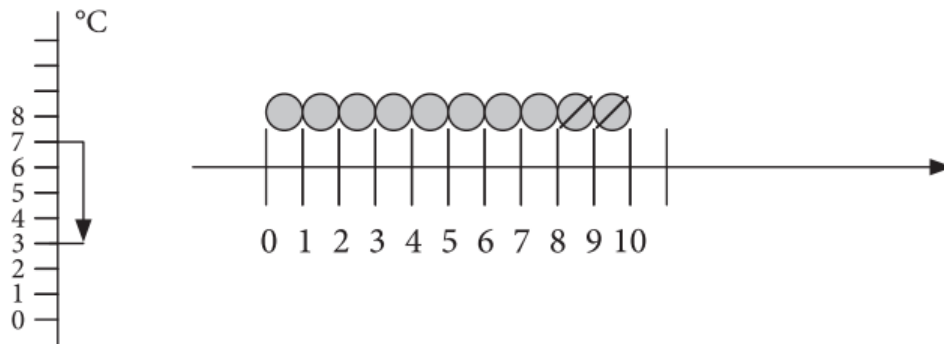
**Slika 2.**

*Dva primjera modela uzimanja (Glasnović Gracin, 2014, str.15)*



**Slika 3.**

*Dva primjera modela brojevnog pravca (Glasnović Gracin, 2014, str.16)*



**Slika 4.**

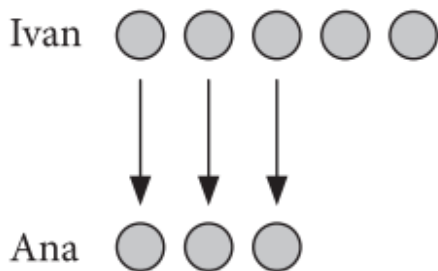
*Primjer modela nepoznatog pribrojnika (Glasnović Gracin, 2014, str.16)*

*Primjer: Ana ima 6 bombona. Koliko još bombona treba kupiti kako bi ukupno imala 10 bombona?*



**Slika 5.**

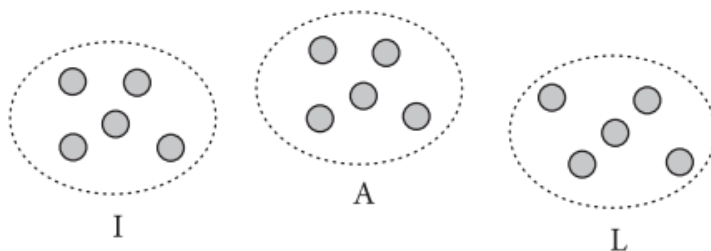
*Primjer modela usporedbe (Glasnović Gracin, 2014, str.17)*



Kako zbrajanje i oduzimanje, tako i množenje učenicima približavamo kroz model skupa i model brojevnog pravca. I ovdje odabir modela slijedi iz konteksta i strategije rješavanja zadataka, a postoje četiri načina za prirodne brojeve: uzastopno zbrajanje jednakih pribrojnika (slika 6), koji se ujedno i najčešće koristi u razrednoj nastavi matematike, a možemo ga prikazati skupovnim modelom kao i modelom brojevnog pravca. Ovaj model se bazira na uzastopnom zbrajanju jednakih pribrojnika. Kod ovog modela učitelj bi trebao jednako koristiti oba modela (skupovni i brojevni pravac) kako učenik u daljnjem obrazovanju ne bi imao problema s množenjem drugih skupova brojeva koji nisu prirodni brojevi. Iz istog razloga važno je koristiti i model površine pravokutnika (slika 7) i skaliranje. Ovi modeli primjenjivi su ne samo kod skupova prirodnih brojeva nego i u skupu racionalnih i iracionalnih brojeva. Na modelu površine pravokutnika odlično možemo vidjeti svojstvo komutativnosti množenja, a skaliranje možemo svesti na već spomenuti model brojevnog pravca kod množenja. Kod modela dijeljenja razlikujemo partitivno (slika 8) i mjerno dijeljenje (slika 9). Partitivno dijeljenje prepoznajemo po tome što nam je već poznata količina koju je potrebno razdijeliti na jednake dijelove, a poznat nam je i broj dijelova. Kod mjernog dijeljenja također je poznata količina koju trebamo razdijeliti, ali i veličina svakog dijela, dok broj tih dijelova nije poznat. (Glasnović Gracin, 2014).

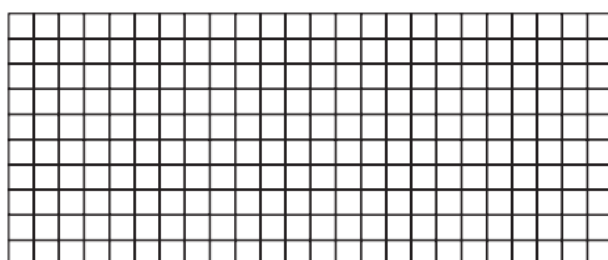
**Slika 6.**

*Primjer modela uzastopnog zbrajanja jednakih pribrojnika (Glasnović Gracin, 2014, str.17)*



**Slika 7.**

*Primjer modela površine (Glasnović Gracin, 2014, str.18)*



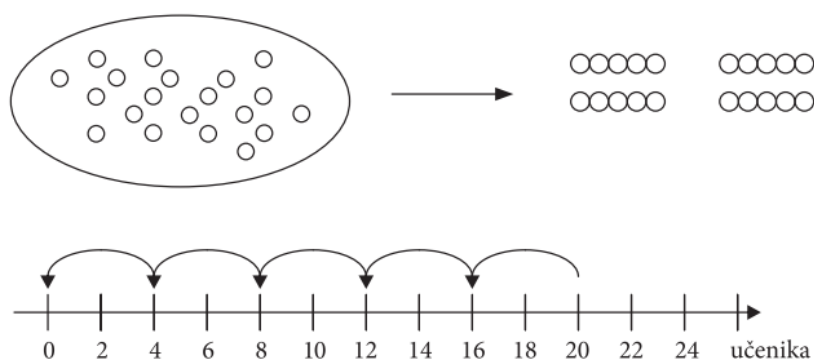
10 redova,  
u svakom po 24 pločice

$$10 \cdot 24 = 240$$



### Slika 8.

Primjer modela partitivnog dijeljenja (Glasnović Gracin, 2014, str.20)

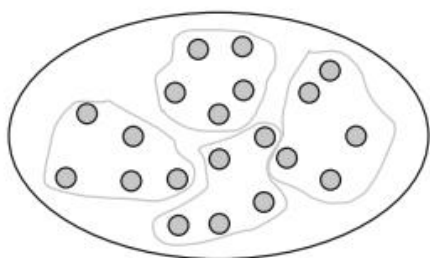


### Slika 9.

Primjer modela mjernog dijeljenja (Glasnović Gracin, 2014, str.20)

$$20 : ? = 5$$

$$? \cdot 5 = 20$$



U ovom poglavlju govorilo se o pojmu broja, brojanju i računanju. Pojam broja i brojanje su temeljni dijelovi matematike kao nastavnog predmeta i bez njihovog svladavanja ne možemo prijeći na kasnije operacije kao što su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Ako se ti temeljni dijelovi ne usvoje, može doći do teškoća u računanju što je tema sljedećeg poglavlja.

### 3. SPECIFIČNE TEŠKOĆE U UČENJU MATEMATIKE

#### 3.1. Karakterizacija specifičnih teškoća u učenju matematike

Na nastavi matematike u osnovnoj školi značajan udio učenika pokazuje ozbiljne poteškoće u učenju i usvajanju osnovnih aritmetičkih sadržaja (Gaidoschik i sur., 2021). Pojedine poteškoće u učenju matematike različito se označavaju u različitim knjigama i radovima. Različiti izbori riječi odražavaju razlike u razumijevanju pojma teškoće u računanju, koje karakteriziraju specifične teorijske temelje, istraživački interes i metode, te na kraju različite preporuke djelovanja i pomoći. U medicinsko-psihološkim i pedagoškim pristupima njemačkog govornog područja obično se koriste pojmovi kao što je diskalkulija, teškoće u računanju i smetnje u računanju, a u matematičko-didaktičkim publikacijama čest je pojam posebne teškoće u učenju matematike (Gaidoschik i sur., 2021). Gaidoschik i sur. (2021) teškoće u učenju matematike opisuju kao ozbiljne i trajne poteškoće u usvajanju sadržaja iz matematike koje utječu na razumijevanje osnovnog aritmetičkog sadržaja, a takve teškoće tijekom godina dovode do toga da učenici znatno zaostaju za svojim kolegama u razredu i dugoročno ne mogu usvojiti ostale vještine iz matematike. Autori (Gaidoschik i sur., 2021) namjerno izbjegavaju pojam kao što je diskalkulija jer, kako kažu, on može sugerirati da su poteškoće u učenju matematike jedinstvena pojava koja zahtijeva jedinstvene mjere. Suprotno tome, u hrvatskoj literaturi u većoj mjeri se nailazi na pojam diskalkulija.

Krampač-Grljušić i Marinić (2007) diskalkuliju definiraju kao skup specifičnih teškoća u učenju matematike koje se pojavljuju pri težem svladavanju izvođenja računskih operacija, a pri tome naglasak stavljaju na težinu izvođenja radnji s većim brojem znamenki i složene matematičke operacije. Takve teškoće djetetu otežavaju učenje matematike, a kod nekih se one mogu pojaviti samo u određenim matematičkim područjima dok se kod drugih mogu pojaviti u svim matematičkim disciplinama te to ne ovisi o prosječnom intelektualnom funkcioniranju tog djeteta. Neke od karakteristika takve djece su kasniji početak služenja brojevima, teškoće u razumijevanju razdvajanja cjeline na dijelove te poteškoće u izgradnji novih cjelina, zrcalno okretanje znamenki (npr. 6-9, 25-52), pogrešno prepoznavanje znakova računskih operacija, poteškoće u pamćenju brojevnog niza, nemogućnost pamćenja matematičkih podataka i sl.

Zrilić (2011), kao i Krampač-Grljušić i Marinić (2007), navodi da se diskalkulija može pojaviti u samo nekima ili svim matematičkim područjima te da je uzrokovana promjenom ili usporavanjem sazrijevanja centara u mozgu odgovornih za matematičke sposobnosti.

Davis i Braun (2001) navode da je učenje matematike sastavljeno od tri komponente, a to su red, slijed i vrijeme te da djeca koja imaju urođeni osjećaj za te komponente mogu svladati matematiku bez problema, a ona koja ih nemaju, matematičke pojmove i sadržaje uče pamćenjem te je njihovo korištenje matematikom ograničeno vlastitom sposobnošću pamćenja mehaničkih postupaka.

Bouillet (2010) diskalkuliju opisuje kao poremećaj matematičkih sposobnosti kod kojeg sposobnosti računanja djeteta nisu u skladu s očekivanjima za njegovu dob, a koja nisu uzrok senzoričkog oštećenja. S druge strane, Muter i Likierman (2010) smatraju da su pojmovi „specifične matematičke teškoće“ i „diskalkulija“ jedno te isto jer se o takvim teškoćama ne zna puno pa su oba naziva jednako primjenjiva.

Sharma (2001) terminološki razlikuje pojmove diskalkulija i akalkulija. Diskalkuliju definira kao djelomičnu nesposobnost usvajanja gradiva iz matematike, a ona se može pojaviti samo u određenim ili u svim područjima matematike, dok akalkuliju označava kao potpunu odsutnost matematičkog mišljenja. Akalkulija može biti primarna odnosno urođena ili sekundarna odnosno stečena, većinom uzrokovana bolesti centralnog živčanog sustava ili ozljedom mozga. U djece se najčešće pojavljuje razvojna diskalkulija koja se često formira u ranoj razvojnoj dobi, a često i prije rođenja te se otkriva u djetetovim prvim susretima s pojmom broja i osnovnim računskim operacijama (Bouillet, 2010). Posokhova (n. a., 2001) navodi da kod diskalkulične djece postoji velika razlika između njihove mentalne i matematičke dobi. Mentalna dob kod takvog djeteta je normalna, dok je matematička dob ispodprosječna te takvo dijete može biti uspješno u svim ostalim predmetima u školi, a matematiku poznavati na znatno nižoj razini.

Sharma (2001; prema Lurij, 1966) opisuje četiri tipa specifičnih aritmetičkih teškoća koje dijete s teškoćama u računanju ima prilikom rješavanja matematičkih zadataka, a to su:

- teškoće u logici
- teškoće u planiranju
- perseveracije neodgovarajućih radnji
- nesposobnost obavljanja jednostavnih računskih radnji.

Teškoće u logici uzrokuje poremećaj prostorne percepcije, a kada se govori o radnji s brojevima i samom razumijevanju brojevnog sustava, dijete nije u stanju razumjeti numeričke odnose, kao na primjer, položaj jedinica i desetica. Kako bi dijete uspješno shvatilo te odnose, ono

istodobno treba zamišljati i uspoređivati nekoliko kategorija, a to zahtijeva razvijenost već spomenute prostorne percepcije kao i sposobnost vizualizacije. Teškoće u planiranju se javljaju kod djeteta kada zadatak ne vidi kao cjelinu, nego uočava samo nepovezane dijelove zadatka i stoga ima poteškoća u sastavljanju mentalnog plana rješavanja zadatka. Dijete, prije nego počne s analizom zadatka, krene s naglim računanjem i ne može shvatiti kako su povezani elementi u zadatku te kod takvog djeteta ne postoji redosljed u rješavanju tih zadataka. „Dijete s diskalkulijom može poznavati značenje svakog broja i znaka u zadatku i poznavati metodu njihovog korištenja, ali u trenutku suočavanja sa zadatkom pred njim se stvara 'zid' koji prekriva pojedine elemente i ono ih više nije u stanju percipirati“ (Sharma, 2001, str. 19). Dijete također može imati poteškoća pri provjeri rezultata. Iako je zadatak provjerilo nekoliko puta, dijete svaki put može dobiti drugi rezultat i takve radnje mogu biti veoma frustrirajuće za dijete. Takvo dijete obično ne provjerava rezultat jer već unaprijed osjeća da mu to ništa neće pomoći. Također, dijete/učenik će neumorno provjeravati rezultat sve dok ne dobije isti dva puta, dolazi do rezultata prema vlastitom osjećaju, zapisuje bilo kakav rezultat iako zna da on nije ispravan, frustrirano križa zapisani rezultat, a često se događa da ne zna kako provjeriti rezultat jer poznaje samo jedan način računanja. Nekima će u ovoj teškoći pomoći kalkulator, dok će se drugi boriti i s time jer je za to potrebno poznavati postupak računanja. Djeca kod kojih se javlja nesposobnost obavljanja jednostavnih računskih radnji razumiju logiku aritmetičkih operacija, ali imaju poteškoća u automatskom prisjećanju činjenica i zato takva djeca do rezultata uglavnom dolaze brojanjem na prste. Prema iskustvima profesora Sharpe (2001), takva djeca većinom imaju dugotrajne teškoće u matematici i poteškoće u shvaćanju viših matematičkih koncepata.

Sharma (2001; prema Košč, 1970) također opisuje šest oblika diskalkulije koja su utemeljena na rezultatima ispitivanja velikog broja diskalkulične djece, a to su:

- verbalna
- praktognostička
- leksička
- grafička
- ideognostička
- operacijska.

Verbalnu diskalkuliju karakterizira teško usvajanje verbalnog matematičkog rječnika, kao što su nazivi znamenki, računskih radnji i simbola, imenovanje broja predmeta i količine, a ona se

ispoljava na dva načina. Dijete koje ima problema sa senzoričkom verbalnom diskalkulijom suočava se s teškoćom prepoznavanja usmeno izgovorenog broja kada pred sobom ne vidi konkretne predmete čija količina pripada tom broju, odnosno dijete ne može povezati riječ s pojmom. Kao primjer možemo uzeti izgovaranje broja „pet“ kao riječ. Dijete je u stanju napisati brojku i pročitati brojevu riječ, ali ga ne može prepoznati kada taj broj percipira sluhom. Dijete s motoričkom verbalnom diskalkulijom je u stanju pročitati i napisati izdiktirane brojeve, no ne može samostalno imenovati te brojeve kada su oni prezentirani kao količina. Takvo dijete može imati poteškoća u brojanju naglas, te može neke brojeve izostaviti, ponoviti već izgovorene brojeve ili nabrajati brojeve bez ikakvog redoslijeda. U početnom učenju matematike dijete se susreće s konkretnom manipulacijom predmeta i usvaja računske radnje na temelju konkretnih situacija (brojanje štapića, kuglica itd.). Dijete s praktognostičkom diskalkulijom ima poteškoća u takvim procesima, odnosno zbrajanju predmeta, uspoređivanju predmeta ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ ) i prepoznavanju prostornih osobina (veće-manje, dulje-kraće). Leksička diskalkulija je poremećaj sposobnosti čitanja matematičkih simbola te je česta u kombinaciji s drugim oblicima diskalkulije. Takvo dijete nije u stanju pročitati jednostavne računske simbole i/ili izolirane znamenke, a kasnije ima poteškoća s čitanjem razlomaka, kvadrata, korijena, decimalnih brojeva itd. Ono će aritmetički zadatak riješiti ispravno, ali ga nije sposobno pročitati. Grafička diskalkulija je poteškoća koja se javlja u pisanju matematičkih simbola. Dijete koje ima ovaj oblik diskalkulije ima teškoće u povezivanju pisanog simbola s pripadajućom količinom i nije sposobno pisati brojevu diktat i prepisivati znamenke. Tada dijete brojeve piše u suprotnom smjeru, izostavlja, dodaje ili premješta nulu, izolirano zapisuje neke elemente broja i slično. Kod ideognostičke diskalkulije dijete ima poteškoća u razumijevanju matematičkih pojmova i računanja „u sebi“. Dijete ne može izračunati ni najjednostavniji zadatak zbrajanja (npr.  $2 + 2$ ) i ima teškoće u formiranju pojmova. Takvo dijete može čitati i pisati brojeve, ali ne shvaća koji je smisao pročitano i napisano. Ono zna da „pet“ pišemo kao „5“, ali ne razumije da je „5“ za jedan manje od šest ili da je to 1 puta 5. Operacijska diskalkulija je teškoća u izvođenju temeljnih računskih radnji. Kako bismo mogli obavljati osnovne računske operacije (zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje), trebamo usvojiti primjenu pravila i načela računanja. Kada dijete ima poteškoće u ovom području najčešće zamjenjuje računske operacije (npr. zbraja umjesto da množi), pojednostavljuje si način računanja, na papir računa zadatke koje bi brže i lakše izračunalo u sebi, dugo koristi prste prilikom računanja. Ovaj oblik diskalkulije je najteže identificirati jer je teško otkriti na koji način dijete dolazi do rezultata (Sharma, 2001).

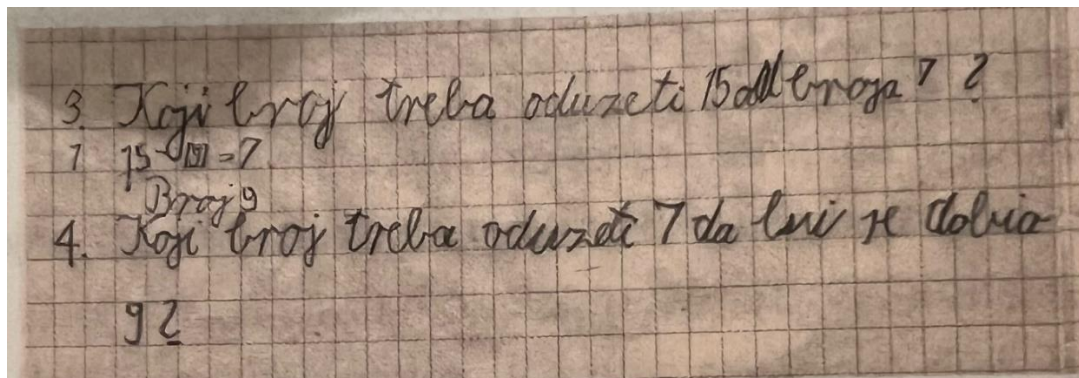
### 3.2. Povezanost disleksije i diskalkulije

Zastupljenost samo jedne teškoće u učenju postala je prava rijetkost. Teškoće u učenju se često pojavljuju zajedno u raznim kombinacijama. Muter i Likierman (2010) takav slučaj nazivaju višestrukim teškoćama ili isprepletenim teškoćama dok se Sharma (2001) služi terminom „prenesene teškoće“. Mnoga disleksična djeca imaju problema s matematikom zato što disleksija utječe na jezični aspekt obrade brojeva. Zrilić (2011) kaže da oko 75% disleksičnih učenika ima ozbiljne poteškoće u matematici, no bitno je takve poteškoće razlikovati od onih u diskalkulične djece jer kod djece s disleksijom primaran poremećaj nije matematičko mišljenje pa takva djeca mogu pokazati odlično razumijevanje matematičkih koncepata. No, ono što kod takve djece može biti problem je slabo poznavanje matematičkog rječnika jer disleksična djeca imaju siromašan rječnik općenitih pojmova te stoga imaju poteškoća u svladavanju specifičnog matematičkog rječnika i ne mogu s lakoćom pratiti učiteljevo objašnjavanje i pitanja. Također, teškoće u čitanju i razumijevanju pročitanog uzrokuju nerazumijevanje zadataka s riječima (Zrilić, 2011). Bjelica i sur. (2007) isto tvrde kako se zbog nerazvijenosti određenih psihičkih funkcija kod disleksične djece remete procesi razumijevanja i pamćenja numeričkih simbola. Sharma (2001) navodi neke više psihičke funkcije koje čine temelj procesa čitanja (kratkoročna slušnogovorna memorija, vizualna percepcija, vizualno-motorna koordinacija, sukcesivne funkcije održavanja prostornog i vremenskog redoslijeda, prostorna orijentacija i dr.), a većina njih sudjeluje i u učenju matematike pa se zbog toga kod djece sa specifičnim teškoćama u čitanju često javljaju i teškoće u učenju matematike.

Sharma (2001) vizualnu disleksiju definira kao oblik disleksije koji stvara specifične teškoće u učenju matematike, a Bjelica i sur. (2007) prikazuju primjere takvih teškoća (slika 10, 11, 12). Vizualni disleksičari pokazuju nesposobnosti pri tumačenju značenja tiskanih jezičnih simbola pa tako i matematičkih. Često takva djeca određene brojeve vide zrcalno (slika 11). Takva djeca često rade sporo te nerijetko ne stignu točno zapisati diktirani tekst zadatka koji učitelj govori (slika 10), a posljedično tome, treba im i više vremena za rješavanje ispita znanja.

### Slika 10.

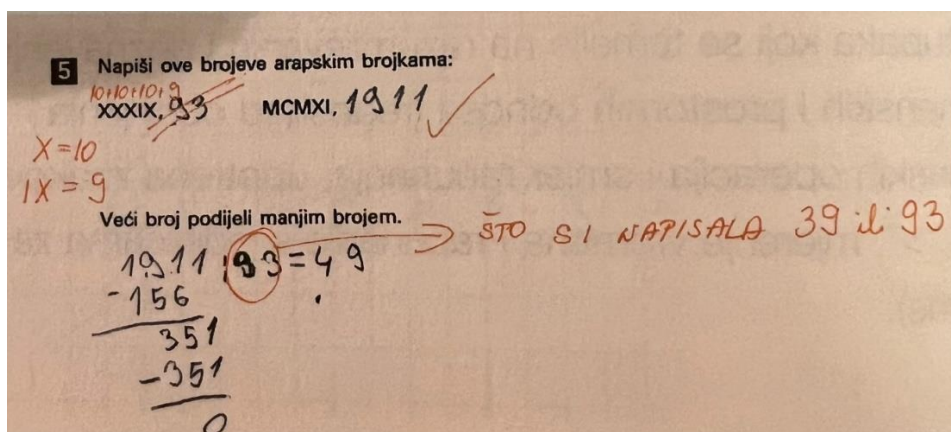
Primjer zapisa tekstualnog zadatka kod djevojčice drugog razreda s vizualnom disleksijom (Bjelica i sur., 2007, str. 82)



U ovom primjeru se vidi kako dijete nije točno napisalo izdiktirani tekst zadatka te za takvo dijete ovaj način vježbanja nema nikakvog smisla jer dijete pogrešno percipira dijelove riječi i zbog takve percepcije ono će do rješenja aritmetičkih zadataka dolaziti oprezno i sporo (Bjelica i sur., 2007).

### Slika 11.

Primjer ocjenjenog zadatka iz ispita za 4. razred osnovne škole kod djeteta s vizualnom disleksijom (Bjelica i sur., 2007, str. 82)



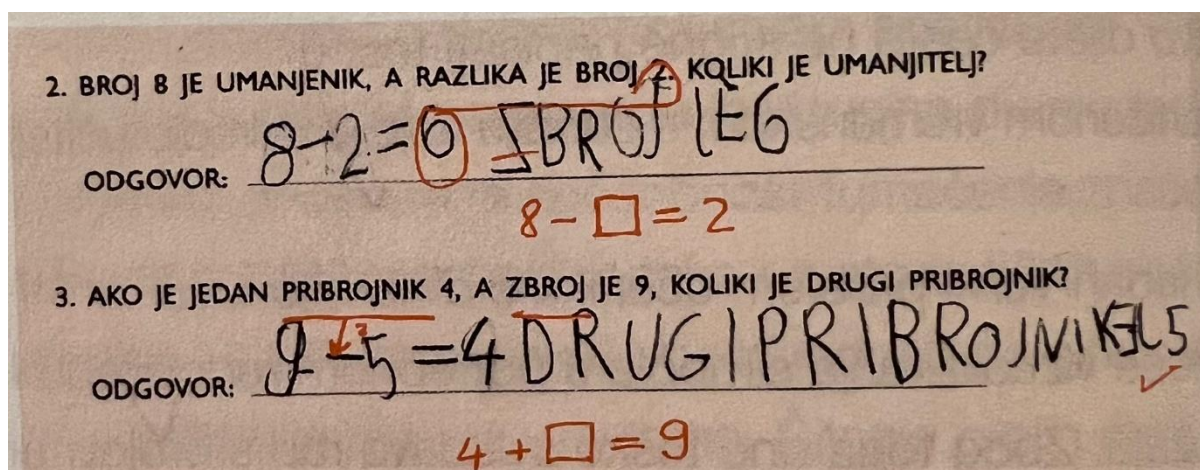
Na slici 11 vidimo da je dijete broj 39 napisalo inverzno, no bez obzira na to dijete je točno riješilo zadatak, ali učiteljica mu nije priznala rješenje zadatka.

Još jedan problem učenika s disleksijom je imenovanje matematičkih simbola, postupaka i slično. Takva djeca imaju poteškoća s učenjem matematičke terminologije kao što su

pribrojnici, zbroj, umanjenik, umanjitelj, zbrajanje, oduzimanje, razlika, zbroj, plus, minus itd. (slika 12).

### Slika 12.

Primjer rješavanja zadataka djevojčice s disleksijom u prvom razredu s teškoćama u imenovanju matematičkih simbola (Bjelica i sur., 2007, str. 84)



Mnogo aritmetičkih teškoća u disleksične djece može se ukloniti uz pomoć primjerene metodike poučavanja i učitelja koji tu metodiku poznaje kao i samu matematiku te prirodu djetetovih poteškoća (Bjelica i sur., 2007). No Galić-Jušić u intervjuu za časopis Matematika i škola (n. a., 2001) spominje da postoje i djeca s disleksijom koja nemaju teškoća u učenju matematike te oni spadaju u skupinu od oko 10% disleksične djece koja pokazuju natprosječne sposobnosti pa čak i iznimnu matematičku darovitost. U razvijanju djetetovih natprosječnih sposobnosti od velike pomoći je sama priroda matematike. Zbog toga neka djeca s disleksijom posjeduju odličnu sposobnost vizualizacije i stoga mogu mnogo lakše svladati matematiku nego ostala djeca njihove dobi (Sharma, 2001).

Iako oko 75% disleksičnih učenika ima poteškoće u matematici (Zrilić, 2011) koje se javljaju upravo zbog postojanja tih posebnih jezičnih teškoća, postoje još mnogi uzroci zašto djeca imaju teškoće u računanju. S obzirom da su uzroci teškoća u računanju mnogobrojni, ne postoji samo jedno rješenje ili objašnjenje tih teškoća (Sharma, 2001). Stoga će se u sljedećem poglavlju detaljnije opisati razne teškoće u računanju, prvenstveno prema istraživanjima prof. Michaela Gaidoschika.



## 4. TEŠKOĆE U RAČUNANJU

### 4.1. Uzroci teškoća u računanju

Gaidoschik (2021) navodi da može postojati niz razloga zašto djeca neuspješno usvajaju gradivo aritmetike, no razlog nije samo u djetetu, već ono ima teškoće u računanju iz različitih razloga, a njih može biti isto onoliko koliko je „pogođene djece“. Iz toga možemo iščitati da je svako dijete jedinstven slučaj kojemu moramo pristupiti individualno.

Sharma (2001) navodi nekoliko skupina uzroka teškoća u računanju, a to su:

- neurološke disfunkcije
- nedovoljan stupanj razvoja kognitivne inteligencije i viših psihičkih funkcija
- nerazvijenost predmatematičkih vještina
- postojanje posebnih jezičnih teškoća
- nepravilnosti u procesu podučavanja
- emocionalno stanje djeteta.

U prvoj skupini kao uzrok navodi neurološke disfunkcije, odnosno kaže da djetetove teškoće u računanju mogu biti uzrokovane kašnjenjem njegova razvoja, neravnomjernim razvojem ili nekim kasnijim oštećenjima mozga zbog ozljede ili bolesti. Neurolog će svaku takvu teškoću gledati kao neku disfunkciju na određenom dijelu djetetovog mozga i prema tome će odrediti uzrok njegovih teškoća, no mnoga djeca imaju teškoća u računanju zbog drugih uzroka koji nisu povezani s neurološkom anomalijom. Neurolozi su otkrili da je za većinu aritmetičkih operacija zadužena lijeva polutka mozga. Weinstein (1980; prema Sharma, 2001, str. 10) navodi da „neki istraživači smatraju da je uzrok teškoća diskalkulične djece u tome što ona više koriste desnu polutku, nego lijevu, odnosno imaju veću tendenciju prema holističkim kognitivnim strategijama, dok je aritmetici najbolje pristupiti analitički.“ Prema tome, diskalkuliju ne možemo gledati kao poremećaj, nego kao specifičnost jer ona ne ukazuje na deficit funkcija, već na poseban kognitivni stil djeteta. Sljedeći uzrok teškoća u računanju je nedovoljan stupanj razvoja kognitivne inteligencije i viših psihičkih funkcija. Rješavanje matematičkih zadataka zahtijeva razvijenu kognitivnu inteligenciju, a njezina nerazvijenost ili zaostajanje kognitivnog razvoja može biti veliki uzrok teškoća u računanju. Takvo dijete će uglavnom biti uspješno u ovladavanju osnovnim računskim operacijama, ali će imati teškoća u matematičkom i logičkom mišljenju. Sharma tvrdi da „otprilike 25 posto ljudi ima nedovoljno razvijeno matematičko mišljenje. To znači da oni, iako je njihov opći stupanj kognitivne inteligencije prosječan ili čak natprosječan, s teškoćama shvaćaju specifičnu logiku

matematike.“ (Sharma, 2001, str. 10). Takve osobe matematiku doživljavaju kao prirodno težak predmet te imaju poteškoća u analiziranju, sintetiziranju, apstrahiranju i poopćavanju problemskih zadataka, imaju problema u primjeni već stečenih vještina i znanja u nekim novim situacijama (npr. u praktičnoj primjeni) te teško pronalaze strategiju za rješavanje tih zadataka. Važnu ulogu igra i razvoj viših psihičkih funkcija (memorija, pažnja, percepcija itd.). Ako te funkcije, koje određuju djetetov kognitivni stil u obradi vanjske informacije u mozgu, nisu dovoljno razvijene, tada se nailazi na velike teškoće u računanju. Mentalno rješavanje nekog zadatka sastoji se od niza koraka, u kojem svaki korak postaje početak za svaki sljedeći korak u tom procesu rješavanja zadatka. Tu nam pomažu više psihičke funkcije koje su ujedinjene u zajednički funkcionalni sustav, a ako je neki od elemenata tog sustava slab, onemogućena je automatizacija rješavanja čak i jednostavnih aritmetičkih zadataka (Sharma, 2001). Nerazvijenost predmatematičkih vještina kao što su primjerice razvrstavanje, uspoređivanje, nizanje, procjenjivanje i dr. mogu biti uzrok mnogih teškoća u računanju. Ove vještine su preduvjet za usvajanje matematike, a ako dijete nije ovladalo tim temeljnim vještinama, ono nije u potpunosti spremno za sustavno učenje matematike kao školskog predmeta. Također, djeca koja imaju posebne jezične teškoće (npr. disleksija i disgrafija) uglavnom imaju teškoće i u računanju jer u matematici postoji cijeli niz riječi i izraza koji su specifični za taj predmet. I nepravilnosti u procesu podučavanja, kao što su nekompatibilnost stilova podučavanja i učenja i pogrešan pristup podučavanju novih koncepata, uvelike mogu uzrokovati teškoće u računanju kod učenika. Svaki čovjek ima svoj stil učenja matematike.

Sharma (2001) određuje dva stila koje naziva kvantitativni i kvalitativni stil učenja. Kvantitativni stil učenja karakterizira postupno učenje, korak po korak, informacija se usvaja od dijelova prema cjelini i „blokovi“ informacija se sastavljaju jedan na drugi. Drugi stil učenja je kvalitativni stil. Učenik ovdje koristi vizualizaciju, informaciju obuhvaća i percipira kao cjelinu, a tek poslije proučava sastavne dijelove te cjeline. Nastavnik većinom koristi onaj stil koji odgovara njegovom stilu učenja ili onaj kojim je sastavljen udžbenik kojeg koristi. Takav način podučavanja može postati ozbiljan uzrok teškoća u računanju, kao i pogrešan pristup podučavanju novih koncepata. Već smo spomenuli važnost usvajanja matematičkih koncepata i vještina kroz I-G-S-Z model (Liebeck, 1995; prema Glasnović Gracin, 2019). Kada je dijete sustavno vođeno po stupnjevima, onda se tek može smatrati da je usvojilo matematičku vještinu ili koncept. Ponekad se događa da nastavnik novi matematički koncept počinje izlagati s krive razine (npr. apstraktne) ili čak preskoči nekoliko razina. Zbog nedosljednog praćenja metodike poučavanja dijete neće u potpunosti usvojiti novi matematički koncept ili vještinu.

Ako se ta praksa ponavlja, dijete će u jednom trenutku jednostavno prestati pratiti nastavnikova objašnjenja te će na kraju to rezultirati teškoćama u računanju, no ne smijemo zaboraviti ni teškoće u računanju uzrokovane strahom od matematike koji se većinom pojavljuje nakon nekog prethodno neugodnog događaja te zbog takvog emocionalnog stanja dijete nije u stanju rješavati matematičke zadatke (Sharma, 2001).

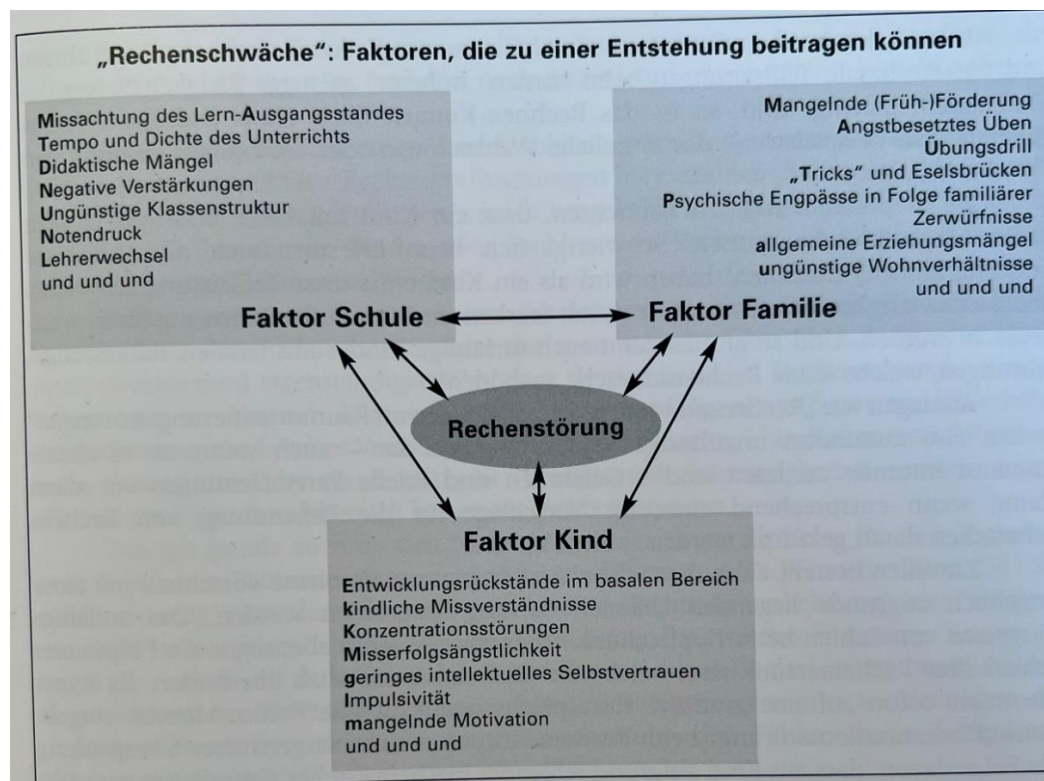
Gaidoschik (2021) također smatra da bi pogrešno bilo govoriti da teškoće u računanju nastaju zbog samo jednog uzroka. Budući da se kod matematičkih problema uvijek radi o sustavu interakcije između djeteta i okoline, ne možemo govoriti o uzrocima u smislu jednoznačnog uzročno-posljedičnog odnosa. On navodi niz čimbenika koji pogoduju razvoju teškoća u računanju. Ti se čimbenici rijetko pojavljuju pojedinačno, uglavnom se javljaju zajedno u raznim kombinacijama. Gaidoschik (2021) navodi da u dosadašnjim istraživanjima nema pouzdanih, općepriznatih spoznaja o preciznoj učinkovitosti, učestalosti i težini pojedinih čimbenika pa je na temelju svojih procjena, stečenih iz vlastitog praktičnog i teoretskog iskustva, složio shemu različitih čimbenika koji mogu biti uzrok teškoćama u računanju (slika 13). Navodi 3 glavna čimbenika:

- škola
- obitelj
- dijete.

U školi uzroci mogu biti zanemarivanje početne razine učenja kod djeteta, odnosno njegove kognitivne razine, tempo i gustoća nastave matematike, didaktički nedostaci sa strane učitelja, pritisak na ocjene, promjena učitelja i dr. Kada govori o obitelji kao uzroku teškoća u računanju, Gaidoschik (2021) misli na nedostatak (rane) podrške roditelja, tjeranje na pretjerano puno vježbanja, općeniti nedostatak obrazovanja roditelja, nepovoljne životne uvjete itd. Posljednji uzrok je samo dijete, odnosno njegovo kašnjenje u razvoju bazalnog područja, poremećaj koncentracije, strah od neuspjeha, nisko intelektualno samopouzdanje, impulzivnost i nedostatak motivacije.

### Slika 13.

Čimbenici koji mogu biti uzrok teškoćama u računanju i pridonijeti njenom razvoju – shema (Gaidoschik, 2021, str. 15)



#### 4.2. Specifične pogreške učenika s teškoćama u računanju

U početcima učenja matematike sva djeca čine pogreške, neka više, a neka manje, neka matematiku uče brže, neka sporije. Kod takve djece se javljaju specifične pogreške u određenim područjima matematike koje ćemo detaljnije obraditi u ovom poglavlju.

##### 4.2.1. Pojam broja i brojenje

Uvriježeno je mišljenje da djeca polaskom u školu već shvaćaju pojam broja i znaju brojiti. Pod tim se podrazumijeva poznavanje i pisanje znamenki, brojenje, a kod nekih čak i korištenje tih brojeva u računskim operacijama zbrajanja i oduzimanja (Markovac, 1990). To može biti tako, ali pojam broja i brojenje djeca najčešće koriste kao izolirane članove, odnosno pojedine brojeve upotrebljavaju bez razumijevanja odnosa među njima. Oni broj ne gledaju kao vezu i odnos s drugim brojevima, kao npr.  $7 = 4 + 3$ ,  $7 = 5 + 2$ ,  $7 = 9 - 2$ , da je 7 sljedbenik broja 6, a prethodnik broja 8, da je 7 za jedan veći od 6, a za jedan manji od 8, da je 7 broj koji se nalazi

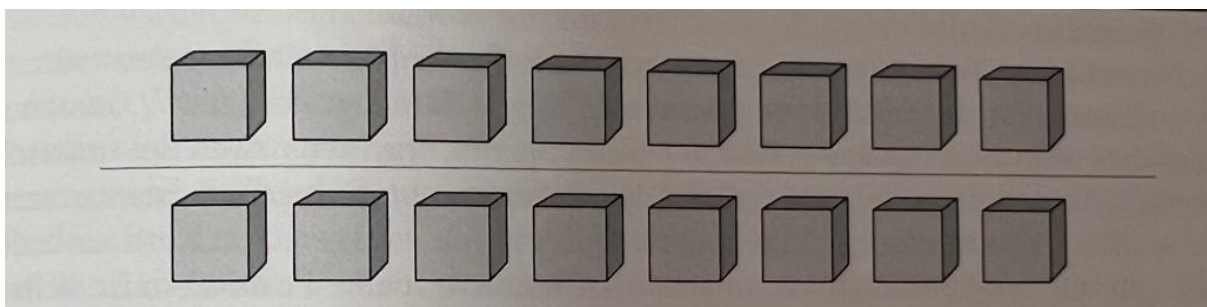
između 6 i 8 itd. (Markovac, 1990; Gaidoschik, 2021). Tek kada to spoznamo, možemo zaključiti da mnoga djeca ne posjeduju ta znanja dolaskom u prvi razred.

Kada govorimo o brojenju, djeca ga doživljavaju kao mehaničko izgovaranje brojevnih riječi bez razumijevanja njihovog značenja. Prije nego shvati nepromjenjivost broja elemenata u skupu, dijete je sposobno izgovarati brojevne riječi jer ih pamti samo kao auditivni i ritmični podražaj (Markovac, 1990). Ono ne zna da se brojenjem predmetima pridružuju brojevne riječi kojima se imenuju brojevi konačnih skupova. Naš zadatak je djeci na odgovarajući način pokazati da se brojevnim riječima treba pridružiti odgovarajući sadržaj.

Jedan od preduvjeta za ovladavanje matematikom, a tako i pojmom broja su predmatematičke vještine (Sharma, 2001). Onaj tko ne raspolaže predmatematičkim vještinama, nije u mogućnosti usvajati nova matematička znanja i njihov nedostatak uzrokovat će teškoće u učenju (Markovac, 1990). Dijete s teškoćama u računanju ima poteškoća u predmatematičkim vještinama kao što su grupiranje, razvrstavanje, nizanje, pridruživanje itd. (Sharma, 2001). Gaidoschik (2021) je u svojoj dugogodišnjoj praksi uočio da oko dvije trećine učenika viših razreda s teškoćama u računanju nije imalo razvijene predmatematičke vještine, odnosno svijest o stalnosti količine. Kao primjer je naveo elemente koje je dijete s teškoćama u računanju promatralo. Ako se ispred djeteta s teškoćama u računanju nalaze dva reda kockica posloženih paralelno kao na slici (slika 14) i pred njegovim očima jednom redu tih kockica povećamo razmak tako da je taj red dulji od ovog drugog te ga pitamo je li broj kockica ostao isti, takvo dijete koje ima teškoće u računanju će odgovoriti da sada u drugom redu ima više kockica (slika 15). Iz ovog primjera se može vidjeti da takvo dijete nema razvijenu svijest o stalnosti količine, odnosno ne razumije da će broj elemenata ostati isti iako se promijenio njihov raspored u prostoru (Gaidoschik, 2021).

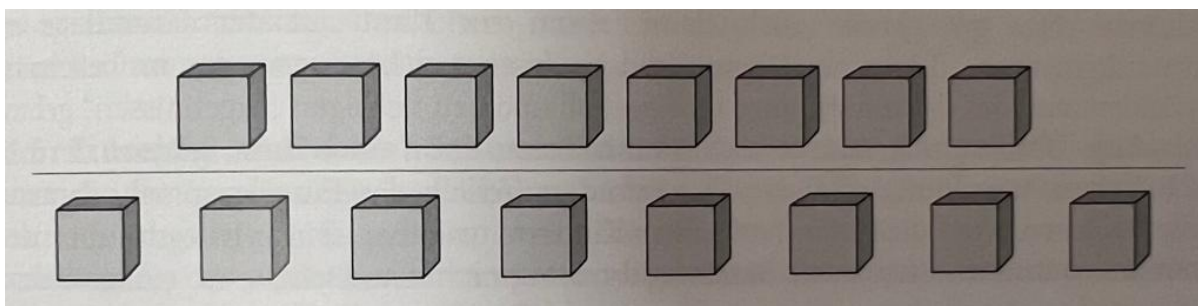
#### **Slika 14.**

*2 reda kockica, poredana strogo paralelno (Gaisoschik, 2021, str. 25)*



### Slika 15.

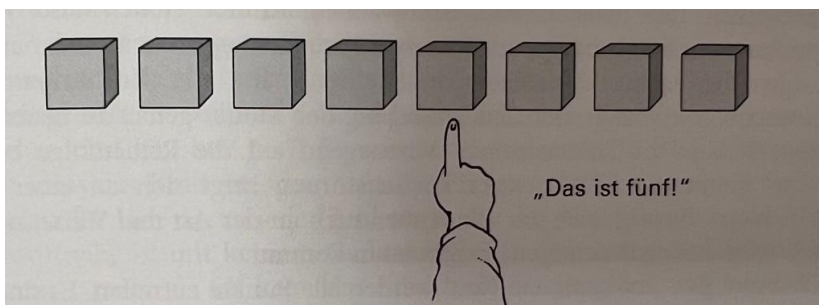
*Jedan red kockica se raširi pred djetetovim očima (Gaidoschik, 2021, str. 25)*



Kod brojenja je bitno naglasiti da je to postupak kojim se dolazi do broja, tj. količine elemenata u skupu. Djeca s teškoćama u računanju često posljednje izgovorenu brojevnu riječ pridružuju posljednjem izbrojenom elementu, a ne skupu (Markovac, 1990). Tako bi dijete, primjerice, brojeći do broja pet moglo dotaknuti peti element i reći da je to pet. No „pet“ se ne odnosi na taj jedan element koje je dijete dodirnulo, već i na sve elemente koji su dotaknuti do petog elementa. Tada dijete taj izbrojeni broj shvaća kao položaj, a ne kao cjelinu (slika 16) (Gaidoschik, 2021).

### Slika 16.

*Broj shvaćen kao položaj, a ne kao cjelina (Gaidoschik, 2021, str. 29)*



Gaidoschik (2021) navodi niz pogrešaka koje čine djeca s teškoćama u računanju. Oni nekontrolirano broje elemente u skupu bez nekog redoslijeda, neke čak više puta ili niti jednom i pri tome im nije jasno da brojanjem dolaze do odgovora na pitanje koliko je nečega. Sve do čega je djetetu stalo je izrecitirati niz brojeva koje je ponosno zapamtilo (Gaidoschik, 2021). Dijete jedan red elemenata broji pravilno, npr. slijeva nadesno i na pitanje koliko je elemenata daje točan odgovor. Ako ga pitamo da krene iste elemente brojati s druge strane (zdesna na lijevo), dijete će ponovno krenuti brojati elemente u tom istom redu, samo ovaj put zdesna na lijevo jer nije svjesno da je brojanjem odredilo stalni broj (Gaidoschik, 2021). U posebno

teškim slučajevima, razumijevanje brojeva je toliko ograničeno i usmjereno na samo izgovaranje brojevnih riječi, bez pokazivanja na elemente koji se broje. Ovdje ne postoji veza između dodirnog predmeta i izgovaranja brojevnih riječi. Tako, na primjer, dijete može brojati elemente u skupu i s dvosložnim brojevnim riječima (se-dam) obuhvatiti odnosno dodirnuti dva elementa (Gaidoschik, 2021).

Također, djeca s teškoćama u računanju imaju problema s određivanjem „više“ i „manje“. Ako dijete pitamo „Koji broj je za 1 veći od 6?“, ono neće odgovoriti jer ne razumije pitanje s konceptom broja. No, ako postavimo pitanje „Što dolazi nakon 6?“, dijete će reći „7“. Ponekad, međutim, da bi znalo što dolazi nakon 6, dijete mora prijeći cijeli brojevni pravac kako bi došlo do tog broja, najvjerojatnije koristeći se brojanjem na prste. Razlog tome je način na koji se razmišlja o brojevima. Ako se na brojeve gleda samo kao brojevne riječi, među njima neće postojati niti jedan drugi odnos osim onog što dolazi prije, a što poslije (Gaidoschik, 2021).

#### *4.2.2. Zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 10*

Zbrajanje i oduzimanje su prve operacije brojevima s kojima se učenici susreću u osnovnoj školi (Markovac, 1990). Učenik u prvom razredu uči zbrajati i oduzimati brojeve do 20, no prvo se susreće sa zbrajanjem i oduzimanjem brojeva do 10 (MZO, 2019). Djeca koja nisu uspješno usvojila pojam broja, pri zbrajanju i oduzimanju će se koristiti nepraktičnom strategijom brojenja po jedan. Takvi učenici se koriste brojenjem, i to najčešće na prste, jer znaju vrlo malo brojevnih činjenica napamet te tako osnovne računske operacije postaju proces koji im je naporan i sklon pogreškama. To je zato jer se nove brojevne činjenice ne mogu „spremiti“ u dugoročno pamćenje budući da je njihov mozak zaokupljen onim prijašnjima koje nisu savladali (Bird, 2009). Brojenje na prste je vrlo neučinkovita strategija jer kod učenika s teškoćama u računanju stvara dodatan napor jer dijete čini dvostruki proces, mora misliti na zbroj do kojeg treba stići brojenjem i na dodane ili oduzete brojeve tako da pravovremeno može stati s računanjem (Bird, 2009).

Prvi pokazatelj da dijete broji na prste je vrijeme. Djetetu s teškoćama u računanju će trebati puno više vremena da nešto izračuna. No neka djeca su svom problemu našla privremeno rješenje. Takva se djeca pri zbrajanju i oduzimanju u skupu brojeva do 10 služe učenjem aritmetičkih slučajeva napamet. Stoga je u početku teško razlučiti ima li dijete teškoća u računanju ili ne. Neka djeca su naučila računati brojenjem bez prstiju, odnosno u glavi jer smatraju da brojenje na prste nije primjereno ili da će za to biti kažnjeni. Tako će dijete

primjerice staviti ruke ispod stola, sjesti na prste, pritisnuti prste na obraze i brojiti. Isto tako, svoje prste mogu zamijeniti za neko drugo pomagalo za brojenje, npr. olovke u posudi, crtice na satu i sl. Međutim, većina se pokušava snaći bez vanjskih pomagala za brojenje i broje u glavi po jedan. Često su im oči zatvorene, gledaju u daljinu, kimaju glavom, trzaju mišićima prstiju, rade karakteristične pogreške „za jedan“ te se primjećuje napetost tijela jer je dijete izloženo velikom naporu i visokom stupnju koncentracije (Gaidoschik, 2021).

Krivo poimanje broja i teškoće u računanju mogu se prepoznati po nekoliko načina brojenja. Tako, primjerice, dijete može zadatak  $4 + 3$  računati tako da prvi pribrojnik krene brojati lupkanjem ili na prste od 1 (1, 2, 3, 4) pa zatim drugi pribrojnik (1, 2, 3) i na kraju broji sve podignute prste (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), umjesto da odmah broju 4 pridruži broj 3. Isti problem nastaje kada dijete odmah pokaže 4 prsta kao prvi pribrojnik, dok će drugi pribrojnik brojati od 1, kao i sam krajnji rezultat (Gaidoschik, 2021). Također, djeca koja računaju na prste često dobivaju rezultat za jedan veći ili manji od točnog rezultata. To se događa zato što dijete kada računa pomoću prstiju razmišlja o takozvanom „rangiranju“ odnosno pridruživanju broja određenom prstu. Tako će ono kod računa  $4 + 3$  prva četiri prsta podignuti, a zatim daljnje brojanje krenuti od četvrtog prsta, na četvrtom prstu dijete kaže 1, na petom 2 i na šestom 3, dakle krajnji rezultat kod takvog zbrajanja će biti  $4 + 3 = 6$ . Kako kod zbrajanja, tako se i kod oduzimanja često može dogoditi pogreška „za jedan“ (Gaidoschik, 2021).

Također, mnoga djeca s teškoćama u računanju miješaju znakove za zbrajanje i oduzimanje, odnosno plus i minus, čak i u rasponu brojeva do 10. Dijete pri tome ne misli na više ili manje kada barata sa znakovima plus i minus, nego isključivo na ispravno praćenje koraka u nizu. Oni znaju da kod zbrajanja moraju ići unaprijed, a kod oduzimanja idu unatrag, dok u praksi često dolazi do toga da pri oduzimanju broje unaprijed, a rjeđe će pri zbrajanju ići unatrag (Gaidoschik, 2021). To se događa zato što im je nebitno razmišljati o tome treba li ići unatrag ili unaprijed. Fokusriraju se samo na to da se pomaknu određen broj koraka u jednom od ta dva smjera. Drugi razlog tomu je što nemaju kontrolu nad pitanjem „Koliko?“, barem bi se na krajnjem rezultatu trebali zapitati postoji li greška u računanju ako npr. piše minus, a dijete je dobilo veći rezultat, odnosno računalo je kao da piše plus (Gaidoschik, 2021).

Djecu s teškoćama u računanju često možemo vidjeti kako imaju poteškoća s računanjem zadatka kao što je primjerice  $1 + 8$ , dok će zadatak  $8 + 1$  riješiti vrlo brzo. Razlog tome je što dijete u zadatku  $8 + 1$  mora brojati samo jedan korak unaprijed, dok kod zadatka  $1 + 8$  broji osam koraka unaprijed te se tu lako izgubi u brojanju te dolazi do krivog rezultata. Isto će se



dogoditi kod zadatka npr.  $6 - 3$ . Dijete napamet zna da je  $3 + 3 = 6$ , ali kod zadatka  $6 - 3$  odmah poseže k računanju na prste. Tu vidimo da dijete s teškoćama u računanju ne shvaća vezu između zbrajanja i oduzimanja (Gaidoschik, 2021). Problemi se također javljaju kod jednadžbi, odnosno zadataka gdje je jedan od pribrojnika nepoznat broj. Zadatak  $3 + \underline{\quad} = 7$  dijete će riješiti na ovaj način  $3 + \underline{10} = 7$ . To se događa zato što dijete ne razumije vezu između zbrajanja i oduzimanja te znak jednakosti ne podrazumijeva da mora postojati isti iznos s obje strane ovog znaka. Umjesto toga, ono znak jednakosti percipira kao zahtjev da se bilo što učini pa tako dijete odmah ide na zbrajanje jer mu je to već poznato. Dijete će u ovom slučaju krenuti s brojanjem od prvog broja u zadatku sve dok ne dođe do drugog broja te broj koraka zapisuje na prazno mjesto (Gaidoschik, 2021). Isto tako, nula predstavlja poseban problem u računanju. U osnovi, ne postoji nula za računanje na prste. Kada dijete broji uvijek počinje s brojem 1. S druge strane, dijete ponekad tumači nulu na takav način da sve „nestaje“. To objašnjava pogreške u računanju kao što su  $8 + 0 = 0$  ili  $8 - 0 = 0$  (Gaidoschik, 2021).

#### 4.2.3. Mjesna vrijednost

Mjesna vrijednost je apstraktni pojam koji zbunjuje mnogu djecu (Bird, 2009). No, ona je „jedan od najvažnijih aritmetičkih koncepata koji djeca trebaju naučiti u nižim razredima osnovna škole“ (Sharma, 2001, str. 188). Najvažnije što dijete treba usvojiti kada pričamo o mjesnoj vrijednosti je to da vrijednost znamenke ovisi o njezinom položaju. Sharma (2001) navodi dvije vrste najčešćih teškoća kada je riječ o razumijevanju koncepta mjesne vrijednosti. Kod djece s teškoćama u računanju se često događa da ne obraćaju pažnju na mjesnu vrijednost znamenki i smatraju da znamenke imaju jednako značenje te zbog toga brojeve s istim znamenkama, ali sa zamijenjenim njihovim mjestima, primjerice 17 i 71, zamjenjuje u čitanju i pisanju, dok u „primjerice, troznamenkastom broju svaku znamenku čitaju odvojeno, na primjer broj 368 će čitati kao 3, 6, 8 (Sharma, 2001). Također, dijete s teškoćama u računanju može imati poteškoća u određivanju odnosa među višeznamenkastim brojevima, odnosno u njihovom uspoređivanju. Dijete bez obzira na mjesnu vrijednost znamenki u broju, višeznamenkasti broj sa znamenkama visoke brojevnosti (6, 7, 8, 9) vrednuje kao veći broj. Tako će dijete s teškoćama u računanju smatrati da je primjerice broj 489 veći od 701 (Sharma, 2001). Kao što je već spomenuto, tijekom prve školske godine raspon brojeva seže do 20 (MZO, 2019). Djeca s teškoćama u računanju broj 10 gledaju kao broj koji dolazi nakon 9. Oni ne razumiju da je broj 10, odnosno jedna desetica sastavljena od 10 jedinica, čak i brojeve do 9 ne shvaćaju kao „višekratnike broja 1“. Takva djeca brojeve od 11 do 19 ne

gledaju kao sastav od jedne desetice i određenog broja jedinica. Oni za njih znače samo još nekoliko novih naziva brojeva koji dolaze nakon broja 10 (Gaidoschik, 2021). Zbog takvog shvaćanja, odnosno neshvaćanja mjesne vrijednosti, djeci s teškoćama u računanju čak i brojanje od 10 do 20 može postati prepreka, pogotovo brojanje unazad. Za njih je brojanje moguće samo ako je kontinuirano, primjerice, od 0 do 20 ili od 20 do 0. Ako mu se zada da broji, npr. od 13, ono neće znati dalje brojati ili će se poslužiti prstima. Prstima se sada dodjeljuje „dvostruka“ funkcija brojeva, npr. palac jedne ruke sada označava broj jedan i broj jedanaest. Učenicima s teškoćama u računanju ovakav način može biti zbunjujući te se često mogu događati pogreške pri brojenju pa će takva djeca trebati „posuditi“ prste druge osobe ili se poslužiti neki drugim pomoćnim materijalom za brojenje (Gaidoschik, 2021). Ako ipak taj sustav „duplog dodjeljivanja“ radi, dijete se može pogubiti u snalaženju što im predstavlja prst koji je podignut, to može biti primjerice dva, dvanaest, dvadeset dva itd. Tako bi dijete s teškoćama u računanju zadatak  $15 - 3$  krenulo računati tako da podigne pet prstiju jedne ruke, tri prsta spusti. Umjesto da dijete kao rezultat napiše 12 (jer je ovdje drugi prst u ulozi broja 12, ono će napisati rezultat  $15 - 3 = 2$ . Za mnogu djecu s teškoćama u računanju računi koji iznad broja 10 nisu rješivi čak ni brojenjem (Gaidoschik, 2021). Budući da takva djeca ne razumiju sustav mjesnih vrijednosti i ne razmišljaju o deseticama i jedinicama, ne mogu zaključivati analogijom, npr. ako je  $3 + 3 = 6$  onda je  $13 + 3 = 16$  (Gaidoschik, 2021).

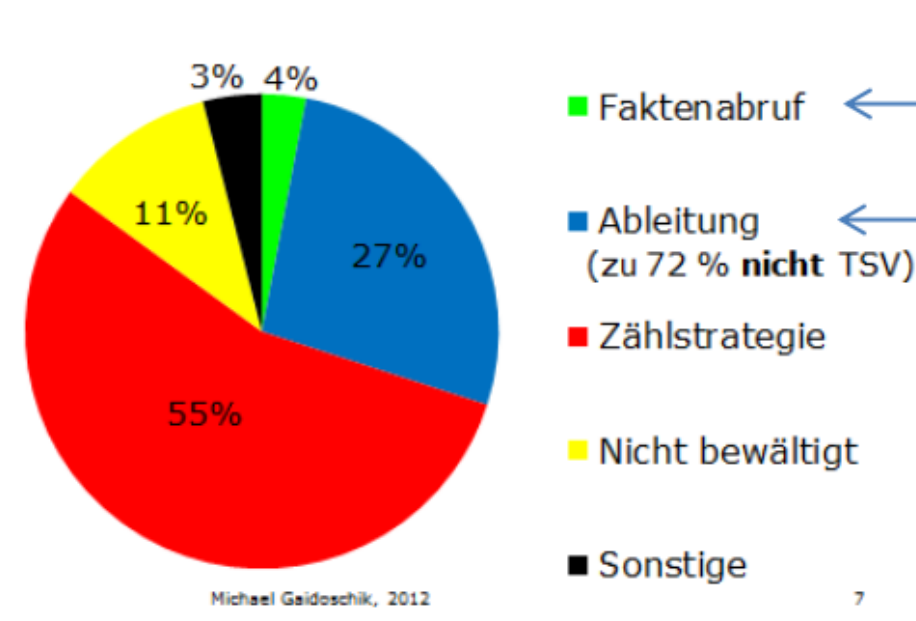
#### *4.2.4. Zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 20 s prijelazom desetice*

Zadaci rastavljanja brojeva su dobra vježba za računanje zadataka s prijelazom desetice. No, djeca s teškoćama u računanju često ne pokazuju razumijevanje takvih zadataka. Učenik jednostavno ne zna što učiniti kada broj treba rastaviti, odnosno raščlaniti, a tome je uzrok opet krivo shvaćanje koncepta broja. Takvo dijete će npr. broj sedam shvatiti samo kao „sedmo mjesto“, odnosno kao redni broj i ovdje neće vidjeti potrebu za rastavljanjem tog broja (Gaidoschik, 2021). Kao što je već prethodno rečeno, dijete s teškoćama u računanju će se i kod ovakvih računa s prijelazom desetice najvjerojatnije koristiti brojanjem na prste umjesto zbrajanja pa će tako koristiti već spomenutu metodu „duplog dodjeljivanja“ brojeva prstima. Tako dijete, primjerice, zadatak  $7 + 6$  rješava na način  $7 + 6 = 3$  jer trećem prstu dodjeljuje funkciju broja 3, 13, 23, 33 itd. (Gaidoschik, 2021). Ako dijete rješava zadatak, primjerice,  $8 + 8$  i od njega se zahtijeva da zadatak riješi rastavljanjem brojeva, može doći do toga da dijete taj zadatak riješi na način: 1. korak:  $8 + 4 = 12$ ; 2. korak:  $12 + 4 = 16$ . To se događa zato što je dijete s teškoćama u računanju zapamtilo, odnosno bolje rečeno naučilo napamet, da 8 znači

samo  $4 + 4$ . Djetetu je potpuno nepoznato da je jedina svrha rastavljanja brojeva popunjavanje desetice i da će mu se tako olakšati računanje zadataka s prijelazom desetice (Gaidoschik, 2021). Gaidoschik (2012) navodi da se u mnogim udžbenicima kao strategija za računanje zadataka s prijelazom desetice koristi takozvana metoda „nadopuna desetice“. Za rješenje zadatka npr.  $7 + 8$ , u mnogim udžbenicima kao jedino rješenje navodi se sljedeće rješenje: 1. korak.  $7 + 3 = 10$ ; 2. korak:  $10 + 5 = 15$  jer smo drugi pribrojničnik rastavili na  $8 = 3 + 5$ . No, Gaidoschik (2012) primjećuje da se ostale matematički ispravne strategije gotovo uopće ne koriste za rješavanje ovakvih i sličnih zadataka. Gaidoschik (2012; prema Gaidoschik, 2010) je u svom vlastitom istraživanju intervjuirao nasumično odabrane 139 djece o strategijama rješavanja zadataka s prijelazom desetice. U nastavi ove djece za takve zadatke korištena je samo metoda nadopune desetice. Na kraju prvog razreda ispitana djeca imala su sljedeću raspodjelu strategija (slika 17):

**Slika 17.**

*Kružni dijagram - prikaz učeničkih odabira različitih strategija rješavanja zadataka s prijelazom desetice (Gaidoschik, 2012, str. 11)*



Više od polovice ispitane djece (55 %) pribjelo je strategijama brojanja, 11 % nije u potpunosti svladalo takve zadatke s prijelazom desetice, 4 % djece je zadatak znalo riješiti napamet, a 3 % je djelomično riješilo zadatak. Čak 27 % djece u ovom uzorku riješilo je takve zadatke bez brojanja, s tim da 72 % njih nije odabralo metodu nadopune desetice, tj. metodu koju su naučili u razredu. Ta djeca su zadatak  $6 + 7$  izračunala strategijom "dvostruko plus 1" ili "dvostruko

minus 1" (tj.  $6 + 6 = 12$ , dakle  $6 + 7 = 13$  ili  $7 + 7 = 14$ , dakle  $7 + 8 = 15$ ). U zadatku  $8 + 8$  samo je jedno dijete od 139 računalo metodom nadopune desetice ( $8 + 2 + 6$ ), ali je dvoje djece koristilo metodu „snaga petice” ( $8 + 8 = 5 + 5 + 3 + 3$ ,  $5 + 5 = 10$ ,  $3 + 3 = 6$ , dakle  $8 + 8 = 16$ ), što također nije obrađeno u nastavi (Gaidoschik, 2012). Iz ovoga možemo zaključiti kako i korištenje samo jedne metode u nastavi može biti uzrok teškoća u računanju kod neke djece te da djeci trebamo dati slobodu i pustiti ih da oni sami dolaze do različitih metoda koje ne uključuju brojanje (Gaidoschik, 2012).

#### *4.3. Didaktički materijali kao pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju*

„Jedan od najvećih nedostataka u razrednoj nastavi matematike u Hrvatskoj odnosi se na nedovoljno i nesustavno korištenje konkretnih materijala za uvođenje apstraktnih matematičkih pojmova“ (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010, str. 59). Učenik može imati poteškoća u učenju matematike, ako se u ranoj dobi nije dovoljno koristio didaktičkim materijalima i predmetima iz svakodnevice. U prvom razredu možemo naići na različite profile učenika ako govorimo o razini njihovog predznanja i kognitivnog shvaćanja. Stoga je bitno od prvog razreda uvesti rad s konkretnim materijalima i učenike postepeno voditi iz svijeta konkretnog u svijet apstrakcije, posebno kada se govori o usvajanju pojma broja i brojnosti. U nastavku donosimo različite didaktičke materijale koji se mogu koristiti kao pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju.

Glasnović Gracin i Herjavec (2010) donose ideju didaktičkog materijala kojeg učenik može i sam izraditi, a riječ je o računskoj gusjenici (slika 18). Računska gusjenica se sastoji od 10 kuglica u jednoj boji i 10 kuglica u drugoj boji. Autorice (2010) preporučuju izraditi ovaj didaktički materijal nakon što se nauče brojevi do 10, a počne s učenjem brojeva do 20. Učenici već kroz proces izrade računске gusjenice izgrađuju osjećaj za skup brojeva do 20 kao i izgradnju desetice jedinicama. Učenici na ovom materijalu mogu uočiti da se na njemu nalaze dvije desetice i da se jedna desetica sastoji od deset jedinica. Poželjno bi bilo da je računska gusjenica sastavni dio svake pernice učenika prvog razreda. Tako mu u svakom trenutku može pomoći u rješavanju računskih zadataka.

### Slika 18.

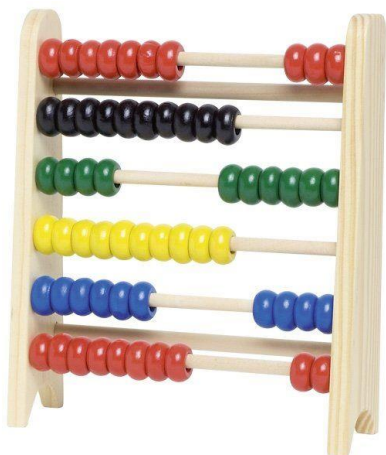
*Računska gusjenica* (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010, str. 59)



Računaljka (slika 19), odnosno abak, poznata je još iz davnih vremena, iz Egipta, Kine i Grčke, prije nego su poznavali sustav mjesnih vrijednosti. Abak je u svakoj civilizaciji izgledao drugačije, temeljni oblik je svugdje bio sličan (Sharma, 2001). Računaljka je uglavnom izrađena od drvenog materijala, a sastoji se od pravokutnog okvira unutar kojeg su paralelno u redove postavljene žičane ili drvene prečke. Na svakoj prečki se nalaze kuglice jednakog izgleda. Svaki red se sastoji od deset kuglica, a kuglice u svakom redu imaju drugačiju vrijednost pa tako prvi red nosi vrijednost jedinica, drugi desetica, treći stotica, a četvrti tisućice. „Idealna je za tumačenje pojma mjesne vrijednosti, a i za modeliranje aritmetičkih radnji s cijelim i decimalnim brojevima“ (Zrilić, 2011, str. 190). Pomoću ovog didaktičkog pomagala odlično se može usvojiti koncept mjesne vrijednosti na konkretnoj razini.

### Slika 19.

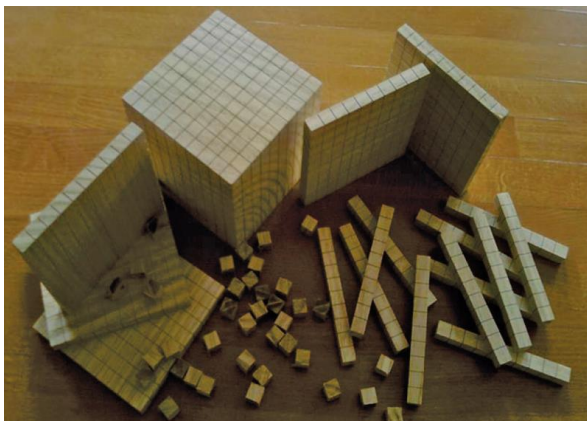
*Računaljka (abak)*



Stern blokovi su također izrađeni od drvenog materijala. Sastoje se od drvenih blokova u različitim bojama, odnosno od kocke (slika 21) koja ima vrijednost jedne jedinice pa sve do drvenog štapića koji sadrži deset spojenih kocaka, tj. desetica. Svaki blok predstavlja jedan broj i svaki broj ima svoju boju. Postoji i blok (slika 20) koji je napravljen u obliku ploče sa 10 x 10 kocaka koji predstavlja stoticu i blok koji predstavlja tisućicu (10 x 10 x 10 kocaka). Blokovi su podijeljeni na jedinice prema kojima se određuje vrijednosti svakog bloka (Sharma, 2001). Takvi blokovi kod kojih boja nije bitna nazivaju se Dienes blokovi. Koriste se za usvajanje koncepta mjesnih vrijednosti, razvijanje aritmetičkih postupaka na konkretnoj razini, odnosno kao pomoć pri zbrajanju, oduzimanju, množenju i dijeljenju (Zrilić, 2011). Također, učenicima pomažu da uče vlastitim otkrićem i tako usvoje pojam broja i odnose među njima (Glasnović Gracin i Jerec, 2012).

**Slika 20.**

*Dienes blokovi* (Glasnović Gracin i Jerec, 2012, str. 156)



**Slika 21.**

*Stern blokovi* (Glasnović Gracin i Jerec, 2012, str. 154)



Unifiks kocke (slika 22) su didaktički materijal jednak Stern blokovima po načinu uporabe, no on se sastoji od plastičnih kocaka različitih boja koje se mogu međusobno spajati i razdvajati na jedinice (jedinčne kockice). Pomoću njega se također mogu modelirati svi aritmetički koncepti, a najefikasniji je za „usvajanje pojma mjesne vrijednosti s cijelim i decimalnim brojevima“ (Sharma, 2001, str. 142).

### **Slika 22.**

*Unifiks kocke*



Cuisenaireovi stupići (slika 23) su didaktički materijal koji je dobio ime po svom izumitelju Georgesu Cuisenaireu. On je primijetio da su boje baš te koje pomažu djeci s teškoćama u računanju te je zato osmislio materijal koji se sastoji od drvenih stupića različitih visina i boja. Najmanji stupić predstavlja jednu jedinicu i visok je 1 cm, a najveći stupić predstavlja desetice i visok je 10 cm. Vrijednost stupića se određuje njegovom bojom (Zrilić, 2011). Komplet se sastoji od najmanje deset stupića jednake vrijednosti. Cuisenaire stupići se razlikuju od Stern blokova po tome što su oni podijeljeni u „skupine“ po bojama, pa je tako stupić koji označava broj jedan bijele boje, stupići koji označavaju brojeve 2, 4 i 8 čine crveno-smeđu skupinu, 3, 6 i 9 čine zeleno-plavu skupinu i brojevi 5 i 10 čine žuto-narančastu skupinu, a broj 7 je crne boje. Fokus se stavlja na povezivanje boje i broja, odnosno veličine, a ne na brojanje. Na početku djetetovih susreta s računanjem, ono lakše opaža odnos boja nego brojeva. Sharma (2001) navodi primjer da će dijete lakše „izračunati“, odnosno uočiti odnos boja žuto + ljubičasto = plavo, nego simbolizam brojeva, kao npr.  $5 + 4 = 9$ . Ovakav višenamjenski didaktički materijal se može upotrebljavati s djecom s teškoćama u većini aritmetičkih koncepata kao što su pojam broja, zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje, mjesna vrijednost, koncept razlomaka, a također je odličan za korištenje kod razvijanja

predmatematičkih vještina kao što je vizualna memorija i prostorna orijentacija (Sharma, 2001).

### **Slika 23.**

*Cuisenaireovi stupići*



Konkretni materijali su važan faktor u razrednoj nastavi matematike, posebice za djecu s teškoćama u računanju. Stoga bi se učitelji trebali više posvetiti njihovom korištenju i razvijati svoje kompetencije i u tom smjeru o čemu će se više reći u sljedećem poglavlju.

## **5. ULOGA RODITELJA I UČITELJA U OTKLANJANJU TEŠKOĆA U RAČUNANJU**

### *5.1. Kompetencije učitelja u radu s učenicima s teškoćama u računanju*

Učiteljevo izvrsno poznavanje matematike kao predmeta ne podrazumijeva njegovo znanje i snalaženje u području teškoća u učenju matematike. Mnogi učitelji misle da će moći pomoći djeci s teškoćama u računanju, ako oni sami znaju matematiku. Slično tome, neki stručni suradnici smatraju da će uz malo dodatnih edukacija moći ukloniti teškoće u računanju jer ovladavaju znanjem i imaju iskustva u uklanjanju dječjih teškoća u ostalim područjima. Nastavnik može biti stručan u matematici, no možda kod svog učenika neće moći dijagnosticirati teškoću u računanju ili osmisliti i sastaviti za njega odgovarajući nastavni program, te mu na kraju pomoći u otklanjanju te teškoće (Sharma, 2001).

Sharma (2001) navodi tri najbitnije stavke koje bi učitelj trebao imati kako bi uspješno pomogao učeniku u otklanjanju teškoća u računanju, a to su: poznavanje kako djeca uče



matematiku, poznavanje prirode teškoća u matematici i poznavanje efikasnih i odgovarajućih metoda poučavanja.

Logopetkinja i defektologinja, profesorica Ilona Posokhova u intervjuu za časopis *Matematika i škola* (n. a., 2001) ističe kako bi se nastavni proces trebao oslanjati na pet čimbenika koji utječu na učenje matematike. To su stupanj kognitivnog razvoja, matematička osobnost učenika, predmatematičke vještine, matematički jezik i stupnjevi poznavanja matematike od konkretnog prema apstraktnom. Učitelj bi nastavu trebao voditi na način da zadovolji potrebe svih učenika te se ne bi trebao fokusirati na rezultat koji je učenik ponudio, nego na strategije koje je koristio kako bi došao do tog rezultata. Kako bi saznao je li učenik spreman za usvajanje novog matematičkog sadržaja ili nije, učitelj treba utvrditi koju je kognitivnu strategiju učenik odabrao (Sharma, 2001). Kada to promatramo na razini cijelog razreda, lako možemo zaključiti da tu možemo pronaći veliki raspon kognitivnih sposobnosti. Učenik bi mogao imati teškoća u učenju matematike ako učitelj matematički sadržaj prezentira na razini učenika s visokim kognitivnim sposobnostima. Stoga je važno svakom učeniku pristupiti na njegovoj kognitivnoj razini. Kako bi se matematički pojmovi i sadržaj uspješno usvojili, učitelj treba u ranoj školskoj dobi učenicima osigurati formiranje čvrstog temelja uz pomoć predmatematičkih vještina (vizualizacija, razvrstavanje, uspoređivanje, nizanje, orijentacija u prostoru...) (Sharma, 2001). Također, učitelj bi pažnju trebao posvetiti i razvijanju matematičkog jezika i njegovu upotrebu u usvajanju matematičkog koncepta. Trebalo bi se posvetiti razvijanju razumijevanja terminologije i prevođenju problemskog zadatka s matematičkog jezika na hrvatski i obrnuto. Učitelj učenika kroz proces usvajanja svakog matematičkog koncepta treba voditi prirodnim slijedom usvajanja novog znanja, odnosno od konkretne razine pa sve do apstraktne gdje učenik na kraju to znanje može primijeniti i objasniti (Sharma, 2001).

Krampač-Grljušić i Marinić (2007) navode neke metode i postupke kojima se učitelji mogu služiti u radu s učenicima s teškoćama u računanju. Zadatke bi trebalo posložiti od jednostavnih prema složenijima, odnosno od lakših prema težima, a složenije zadatke bi trebalo podijeliti. Učitelj bi trebao jasno definirati ciljeve ocjenjivanja te razvijati grupni rad s naglaskom učenikovog zadatka u toj skupini. Što se ocjenjivanja tiče, ono bi trebalo biti motivirajuće i svaki dobar uradak ili ponašanje bi se trebalo pohvaliti i nagraditi.

Muter i Likierman (2010) pridaju veliku važnost uvježbavanju matematičkih vještina. One savjetuju kako bi učitelji trebali provoditi vježbanje matematike s učenicima s teškoćama u računanju. Neki od savjeta su: vježbe trebaju biti kratke (5-10 minuta) i svakodnevne,

ponavljanje i vježbanje vještina korak po korak sve dok se one ne automatiziraju. Autorice smatraju da vježbanjem ne dolazi do zaboravljanja, što je tipično za djecu s teškoćama u računanju.

Zrilić (2011) u svom priručniku navodi neke od kompetencija učitelja u radu s djecom sa specifičnim teškoćama u učenju. Ističe da učitelj treba prepoznati takvog učenika i što prije kod njega uočiti teškoće, pokazati razumijevanje za iste, utvrditi njegovu razinu znanja i usvojenosti vještina, u radu koristiti različita didaktička pomagala te pokušati ostvariti što bolju suradnju s roditeljima. Na sve te načine učitelj može pomoći učeniku s teškoćama u računanju ovladati matematikom te potaknuti ljubav prema tom predmetu.

### *5.2. Suradnja s roditeljima učenika s teškoćama u računanju*

Koliko puta se čuje rečenica roditelja upućena svome djetetu: „Ja isto nisam volio matematiku“ ili „Meni kao malome također matematika nije išla od ruke pa vjerojatno neće ni tebi“. Ovakvim stavom kod djece možemo stvoriti averziju prema matematici i negativno utjecati na uspješnost djeteta u učenju matematike. Stoga bi učitelji trebali od samih početaka ostvariti suradnju s roditeljima svojih učenika jer djetetov uspjeh u školi uvelike ovisi o količini uključenosti roditelja u proces školovanja. Roditelj bi trebao biti svjestan što se odvija u djetetovom školovanju te aktivno sudjelovati u učenju i razvoju svoga djeteta kroz razne matematičke igre ili svakodnevne situacije. Tako može kod djeteta s teškoćama u računanju pobuditi želju za učenjem matematike, za ustrajnošću (Sharma, 2001).

Gaidoschik i sur. (2021) smatraju da bi učitelji trebali upoznati roditelje s pozadinom teškoća njihove djece i objasniti im da se one ne rješavaju nekim jednostavnim „receptom“ ili pojačanom vježbom nekog matematičkog sadržaja. Učitelji su ti koji najčešće kod učenika prepoznaju teškoće u računanju, dok roditelji često nisu upoznati s tim pojmom. Zbog nepoznavanja tog problema, roditelj za svoje dijete koje nije uspješno u matematici može smatrati da je lijeno, glupo ili da se ne može koncentrirati. Dužnost učitelja je na odgovarajući način obavijestiti i uputiti roditelje djeteta s teškoćama u računanju na pouzdane izvore informacija (Gaidoschik, 2021).

Uloga roditelja u tom trenutku postaje važna jer se teškoće u računanju mogu prevladati samo suradnjom s učiteljem i stručnim suradnicima. Većinom roditelji, u najboljoj namjeri i velikoj želji da pomognu svome djetetu, posegnu za krivim sredstvima i metodama. Često teškoće u računanju „liječe“ sa što više vježbanja, no vježbanje nas može samo odmaknuti od rješavanja

problema te dijete vježbanjem neće napredovati i postoji velika opasnost da će taj neuspjeh pripisati sebi, što može rezultirati manjkom volje za učenje i narušavanjem samopouzdanja. Iz tog razloga je učitelj taj koji treba upozoriti roditelja da rješenje problema ne traže u češćem vježbanju gradiva koje mu ne ide te mu dati konkretne upute za ciljani rad kod kuće (Gaidoschik, 2021).

Zrilić (2011) također ističe važnost suradnje s roditeljima te ukazuje na neke važne postupke u radu s djecom s teškoćama, a jedna od njih je da roditelj treba učiti skupa s djetetom, ali kroz igru.

Muter i Likierman (2010) opisuju matematiku kao neizostavan dio života i njeno postojanje ne uzimaju kao nešto apstraktno te stoga naglašavaju važnost autentičnih situacija u kojima dijete može usvojiti matematičke vještine na nesvjesnoj razini. Tako dijete možemo pitati da prebroji vraćeni ostatak novca dok smo u trgovini, da prebroji sve bijele crte na zebri dok prelazi cestu, možemo djetetu dati kalkulator tijekom kupovine te kasnije usporediti njegov iznos i onaj na blagajni. S djecom možemo mjeriti razne stvari, kao npr. visinu, širinu ili dubinu nečega, te mjere možemo uspoređivati, koja je veća, manja ili jednaka. Mjeriti, odnosno vagati možemo i u kuhanju dok pripremamo ručak te isti možemo mjeriti vremenski i tako vježbati razumijevanje mjerenja vremena (Muter i Likierman, 2010).

U svim ovim primjerima vidimo da je roditeljska suradnja s učiteljima jako bitna za uspjeh djeteta te jedino uzajamnim trudom i radom obiju strana može se doći do željenih rezultata i otklanjanja teškoća u računanju. Računanje i učenje matematike općenito može biti vrlo frustrirajuće iskustvo za neke učenike, stoga bi se roditelji i učitelji trebali „naoružati“ strpljenjem i ustrajnošću te ostvariti zajedničku suradnju kako bi se učenicima pomoglo na što bezbolniji i njima prilagođeniji način. Roditelj bi kod djeteta trebao nastojati formirati pozitivan stav prema matematici kroz svakodnevne aktivnosti, a učitelju prepustiti pružanje stručne pomoći jer je učitelj osoba koja vlada stručnim znanjima, određenim metodama kojima će djetetu pružiti pomoć te na kraju najbolje poznaje matematiku kao školski predmet (Sharma, 2001).

## 6. ISTRAŽIVANJE

Kako je već rečeno, teškoće u računanju mogu nastati zbog raznih čimbenika unutar obitelji, škole ili samog djeteta (Gaidoschik, 2021), odnosno čimbenika kao što su neurološke disfunkcije, nedovoljan stupanj razvoja kognitivne inteligencije, nerazvijenost predmatematičkih vještina, posebne jezične teškoće, emocionalno stanje djeteta i nepravilnost u procesu podučavanja (Sharma, 2001). U nedostatku relevantne hrvatske literature korištena je strana literatura, većinom njemačkog govornog područja te me je stoga zanimalo kako se u Hrvatskoj radi s učenicima s teškoćama u računanju.

### 6.1. Cilj i istraživačka pitanja

Cilj istraživanja ovog diplomskog rada jest dobivanje uvida o učiteljskim stavovima i iskustvima u njihovom radu s učenicima s teškoćama u računanju. U tu svrhu postavljena su sljedeća istraživačka pitanja:

- S kojim izazovima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju?
- Kako rješavaju te izazove?

### 6.2. Metodologija i provedba istraživanja

Za istraživanje je odabran kvalitativni pristup u obliku studije slučaja s jednom ispitanicom. Istraživanje je provedeno tijekom ožujka 2023. godine. Ispitanica je učiteljica razredne nastave koja je učiteljica prvog razreda jedne osnovne škole iz šireg zagrebačkog područja. Ispitanica ima 28 godina radnog iskustva u razrednoj nastavi te škola u kojoj trenutno radi nije jedina škola u kojoj je radila. Prije ove škole u kojoj sada radi, radila je u još 4 škole, neke su bile u centru grada, a neke na periferiji grada. Za ispitanicu je odabrana učiteljica prvog razreda zbog toga što je upravo prvi razred osnovne škole taj u kojemu nastaju i u kojem se detektiraju početne teškoće u računanju, odnosno teškoće u usvajanju pojma broja, teškoće u zbrajanju i oduzimanju, teškoće u usvajanju pojma mjesne vrijednosti, kako je već i spomenuto u samom radu. Upravo se te teškoće u početnoj nastavi matematike relativno teško otkrivaju te one postaju uzrokom mnogim drugim matematičkim teškoćama u kasnijim razredima.

Istraživanje s ispitanicom je provedeno izvan školske ustanove u kojoj radi zbog stvaranja ugodnije i opuštenije atmosfere. Ispitanica je rado prihvatila poziv za sudjelovanje u istraživanju, pri čemu su se poštivali etički standardi (očuvanje anonimnosti i povjerljivosti

podataka). Tijekom istraživanja podaci su se prikupljali provedbom polustrukturiranog intervjua s ispitanicom. Polustrukturirani intervju sastojao se od deset glavnih pitanja, uz koje su, po potrebi, bila postavljena i potpitanja zatvorenog ili otvorenog tipa. Cilj primjene polustrukturiranog intervjua bio je ispitati stavove i iskustva ispitane učiteljice u radu s učenicima s teškoćama u računanju, njezin odnos s roditeljima takvih učenika, njezin stav i mišljenje o načinu i uspješnosti usvajanja dosad obrađenog matematičkog sadržaja njenog razreda i na taj način dobiti uvid u odgovor na istraživačko pitanje. Istraživačica je postavljala pitanja ispitanici koristeći već unaprijed formirana pitanja za intervju te je snimala razgovor audio zapisom pomoću mobilnog telefona.

Pitanja koja su se postavljala ispitanici:

1. Koliko godina radnog iskustva imate u razrednoj nastavi?
2. Jeste li se do sada susretali s učenicima s teškoćama u računanju? (Kakva su Vam iskustva? Opišite kakve su to teškoće bile. Navedite neke primjere.)
3. Održavate li dopunsku nastavu za takve učenike? (Kako izgleda dopunska nastava u Vašem razredu? Koristite li različite modele zbrajanja i oduzimanja pri objašnjavanju matematičkih koncepata? Ako da, koje? Postoji li neki model koji koristite više od ostalih? Zašto?)
4. Koji su sve mogući uzroci teškoća u računanju prema Vašem mišljenju?
5. Kakva je bila matematička podloga Vaših učenika na početku školske godine? (Jeste li primijetili razvijenost ili nedostatak predmatematičkih vještina kod učenika kao što su razvrstavanje, nizanje, uspoređivanje, procjenjivanje i sl.? Kakav uspjeh sada imaju učenici koji su imali razvijene predmatematičke vještine, a kakav oni kod kojih ste primijetili nerazvijenost predmatematičkih vještina?)
6. Postoje li neke specifične pogreške koje rade učenici s teškoćama u računanju u Vašem razredu? Koje su to?
7. Kakav je Vaš razred kada govorimo o usvajanju pojma broja? (Kako su, odnosno na koji način usvojili pojam broja? Jeste li zadovoljni kako su ga usvojili? Na koji način je Vaš razred usvojio zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 10? Jeste li zadovoljni kako su to usvojili? Koriste li se Vaši učenici brojanjem, odnosno zbrajanjem i oduzimanjem na prste? Kakav je Vaš stav kada govorimo o korištenju prstiju kao pomagala za učenike s teškoćama u računanju? Jeste li primijetili javljaju li se pogreške u računanju kod djece koja broje na prste? Jeste li primijetili kod učenika da pokušavaju neprimjetno koristiti brojanje na prste pri računanju? Ako da, kako se učenici tada

ponašaju? Predstavlja li nula probleme u računanju u Vašem razredu? Kakav je Vaš razred kada govorimo o usvajanju mjesne vrijednosti? Na koji način su usvajali pojam mjesne vrijednosti?)

8. Koristite li didaktičke materijale kao pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju? Ako da, koje i na koji način? (Postoji li određen razlog zašto birate baš te didaktičke materijale? Vidite li napredak u razumijevanju matematičkog sadržaja kada učenik s teškoćama u računanju koristi didaktički materijal? Kako nabavljate didaktičke materijale? Daje li škola neka sredstva?)
9. Smatrate li se kompetentnom za rad s učenicima s teškoćama u računanju? Zašto? (Koje metode i postupke koristite u radu s učenicima s teškoćama u računanju? Jeste li ikada pokušali promijeniti metodu ili stil poučavanja kod učenika koji ima teškoće u računanju? Ako da, kakav je bio ishod? Ako ne, zašto?)
10. Kakva je suradnja s roditeljima učenika s teškoćama u računanju? (Jesu li roditelji upoznati s pozadinom teškoća njihove djece? Sudjeluju li roditelji aktivno u učenju i razvoju svoga djeteta? Na koji način?)

Nakon intervjua, razgovor je transkribiran (prilog 1) i analiziran metodom kvalitativne tekstualne analize. U sklopu analize tražili su se ključni pojmovi koji su važni za istraživačka pitanja. Za prvo istraživačko pitanje prilikom analize ključan pojam je bio „izazov“ i sve sintagme koje su asocirale na njega, a za drugo istraživačko pitanje ključni pojam u analizi je bio pojam „rješenje“ kao i sve sintagme koje su asocirale na njega.

### *6.3. Rezultati*

Rezultati su organizirani prema istraživačkim pitanjima i bit će prikazani u dva potpoglavlja. Prvo potpoglavlje 6.3.1 odnosi se na prvo istraživačko pitanje o izazovima s kojima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju. Drugo potpoglavlje 6.3.2. vezano je uz drugo istraživačko pitanje o iskustvima s načinima rješavanja tih istih izazova.

#### *6.3.1. Izazovi s kojima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju*

Intervju je ukazao na razne tipove izazova s kojima se ispitanica suočava u radu s djecom koja imaju teškoće u računanju. Na pitanje je li se do sada susretala s učenicima s teškoćama u računanju, učiteljica spominje da jest:

„Više sam se susretala s teškoćama u računanju kod djece koja rade po redovnom programu nego kod djece koja imaju individualizirani ili prilagođeni program. Štoviše, trenutno imam učenika koji ima individualizirani program i odlično savladava računanje, među najboljima je u razredu kada pričamo o matematici, dok učenica koja radi po redovnom programu ima poteškoća, primjerice, sa shvaćanjem mjesne vrijednosti i s dvoznamenkastim brojevima.“

Iz učiteljičinog odgovora može se zaključiti da teškoće u računanju nemaju samo ona djeca koja imaju rješenje o individualiziranom ili posebnom programu i tu se učitelji susreću s jednim od niza izazova jer se kod svake skupine učenika može pojaviti teškoća u računanju te i s takvim učenicima treba posebno raditi i ne zanemarivati njihove teškoće iako nemaju potvrde i papire koji to dokazuju.

Učiteljica je za svoj razred rekla da je većina učenika na početku školske godine imala dobru matematičku podlogu kada se govori o razvijenosti predmatematičkih vještina, no kod nekih učenika se primijetila njihova nerazvijenost (primjerice, kod uspoređivanja) koja se mogla dovesti u vezu s kasnijim teškoćama u računanju:

„Kada su se te vještine trebale primijeniti na brojeve, primjerice uspoređivanje brojeva, koji je prije ili poslije, koji je veći ili manji, pojedinci su imali problema s time. To su učenici koji trenutno imaju poteškoća u računanju te zadatke zbrajanja i oduzimanja shvaćaju samo kada im se zadatak prikaže modelom skupa s konkretnim materijalom, dok pri apstraktnom zapisu zadatak rješavaju s poteškoćom ili čak ne znaju riješiti, odnosno dobiju krivo rješenje.“

Iz ove izjave se može vidjeti da učiteljica u razredu ima učenike s različitom razinom razvijenosti predmatematičkih vještina što dovodi do izazova u odabiru modela poučavanja te zbog toga i sporijeg prelaženja na apstraktni prikaz zadataka.

Ispitanica se također nerijetko susreće s postojanjem specifičnih pogrešaka koje rade učenici s teškoćama u računanju te se te pogreške iz dana u dan ponavljaju. To pred učiteljicu stavlja nove izazove prema njihovu otkrivanju, ali i uklanjanju istih. Ispitanica navodi niz primjera s kojima se ona susrela u svom razredu:

„Postoji nekoliko specifičnih pogrešaka koje rade moji učenici. Ima jedna učenica s teškoćama u računanju koja ima poteškoća s uspoređivanjem dva dvoznamenkasta broja, npr. 12 i 16, kada gleda na brojevu crtu, ali kada joj te iste brojeve prikažem

novčanicama tada shvaća, ali uz pomoć usporedbe s brojevima 2 i 6 jer ta ista djevojčica ima poteškoća sa shvaćanjem dvoznamenkastih brojeva, odnosno mjesne vrijednosti. Također, dosta učenika piše brojeve zrcalno, npr. brojeve 5 i 6, a na početku su imali problema s razlikovanjem znakova za zbrajanje i oduzimanje, plus i minus. Često bi se događalo da u zadatku piše oduzimanje, a učenik zbroji brojeve u zadatku. Imali su i poteškoća u shvaćanju matematičkog jezika kod zbrajanja i oduzimanja, npr. kako se nazivaju brojevi kod zbrajanja, a kako kod oduzimanja te su nerijetko te pojmove miješali.“

Navodi i još jedan primjer:

„Učenica koja radi po redovnom programu ima poteškoća, primjerice, sa shvaćanjem mjesne vrijednosti i s dvoznamenkastim brojevima. Na primjer, broj 15 neće pročitati kao petnaest nego će svaku znamenku pročitati zasebno kao jedan i pet.“

Učiteljica također kaže da svim učenicima dopušta služenje prstima pri računanju do trenutka kada bi već trebali računati automatizacijom, no ističe i problem služenja prstima pri računanju:

„No, primijetila sam da postoje i učenici koji pokušavaju neprimjetno koristiti računanje na prste pa ih skrivaju ispod stola i sl. Troje učenika se još koristi prstima pri zbrajanju i oduzimanju brojeva do 10 i kada ih koriste zadatke uspiju točno riješiti, no bez korištenja prstiju učenici daju netočne rezultate.“

Iz učiteljičinog odgovora može se zaključiti da se ponekad može dobiti iskrivljena slika učenikovog znanja. Učenik može, primjerice, neprimjetno koristiti prste pri računanju, a da učiteljica to ne primijeti te ona može zaključiti da je učenik uspješno automatizirao taj sadržaj bez korištenja konkretna, što učenika kasnije dovodi do problema u svladavanju težeg matematičkog sadržaja, a učitelja dovodi do novih izazova i suočavanja sa previdjelim poteškoćama koje su već trebale biti savladane.

Na pitanje o načinu nabave didaktičkih materijala, učiteljica odgovara:

„Didaktički materijal nabavljamo na razne načine. Nekada nabavi škola, nekada materijal dobijemo od izdavačkih kuća, a od roditelja ne tražim pomoć u nabavi didaktičkog materijala osim ako se neki roditelj sam ponudi, što je rijetkost.“



Iz ovog odgovora se može zaključiti kako učiteljima izazov predstavlja i nabavljanje materijala za pomoć u nastavi matematike te da se snalaze na razne načine. Iz odgovora se također može zaključiti da učiteljica nema mnogo mogućnosti da sama bira materijale.

Učiteljica ističe da se ne osjeća kompetentnom u radu s učenicima s teškoćama u računanju te kaže:

„Smatram, ako se u razredu nekog učitelja nalazi dijete s teškoćama u računanju, da bi svaki učitelj trebao imati pomoć jer ja sama ne znam kako točno pristupiti poteškoći koje dijete ima nakon što sam se poslužila svime što je bilo u mojoj moći. Voljela bih imati nekog stručnjaka uza sebe s kojim bih se mogla posavjetovati na koji način raditi s učenikom koji ima teškoće u matematici.“

Iz učiteljice izjave se može zaključiti da je jedan od izazova s kojima se učitelji u radu s učenicima s teškoćama u računanju nose taj da ne znaju kako sami pristupiti teškoćama koje njihovi učenici imaju, a često se dogodi da ih ne znaju ni prepoznati pa ih tako mogu pripisati učenikovoj lijenosti te to može dovesti do još veće poteškoće i ostalih popratnih problema kod učenika. Također, jedan od izazova je nedostatak stručnih osoba u školama i nepredviđen rad i pomoć takvih osoba s učenicima s teškoćama u računanju kao i sama dodatna obuka učitelja u tom području, što potvrđuju i riječi učiteljice:

„Smatram da bi se trebalo uvesti doškolovanje nas učitelja jer niti jedno dijete nije jednako i ne može mu se pristupiti na isti način, a naš školski sustav se sastoji od špranci po kojima bih ja trebala raditi.“

Još jedan u nizu izazova s kojima se učitelji susreću je suradnja s roditeljima učenika s teškoćama u računanju. Učiteljica kaže:

„Neki roditelji djece s teškoćama u računanju se trude i aktivno sudjeluju u učenju i razvoju njihova djeteta te se kod takve djece vidi napredak. S druge strane, postoje roditelji za koje pretpostavljam da kod kuće ne rade sa svojom djecom na otklanjanju poteškoća u računanju jer djeca napišu domaću zadaću u produženom boravku pa roditelji tako znaju da su sve obaveze za školu riješene na nastavi i misle kako će dopunska nastava iz matematike jednom tjedno riješiti teškoće koje imaju njihova djeca.“

Iz ovog odgovora može se zaključiti da se učitelji suočavaju s različitim tipovima roditelja te za dobrobit djeteta trebaju ostvariti suradnju s njima. Tu nailaze na mnoge izazove kao što su

neaktivno sudjelovanje i manjak angažmana roditelja prema matematici kao predmetu u svakodnevnom životu što može dovesti do sporijeg otklanjanja djetetove teškoće u računanju.

Također, ispitanica smatra da poteškoće u računanju dijelom uzrokuje i manjak vježbe, što s roditeljima kod kuće, što samih učenika:

„Mislim da se teškoće u računanju mogu savladati samo vježbanjem, upornim radom, pisanjem domaće zadaće s razumijevanjem, a to kod nekih ide lakšim putem, a kod nekih težim.“

Studija slučaja ispitanice vezano uz izazove vezane uz teškoće u računanju ukazuje na nekoliko aspekata: ne treba zanemariti učenike u redovitom programu, usmjeriti pažnju na predmatematičke vještine poput uspoređivanja jer mogu biti prediktor za teškoće u računanju, teškoće koje se ponavljaju kod njezinih učenika su uspoređivanje na pravcu, zrcalno pisanje brojki, neraspoznavanje matematičkih simbola te nepoznavanje matematičkih pojmova poput pribrojnika i sl. Ispitanica također ukazuje na važnost suradnje kako sa stručnjacima (kojih nedostaje) tako i s roditeljima.

### *6.3.2. Rješavanje izazova s kojima se učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju*

Jedan od načina kako učiteljica rješava izazove s kojima se susreće u radu s učenicima s teškoćama u računanju je dopunska nastava matematike. Učiteljica kaže:

„Za računanje na dopunskoj nastavi najčešće se služimo konkretnim materijalima koji djeca imaju kod sebe, a to su većinom bojice iz pernice ili njihovi prsti. Pri zbrajanju i oduzimanju koristim kombinaciju modela skupa i modela brojevnog pravca. Model brojevnog pravca mi je jednostavniji i brži za objašnjavanje računanja jer ga imamo zalijepljenog iznad ploče pa je i učenicima nadohvat ruke, no učenici s teškoćama u računanju najjednostavnije i najbrže shvate sadržaj kada im zadatak objasnim pomoću novčanica.“

Učiteljica kao pomoć na dopunskoj nastavi koristi razna pomagala koja djeca već imaju kod sebe te joj nisu potrebni neki skupi didaktički materijali. Tu se vidi dobra poveznica matematike i primjera/predmeta iz svakodnevice. Učiteljica također koristi različite modele pri objašnjavanju. To je poželjno jer ne mora svim učenicima isti model biti jasan, no, kako kaže, ona više koristi model brojevnog pravca jer je njoj jednostavniji, dok je učenicima s teškoćama bliži rad s konkretnim materijalima, kao što su npr. novčanice.

Učiteljima izazov predstavlja i nabavljanje materijala za pomoć u nastavi matematike, a učiteljica to rješava na sljedeći način:

„Najčešće koristim bojice, a njih biram zato što ih svi učenici imaju u pernici pa su praktične i brze za korištenje. Također, ponekad kada je obrada novog sadržaja koristim i kuglice/pikule. Materijal koristim na način da ga učenici prebrojavaju kada smo učili brojeve, ali prebrojavanje materijala koristimo i kod zbrajanja i oduzimanja.“

Iz ovog učiteljičinog odgovora je vidljivo da se za nabavu didaktičkih materijala snalaze na razne načine, od korištenja materijala koji učenici već imaju kod sebe, do nekih jeftinijih, a opet pogodnijih varijanti što se tiče količine dobivenih predmeta, kao što su kuglice ili pikule.

Kao što je već rečeno u prethodnom potpoglavlju, učitelji se u radu s učenicima s teškoćama susreću s mnogim izazovima. Jedan od njih je otkrivanje i otklanjanje pogrešaka koje rade učenici s teškoćama u računanju. Evo što kaže učiteljica kako ona rješava jedan od mnogih problema:

„Imali su i poteškoća u shvaćanju matematičkog jezika kod zbrajanja i oduzimanja, npr. kako se nazivaju brojevi kod zbrajanja, a kako kod oduzimanja te su nerijetko te pojmove miješali. No, zalijepila sam im nazivlje s primjerima iznad ploče kako bi se u svakom trenutku mogli podsjetiti.“

Učiteljica je zalijepila učenicima nazivlje s primjerima iznad ploče gdje im je najuočljivije i gdje će biti kroz dulje vrijeme izloženi ovom nazivlju kako bi doskočila poteškoći shvaćanja matematičkog jezika kod zbrajanja i oduzimanja.

Ispitanica je u razgovoru spomenula da dopušta rad s konkretnim materijalom do trenutka kada smatra da se s konkretnog treba prijeći u apstraktni svijet i automatizirati osnovna računanja. Tada bi trebalo napustiti računanje prstima:

„Učenicima dopuštam služenje prstima kao pomoć pri zbrajanju i oduzimanju do onog trenutka kada bi već trebali računati automatizacijom, a računanje automatizacijom provjeravam tako da s učenicima često pišem diktate na satu matematike. Diktati se sastoje od nekoliko zadataka zbrajanja i oduzimanja, npr.  $5 + 3$ ,  $8 - 2$ . Učenicima ne dajem puno vremena za računanje jer na taj način provjeravam jesu li automatizirali zbrajanje i oduzimanje te želim biti sigurna da se učenici neće služiti prstima ili brojenjem pri rješavanju diktata.“

Studija slučaja s ovom ispitanicom pokazuje kako ona rješava izazove s teškoćama u računanju njenih učenika: poziva ih na dopunsku nastavu matematike, potiče rad s dostupnim konkretnim materijalima, ali u određenom trenutku zahtijeva da se učenici prebace na apstraktnu razinu.

#### *6.4. Zaključak istraživanja i diskusija*

Nakon provedenog istraživanja iz rezultata je vidljivo da se ispitanica učiteljica nosi s različitim izazovima u radu s učenicima s teškoćama u računanju. Istraživanje je pokazalo da su kod ovog slučaja izazovi sljedeći: otkrivanje teškoća u računanju i kod djece s urednim razvojem koja pohađaju samo redoviti program, rad s učenicima s različitim spektrom znanja i različitom razinom razvijenosti predmatematičkih vještina, postojanje mnogo različitih specifičnih pogrešaka kod učenika koje učiteljica treba otkriti i pokušati ukloniti, otežana nabava materijala za pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju zbog nedostatka financijskih sredstava te nedostatak stručne podrške u radu s učenicima s teškoćama u računanju. Ova učiteljica u nedostatku stručne pomoći izazove u radu s učenicima s teškoćama u računanju rješava tako da osmišljava svoje metode kako da kod učenika provjeri jesu li savladali računanje i doveli ga do razine automatizacije pa je tako, primjerice, uvela često pisanje kraćih računskih diktata. Također, didaktički materijal ne kupuje nego koristi materijale koje učenici već imaju kod sebe, a teškoćama u matematičkom jeziku je doskočila tako da izrađuje natpise i plakate koje zatim postavlja u učionicu na vidljiva mjesta kroz duže vrijeme kako bi ih učenici uočili i zapamtili. S nekim izazovima se učiteljica i dalje bori i za sada za njih nema rješenja, kao što je suradnja s roditeljima nekih učenika s teškoćama u računanju. Ovi rezultati se ne mogu generalizirati jer je ovo istraživanje studija slučaja provedena na jednoj učiteljici, ali iz ovog istraživanja možemo vidjeti jedan primjer izazova s kojima se učitelji susreću.

Citati ispitanice i njeno iskustvo potvrđuju da teškoće u računanju nemaju samo djeca koja rade po individualiziranom ili prilagođenom školskom programu. Štoviše, oni mogu biti izvrsni u matematici pa čak i daroviti kao što je trenutno jedan učenik u njenom razredu. Upravo i Galić-Jušić (n. a., 2001) spominje da postoje takva djeca koja nemaju teškoće u računanju, odnosno matematici te da pokazuju čak i iznimnu matematičku darovitost, dok u drugim predmetima imaju poteškoće.

Nadalje, učiteljica je rekla da u radu s djecom s teškoćama u računanju na dopunskoj nastavi koristi kombinaciju modela skupa i modela brojevnog pravca, ali da joj je model brojevnog pravca jednostavniji za korištenje jer njime brže može prikazati neki zadatak ili broj, no učenici

većinom teže shvaćaju model brojevnog pravca nego skupovni model. Sharma (2001) također kaže da je u školama strategija sukcesivnog brojanja, tj. strategija pribrojavanja i odbrojavanja, dominantna metoda kojom se prezentiraju aritmetičke činjenice. Glavno pomagalo u toj strategiji je uglavnom brojeva crta. S jedne strane, nekoj djeci ta strategija odgovara, dok s druge strane postoji udio djece koji neuspješno savladava usvajanje aritmetičkih činjenica pomoću te strategije. Zbog toga Glasnović Gracin (2014) smatra da bi se prije uvođenja apstraktnog modela brojevnog pravca mogli poslužiti nekim konkretnim materijalima iz svakodnevnog života, primjerice, termometrom, ravnalom te računskom gusjenicom.

Ispitanica kao uzrok teškoća u računanju, prema njenom mišljenju, navodi manjak vježbe. Prema njenom mišljenju, teškoće u računanju se mogu savladati samo vježbanjem, upornim radom, pisanjem domaće zadaće. Upravo se to ne podudara s tumačenjem Sharpe (2001) i Gaidoschika (2021) koji smatraju da bi pogrešno bilo govoriti da teškoće u računanju nastaju samo zbog jednog uzroka jer se kod matematičkih problema uvijek radi o sustavu interakcije između djeteta i okoline. Gaidoschik (2021) također kaže da se teškoće u računanju često „liječe“ sa što više vježbanja, no vježbanje nas može samo odmaknuti od rješavanja problema te dijete vježbanjem neće napredovati i postoji velika opasnost da će taj neuspjeh pripisati sebi, što može rezultirati manjkom volje za učenje i narušavanjem samopouzdanja. S druge strane, Muter i Likierman (2010) pridaju veliku važnost uvježbavanju matematičkih vještina. One savjetuju kako bi učitelji trebali provoditi vježbanje matematike s učenicima s teškoćama u računanju, no te vježbe trebaju biti kratke (5-10 minuta) i svakodnevne, ponavljanje i vježbanje vještina korak po korak sve dok se one ne automatiziraju. Autorice, kao i učiteljica, smatraju da vježbanjem ne dolazi do zaboravljanja, što je tipično za djecu s teškoćama u računanju.

Učiteljica također ističe kako je matematička podloga njenih učenika na početku školske godine bila dobra te je primijetila da je većina imala dobro razvijene predmatematičke vještine, no kod nekih učenika se vidjela nerazvijenost predmatematičkih vještina. Kada su se te vještine trebale primijeniti na brojeve, primjerice uspoređivanje brojeva, pojedinci su imali problema s time. To su učenici koji trenutno imaju poteškoća u računanju te zadatke zbrajanja i oduzimanja shvaćaju samo kada im se zadatak prikaže modelom skupa s konkretnim materijalom, dok pri apstraktnom zapisu zadatak rješavaju s poteškoćom ili ga čak ne znaju riješiti. Isto primjećuju i Markovac (1990), Sharma (2001), Gaidoschik (2021) i Glasnović Gracin (2010) te tvrde da nerazvijenost predmatematičkih vještina može biti uzrok mnogih teškoća u računanju. Te vještine su preduvjet za usvajanje matematike, a ako dijete nije ovladalo tim temeljnim

vještinama, ono nije u potpunosti spremno za sustavno učenje matematike kao školskog predmeta i većinom će takva djeca imati poteškoća u računanju.

Gaidoschik (2021) smatra da mnoga djeca s teškoćama u računanju miješaju znakove za zbrajanje i oduzimanje, odnosno plus i minus, čak i u rasponu brojeva do 10. Dijete pri tome ne misli na više ili manje kada barata sa znakovima plus i minus, nego isključivo na ispravno praćenje koraka u nizu. Oni znaju da kod zbrajanja moraju ići unaprijed, a kod oduzimanja idu unatrag, dok u praksi često dolazi do toga da pri oduzimanju broje unaprijed, a rjeđe će pri zbrajanju ići unatrag, a isto je objasnila i učiteljica. Ona navodi da su njeni učenici na početku školske godine imali problema s razlikovanjem znakova za zbrajanje i oduzimanje (plus i minus) te bi se često događalo da u zadatku piše oduzimanje, a učenik zbroji brojeve u zadatku. Imali su i poteškoća u shvaćanju matematičkog jezika kod zbrajanja i oduzimanja, npr. kako se nazivaju brojevi kod zbrajanja, a kako kod oduzimanja te su nerijetko te pojmove miješali. Upravo Sharma (2001) navodi i objašnjava važnost matematičkog jezika i tvrdi da bi učitelj pažnju trebao posvetiti i razvijanju tog jezika i njegovu upotrebu u usvajanju matematičkog koncepta. Trebalo bi se posvetiti razvijanju razumijevanja terminologije i prevođenju problemskog zadatka s matematičkog jezika na hrvatski i obrnuto. Učiteljica je opisala još jednu specifičnu pogrešku koju radi jedna učenica s teškoćama u računanju u njenom razredu. Učenica ima poteškoća sa shvaćanjem mjesne vrijednosti, odnosno s dvoznamenkastim brojevima. Na primjer, broj 15 neće pročitati kao petnaest nego će svaku znamenku pročitati zasebno kao jedan i pet. Upravo se takav sličan primjer podudara s tumačenjima Sharpe (2001) koji kaže da se kod djece s teškoćama u računanju često događa da ne obraćaju pažnju na mjesnu vrijednost znamenki i smatraju da znamenke imaju jednako značenje te zbog toga brojeve s istim znamenkama, zamjenjuje u čitanju i pisanju, dok u, primjerice, troznamenkastom broju svaku znamenku čitaju odvojeno, kao što je to slučaj s dvoznamenkastim brojem kod ove djevojčice. Također, dijete s teškoćama u računanju može imati poteškoća u određivanju odnosa među višeznamenkastim brojevima, odnosno u njihovom uspoređivanju. Ono, bez obzira na mjesnu vrijednost znamenki u broju, višeznamenkasti broj sa znamenkama visoke brojevnje vrijednosti (6, 7, 8, 9) vrednuje kao veći broj. Tako će dijete s teškoćama u računanju smatrati da je primjerice broj 489 veći od 701 (Sharma, 2001). Učiteljica je također navela poteškoću s uspoređivanjem dva dvoznamenkasta broja, npr. 12 i 16, kada se gleda na brojevnju crtu, ali kada joj te iste brojeve učiteljica prikaže novčanicama tada učenica shvaća, uz pomoć usporedbe s brojevima 2 i 6 jer ta ista učenica ima poteškoća sa shvaćanjem dvoznamenkastih brojeva, odnosno mjesne vrijednosti. Iako

Gaidoschik (2021) smatra da djeca koja ne razumiju sustav mjesnih vrijednosti i ne razmišljaju o deseticama i jedinicama, ne mogu zaključivati analogijom, npr. ako je  $3 + 3 = 6$  onda je  $13 + 3 = 16$ , iz ovog primjera vidimo upravo suprotno. Učenica analogijom pomoću usporedbe brojeva 2 i 6 uspijeva usporediti brojeve 12 i 16. Ovaj slučaj bi trebalo još dublje istražiti.

Ispitanica je navela kako su neki učenici već prije dolaska u školu znali zbrajati do 10 te su to radili automatizacijom, ali je ona i s njima prvo radila s konkretnim materijalom te je zatim išla prema apstraktnom. Taj način usvajanja pojma broja navodi i Liebeck (1995; prema Glasnović Gracin, 2019) koja kaže da dijete treba svoj put shvaćanja apstraktnog matematičkog sadržaja započeti iskustvom, odnosno manipulacijom i susretom s konkretnim predmetima, zatim slijedi govor kojim dijete opisuje iskustvo tog predmeta i slika koja prikazuje to konkretno iskustvo, a tek na kraju dolazimo do znaka, odnosno do pisanja ili čitanja matematičkog simbola konkretnog iskustva. Učiteljica dopušta služenje prstima kao pomoć pri zbrajanju i oduzimanju, no Bird (2009) brojenje na prste smatra vrlo neučinkovitom strategijom jer kod nekih učenika s teškoćama u računanju može stvoriti dodatan napor jer dijete čini dvostruki proces, mora misliti na zbroj do kojeg treba stići brojenjem i na dodane ili oduzete brojeve tako da pravovremeno može stati s računanjem. Međutim, ispitana učiteljica je kao provjeru da učenici ne koriste prste pri računanju uvela pisanje diktata na satu matematike koji se sastoje od nekoliko jednostavnih zadataka zbrajanja i oduzimanja, npr.  $5 + 3$ ,  $8 - 2$ . Učenici nemaju puno vremena za računanje jer učiteljica na taj način provjerava jesu li učenici automatizirali zbrajanje i oduzimanje te želi biti sigurna da se učenici neće služiti prstima ili brojenjem pri rješavanju diktata. Isto je objasnio i Gaidoschik (2021) koji kaže da je vrijeme prvi pokazatelj da neko dijete broji na prste, odnosno da će djetetu s teškoćama u računanju trebati puno više vremena da nešto izračuna.

Kada se govori o didaktičkim materijalima učiteljica kaže da najčešće koristi bojice, a izabrala je baš njih zato što ih svi učenici imaju u pernici. Materijal koristi na način da ga učenici prebrojavaju. Ovaj materijal je koristan jer je svima odmah dostupan i učenicima je od prije poznat, no nije primjenjiv za korištenje s većim brojevima. Glasnović Gracin (2014) također kaže da učenici trebaju usvajati pojam prirodnih brojeva i količine pomoću konkretnog materijala i slika iz svakodnevnog života (npr. kocke, voće, pikule, kamenčići). No, Glasnović Gracin i Herjavec (2010) tvrde da „jedan od najvećih nedostataka u razrednoj nastavi matematike u Hrvatskoj odnosi se na nedovoljno i nesustavno korištenje konkretnih materijala za uvođenje apstraktnih matematičkih pojmova“ (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010, str. 59). Učiteljica kao razlog tome navodi nedovoljna sredstva za nabavu didaktičkih materijala.

Ispitanica navodi da se ne smatra dovoljno kompetentnom u radu s učenicima s teškoćama u računanju. Ona misli, ako se u razredu nekog učitelja nalazi dijete s teškoćama u računanju, da bi svaki učitelj trebao imati pomoć specijaliziranog stručnjaka jer smatra da ona sama ne zna kako točno pristupiti poteškoći koje dijete ima nakon što se poslužila svime što je bilo u njenoj moći. Upravo to opisuje i Sharma (2001) koji kaže da nastavnik može biti stručan u matematici, no možda kod svog učenika neće moći dijagnosticirati teškoću u računanju ili osmisliti i sastaviti za njega odgovarajući nastavni program te mu na kraju pomoći u otklanjanju teškoće, a takvom se smatra i ispitana učiteljica koja ističe kako bi voljela imati nekog stručnjaka uza sebe s kojim bi se mogla posavjetovati na koji način raditi s učenikom koji ima teškoće u matematici. Učiteljica smatra da bi se trebalo uvesti doškolovanje učitelja jer niti jedno dijete nije jednako i ne može mu se pristupiti na isti način, a na tom tragu govori i Zrilić (2011) koja kaže da bi učitelj trebao naučiti prepoznati učenika s teškoćama u računanju i što prije kod njega uočiti teškoće, pokazati razumijevanje za njih, utvrditi njegovu razinu znanja i usvojenosti vještina, u radu koristiti različita didaktička pomagala te pokušati ostvariti što bolju suradnju s roditeljima.

Kada spominjemo suradnju s roditeljima učenika s teškoćama u računanju, važno je naglasiti da bi učitelji od samih početaka trebali ostvariti suradnju s roditeljima svojih učenika, što ističe i Sharma (2001), a to ispitana učiteljica i radi. Učiteljica kaže da su roditelji upoznati s pozadinom teškoće njihovog djeteta, a upravo Sharma (2001) i Gaidoschik i sur. (2021) tvrde da bi učitelji trebali upoznati roditelje s pozadinom teškoća njihove djece i objasniti im da se one ne rješavaju nekim jednostavnim „receptom“. No, rad na određenoj matematičkoj poteškoći samo tijekom dopunske nastave nije dovoljan zbog manjka vremena te da zahtijeva i njihov angažman kod kuće. To potvrđuju i Zrilić (2011) i Muter i Likierman (2010) koje kažu da bi roditelj trebao učiti skupa s djetetom, ali kroz igru i autentične situacije u kojima dijete može usvojiti matematičke vještine na nesvjesnoj razini. Sharma (2001) također ističe da bi roditelj trebao aktivno sudjelovati u učenju i razvoju svoga djeteta kroz razne matematičke igre ili svakodnevne situacije, a na taj način može kod djeteta s teškoćama u računanju pobuditi želju za učenjem matematike, a isto je objasnila i učiteljica koja kaže da se neki roditelji djece s teškoćama u računanju trude i aktivno sudjeluju u učenju i razvoju njihova djeteta te da se kod takve djece vidi napredak, dok s druge strane, postoje roditelji za koje pretpostavlja da kod kuće ne rade sa svojom djecom na otklanjanju poteškoća u računanju jer djeca napišu domaću zadaću u produženom boravku pa roditelji tako znaju da su sve obaveze za školu riješene na



nastavi i misle kako će dopunska nastava iz matematike jednom tjedno riješiti teškoće koje imaju njihova djeca.

## **7. ZAKLJUČAK**

Bez matematike život je nezamisliv. Stoga je bitno da učenici u školama imaju kompetentne učitelje koji će odlično poznavati matematičke sadržaje. No, kao što je već rečeno, nije dovoljno samo poznavati matematički sadržaj nego i prepoznati određene teškoće u računanju, ako ih učenik ima, te ih pokušati otkloniti tako što ćemo metode i način poučavanja prilagoditi njemu, iznova istraživati nove ideje i načine na koje mu možemo pomoći, savjetovati se sa stručnjacima i sl. (Sharma, 2001).

U ovom radu provedeno je istraživanje čiji je cilj bio odgovoriti na dva istraživačka pitanja, a to su s kojim se izazovima učitelji nose u susretu i radu s učenicima s teškoćama u računanju te kako rješavaju te izazove. Rezultati su pokazali da ne treba zanemarivati učenike u redovitom programu, treba usmjeriti pažnju na predmatematičke vještine, otkriti i pokušati ukloniti različite specifične pogreške te se ukazuje na važnost suradnje kako sa stručnjacima (kojih nedostaje) tako i s roditeljima, a navedeni izazovi se rješavaju tako da se organizira dopunska nastava matematike, potiče rad s dostupnim konkretnim materijalima, ali u određenom trenutku se zahtijeva da se učenici prebace na apstraktnu razinu.

Kao što je već spomenuto, istraživanje koje je provedeno u ovom radu je studija slučaja i provedeno je na jednoj učiteljici stoga ne možemo generalizirati ove rezultate. No, ipak, iz ovog istraživanja je vidljivo da se ispitana učiteljica susreće s učenicima s teškoćama u računanju te se vide nedostaci kompetentnosti učitelja u tom području što im zadaje probleme. Učitelji se uz sve ostale obaveze i pripreme oko nastave ne stignu posvetiti učenicima s teškoćama u računanju, koriste se konkretnim materijalima koji im prvi dođu pod ruku, ne posvećuju se svakom djetetu individualno, koriste metode i modele poučavanja koji su njima samima najlakši i najbrži za korištenje umjesto da ga prilagode učeniku s teškoćama u računanju i na taj način potencijalno uklone ili smanje određenju poteškoću kod učenika. Naravno, tu je i financijski aspekt kada govorimo o nabavi didaktičkih materijala, ali uz malo truda i vremena mogu se izraditi i vlastiti materijali od recikliranih stvari. Svako dijete zaslužuje pomoć i potporu u borbi s teškoćama u računanju, a učitelji su ti koji trebaju učiniti sve što je u njihovoj moći kako bi te poteškoće prevenirali, umanjili ili uklonili. Zemlje njemačkog govornog područja, kao što su Njemačka, Austrija i Švicarska, se uspješno bore s

teškoćama u računanju, te se posvećuju njihovom istraživanju i traženju mogućih rješenja (Gaidoschik, 2021). Kako i učitelji, tako se i roditelji trebaju posvetiti otklanjanju teškoća u računanju kod svoje djece kroz svakodnevne aktivnosti, ali isto tako biti spremni na suradnju s učiteljima njihove djece jer, na kraju, oboje su tu zbog dobrobiti djeteta.

Potaknuta iskustvom prakse na Učiteljskom fakultetu i primjećivanjem sve većeg opsega teškoća u računanju kod djece kroz godine odabrala sam ovu temu diplomskog rada. Odabirom ove teme saznala sam mnogo informacija o prepoznavanju samih teškoća u računanju, što nikako ne smijemo zanemariti, jer vrlo je bitno prepoznati o kakvoj se teškoći radi, a onda tek dolaze načini rješavanja tih teškoća koji su također bitni i o kojima se pisalo u ovom radu. Smatram da će mi ova tema dosta koristiti u mom budućem radu s učenicima u razrednoj nastavi matematike te da ću se sigurno nastaviti neprestano obrazovati u ovom području i tražiti rješenja kako bih pomogla učenicima s teškoćama u računanju. Bilo bi dobro i poželjno kada bi se učiteljima u školama mogla omogućiti dodatna edukacija u području teškoća u računanju jer, bez obzira na staž, uvijek postoji mjesto za učenje i napredak.

## 8. LITERATURA

1. Bird, R. (2009). *Diskalkulija: praktični priručnik, pomoć djeci s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje.
2. Bjelica, J., Galić-Jušić, I., Pavlić-Cottiero, A., Posokhova, I., Prvčić, I., Rister, M. (2007). *Disleksija: disgrafija, diskalkulija i slične teškoće u čitanju, pisanju i učenju*. Zagreb: Hrvatska udruga za disleksiju.
3. Bouillet, D. (2010). *Izazovi integriranog odgoja i obrazovanja*. Zagreb: Školska knjiga.
4. Buljan-Klaić, M. (1997). »Napuchenye vu brojo-znanye«, prvi udžbenik matematike na hrvatskom jeziku. *Dani Hvarškoga kazališta*, 23(1), 598-615.
5. Davis, R., Braun, E. (2001). *Dar disleksije: zašto neki od najpametnijih ljudi ne znaju čitati i kako mogu naučiti*. Zagreb: Alineja.
6. Gaidoschik, M. (2012). Viele Wege führen über den Zehner. Einige Anregungen zur Behandlung von Aufgaben mit Zehnerübergang im ersten Schuljahr. <http://www.recheninstitut.at/wp-content/uploads/2012/04/Zehner%C3%BCbergang.pdf> (Pristupljeno 10. 3. 2023.)
7. Gaidoschik, M. (2021). *Rechenschwäche – Dyskalkulie, eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern*. Hamburg: Persen.
8. Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., Rathgeb-Schierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Mitteilung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47(111S).
9. Glasnović Gracin, D. (2010). Predmatematičke vještine. *Matematika i škola*, 11(55), str. 200-205.
10. Glasnović Gracin, D. (2014). Modeli aritmetike za razrednu nastavu. *Poučak*, 15(59), str. 12-21.
11. Glasnović Gracin, D. (2014). Prelazak sa zbrajanja prirodnih na zbrajanje cijelih brojeva. *Matematika i škola*, 15(75), str. 202-209.
12. Glasnović Gracin, D. (2019). Pojam broja – aktivnosti u predškoli i prvom razredu. *Matematika i škola*, 20(98), str. 120-124.
13. Glasnović Gracin, D., Herjavec, D. (2010). Računska gusjenica. *Matematika i škola*, 12(57), str. 59-63.
14. Glasnović Gracin, D., Jerec, H. (2012). Stern blokovi. *Matematika i škola*, 13(64), str. 154 – 159.
15. Gusić, I. (1995). *Matematički rječnik*. Zagreb: Element.
16. Gusić, M. (2018). Kako je aritmetika zadavala muke. *Matka*, 26(103), str. 178-179.

17. Karp, A., Schubring, G. (2014). *Handbook on the History of Mathematics Education*. New York: Springer.
18. Krampač – Grljušić, A., Marinić, I. (2007). *Posebno dijete – priručnik za učitelje u radu s djecom s posebnim obrazovnim potrebama*. Osijek: Grafika.
19. Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
20. Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2019). Nacionalni kurikulum za osnovnoškolski odgoj i obrazovanje. Ministarstvo znanosti i obrazovanja
21. Muter, V., Likierman, H. (2010). *Disleksija – vodič kroz disleksiju, dispraksiju i druge teškoće u učenju*. Zagreb: Kigen d.o.o.
22. N.a. (2001). Diskalkulija, Specifične teškoće u učenju matematike: što i kako?, *Matematika i škola*, 12, str. 60-65. <https://mis.element.hr/fajli/205/12-03.pdf> (Pristupljeno 10. 3. 2023.)
23. Sharma, M. C. (2001). *Matematika bez suza*. Buševac: Ostvarenje d.o.o.
24. Vasta, R., Haith, M. M. i Miller, S. A. (1997). *Dječja psihologija*. Jastrebarsko: Naklada slap.
25. Zrilić, S. (2011). *Djeca s posebnim potrebama u vrtiću i nižim razredima osnovne škole – priručnik za roditelje, odgojitelje i učitelje*. Zadar: Sveučilište u Zadru.

## 9. PRILOZI

### Prilog 1: intervju

1. Koliko godina radnog iskustva imate u razrednoj nastavi?

„Imam 28 godina radnog iskustva u razrednoj nastavi te škola u kojoj trenutno radim nije jedina škola u kojoj sam radila. Prije ove škole u kojoj sada radim, radila sam u još 4 škole, neke su bile u centru grada, a neke na periferiji grada.“

2. Jeste li se do sada susretali s učenicima s teškoćama u računanju? (Kakva su Vam iskustva? Opišite kakve su to teškoće bile. Navedite neke primjere.)

„Više sam se susretala s teškoćama u računanju kod djece koja rade po redovnom programu nego kod djece koja imaju individualizirani ili prilagođeni program. Štoviše, trenutno imam učenika koji ima individualizirani program i odlično savladava računanje, među najboljima je u razredu kada pričamo o matematici, dok učenica koja radi po redovnom programu ima poteškoća, primjerice, sa shvaćanjem mjesne vrijednosti i s dvoznamenkastim brojevima. Na primjer, broj 15 neće pročitati kao petnaest nego će svaku znamenku pročitati zasebno kao jedan i pet. Također, primjećujem da učenici sada imaju više poteškoća u računanju u odnosu na prijašnje generacije, a razlog tomu je vjerojatno nedostatak normalnog djetinjstva i manjak roditeljskog truda i posvećivanja vremena svome djetetu te manjak učenja matematike na nesvjesnoj razini, odnosno kroz njihovu svakodnevicu.“

3. Održavate li dopunsku nastavu za takve učenike? (Kako izgleda dopunska nastava u Vašem razredu? Koristite li različite modele zbrajanja i oduzimanja pri objašnjavanju matematičkih koncepata? Ako da, koje? Postoji li neki model koji koristite više od ostalih? Zašto?)

„Naravno, održavam dopunsku nastavu iz matematike jednom tjedno, jedan školski sat. Dopunski sat matematike pohađaju većinom istih troje ili četvero učenika, no mogu doći povremeno i oni kojima određeni sadržaj matematike koji tada obrađujemo nije jasan. Za računanje na dopunskoj nastavi najčešće se služimo konkretnim materijalima koji djeca imaju kod sebe, a to su većinom bojice iz pernice ili njihovi prsti. Pri zbrajanju i oduzimanju koristim kombinaciju modela skupa i modela brojevnog pravca. Model brojevnog pravca mi je jednostavniji i brži za objašnjavanje računanja jer ga imamo zalijepljenog iznad ploče pa je i

učenicima nadohvat ruke, no učenici s teškoćama u računanju najjednostavnije i najbrže shvate sadržaj kada im zadatak objasnim pomoću novčanica.“

4. Koji su sve mogući uzroci teškoća u računanju prema Vašem mišljenju?

„Smatram da je to manjak vježbe. Mislím da se teškoće u računanju mogu savladati samo vježbanjem, upornim radom, pisanjem domaće zadaće s razumijevanjem, a to kod nekih ide lakšim putem, a kod nekih težim.“

5. Kakva je bila matematička podloga Vaših učenika na početku školske godine? (Jeste li primijetili razvijenost ili nedostatak predmatematičkih vještina kod učenika kao što su razvrstavanje, nizanje, uspoređivanje, procjenjivanje i sl.? Kakav uspjeh sada imaju učenici koji su imali razvijene predmatematičke vještine, a kakav oni kod kojih ste primijetili nerazvijenost predmatematičkih vještina?)

„Matematička podloga mojih učenika na početku školske godine bila je dobra te sam primijetila da je većina imala dobro razvijene predmatematičke vještine kada govorimo o npr. razvrstavanju, nizanju i uspoređivanju predmeta, no kod nekih učenika se vidjela nerazvijenost predmatematičkih vještina. Kada su se te vještine trebale primijeniti na brojeve, primjerice uspoređivanje brojeva, koji je prije ili poslije, koji je veći ili manji, pojedinci su imali problema s time. To su učenici koji trenutno imaju poteškoća u računanju te zadatke zbrajanja i oduzimanja shvaćaju samo kada im se zadatak prikaže modelom skupa s konkretnim materijalom, dok pri apstraktnom zapisu zadatak rješavaju s poteškoćom ili čak ne znaju riješiti, odnosno dobiju krivo rješenje.“

6. Postoje li neke specifične pogreške koje rade učenici s teškoćama u računanju u Vašem razredu? Koje su to?

„Postoji nekoliko specifičnih pogrešaka koje rade moji učenici. Ima jedna učenica s teškoćama u računanju koja ima poteškoća s uspoređivanjem dva dvoznamenkasta broja, npr. 12 i 16, kada gleda na brojevu crtu, ali kada joj te iste brojeve prikažem novčanicama tada shvaća, ali uz pomoć usporedbe s brojevima 2 i 6 jer ta ista djevojčica ima poteškoća sa shvaćanjem dvoznamenkastih brojeva, odnosno mjesne vrijednosti. Također, dosta učenika piše brojeve zrcalno, npr. brojeve 5 i 6, a na početku su imali problema s razlikovanjem znakova za zbrajanje i oduzimanje, plus i minus. Često bi se događalo da u zadatku piše oduzimanje, a učenik zbroji brojeve u zadatku. Imali su i poteškoća u shvaćanju matematičkog jezika kod zbrajanja i oduzimanja, npr. kako se nazivaju brojevi kod zbrajanja, a kako kod oduzimanja te su nerijetko

te pojmove miješali. No, zalijepila sam im nazivlje s primjerima iznad ploče kako bi se u svakom trenutku mogli podsjetiti.“

7. Kakav je Vaš razred kada govorimo o usvajanju pojma broja? (Kako su, odnosno na koji način usvojili pojam broja? Jeste li zadovoljni kako su ga usvojili? Na koji način je Vaš razred usvojio zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 10? Jeste li zadovoljni kako su to usvojili? Koriste li se Vaši učenici brojanjem, odnosno zbrajanjem i oduzimanjem na prste? Kakav je Vaš stav kada govorimo o korištenju prstiju kao pomagala za učenike s teškoćama u računanju? Jeste li primijetili javljaju li se pogreške u računanju kod djece koja broje na prste? Jeste li primijetili kod učenika da pokušavaju neprimjetno koristiti brojanje na prste pri računanju? Ako da, kako se učenici tada ponašaju? Predstavlja li nula probleme u računanju u Vašem razredu? Kakav je Vaš razred kada govorimo o usvajanju mjesne vrijednosti? Na koji način su usvajali pojam mjesne vrijednosti?)

„Zadovoljna sam kako su usvojili pojam broja i zbrajanje i oduzimanje do 10, no kod troje učenika se javljaju problemi u zbrajanju i oduzimanju do 10, s time da više problema imaju s oduzimanjem nego sa zbrajanjem. Zbrajanje smo najprije usvajali pomoću skupova i prikazom konkretnih materijala u skupovima, na način da smo brojili predmete. Većinom smo koristili bojice kao konkretni materijal. Neki su učenici već prije dolaska u školu znali zbrajati do 10 te su to radili automatizacijom, ali sam i s njima prvo radila s konkretnim materijalom te sam zatim išla prema apstraktnom. Učenicima dopuštam služenje prstima kao pomoć pri zbrajanju i oduzimanju do onog trenutka kada bi već trebali računati automatizacijom, a računanje automatizacijom provjeravam tako da s učenicima često pišem diktate na satu matematike. Diktati se sastoje od nekoliko zadataka zbrajanja i oduzimanja, npr.  $5 + 3$ ,  $8 - 2$ . Učenicima ne dajem puno vremena za računanje jer na taj način provjeravam jesu li automatizirali zbrajanje i oduzimanje te želim biti sigurna da se učenici neće služiti prstima ili brojenjem pri rješavanju diktata. No, primijetila sam da postoje i učenici koji pokušavaju neprimjetno koristiti računanje na prste pa ih skrivaju ispod stola i sl. Troje učenika se još koristi prstima pri zbrajanju i oduzimanju brojeva do 10 i kada ih koriste zadatke uspiju točno riješiti, no bez korištenja prstiju učenici daju netočne rezultate. Iako se kod nekih učenika javljaju problemi u računanju, nula ne predstavlja probleme u računanju niti jednom učeniku u mom razredu. Kada govorim o usvajanju mjesne vrijednosti, većina je to odlično usvojila, no učenicima s teškoćama u usvajanju mjesne vrijednosti pokušala sam objasniti kroz tablicu mjesnih vrijednosti, vežući deset bojica gumicom koje označavaju jednu deseticu, ali jedna učenica ni tada nije shvatila

objašnjeno. Smatram da takvim učenicima treba dati vremena da sve sjedne na svoje mjesto te da će tada shvatiti određeni sadržaj.“

8. Koristite li didaktičke materijale kao pomoć u radu s učenicima s teškoćama u računanju? Ako da, koje i na koji način? (Postoji li određen razlog zašto birate baš te didaktičke materijale? Vidite li napredak u razumijevanju matematičkog sadržaja kada učenik s teškoćama u računanju koristi didaktički materijal? Kako nabavljate didaktičke materijale? Daje li škola neka sredstva?)

„Najčešće koristim bojice, a njih biram zato što ih svi učenici imaju u pernici pa su praktične i brze za korištenje. Također, ponekad kada je obrada novog sadržaja koristim i kuglice/pikule. Materijal koristim na način da ga učenici prebrojavaju kada smo učili brojeve, ali prebrojavanje materijala koristimo i kod zbrajanja i oduzimanja. Didaktički materijal smatram korisnim te vidim napredak u razumijevanju matematičkog sadržaja kada učenik s teškoćama u računanju koristi didaktički materijal. Didaktički materijal nabavljamo na razne načine. Nekada nabavi škola, nekada materijal dobijemo od izdavačkih kuća, a od roditelja ne tražim pomoć u nabavi didaktičkog materijala osim ako se neki roditelj sam ponudi, što je rijetkost.“

9. Smatrate li se kompetentnom za rad s učenicima s teškoćama u računanju? Zašto? (Koje metode i postupke koristite u radu s učenicima s teškoćama u računanju? Jeste li ikada pokušali promijeniti metodu ili stil poučavanja kod učenika koji ima teškoće u računanju? Ako da, kakav je bio ishod? Ako ne, zašto?)

„Ako ću govoriti iskreno, onda se ne smatram kompetentnom. Smatram, ako se u razredu nekog učitelja nalazi dijete s teškoćama u računanju, da bi svaki učitelj trebao imati pomoć jer ja sama ne znam kako točno pristupiti poteškoći koje dijete ima nakon što sam se poslužila svime što je bilo u mojoj moći. Voljela bih imati nekog stručnjaka uza sebe s kojim bih se mogla posavjetovati na koji način raditi s učenikom koji ima teškoće u matematici. Smatram da bi se trebalo uvesti doškoloavanje nas učitelja jer niti jedno dijete nije jednako i ne može mu se pristupiti na isti način, a naš školski sustav se sastoji od špranci po kojima bi ja trebala raditi.“

10. Kakva je suradnja s roditeljima učenika s teškoćama u računanju? (Jesu li roditelji upoznati s pozadinom teškoća njihove djece? Sudjeluju li roditelji aktivno u učenju i razvoju svoga djeteta? Na koji način?)

„Roditelji su upoznati s pozadinom teškoće njihovog djeteta i jedva su dočekali da njihova djeca krenu na dopunsku nastavu iz matematike jer smatraju da će dopunska nastava riješiti



sve matematičke poteškoće njihove djece, no te roditelje sam upozorila da rad na određenoj matematičkoj poteškoći samo tijekom dopunske nastave nije dovoljan zbog manjka vremena te da zahtijeva i njihov angažman kod kuće. Neki roditelji djece s teškoćama u računanju se trude i aktivno sudjeluju u učenju i razvoju njihova djeteta te se kod takve djece vidi napredak. S druge strane, postoje roditelji za koje pretpostavljam da kod kuće ne rade sa svojom djecom na otklanjanju poteškoća u računanju jer djeca napišu domaću zadaću u produženom boravku pa roditelji tako znaju da su sve obaveze za školu riješene na nastavi i misle kako će dopunska nastava iz matematike jednom tjedno riješiti teškoće koje imaju njihova djeca.“

Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

---

(vlastoručni potpis studenta)