Veliki brojevi u primarnom matematičkom obrazovanju

Kovačić, Ivona

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Ivona Kovačić

VELIKI BROJEVI U PRIMARNOM MATEMATIČKOM OBRAZOVANJU

Diplomski rad

Zagreb, rujan 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Ivona Kovačić

VELIKI BROJEVI U PRIMARNOM MATEMATIČKOM OBRAZOVANJU

Diplomski rad

Mentor rada:
izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, rujan 2022.

Sažetak

Tema ovog diplomskog rada jesu veliki brojevi u primarnom matematičkom obrazovanju. Pojam velikih brojeva ovdje se odnosi na prirodne brojeve veće od sto, a jedan od načina njihovog poučavanja jest primjenom matematičkih slikovnica. Cilj rada jest istražiti matematičke i metodičke karakteristike dostupnih matematičkih slikovnica vezanih uz usvajanje velikih brojeva.

U radu su opisane karakteristike velikih prirodnih brojeva: objašnjenje pojma „*prirodni brojevi“,* nazivi velikih prirodnih brojeva te zapis istih unutar tablice mjesnih vrijednosti. Istaknuti su i elementi metodike matematike važni za usvajanje pojma velikog broja u primarnom obrazovanju, kao što su načela i metode rada u nastavi matematike te IGSZ model (iskustvo – govor – slika – znak) i primjena istog pri usvajanju pojma velikih brojeva. S obzirom na prethodno navedeni cilj rada, u nastavku je objašnjen i odgojno-obrazovni značaj matematičkih slikovnica te primjena istih u nastavi matematike.

Rad obuhvaća i analizu matematičkih slikovnica, dostupnih u knjižnici Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, s obzirom na matematičke elemente, prisustvo metodičkih načela, potencijalno prisustvo metoda rada te poštivanje primjene IGSZ modela. Rezultati pokazuju da je najčešći najveći veliki broj u analiziranim slikovnicama 1 000 000 te da se uglavnom radi o prirodnim brojevima od 1 do 1 000 000. U svakoj su slikovnici potencijalno prisutna metodička načela te se sve mogu primijeniti uz pomoć IGSZ modela, gdje se iskustvo i slika međusobno nadopunjuju, a govor zauzima osobitu važnost u procesu učenja. U nastavi matematike učitelj može koristiti sve spomenute metode rada služeći se analiziranim slikovnicama, a vrlo je vjerojatno da će se većina odlučiti za metodu demonstracije i metodu rada na tekstu.

Ključne riječi: veliki brojevi, matematička slikovnica, nastava matematike, primarno obrazovanje

Summary

The topic of this thesis is “large numbers in primary mathematics education”. The term „*large numbers*“ refers to the natural numbers bigger than one hundred, and one of the ways of teaching them is through the use of mathematical picture books. The aim of the paper is to investigate the mathematical and methodical characteristics of available mathematical picture books related to the acquisition of large numbers.

This thesis describes the characteristics of large natural numbers: the explanation of the term *"natural numbers"*, the names of large natural numbers, and their record in the table of place values. The elements of mathematics education important for the adoption of the concept of large numbers in primary education are highlighted, such as the principles and methods of work in mathematics teaching and the ELPS model (experience – language – pictures – symbols) and its application in the adoption of the concept of large numbers. Regarding the above-mentioned goal of the paper, the educational significance of mathematical picture books and their application in teaching mathematics is explained below.

The paper also includes an analysis of mathematical picture books, available in the library of the Faculty of Teacher Education, University of Zagreb, regarding to mathematical elements, the presence of potential principles of mathematics education, the potential presence of work methods and application of the ELPS model. The results show that the most common large number in the analyzed picture books is 1,000,000 and that they are mostly natural numbers from 1 to 1,000,000. The principles are potentially presented in every picture book, and they can all be applied with the help of the ELPS model, where experience and images complement each other, and speech takes an important part in the learning process. In teaching mathematics, the teacher can use all the mentioned work methods using the analyzed picture books, and it is very likely that the majority will choose the demonstration method and the method of working on the text.

Key words: large numbers, mathematical picture book, teaching mathematics, primary education

SADRŽAJ

1. UVOD

Čovjek se u svojoj svakodnevici neprestano susreće s brojevima i računanjem: u školi, u trgovini, u prometu, na satovima, na televiziji, na računalnoj tipkovnici, na kalkulatoru itd. Bilo bi teško zamisliti život bez brojeva te bi tada čovjekovo snalaženje u vremenu i prostoru bilo znatno otežano. Djeca u ranoj dobi počinju izgovarati brojevne riječi te uče združivati i brojiti predmete u svojoj neposrednoj okolini. U počecima dijete brojevne riječi samo nabraja jer još nije dovoljno intelektualno i kognitivno razvijeno da bi shvatilo količinu i složenost pojma „broj“. Polaskom u školu susreće se s nastavom matematike i u prvom razredu prema Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije (2019) šire i dublje upoznaje brojeve: uči brojiti te zapisivati prirodne brojeve do 20 i njihove brojevne riječi te se služi računskim operacijama zbrajanja i oduzimanja prirodnih brojeva do 20. Do četvrtog razreda učenik će se prema Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije (2019) naučiti služiti prirodnim brojevima do milijun te primjenjivati četiri računske operacije (zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje). U nastavi matematike od iznimne je važnosti polaziti od iskustva i vizualizacije na konkretnim predmetima tijekom usvajanja novih matematičkih sadržaja. Usvajanjem pojma velikog broja nastaje problem kako iskustvom i vizualizacijom prikazati velike brojeve, odnosno tisuću, milijun, milijarda, bilijun itd. Učenik više nije u mogućnosti združivanjem i rastavljanjem predmeta na primjeru modela skupa shvatiti tako velike brojeve te je na učiteljima zadatak osmisliti što bolji način kojim bi, poštujući metodička načela i metode rada u nastavi matematike, učenicima vizualno prikazao velike brojeve.

Matematičke slikovnice, kao dobar izvor znanja i sredstvo upućivanja, nastoje se primjenjivati u primarnom odgoju i obrazovanju. Prva knjiga s kojom se dijete susreće u svome životu je upravo slikovnica, a obogaćena slikama i jednostavnim jezičnim izrazima kod djeteta razvija interes i motivaciju za čitanjem. Svrha matematičkih slikovnica jest kroz igru djetetu približiti matematiku (Glasnović Gracin i Narančić Kovač, 2017). O velikim brojevima napisane su razne slikovnice, a u ovome radu analizirano je 8 slikovnica koje se, među mnogobrojnima, nalaze u knjižnici Učiteljskog fakulteta u Zagrebu. Analizom navedenih matematičkih slikovnica cilj je provjeriti koje su matematičke i metodičke karakteristike prisutne/potencijalno prisutne vezane uz velike brojeve te jesu li prikladne za primjenu u nastavi matematike.

U drugom poglavlju ovoga rada govori se o prirodnim brojevima te o njihovom zapisu unutar tablice mjesnih vrijednosti. Nadalje, svaki prirodni broj, osim znamenkama, moguće je zapisati i brojevnom riječju. Tako se u nastavku govori o nazivima velikih brojeva i njihovom položaju unutar kratke i duge ljestvice.

U trećem poglavlju objašnjen je tzv. IGSZ model, odnosno metodički pristup poučavanju matematičkih pojmova u primarnom obrazovanju, te primjena istog pri usvajanju pojma velikih brojeva. U nastavi matematike od iznimne je važnosti poštivati načela i metode rada u nastavi matematike, stoga ih učitelj treba dobro poznavati kako bi znao odabrati prikladne metode prema ishodu kojeg učenik treba usvojiti.

Primjena matematičke slikovnice u nastavi matematike, likovni aspekti ilustracije u matematičkoj slikovnici te njena odgojno-obrazovna vrijednost opisani su u četvrtom poglavlju ovoga rada.

Na kraju, u petom poglavlju analizirane su prethodno navedene slikovnice prema matematičkim i metodičkim karakteristikama prisutnim, odnosno potencijalno prisutnim, u istima. Za svaku slikovnicu naveden je najveći broj koji se spominje unutar slikovnice, raspon spomenutih brojeva te prisustvo zapisa dekadskih jedinica unutar tablice mjesnih vrijednosti. Također, istaknuta je i primjena IGSZ modela, odnosno je li slikovnica prikladna za poučavanje u nastavi matematike s obzirom na poštivanje IGSZ modela poučavanja.

2. BROJEVI

2.1. Prirodni brojevi

U svakodnevnom životu čovjek je posvuda okružen brojevima. Već u ranoj dobi istražujući svijet oko sebe dijete uči brojiti predmete u svojemu okruženju koristeći prste na rukama i brojeći do deset. Brojeći bombone, igračke, prste, olovke i druge konkretne predmete upoznaje vrstu brojeva koji započinju brojem 1 i nastavljaju se u beskonačnost. Ti brojevi nazivaju se prirodnim brojevima.

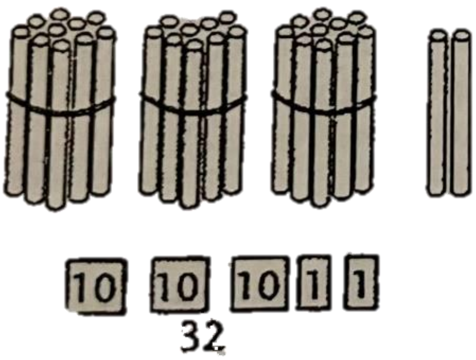
„*Prirodni brojevi* su brojevi 1, 1+1, (1+1) +1 itd. koji se bilježe simbolima 1, 2, 3 itd." (Pavković i Veljan, 1992, str. 18), a skup prirodnih brojeva označava se slovom **N** i zapisuje se **N**={1, 2, 3, …} (Gusić, 1995). „Broj 0 nije prirodni broj, odnosno ne pripada skupu **N**, ali pripada skupu $\mathbf{N_0}$. Skup svih prirodnih brojeva zajedno s brojem 0 čini skup brojeva koji se označava s $\mathbf{N_0}$. (čita se: en nula) i zapisuje $\mathbf{N_0} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6…\}$" (Izzi, 2019, Skup prirodnih brojeva). Prirodne brojeve moguće je zapisati jednom znamenkom ili pomoću više njih, prema čemu se mogu podijeliti na jednoznamenkaste i višeznamenkaste prirodne brojeve. S obzirom na beskonačnost skupa prirodnih brojeva ne postoji najveći prirodni broj, odnosno nemoguće ga je odrediti. Suprotno tome, unutar skupa prirodnih brojeva može se izdvojiti najmanji prirodni broj, a to je broj 1. U skupu prirodnih brojeva svaki broj ima svog neposrednog sljedbenika i neposrednog prethodnika, osim broja 1 koji u skupu **N** ima svog neposrednog sljedbenika, ali ne i prethodnika. Razlog tomu je što je broj 1 najmanji prirodni broj, stoga mu ne može prethoditi nijedan manji koji je član skupa **N**.

Prirodni brojevi razlikuju se i prema parnosti, odnosno prema tome mogu li se rasporediti u parove. Primjere parnosti lako je prepoznati u svakodnevnom životu, primjerice, par čarapa, par očiju, par ruku, par ušiju, par rukavica i slično. Svojstvo parnosti se odnosi i na skup cijelih brojeva, koji je nadskup od **N**. Gusić (1995) navodi da je paran broj cijeli broj djeljiv s 2 te da se svaki može jednoznačno zapisati u obliku $2n$, gdje je n cijeli broj. Drugim riječima, „broj je paran ako i samo ako mu je zadnja znamenka u decimalnom zapisu paran broj" (Gusić, 1995, str. 172). Gusić (1995) neparan broj objašnjava kao cijeli broj koji pri dijeljenju s 2 ima ostatak te se svaki može jednoznačno zapisati u obliku $2n+1$, gdje je n cijeli broj. Analognim zaključivanjem može se zaključiti da su neparni brojevi oni kojima je znamenka jedinica 1, 3, 5, 7 ili 9. Primjerice, brojevi 15, 217, 899, 3 653, 10 651 neparni su prirodni brojevi, za razliku od brojeva 46, 852, 1 428, 36 574, 12 050 koji su parni.

2.2. *Tablica mjesnih vrijednosti*

U dekadskom brojevnom sustavu svaka znamenka nekog zapisanog broja ima svoju mjesnu vrijednost koja je određena, kao što i sama riječ kaže, mjestom na kojem se ta znamenka nalazi unutar brojevnog zapisa tog broja. Redoslijed pisanja znamenki nekog broja od velike je važnosti jer zamjenom mjesta dviju znamenki unutar nekog brojevnog zapisa, mijenja se i njihova vrijednost i tada se radi o potpuno drugom broju. Brojeve je zato, osim konkretnim, zornim primjerima, važno razumjeti i znati objasniti unutar *tablice mjesnih vrijednosti*. Ta se tablica „sastoji od stupaca (uspravnih) i redova (vodoravnih) u koje se pišu pojedine znamenke. Na prvom mjestu (s desne strane) nalazi se stupac jedinica (J), na drugom mjestu je stupac desetica (D), a na trećem nalazi se stupac stotica (S)" (Markovac, 2001, str. 140). Nadalje, u tablici se nalaze i stupci tisućica (T), desettisućica (DT), stotisućica (ST), milijun (M), deset milijuna (DM), sto milijuna (SM) itd. Ova mjesta unutar tablice nalaze se ispred decimalne točke i predstavljaju dekadska mjesta zapisa nekog broja. Iza decimalne točke s lijeva na desno zapisuju se redom desetinka (d), stotinka (s), tisućinka (t), desettisućinka (dt), stotisućinka (st), milijutinka (m) itd., a ta mjesta nazivaju se decimalnim mjestima zapisa nekog broja (Markovac, 2001).

Prirodni brojevi se u tablicu mjesnih vrijednosti zapisuju slijeva nadesno. „Pisanje dvoznamenkastih brojeva može se objašnjavati ovako: zadani broj najprije se analizira kako bi se ustvrdilo koliko sadrži desetica i jedinica, a zatim se broj desetica piše u stupac desetica, a broj jedinica u stupac jedinica. Zadani broj prethodno se može predočiti zornim sredstvima, a poslije pisati u tablicu mjesnih vrijednosti" (Markovac, 2001, str. 140).

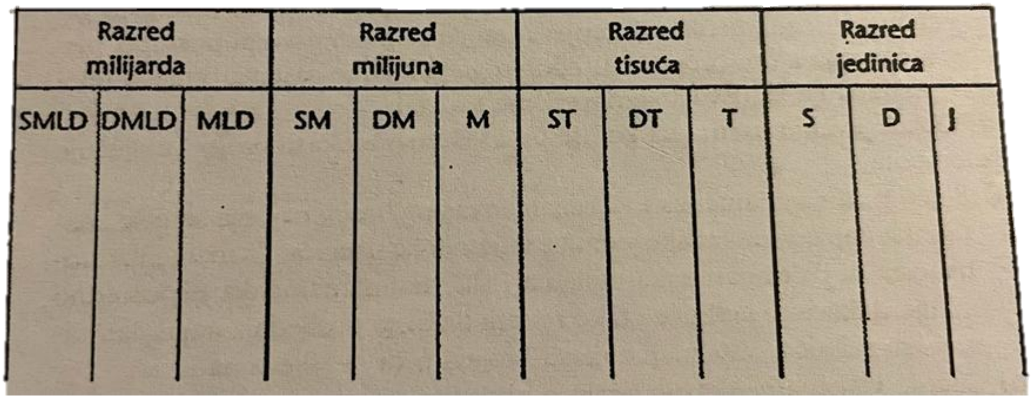


S	D	J
	3	2
	4	4
1	0	0

Slika 1. Slikovni prikaz dvoznamenkastog broja i zapis istog unutar tablice mjesnih vrijednosti (Markovac, 2001, str. 140)

U primjeru prikazanome na Slici 1 broj 32 prikazan je slikovno na sljedeći način: štapići su raspoređeni u snopove tako da svaki snop sadrži 10 štapića. Tri takva snopa po 10 štapića zajedno iznose 30 štapića. Oni čine 3 desetice, odnosno 30 jedinica štapića. Preostala dva štapića ne mogu sastaviti novi snop desetica, stoga oni predstavljaju dvije jedinice. Tako se 32 štapića mogu zapisati kao 3 desetice i 2 jedinice, tj. 32 = 3D i 2J. U tablicu mjesnih vrijednosti broj 3 zapisuje se u stupac desetica, a broj 2 u stupac jedinica. U tablici sa Slike 1 navedeni su i primjeri zapisa brojeva 44 i 100. Broj 44 sastoji se od 4 desetice i 4 jedinice te su znamenke zapisane u odgovarajuće stupce. Broj 100 sadrži 1 stoticu, odnosno može ga se promatrati i kao 10 desetica ili 100 jedinica. U tablicu mjesnih vrijednosti broj 100 zapisuje se tako da se u stupac stotica napiše znamenka 1, u stupac desetica znamenka 0 i u stupac jedinica znamenka 0.

Dekadski brojevni sustav zove se i pozicijskim sustavom, „što znači da brojevna vrijednost što je nosi pojedina znamenka ovisi o položaju (poziciji) u zapisu broja. Tako, primjerice, broj 333 ne znači 3 + 3 + 3, već je 333 = 3 · 100 + 3 · 10 + 3. Dakle, prva znamenka znači 300, druga 30, treća 3, a vrijednost cijelog broja je 300 + 30 + 3 = 333“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 2). Na Slici 2 prikazani su nazivi mjesnih vrijednosti broja i brojevni zapis unutar tablice mjesnih vrijednosti.



Razred milijarda			Razred milijuna			Razred tisuća			Razred jedinica		
SMLD	DMLD	MLD	SM	DM	M	ST	DT	T	S	D	J

Slika 2. Dekadska mjesta unutar tablice mjesnih vrijednosti (Markovac, 2001, str. 146)

Tako se svaki prirodni broj može zapisati kao zbroj umnožaka odgovarajućih znamenaka s dekadskim jedinicama 1, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000 itd., što se povezuje sa zapisom u tablici mjesnih vrijednosti. Iz toga proizlazi zapis brojkom i brojevna riječ.

Primjerice, broj 156 123 moguće je zapisati:

- zbrojem umnožaka znamenaka i mjesnih vrijednosti: $156\,123 = 1 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ ili pripadnim prikazom u tablici mjesnih vrijednosti
- brojkom: 156 123
- brojevnom riječju: sto pedeset šest tisuća sto dvadeset i tri.

Promatrajući brojku 156 123 i njen zapis u tablici mjesnih vrijednosti , učitelj ističe da se isti može rastaviti na 1 stotisućicu, 5 desettisućica, 6 tisućica, 1 stoticu, 2 desetice i 3 jedinice.

2.3. Nazivi velikih prirodnih brojeva

„*Dekadski brojevni sustav* je položajni ili pozicijski brojevni sustav koji ima osnovu ili bazu deset (10) i deset znamenaka: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Svaka znamenka nekog broja nalazi se na određenom brojnom mjestu“ (Marković i Pasanović, 2010, str. 10). Uporaba ovog brojevnog sustava datira još od starog Egipta pa sve do danas kada se čovjek svakodnevno njime koristi. Temelji se na broju deset kao bazi jer je čovjek u mnogim kulturama od davnina brojio i računao upravo koristeći svojih deset prstiju ruku, čime je broj 10 predstavljao bazu dekadskog sustava. Babić (2011) navodi da se potencije broja deset izdvajaju tako što su im pridodani posebni nazivi, ističući primjere: jedan (10^0), deset (10^1), sto (10^2), tisuću (10^3), milijun (10^6), milijarda (10^9), bilijun (10^{12}), trilijun (10^{18}), kvadrilijun (10^{24}) itd.

U internacionalnoj praksi se razlikuju dvije ljestvice u kojima je zapisan dekadski brojevni sustav. Prva, *kratka ljestvica* zove se još i *short scale,* a koristi se u Sjedinjenim Američkim Državama i u Velikoj Britaniji. U toj ljestvici milijun iznosi 10^6, a kao sljedeći izdvojen naziv za potenciju broja 10 slijedi bilijun zapisan kao 10^9. Zatim slijedi trilijun koji iznosi 10^{12} itd. „Broj milijun u svome se zapisu sastoji od broja 1 i 6 nula, a broj bilijun zapisan je brojem 1 s 12 nula, pa tako broj bilijun možemo izraziti kao milijun milijuna. Isto tako broj trilijun možemo izraziti kao milijun bilijuna, itd.“ (Babić, 2011, str. 16). Nazivi ovih velikih brojeva tvore se tako da je prefiks ono što se mijenja, tako što se primjerice riječi „milijun“ oduzima prefiks „mi“ i na osnovu -lijun dodaje se „bi“, dobivajući u konačnici novu riječ „bilijun“. Isto vrijedi i za brojeve trilijun, kvadrilijun i druge (Tablica 1).

Babić (2011) navodi da se promatrajući potencije broja 10 može uočiti da je u ovoj ljestvici svaki sljedeći istaknuti broj tisuću puta veći od prethodnog, a zanimljivo je i to da se u ovoj ljestvici ne pojavljuju brojevi milijarda, bilijarda, trilijarda itd.

Osim ove ljestvice postoji i druga, proširena ljestvica, koja se koristi u Hrvatskoj, kontinentalnoj Europi, Indiji i drugdje, a nazivi potencija broja 10 koje dijeli s kratkom ljestvicom su jedan (10^0), deset (10^1), sto (10^2), tisuću (10^3) i milijun (10^6). Za ovu ljestvicu je karakteristično da se broj milijun u svome zapisu sastoji od znamenke jedan i 6 nula, a slijedi milijarda koju u zapisu čine znamenka jedan i 9 nula, zatim bilijun kojeg čine znamenka jedan i 12 nula, pa bilijarda koju čine znamenka jedan i 15 nula itd. (Tablica 1) Drugim riječima, milijardu je moguće izraziti kao tisuću milijuna, bilijun kao milijun milijuna, bilijardu kao tisuću bilijuna, trilijun kao milijun bilijuna itd. Ovaj dekadski brojevni sustav naziva se *dugom ljestvicom* (eng. *long scale*), a prema Babiću (2016) pojmovi milijarda, bilijarda, trilijarda i drugi uvedeni su u Hrvatsku opću enciklopediju (Leksikografskog zavoda Miroslav Krleža, 2021), Opću i nacionalnu enciklopediju (u 20 svezaka 20 (2011./2012.) br. 77 17 ka), Opću enciklopediju Jugoslavenskog leksikografskog zavoda, Rječnik stranih riječi (Anić i sur., 2013) itd.

Uspoređujući slijed potencija broja 10 u kratkoj i dugoj ljestvici, može se uočiti da u obje vrijedi pravilo da je, počevši od broja milijun, svaka sljedeća imenovana potencija broja 10 veća tisuću puta od prethodne. Prema tome, „američki bilijun“ jednak je „europskoj milijardi“, a „američki trilijun“ „europskom bilijunu“. U Tablici 1 prikazani su zapisi velikih brojeva u obliku potencije te njihovi nazivi unutar kratke i duge ljestvice.

Tablica 1

Kratka i duga ljestvica (Babić, 2011, str. 17)

Kratka ljestvica			Duga ljestvica		
Zapis u obliku potencije	Ime broja	Logika	Zapis u obliku potencije	Ime broja	Logika
10^6	milijun	1000^{1+1*1}	10^6	milijun	10^{6*1}
10^9	bilijun	1000^{1+1*2}	10^9	milijarda	10^{6*1+3}
10^{12}	trilijun	1000^{1+1*3}	10^{12}	bilijun	10^{6*2}
10^{15}	kvadrilijun	1000^{1+1*4}	10^{15}	bilijarda	10^{6*2+3}
10^{18}	kvintilijun	1000^{1+1*5}	10^{18}	trilijun	10^{6*3}

Jedna od najpoznatijih svjetskih web tražilica, „Google“, nosi naziv po velikom broju gugol (eng. googol) koji iznosi 10^{100}. Gugol se u dekadskom brojevnom sustavu zapisuje znamenkom 1 iza koje slijedi sto nula, a naziv ovog velikog broja potječe od američkog matematičara Edwarda Kasnera koji je 1920. godine uz pomoć svog devetogodišnjeg nećaka Miltona Sirrote imao namjeru osmisliti ime broju koji u svom zapisu ima znamenku 1 i sto nula, što je i učinio, nadjenuvši mu u konačnici ime gugol (Babić, 2011). Nadalje, osmislili su ime još jednog broja predloživši naziv „googleplex“. Radi se o broju zapisanom u obliku potencije broja 10 kao 10^{googol}, što je zapravo jednako $10^{10^{100}}$. Ovi veliki brojevi ne koriste se u svakodnevnom životu, a jedan od razloga je taj što je čovjeku teško zamisliti njihovu veličinu i uspoređivati ih s konkretnim primjerima iz svakodnevice. U matematici se ovakvi brojevi koriste za procjenjivanje izuzetno velikih podataka, a jedan od mogućih primjera uporabe istih je nagađanje koliko iznosi broj čestica u svemiru. „Ova “igra” uvođenja/miješanja nazivlja (“ ilijuna” i “ ilijardi”) ostala je na razini jezične konstrukcije jer je ne prati uporaba u literaturi, niti značajno u matematici ili svakodnevnoj praksi. Zaživjela je upotreba znanstvenog zapisa broja kao i doslovnost nazivlja/čitanja (primjerice, 10^{80} može se nazvati sto tridecilijuna, no ipak se gotovo uvijek ovaj broj čita “ deset na osamdesetu”)“ (Babić, 2016, str. 17).

3. METODIKA MATEMATIKE U POUČAVANJU VELIKIH BROJEVA

3.1. Metodički pristup poučavanju matematičkih pojmova u primarnom obrazovanju - IGSZ model

Matematički sadržaji su po svojoj prirodi apstraktni i jasno je da mlađi učenici nisu u kognitivnoj razvojnoj fazi u kojoj lako mogu spoznati kvantitativne, prostorne i logičke odnose. I odrastao čovjek često ima poteškoća s razumijevanjem apstraktnih matematičkih pojmova, stoga ne čudi da je djeci potrebno prilagoditi matematičke sadržaje s obzirom na njihovu dob i razvojnu fazu u kojoj se nalaze. U nastavi matematike vrijedi pravilo da se u učenju uvijek polazi od konkretnog prema apstraktnome (Markovac, 2001). Razlog tome je što se uz pomoć konkretnih predmeta može jasnije predočiti složenost apstraktnih pojmova i što se konkretizacijom potiče vizualizacija i razumijevanje. U usporedbi pamćenja i učenja vidljivo je da pri učenju čovjek informacije prima u udjelima 83% vidnim putem i 11% sluhom (Andrilović, 2001), iz čega proizlazi osobita važnost vizualizacije tijekom procesa učenja.

Učenje matematičkih pojmova uz pomoć tzv. IGSZ modela dio je procesa učenja u nastavi matematike koji je metodičkim putem prikazala i objasnila Liebeck (1995) na sljedeći način:

I - iskustvo fizičkih predmeta

G - govorni jezik koji opisuje to iskustvo

S - slike koje prikazuje to iskustvo

Z - pismeni znakovi koji generaliziraju to iskustvo.

Drugim riječima, u učenju matematičkih pojmova polazi se od iskustva koje dijete treba spoznati uz pomoć konkretnih materijala. Primjerice, učenik treba usvojiti broj 5. Učitelj može uz pomoć jabuka prikazati skup od 5 elemenata postupno združujući jabuke jednu po jednu dok zajedno ne čine broj 5. Primjer peteročlanog skupa potrebno je pokazati uz što više primjera kako bi učenik mogao razumjeti pojam skupa i kako bi se izbjeglo povezivanje matematičkog pojma s isključivo jednom matematičkom situacijom, odnosno da je skup od 5 elemenata isključivo skup od 5 jabuka. Primjerice, peteročlani skup može se prikazati i uz drvene bojice, pernice, lopte, itd. Tada učenik može vizualizirati količinu broja 5 i skup od 5 elemenata te uočiti da je svim spomenutim skupovima zajednička količina. Nakon što je iskusio i spoznao određenu matematičku situaciju na temelju konkretnog materijala, učenik govorim jezikom opisuje iskustvo koje je spoznao, odnosno izgovara što vidi, primjerice: „Imam pet

jabuka. Ovo je skup od pet jabuka." Nakon govora, slijedi slikovni prikaz. Učenik crtanjem može prikazati ono što vidi ili pak analizirati sliku u udžbeniku koja prikazuje promatranu situaciju. Na kraju učenik zapisuje pisani znak koji je svojstven matematičkoj situaciji koju je učio. Dakle, u ovom primjeru učenik će u bilježnicu zapisati brojku, tj. znak za pet (5).
„Takav redoslijed metodičkog pristupa u skladu je sa shvaćanjem uzajamnog odnosa fizičke i logičko-matematičke spoznaje te odnosa socijalne i logičko-matematičke spoznaje" (Marendić, 2010, str. 5). Autorica ističe da se svi matematički pojmovi stvaraju polazeći od predmeta, objekata i pojava stvarnoga svijeta tako što ih se nastoji povezati uz pomoć govora i drugih pisanih znakova i na mentalnom planu (Marendić, 2010). IGSZ model ima snažno uporište u razvoju matematičkih pojmova budući da neposredna okolina utječe na učenikovo shvaćanje i razumijevanje apstrakcije. Marendić (2010) tvrdi da je neposredna fizička okolina uz dječju socijalnu sredinu nezamjenjiv dio procesa razvoja logičko-matematičkih struktura.

3.2. Načela i metode rada pri usvajanju velikih brojeva

U poučavanju razredne nastave matematike osobitu važnost imaju načela i metode rada koji trebaju biti pomno i adekvatno odabrani, ovisno o cilju i ishodima nastavnog procesa, kako bi u konačnici ti isti ishodi bili ostvareni i uspjeh postignut (Markovac, 2001). Kroz načela i metode rada učenicima se približavaju matematički pojmovi i odnosi među njima. Na taj način mogu se približiti i veliki brojevi koji su tema ovog diplomskog rada.

3.2.1. Metodička načela i usvajanje velikih brojeva

Markovac (2001) opisuje metodička načela kao temeljne ideje na kojima se zasnivaju uvjeti učenja u početnoj nastavi matematike, odnosno polazne osnove cjelokupnog nastavnog procesa. Drugim riječima, može se reći da su ona smjernice koje učitelju pomažu organizirati i provoditi početnu nastavu matematike. Metodika početne nastave matematike temelji se na sljedećim načelima: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo interesa i vlastite aktivnosti, načelo individualizacije, načelo postupnosti, načelo trajnosti, znanja, vještina i navika, načelo problemnosti i načelo znanstvenosti. Ostvarenjem jednog od navedenih načela ne isključuje se i mogućnost ostvarenja drugog, odnosno moguća je realizacija više ili pak svih metodičkih načela tijekom jednog nastavnog sata. Stoga „metodička načela nisu međusobno izolirana, već se uzajamno uvjetuju i simultano realiziraju" (Markovac, 2001, str. 55). Učitelje se potiče da u nastavi podjednako uvažavaju i primjenjuju sva načela zato što ne postoji načelo koje je bitnije od drugoga, tj. nema hijerarhijske strukture s obzirom na njihovu vrijednost i ulogu. „Dakle, vrijedi pravilo: dobro organizirana i valjano izvođena nastava podjednako uvažava i ostvaruje sva metodička načela“ (Markovac, 2001, str. 55).

Načelo primjerenosti odnosi se na to da matematički sadržaj i zadaci trebaju biti primjereni dobi i spremnosti učenika te se izražava stupnjem težine, odnosno lakoće kojima učenici usvajaju sadržaj. Zadaci trebaju zahtijevati određeni napor koji učenik treba uložiti u radu te poticati ga na postupno razvijanje vlastitih sposobnosti. „Umni napor ovdje se ne smije shvatiti kao naprezanje i opterećivanje uma učenika, nego kao faktor kojim se postiže razvoj njihovih umnih sposobnosti. Isto tako, primjerenost nastave ne smije se poistovjetiti s olakšavanjem nastave i odstranjivanjem svih teškoća, već kao odabir takvih kojima se na najbolji način postiže ostvarenje postavljenih ciljeva nastave“ (Kurnik, 2011, str. 101). Ako učitelj ne poznaje intelektualne sposobnosti svojih učenika, koliko god to htio, neće znati primjeriti nastavu njihovim mogućnostima. „Glavni preduvjeti ovog načela jesu poznavanje razvojnih mogućnosti učenika relevantnih za učenje matematičkih sadržaja te učiteljeva sposobnost metodičkog interpretiranja nastavnog gradiva“ (Markovac, 2001, str. 55).

Načelo zornosti koristi se da bi se učenicima apstraktni matematički sadržaji konkretizirali, prikazali na perceptivan način, npr. vizualno i taktilno, te samim time i pojednostavili na način da ih mogu razumjeti i shvatiti. To se postiže vizualizacijom, odnosno povezivanjem matematičkih pojmova sa stvarnim objektima u prirodi ili crtežima te njihovim odnosima. Markovac (2001) ističe da su zorna sredstva u početnoj nastavi matematike samo sredstvo koje omogućuje usvajanje apstraktnih sadržaja budući da kod učenika te dobi na spoznajnom aparatu još uvijek prevladava percepcija, zbog čega je važno spoznavanje ostvariti odgovarajućim aktivnostima sa skupovima konkretnih predmeta (sastavljanje, rastavljanje, združivanje, oduzimanje).

„Nastava matematike mora biti takva da kod učenika budi interes prema predmetu“ (Kurnik, 2010, str. 148), stoga *načelo interesa i vlastite aktivnosti* podrazumijeva pobuđivanje interesa i motivacije kod učenika za sudjelovanjem u nastavi i u radu, a aktivnost može biti individualna ili kolektivna. Individualna aktivnost vlastita je i samostalna djelatnost učenika u kojoj na različitim izvorima znanja aktivno sudjeluje i uči, dok je kolektivna aktivnost zajednička aktivnost učenika i učitelja koju organizira i vodi učitelj, a ostvaruje se izlaganjem novog gradiva, vježbanjem i ponavljanjem itd. „Razvijanje psihičkih sposobnosti moguće je samo njihovim aktiviranjem. Tako se npr. mišljenje razvija misaonim aktivnostima vježbanja i ponavljanja i sl. Zato se bez vlastite aktivnosti učenika ne mogu ostvarivati ni funkcionalni niti obrazovni zadaci početne nastave matematike“ (Markovac, 2001, str. 59).

Načelo individualizacije je prema Markovcu (2001) princip kojim se učenje u početnoj nastavi matematike prilagođava mogućnostima svakog učenika. Pri utvrđivanju mogućnosti svakog učenika potrebno je uzeti u obzir njegovo predznanje i njegove intelektualne sposobnosti, a individualizaciju je potom moguće provesti kroz nastavne listiće prilagođenim učenicima s različitim sposobnostima, diferenciranom nastavom i slično.

Načelo postupnosti odnosi se na činjenicu da se novi sadržaji ne mogu usvojiti sve dok nisu usvojena sva potrebna predznanja za to. Kurnik (2009) objašnjava da znanja ne smiju biti rascjepkana i međusobno odvojena, već se uvažavanjem načela postupnosti usko povezuju i nadopunjuju. Primjerice, da bi učenici mogli zbrajati dvoznamenkaste brojeve, prvo trebaju naučiti što su to brojevi, savladati operacije zbrajanja i oduzimanja na jednoznamenkastim brojevima, razumjeti vezu zbrajanja i oduzimanja i slično, a kada to usvoje, moći će otići korak dalje i naučiti zbrojiti dva dvoznamenkasta broja.

„Glavni općeobrazovni cilj nastave matematike jest prenošenje učenicima određenog sustava matematičkih znanja“ (Kurnik, 2009, str. 52). *Načelo trajnosti znanja, vještina i navika* usmjereno je na primjenu metoda, postupaka, materijala i oblika nastave kojima će učeniku znanje koje je stekao tijekom nastavnog procesa biti što trajnije. (Kurnik, 2009) Učitelj treba poticati učenike na razmišljanje i donošenje vlastitih zaključaka te ih time aktivirati u nastavni proces. Dolaskom do vlastite spoznaje stečeno znanje ostaje trajnije zapamćeno od onoga kojeg mu je učitelj nametnuo usmenim izlaganjem.

Načelo problemnosti odnosi se na princip da učitelj ne smije učenicima „servirati“ činjenice i gotove odgovore, nego im stvarati atmosferu problema. Tako se stvara napetost i aktivnost u rješavanju problema. Učenike je moguće zainteresirati motivacijskim zadacima i heurističkim razgovorom, odnosno kontinuiranim postavljanjem pitanja kojima ga se potiče na razmišljanje i rješavanje zadanog problema. Komunikacija između učenika i učitelja ovdje je od velike važnosti jer učitelj može ili motivirati učenika na otkrivanje rješenja i nastavni proces učiniti dinamičnijim, ili suprotno tome, učiniti ga dosadnim i monotonim „dajući mu sve na gotovo“. Također, „primjenom ovog načela učitelj može potisnuti prividnu jasnoću, upozoriti učenike na probleme koje oni ne uočavaju, doprinijeti razvoju matematičkog mišljenja i znatno poboljšati vrsnoću nastave matematike“ (Kurnik, 2002, str. 152).

Načelo znanstvenosti podrazumijeva da sadržaji i metode u nastavi matematike moraju biti u skladu s matematikom kao znanošću. Učitelj ne smije učiti učenike nešto što nije u skladu sa zakonima matematike i što krši načelo znanstvenosti. „To znači da učitelj matematike treba učenike upoznavati s onim činjenicama i u njihovu mišljenju formirati one matematičke pojmove koji su danas znanstveno potvrđeni. Nastava matematike mora biti takva da omogućuje daljnja produbljivanja i proširivanja gradiva i prirodan nastavak matematičkog obrazovanja na višoj razini“ (Kurnik, 2008, str. 319).

Metodička načela međusobno se nadopunjuju te su usko povezana. Zato se često događa da se poštivanjem jednog načela istodobno ostvaruju i druga načela (Markovac, 2001). Ako se u nastavi matematike povrijedi neko načelo nastave matematike, Kurnik (2011) tvrdi da je tada zbog uske povezanosti svih načela sigurno povrijeđeno još neko načelo matematike. „Povreda jednog načela čini nastavu matematike neprimjerenom“ (Kurnik, 2011, str. 101). Pri usvajanju pojma velikih brojeva ostvarivanje načela interesa i vlastite aktivnosti, načela individualizacije te načela trajnosti znanja, vještina i navika ovisi o svakom učeniku pojedinačno, budući da učitelj aktivnosti i zadatke priprema sukladno predznanju i interesima učenika.

Primjer aktivnosti u kojima se poštuju navedena načela može biti vidljiv u motivacijskoj aktivnosti korištenjem konkretnih materijala koji učenika dodatno motiviraju za rad (primjerice zrna riže, štapići, brojevne kartice i slično), osobito ako tim materijalima može samostalno manipulirati. Grupiranjem, brojenjem i manipulacijom zrnima riže, štapićima, brojevnim karticama i sl. učenik vizualizira apstraktni pojam velikog broja (npr. milijun, milijarda i sl.) što mu može pomoći u shvaćanju zadanog broja. Ovom aktivnošću ostvaruje se načelo zornosti.

Postavljanjem matematičkog problema učenicima, primjerice „Koliko je to tisuću štapića?“ ili „Koliko je milijun zrna riže?“, učenike se potiče na razmišljanje i donošenje vlastitih zaključaka, čime znanje i vještine koje usvajaju ostaju trajniji. Dolaskom do rješenja zadanog problema, u ovom primjeru ostvaruje se načelo trajnosti znanja, vještina i navika, ali i načelo problemnosti. Rješavanjem matematičkih zadataka (u zbirci zadataka, nastavnih listića i dr.) moguće je ostvariti načela individualizacije i primjerenosti primjenom zadataka koji su adekvatno osmišljeni tako da su primjereni mogućnostima svakog djeteta pojedinačno, pritom zahtijevajući od njih određeni trud za usvajanje novih znanja.

Učitelj može pripremiti zadatke riječima za učenike koji pokazuju bolje znanje u nastavi matematike, zagonetke o velikim brojevima i slično, dok za učenike slabijeg interesa može pripremiti jednostavnije zadatke, koristeći pritom slikovne prikaze i ilustracije koje bi dijete motivirali na daljnji rad. Također, matematički bingo s velikim brojevima može biti dobar primjer aktivnosti za završni dio sata. Matijević (2005) ističe važnost individualizacije učenja i poučavanja jer se prilagođavanjem ciljeva, sadržaja i aktivnosti osobnim mogućnostima učenika, istog potiče na uspješno usvajanje nastavnog sadržaja te se zalaže za jednakost uspjeha za sve.

Načelo postupnosti izražava se od samog početka nastavnog procesa kada učenik ponavlja prethodno naučeni nastavni sadržaj, primjerice brojeve do sto, i povezuje ga s nastavnim sadržajem koji uči, odnosno brojevima do tisuću. Nadalje, učenik u motivacijskom dijelu sata može uz prikladne matematičke igre i aktivnosti ponoviti nizanje brojeva do milijun te osnovne računske operacije brojeva do milijun, što je preduvjet za usvajanje pojma velikog broja, primjerice broja milijarda. Pri osmišljavanju zadataka i aktivnosti koje će učitelj primijeniti na satu, važno je obratiti pozornost na poštivanje načela znanstvenosti. Svi zadaci trebaju biti u skladu sa zakonitostima matematike, ali i rješenja i odgovori svakog učenika. Zato je važno nakon rješavanja nastavnih listića provjeriti točnost svakog riješenog zadatka i jesu li učenici primijenili točan postupak u računanju.

3.2.2. Metode u nastavi matematike

Metode početne nastave matematike prema Markovcu (2001) sredstvo su realizacije matematičkog odgajanja i obrazovanja učenika, a njihovo osnovno obilježje je aktivnost sudionika nastavnog procesa, odnosno učenika i učitelja. S obzirom na to da metode utječu na uspješnost odgojno-obrazovnog procesa, učitelj ih treba dobro poznavati kako bi uvijek mogao odabrati optimalne metode ovisno o nastavnom sadržaju koji se na satu usvaja. Izbor nastavne metode ovisit će o nastavnom sadržaju koji se uči, o mentalnoj dobi učenika i drugim karakteristikama, trajanju nastavnog sata, prostornim uvjetima škole i dr. Markovac (2001) navodi da metode u početnoj nastavi matematike možemo podijeliti na metodu usmenog izlaganja, metodu razgovora, metodu rada s tekstom, metodu demonstracije i metodu pismenih i grafičkih radova.

Metoda usmenog izlaganja predstavlja jednu od najstarijih nastavnih metoda i tradicionalni način rada u kojem učitelj izlaže sadržaj onoga što se uči. „Bit metode sastoji se u predavanju gotovih znanja učenicima, a učenje se svodi na zapamćivanje, učenje napamet i reprodukciju naučenog. Njeguje se reproduktivno, a zapostavlja stvaralačko mišljenje učenika“ (Kurnik, 2009, str.5). Korištenje ove metode može se uočiti u pripovijedanju, opisivanju, objašnjavanju, predavanju i ostalim oblicima usmenog iznošenja nekog sadržaja, a Markovac (2002) navodi da se s obzirom na prirodu matematičkih sadržaja u početnoj nastavi matematike ona najviše koristi u obliku objašnjavanja. Primjerice, metodu usmenog izlaganja učitelj će koristiti pri objašnjavanju matematičkih pojmova i znakova, načinu rješavanja zadataka, načinu izvođenja geometrijskih crteža, mjerenja duljina stranica kvadrata itd. Ponekad i učenici mogu koristiti ovu metodu kada žele nešto usmeno izložiti pred ostatkom učenika i učiteljem, a na satu bi ju trebalo koristiti u kombinaciji s drugim metodama, poput metode demonstracije i metode rada s tekstom, kako bi se izbjegla monotonija i zamor kod učenika od predugog slušanja istog govornika.

„*Metoda razgovora* je zajednički rad učenika i učitelja koji se odvija u obliku pitanja i odgovora. Formuliraju ih i učenici i učitelj, ali tako da su učiteljeva pitanja uvijek usmjerena prema učenicima, dok učenici postavljaju pitanja i međusobno, učenik učeniku“ (Markovac, 2001, str. 76). Ova metoda zasniva se na dijalogu, odnosno razgovoru koji potuče učenike na misaonu aktivnost aktivirajući njihovu pažnju i potičući ih na razmišljanje i izražavanje. Pitanja koja se postavljaju učeniku trebaju biti prikladno formulirana te poticati na razmišljanje i donošenje zaključaka, stoga je važno izbjegavati dvosmislena pitanja koja mogu dodatno zbuniti učenika (primjerice: Je li dužina omeđena ili nije?) te sugestivna pitanja koja učenika navode na pogađanje točnog odgovora (primjerice: Je li 8 podijeljeno s 4 jednako 2). U nastavi matematike Markovac (2001) preporučuje korištenje jednoznačnih i heurističkih pitanja te kombinaciju istih ovisno o vrsti nastavnog sadržaja i ciljevima nastave. Jednoznačnim pitanjima traži se izravan i jednoznačan odgovor (primjerice: Koliko je 8 puta 4?), dok se heurističkim pitanjima potiče na općeniti zaključak. Heurističkim pitanjima učitelj postupno navodi učenika na rješenje problema koji mu je na početku postavio, postavljajući mu otvorena pitanja (primjerice: Kako? Zašto? Što misliš?) i potičući ga na analogno zaključivanje. (Primjerice: Što je to opseg kvadrata? Ako je opseg kvadrata zbroj duljina svih stranica kvadrata, što bi bio onda opseg pravokutnika? Kako bi izračunao opseg pravokutnika?) Prema Markovcu (2001) dijalog, odnosno razgovor koji se temelji na heurističkim pitanjima naziva se heuristički, otkrivački razgovor.

U nastavi matematike učenici uglavnom rješavaju zadatke u udžbeniku, u zbirci zadataka ili u nastavnim listićima koje je pripremio učitelj ili one koje je zajedno s udžbenikom dobio od nakladnika. Lako se da zaključiti da rad na tekstu ima značajnu ulogu u matematici budući da se većina računanja odvija upravo zapisivanjem na papir. Stoga se ova metoda naziva *metodom rada s tekstom*, a može ju se definirati kao „način stjecanja znanja i razvijanja sposobnosti radeći s tekstom“ (Markovac, 2001, str. 77). Tijekom rada na tekstu učiteljeva je dužnost uputiti učenike na stranicu u knjizi gdje se nalazi zadani tekst te koji točno tekst na toj stranici imaju zadatak pročitati. Nadalje, potrebno je naglasiti što se od učenika očekuje u pojedinom zadatku, tj. što je za taj zadatak karakteristično, a da pritom ne čita zadatak jer će to učini svaki učenik za sebe. Često učenici griješe tijekom rješavanja zadataka radi brzopletosti i nepažnje, stoga ih je važno uputiti da zadatak pročitaju najmanje dva puta te na dodatnu provjeru točnosti zadataka kada završe s rješavanjem. Kurnik ističe da metoda rada s tekstom ima ciljeve „razvijanja navike korištenja literature, njegovanje čitanja s razumijevanjem, njegovanje navike duže koncentracije, razvijanje umijeća reproduciranja matematičkog teksta, razvijanje sposobnosti stvaralačkog osmišljavanja pročitanog teksta te pripremu za samostalni rad u životu“ (Kurnik, 2009, str. 196). Ova metoda obično se primjenjuje u individualnom radu učenika, no moguće ju je koristiti i u radu u paru tako da svaki učenik rješava pojedine zadatke, a onda zajedno komentiraju i provjeravaju točnost dobivenih rješenja.

Učitelji u nastavi gotovo na svakom satu koriste *metodu demonstracije*. Ta metoda ostvaruje se pokazivanjem i promatranjem. Subjekt promatranja je ovdje učenik, a subjekt pokazivanja učitelj. Markovac (2001) objašnjava da u nastavi matematike predmet promatranja i predmet učenja nije uvijek isti. Primjerice, želi li učitelj poučiti učenika o broju 5, odnosno što je to skup od 5 elemenata, u poučavanju može koristiti skup od 5 jabuka. Učenik će pri tome promatrati 5 jabuka, ali svrha promatranja nisu jabuke, već njihova brojnost, odnosno to da ih je u skupu 5. Zato su ovdje premet promatranja jabuke, ali ono o čemu učenik uči je koliko je to 5. Dakle, predmet učenja je broj 5. Prema tome može se zaključiti da „predmeti koji se u početnoj nastavi matematike demonstriraju i promatraju moraju biti „transparentni“, odnosno omogućavati da se „kroz njih“ ili „iza njih“ otkrije i shvati predmet učenja“ (Markovac, 2001, str. 79). Važnost primjene ove metode je u tome što učitelj uz pomoć konkretnih predmeta može vizualizirati i predočiti apstraktne sadržaje matematike.

Metoda pismenih i grafičkih radova opisana je kao „način rada koji se ostvaruje pisanjem i crtanjem“ (Markovac, 2001, str. 80), a u početnoj nastavi matematike njezina važnost je u tome što unosi elemente zornosti kojima se apstraktni sadržaji mogu jasnije prikazati i predočiti učeniku uz pomoć crteža, grafičkih prikaza. Uporabom ove metode učenik razvija izražavanje, točnost, preglednost i urednost te aktivno sudjeluje u radu, što u konačnici rezultira boljim i jasnijim razumijevanjem nastavnog sadržaja. Osim crtanja i razvijanja grafičkog izražavanja, učenik ovom metodom razvija i pismeno izražavanje u situacijama gdje se nešto piše, tj. prikazuje pisanjem, te upoznaje i upotrebljava matematički jezik i simbole.

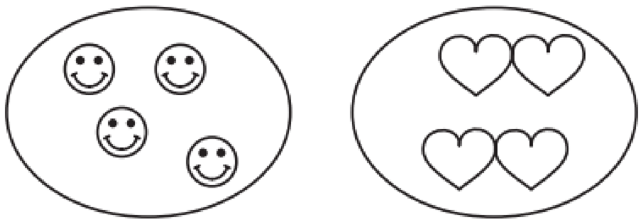
Pri usvajanju pojma velikog broja u nastavi matematike metodu usmenog izlaganja može se primijeniti prepričavanjem zanimljivosti o velikim brojevima, čitanjem matematičkih slikovnica, imenovanjem naziva velikih brojeva i slično. Tijekom pripovijedanja „od posebne je važnosti nastavnikovo umijeće pripovijedanja i predstavljanja takvih činjenica“ (Kurnik, 2009, str. 7). Nadalje, heurističkim razgovorom i postavljanjem otvorenih pitanja o velikim brojevima i njihovim međusobnim odnosima u nastavi matematike učitelj primjenjuje metodu razgovora (primjerice: Kako bi zapisao broj milijun? Ako jedna tisućica ima tisuću jedinica, koliko jedinica ima jedan milijun?). Zapisivanjem velikih brojeva u tablicu mjesnih vrijednosti te prikazivanjem velikih brojeva na brojevnoj crti ostvaruje se metoda pismenih i grafičkih radova, dok se metodu rada s tekstom može koristiti pri rješavanju zadataka iz udžbenika, zbirke zadataka ili nastavnog listića unaprijed pripremljenog usvajanju odgovarajućih ishoda, odnosno usvajanju pojma velikog broja. Metodu demonstracije najčešće se primjenjuje u kombinaciji s metodom usmenog izlaganja, a učitelj, primjerice, velike brojeve može prikazati uz pomoć konkretnog materijala kao što su dekadske kartice, Stern blokovi, milimetarski papir i slično, čime učenik promatrajući zadane predmete dolazi do vlastitih zaključaka. Da bi usvajanje pojma velikog broja rezultiralo uspjehom, učitelj treba znati primijeniti i kombinirati metode rada adekvatne usvajanju odgovarajućih ishoda.

3.3. Uvođenje velikih brojeva primjenom IGSZ modela

Primjenom već spomenutog IGSZ modela učenja pojednostavljeno je usvajanje novih nastavnih sadržaja. Iskustvo, govor, slika i znak pomažu učeniku u konkretizaciji matematičkih pojmova i vizualizaciji istih. Veliki brojevi u nastavi matematike, kao i drugi matematički pojmovi, uvode se primjernom IGSZ modela polazeći od konkretnoga prema apstraktnome. „Usvajajući brojeve do tisuću i milijun, učenici se osposobljavaju da ih shvate kao oznaku količine odgovarajućih skupova“ (Markovac, 2001, str. 143). Na isti način usvajaju se i svi prirodni brojevi polazeći od skupa i vizualizacije na konkretnom primjeru. Problem kod usvajanja velikih brojeva primjenom IGSZ modela nastaje već u prvome koraku, odnosno postavlja se pitanje: Kako zorno prikazati velike brojeve?

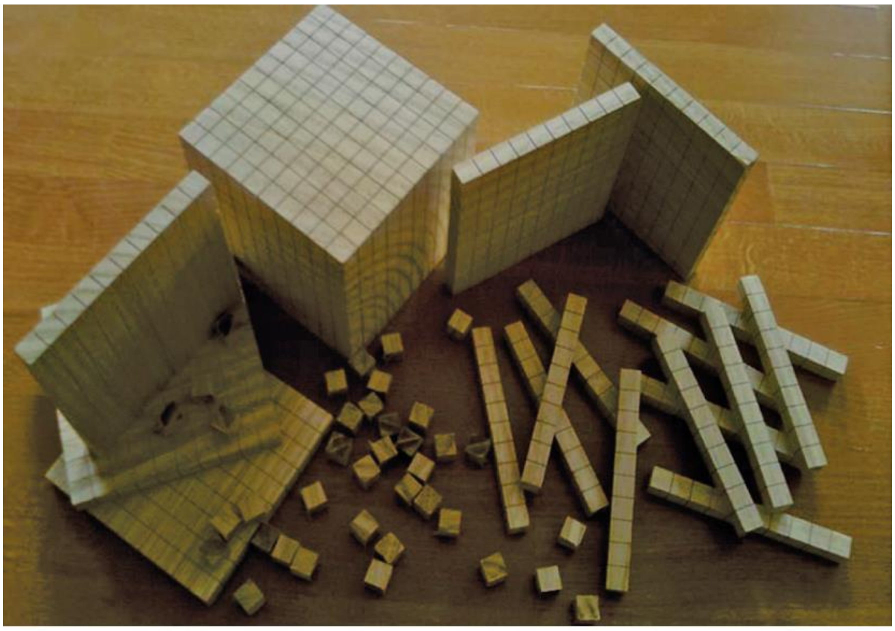
3.3.1. Iskustvo fizičkih predmeta – veliki brojevi

„Formirajući npr. jednakobrojne skupove od 3, 5… elemenata, njihovu brojnost učenik je otkrivao brojenjem ili neposrednim promatranjem. Perceptivne aktivnosti (promatranje i manipuliranje skupovima predmeta iz neposredne okoline) bile su pritom značajnom podlogom spoznajnog procesa“ (Markovac, 2001, str. 143). U početnoj nastavi matematike učitelj se tijekom usvajanja brojeva do 100 može služiti modelom skupa. „*Model skupa* ili *skupovni model* odnosi se na kardinalni broj promatranog konačnog skupa elemenata kao model za razumijevanje prirodnih brojeva u svakom početnom učenju matematike. Ovaj model učenici koriste u radu s konkretnim materijalima poput, primjerice, raznih didaktičkih žetona, Stern blokova i predmeta iz svakodnevice koji predstavljaju elemente skupa (npr. voća, kocaka, kamenčića, graha, zrna kukuruza itd.) te slika tih predmeta“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 12-13). U ovom skupu učenik se bavi prebrojavanjem elemenata danog skupa pri čemu je važno doći do spoznaje da mijenjanjem rasporeda elemenata unutar skupa, broj elemenata u skupu ostaje isti, odnosno ne mijenja se. Na Slici 3 prikazan je model skupa na primjerima skupova od četiri elementa: prvi skup sastoji se od četiri smješka, a drugi od četiri srca.



Slika 3. Model skupa (Glasnović Gracin, 2014, str. 13)

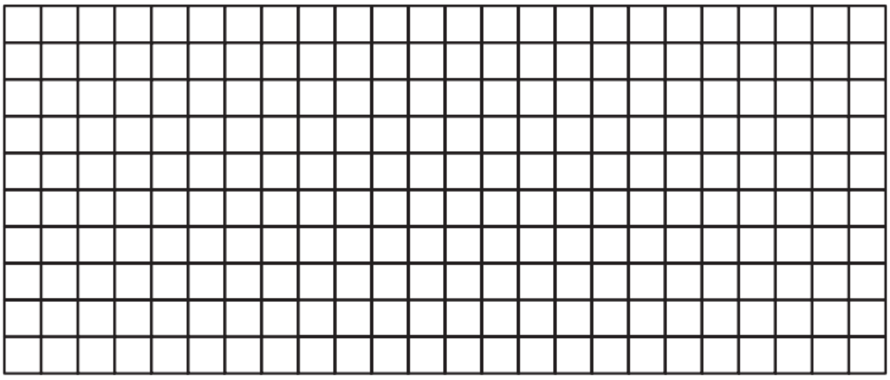
Brojeve do sto i brojeve do tisuću moguće je prikazati uz pomoć tzv. Stern blokova. „*Stern blokovi* prikladni su za prikaz (dekadskog) brojevnog sustava i brojnih aktivnosti u nastavi aritmetike, posebice u prva tri razreda osnovne škole. Komplet se sastoji od plastičnih ili drvenih blokova: od kockice koja predstavlja jednu jedinicu te štapića koji sadržava deset spojenih kockica, tj. predstavlja deseticu“ (Glasnović Gracin i Jerec, 2012, str. 154). Učenicima je olakšana uporaba ovih blokova radi njihovog praktičnog i dobro osmišljenog izgleda. Naime, blokovi su vidljivo podijeljeni na jedinice prema kojima učenik s lakoćom može odrediti vrijednost pojedinog bloka. Glasnović Gracin i Jerec (2012) prikazuju niz aktivnosti u nastavi matematike u kojima se ovi blokovi mogu upotrijebiti.



Slika 4. Stern blokovi za nastavu matematike u 2. i 3. razredu osnovne škole (Glasnović Gracin i Jerec, 2012, str. 156)

Komplet Stern blokova na Slici 4 „napravljen je od drveta, i uz jedinične kockice i štapić od 10 jedinica, sadržava i blok koji predstavlja stoticu u obliku pločice koja se sastoji od 10 x 10 jediničnih kockica te blok, odnosno kocku koja predstavlja tisućicu i sadržava 10 x 10 x 10 jediničnih kockica“ (Glasnović Gracin i Jerec, 2012, str. 156). Ovim konkretnim materijalom učenici vrlo lako mogu manipulirati, istraživati, otkrivati, vježbati i ponavljati nastavni sadržaj koji se odnosi na učenje dekadskih vrijednosti broja, odnosno jedinica, desetica, stotica i tisućica. Na taj način zorno se i konkretnim materijalom mogu predočiti brojevi do 10 000. Glasnović Gracin i Jerec (2012) smatraju da je iznimno važno djetetu omogućiti manipuliranje stvarnim materijalom i učenje otkrivanjem jer će od toga imati više koristiti nego samo učiteljevom demonstracijom konkretnog materijala.

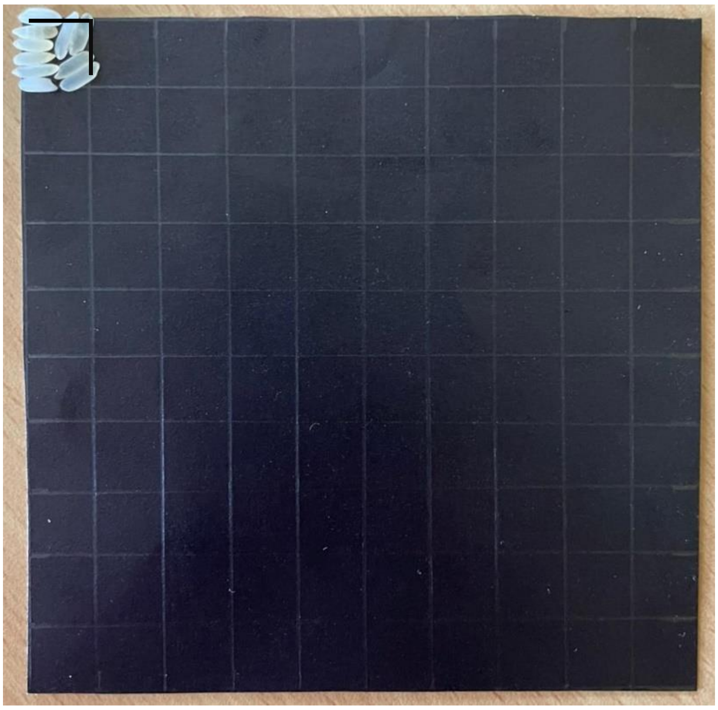
Još jedan od načina prikazivanja velikih brojeva u kojemu učenik može manipulirati predmetom je uz pomoć modela površine. Modelom površine obično se prikazuje množenje dvaju brojeva, no može poslužiti i u prikazu velikih brojeva. Model površine je model u kojem se „umnožak prirodnih brojeva a · b može shvatiti kao površinu pravokutnika s a redaka, pri čemu u svakom retku ima b elemenata“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 18).



Slika 5. Kvadratna mreža u modelu površine (Glasnović Gracin, 2014, str. 18)

Velike brojeve poput milijun, milijarda i slično gotovo je nemoguće prikazati uz pomoć skupa, no posluži li se učitelj modelom površine, kvadratnom mrežom i primjerice zrnima riže, lako može predočiti učenicima koliko je to milijun. Na Slici 5 prikazana je kvadratna mreža koju je moguće koristiti u računanju uz model površine.

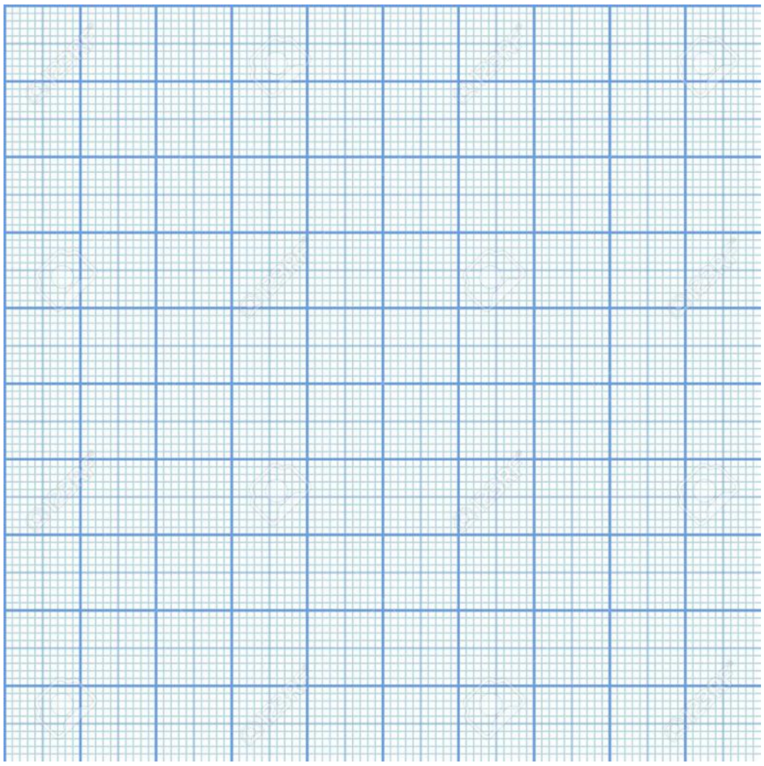
Ako u kvadrat površine 1 cm^2 stane 10 zrna riže, kao što je prikazano na Slici 6, da se izračunati da će za milijun zrna riže trebati površina od 100 000 cm^2, odnosno 10 m^2. Tako učitelj može napraviti kvadratnu mrežu na nekom većem komadu zemlje ili igralištu te unutar iste posložiti rižu i učenicima vizualno predočiti koliko je to milijun zrna riže na konkretnom primjeru. Naravno, tijekom prikazivanja velikih brojeva uz pomoć modela površine vrlo lako se mogu dogoditi odstupanja od stvarne vrijednosti broja budući da učitelj radi prevelikog gubitka vremena neće provjeravati brojenjem nalazi li se na površini zaista milijun zrna riže. Iako je ovaj model vrlo praktičan i poticajan za prikazivanje velikih brojeva, može se dogoditi kršenje načela znanstvenosti, što učitelj pri poučavanju mora uzeti u obzir. Također, za prikazivanje velikih brojeva uz pomoć konkretnog materijala potrebne su podloge velike površine koje zahtijevaju prikladan i unaprijed prilagođen prostor, što učitelju može biti teško organizirati. Brojeve do milijun moglo bi se prikazati ovim modelom, no brojeve poput milijarde, bilijuna i slično u nastavi matematike nije moguće prikazati zorno na temelju iskustva. No zornost se može ostvariti i uz pomoć slike koja prikazuje zadani matematički problem, odnosno u ovom slučaju veliki broj. Tada slika unutar IGSZ modela može zamijeniti iskustvo. Učitelj može napraviti mrežu površine 1 m^2 u koji stane 100 000 zrna riže, a istu kopirati 10 puta i fotomontažom spojiti u jednu mrežu, pri čemu će dobiti ukupno 10 m^2 riže, odnosno milijun zrna riže.



Slika 6. Deset zrna riže unutar 1 cm^2 (Izvor: fotografija autorice)

Iskustvo, dakle, ima bitnu ulogu u poučavanju velikih brojeva koja se ne mora nužno zanemariti kada su u pitanju brojevi do milijun. Osim zrna riže, učitelj može koristiti i šećer, kamenčiće, grah, grašak, sjemenke i slične predmete koji su pojedinačno dovoljno mali da stanu na veliku površinu, a s druge strane dovoljno veliki da budu vidljivi oku.

Jedan od jednostavnijih i ekonomičnijih materijala za korištenje u nastavi matematike jest milimetarski papir. Sastavljen je od mreže jediničnih kvadrata gdje svaki ima površinu jednog milimetra kvadratnog. Na Slici 7 vidljivo je da se $1\ \text{cm}^2$ sastoji od $100\ \text{mm}^2$ i da u 1 dm^2 stane $10\ 000\ \text{mm}^2$. Prema tome, može se izračunati da će u $1\ \text{m}^2$ stati $1\ 000\ 000\ \text{mm}^2$. Služeći se milimetarskim papirom kao konkretnim materijalom, učenik može manipulirati istim na način da kvadratiće površine jednog milimetra kvadratnog promatra i zbraja. Promatrajući milimetarski papir kao mrežu jediničnih kvadrata i svaki kvadrat kao jedan izdvojeni predmet, učenik može vizualizirati i velike brojeve poput tisuću, deset tisuća, sto tisuća i milijun, te tako percipirati značenje pojma velikog broja.



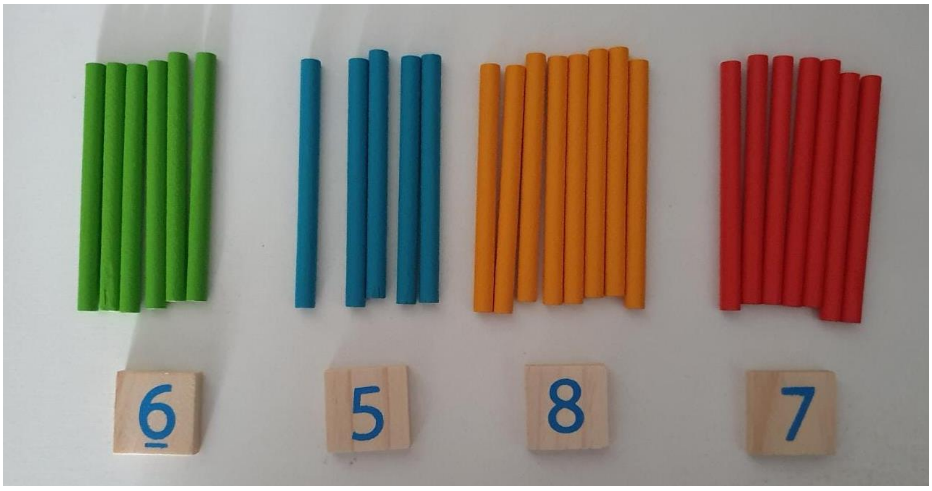
Slika 7. Milimetarski papir površine $1\ \text{dm}^2$ (Izvor: https://hrsale.2021outletshops.ru/content?c=milimetarski%20papir%20za%20print&id=4)

Stern blokovima moguće je uvesti brojeve do tisuću, eventualno do 10 000, no za veće brojeve blokovi više ne bi zadovoljavali didaktičke potrebe. Budući da se veliki brojevi ne mogu vizualno lako prikazati brojenjem i pridruživanjem skupovima, obično se taj korak u IGSZ modelu pokušava ostvariti na drugačiji način, pogotovo što se ovdje radi o starijim učenicima, pretežno već u 4. razredu osnovne škole. Osim uz pomoć modela površine i milimetarskog papira, veliki brojevi mogu se uvesti i uporabom drugih didaktičkih matematičkih materijala. Markovac (2001) umjesto prikazivanja brojeva uz pomoć skupova predlaže korištenje nastavnih pomagala kojima se predočavaju dekadske vrijednosti brojeva: jedinica (1), desetica (10), stotica (100), tisućica (1000) itd. Jedna od mogućnosti je korištenje dekadskih kartica, prikazanih na Slici 7, koje su osmišljene tako da sadrže prethodno navedene dekadske vrijednosti kojima učenik manipulira s ciljem usvajanja velikih brojeva i računskih operacija s velikim brojevima, na način na koji se koristi i novčanicama u stvarnom životu.

Slika 7. Dekadske kartice (Izvor: https://www.alfa.hr/vijest/vjezbamo-mjesne-vrijednosti-kartice-s-dekadskim-jedinicima-3-r)

Za prikazivanje mjesnih vrijednosti velikih brojeva uz pomoć konkretnog materijala moguće je koristiti tzv. štapiće za računanje (Slika 8). Štapići su unutar kutije raspoređeni u nekoliko različitih boja. Pridoda li se svakoj boji štapića jedna mjesna vrijednost (npr. crvena označava jedinice, žuta desetice, plava stotice i zelena tisućice), veliki broj moguće je vizualno prikazati zamišljajući tablicu mjesnih vrijednosti. Primjerice, broj 6 587 moguće je prikazati uz 6 zelenih, 5 plavih, 8 žutih i 7 crvenih štapića (Slika 9). Za veće brojeve, primjerice milijun i milijarda, potrebno je koristiti štapiće većeg raspona boja, odnosno prilagoditi ih broju dekadskih vrijednosti zadanog broja.

Slika 8. Štapići za računanje (Izvor: fotografija autorice)



Slika 9. Broj 6 587 prikazan štapićima za računanje (Izvor: fotografija autorice)

3.3.2. Govorni jezik koji opisuje to iskustvo – veliki brojevi

U učenju velikih brojeva na temelju IGSZ modela veliki se značaj pridaje govoru, čija je osobitost izgovaranje i opisivanje iskustva koje je učenik doživio. Brojenje ima važnu ulogu u shvaćanju pojma broja te se ono izvodi mentalno. Tijekom brojenja potrebno je izbjeći formalno izgovaranje brojevne riječi u kojem se gubi funkcija broja te treba imati na umu da broj nije samo brojevna riječ, već puno širi pojam. „Brojenjem se upoznaje svojstvo količine, brojnosti predmeta koji se broje, brojenjem se elementima pridružuju odgovarajući brojevi, posljednja izgovorena riječ u brojenju označava broj elemenata u skupu, ta se riječ pridružuje skupu, a ne posljednjem izgovorenom elementu“ (Markovac, 2001, str. 143). U učenju velikih brojeva važno je verbalno izraziti broj koji se uči, „a sve načine brojenja treba učiniti svjesnom i svrhovitom intelektualnom aktivnošću kako bi se osiguralo operativno znanje brojenja kao podloge računskim operacijama s prirodnim brojevima“ (Markovac, 2001, str. 144). Brojenje velikih brojeva može se činiti vrlo zamornim kada se pomisli na brojenje od 1 pa sve do milijun. No, nije nužno uvijek brojiti od jedinice. Markovac (2001) navodi različite vježbe brojenja:

- brojenje po 100 (200, 300, 400… 1000)
- brojenje po 1 000 (2 000, 3 000, 4 000… 10 000)
- brojenje po 100 000 (200 000, 300 000… 1 000 000)
- brojenje po 1 (od 100… od 1 000… od 10 000… od 100 000… od 1 000 000…)

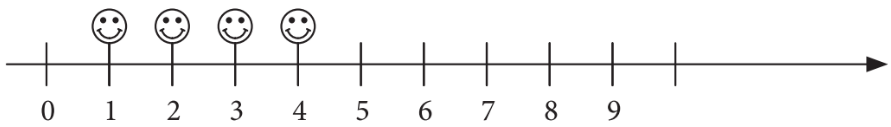
Brojenje velikih brojeva moguće je potkrijepiti dekadskim karticama kako bi učenik imao zorni pregled broja koji izgovara, pri čemu je važno imati na umu da se predočuju brojevi koji se izgovaraju, a ne skupovi. Prema Markovcu (2001), nekad je brojevna riječ milijarda bila posljednja, petnaesta riječ za imenovanje brojeva kojima se u razrednoj nastavi zaokruživalo učenikovo znanje brojeva. Trenutno se prema Nacionalnom kurikulumu (2019) u četvrtom razredu osnovne škole uče brojevi i računske operacije brojevima do milijun, a u višim razredima to se znanje proširuje. Dovoljno je znati osnovnih četrnaest riječi za imenovanje brojeva kako bi se moglo imenovati sve brojeve do milijun, a to su sljedeće riječi: nula, jedan, dva, tri, četiri, pet, šest, sedam, osam, devet, deset, sto, tisuću i milijun (Markovac, 2001). Poznavanjem brojeva do 1 000 i milijun učenik spoznaje i mjesto svakog broja u nizu, odnosno znanje o prethodniku i sljedbeniku zadanoga broja. Također, učenik može nabrojiti i brojeve koji se nalaze između dva zadana broja.

Osim izgovaranja brojevnih riječi, shvaćanje velikih brojeva pomoću govora potiče se i razgovorom, u kojem se brojeve može opisivati, uspoređivati (veći-manji), nizati prema veličini, rastavljati na dekadske jedinice itd. Uspoređujući dekadske jedinice velikih brojeva, primjerice milijuna i milijarde, učenik može primijetiti da je jedna milijarda veća od jednog milijuna. Da bi shvatio zašto je to tako, potrebno je heurističkim razgovorom doći do zaključaka o svojstvima brojeva milijun i milijarda. Postavi li učitelj učenicima pitanje o prethodniku i sljedbeniku broja milijarda, može očekivati vrlo kreativne i zanimljive odgovore. Takvo pitanje učenike može motivirati za rad, a ujedno ih i poticati na kritičko i kreativno razmišljanje. Sljedbenika broja milijarda jednostavnije je odrediti nego prethodnika te će vjerojatno odgovori na postavljeno pitanje u početku biti netočni. Zapiše li učenik broj milijarda u tablicu mjesnih vrijednosti te njegovog prethodnika, odnosno 999 999 999, iz tablice će moći jednostavnije iščitati o kojem se broju radi te izgovoriti brojevnu riječ, u ovom slučaju „devetsto devedeset devet milijuna devetsto devedeset devet tisuća devetsto devedeset i devet".

3.3.3. Slike koje prikazuju to iskustvo – veliki brojevi

Nakon što je učitelj uveo pojam velikih brojeva na temelju iskustva i učenikova govora, slijedi spoznaja uz pomoć slike koja prikazuje to iskustvo. Učenik bi u ovom koraku trebao slikovno prikazati velike brojeve ili analizirati sliku koja prikazuje veliki broj. Učenik četvrtog razreda kognitivno je spreman izraziti veliki broj i uz pomoć apstraktnih ilustracija, primjerice crtanjem dekadskih kartica. Budući da se od učenika ne može očekivati da će nacrtati primjerice skup od milijun zrna riže, učitelj treba primijeniti drugu aktivnost kojom može poštivati ovaj korak u usvajanju velikih brojeva. Moguće je da u udžbeniku postoji primjer slike ili grafa koliko iznosi milijun, što je u tom trenutku korisno upotrijebiti. Uz dekadske kartice, i štapiće za računanje može se koristiti kao sliku, osobito ako ih učenik samo promatra u udžbeniku, odnosno kada njima ne može manipulirati. No, ako to nije slučaj, velike brojeve moguće je slikovno prikazati i uz pomoć modela brojevnog pravca.

„*Model brojevnog pravca* za prirodne brojeve odnosi se na pravac kojemu je određena jedinična dužina i pomoću koje su prirodnim brojevima pridružene određene točke pravca. (Slika 10) Tako se dobiva diskretan model jednako udaljenih točaka, a promatra se njihova udaljenost od početne točke kojoj je pridružen broj 0.“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 13) Ovim modelom olakšana je spoznaja prethodnika i sljedbenika svakog broja te nizanje brojeva, a osim prirodnih brojeva, na njemu se mogu prikazati i negativni brojevi, decimalni brojevi, razlomci itd.



Slika 10. Model brojevnog pravca (Glasnović Gracin, 2014, str. 13)

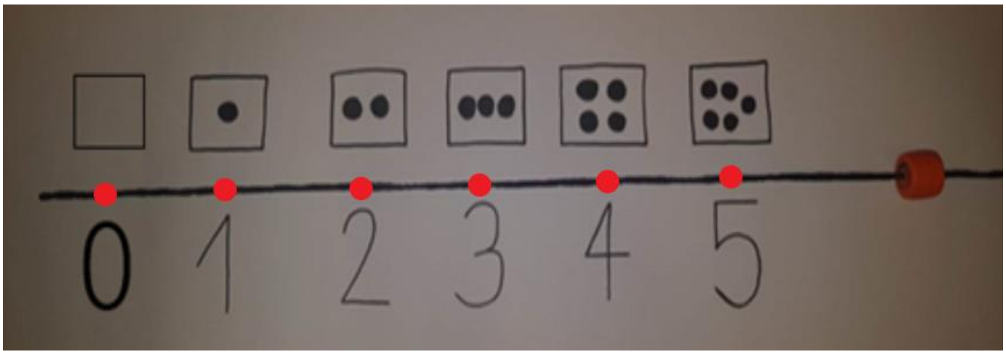
„S obzirom da brojevni pravac zahtijeva viši stupanj apstrakcije od konkretnih materijala u skupovnome modelu, zgodno je učenicima ovaj model pravca prikazati prvo nizanjem predmeta, a tek kasnije pridruživanjem prirodnih brojeva točkama pravca“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 13). U nastavi kao primjeri brojevnog pravca mogu poslužiti (krojački) metar, ravnalo, živin termometar, računska gusjenica i drugi predmeti sa skalama u skupu prirodnih brojeva. Na Slici 11 prikazana je računska gusjenica, tj. „jedan od vrlo korisnih, praktičnih i učenicima zanimljivih konkretnih materijala“ (Glasnović Gracin i Herjavec, 2013, str. 61). Kada bi jedna kuglica računske gusjenice nosila vrijednost jedne stotice, tada bi se njome mogle prikazati redom stotice od broja 100 pa sve do 1 000. Gusjenica za računanje do 1 000 može se napraviti tako da svaka kuglica, odnosno stotica bude u drugoj boji ili naizmjence u dvije boje. Isto vrijedi i za računanje do milijun gdje svaka kuglica može imati vrijednost jedne stotisućice. Računska gusjenica „uvelike može pomoći u shvaćanju količine, u shvaćanju uspoređivanja brojeva te zbrajanja i oduzimanja, pa čak i množenja i dijeljenja“ (Glasnović Gracin i Herjavec, 2013, str. 63).

Slika 11. Računska gusjenica (Glasnović Gracin i Herjavec, 2013, str. 59)

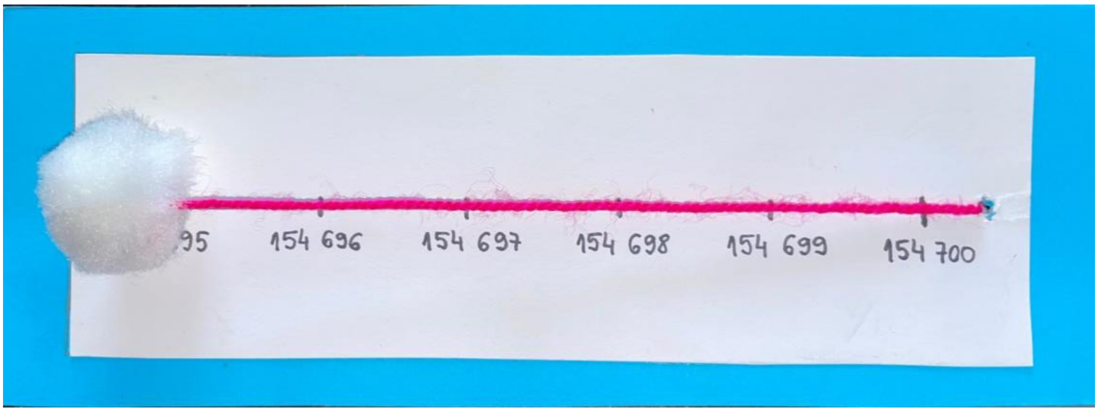
„Modelom brojevnog pravca može se lijepo vizualno predočiti nizanje elemenata te spoznati pojmove poput „ između, veći, manji, iza, ispred“ i slično“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 13). Velike brojeve može se prikazati tako da se izdvoji samo dio brojevnog pravca koji je tada potreban za usvajanje pojma velikog broja, primjerice brojevi od 154 695 do 154 700 prikazani na Slici 12.

Slika 12. Brojevni pravac (Izvor: slika autorice)

Dinamični brojevni pravac model je brojevnog pravca koji se može izraditi i kojim učenik može manipulirati u nastavi. Takav brojevni pravac, prikazan na Slici 13, može se koristiti već u prvom koraku IGSZ modela budući da učenik manipulacijom otkriva pojam velikog broja, a brojevni pravac je ovdje samo sredstvo kojim se manipulira. Na Brojevni pravac sa Slike 12 može se prikazati i uz pomoć dinamičnog brojevnog pravca, kao što se vidi na slici 14.

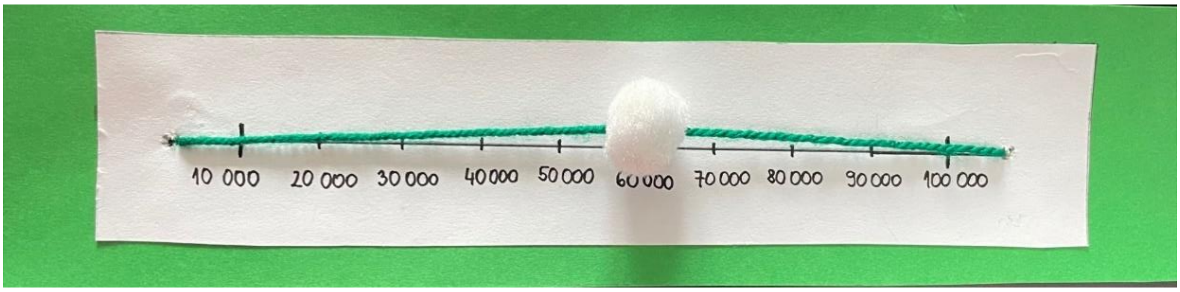


Slika 13. Primjer dinamičnog brojevnog pravca (Izvor: fotografija autorice)



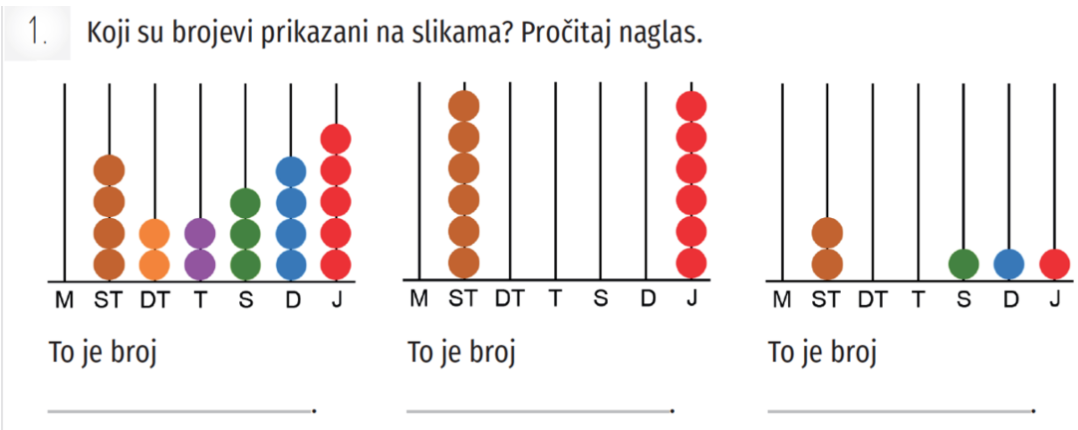
Slika 14. Primjer dinamičnog brojevnog pravca sa Slike 11 (Izvor: fotografija autorice)

U nastavi matematike dinamični brojevni pravac može se koristiti pri usvajanju pojma velikog broja tako da se na istom prikaže niz tisućica, desettisućica ili stotisućica. Primjerice, želi li učitelj na dinamičnom brojevnom pravcu prikazati broj 100 000, na istome će prikazati i niz desettisućica, počevši od broja 10 000 pa sve do 100 000, što je vidljivo i na Slici 15.



Slika 15. Primjer dinamičnog brojevnog pravca od 10 000 do 100 000 (Izvor: fotografija autorice)

Glasnović Gracin i sur. (2021) u radnom udžbeniku iz matematike za 4. razred osnovne škole navode primjer slikovnog prikaza tablice mjesnih vrijednosti (Slika 16). Kružići su u bojama raspoređeni tako da svaka boja predstavlja jednu mjesnu vrijednost. Primjerice, smeđi kružići označavaju stotisućice (ST), narančasti desettisućice (DT), ljubičasti tisućice (T), zeleni stotice (S), plavi desetice (D) i crveni jedinice (J). Da bi odredio o kojim se brojevima radi, učenik broji kružiće unutar svake mjesne vrijednosti te svakom stupcu pridružuje ukupan broj prebrojanih kružića. U konačnici otkriva da se u primjeru sa slike 16 radi o brojevima 422 345, 600 006 i 200 111.



Slika 16. Primjer slikovnog prikaza tablice mjesnih vrijednosti (Glasnović Gracin i sur., 2021, str. 29)

3.3.4. Pisani znakovi koji generaliziraju to iskustvo – veliki brojevi

Zadnji korak pri uvođenju velikih brojeva IGSZ modelom je zapisivanje pisanih znakova koji generaliziraju prethodno iskustvo. Velike brojeve povezuje se sa slikama i manipulacijom konkretnim predmetima te ih se uz govor zapisuje unutar tablice mjesnih vrijednosti (Slika 2), pritom pazeći da je svaka znamenka upisana u odgovarajući stupac. Da bi učenik mogao zapisati broj unutar tablice mjesnih vrijednosti, prvo mora spoznati sastav svakog broja, tj. „biti u stanju rastaviti zadani broj na odgovarajući broj dekadskih jedinica te obratno, iz zadanih dekadskih jedinica sastaviti odgovarajući broj“ (Markovac, 2001, str. 145). Od iznimne je važnosti svaki korak u zapisivanju dekadskih jedinica popratiti govorom te objašnjavati postupak rastavljanja i sastavljanja velikog broja uz pomoć dekadskih jedinica. Znanje sastava brojeva nužno je za učenikovo razumijevanje pisanja i čitanja višeznamenkastih brojeva, a kasnije i za usvajanje postupaka pismenog računanja velikim brojevima. Unutar tablice mjesnih vrijednosti brojevi se zapisuju s lijeva na desno: najprije se piše znamenka najveće dekadske jedinice, a zatim neposredno manje dekadske jedinice i tako redom do posljednje, tj. do znamenke jedinica.)

Markovac (2001) navodi nekoliko važnosti koje treba imati na umu pri zapisivanju velikih brojeva:

- Svaka znamenka lijevo ima 10 puta veću vrijednost od znamenke desno, a vrijednost svake znamenke ovisi o mjestu na kojem je u tablici upisana.
- Tri znamenke počevši od jedinica čine skupine koje se nazivaju razredima.
- Svaki razred, tj. svaka skupina od tri znamenke ima posebno ime, tako se razlikuju razred jedinica, razred tisuća, razred milijuna i razred milijarda.
- Pri pisanju brojeva izvan tablice važno je između pojedinih razreda ostavljati mali razmak radi lakše čitljivosti brojeva i radi preglednost.
- Brojevi se čitaju s lijeva na desno, a kad se u čitanju dođe do razmaka, izgovara se ime prethodnog razreda. (Markovac, 2001)

Zapisujući veliki broj, nije dovoljno obratiti pozornost na prethodno navedena svojstva, već je važno da ih učenik istodobno i verbalizira kroz različite aktivnosti zapisivanja i čitanja brojeva. Tijekom učenja zapisa velikih brojeva učenicima treba pojasniti da se veliki brojevi zapisuju s više znamenki. Primjerice, kao što se broj 1 zapisuje s jednom znamenkom, tako se broj 654 212 zapisuje sa šest znamenki. Bez obzira koliko znamenaka broj u sebi sadrži, to je i dalje jedinstveni broj. Ako neki broj, primjerice, ne sadrži tisućice ili stotice, u stupac tisućica odnosno stotica upisuje se znamenka 0, što podrazumijeva da taj broj sadrži nula stotica odnosno tisućica.

Svaki se broj, osim znamenkama, može zapisati i brojevnom riječju. Cvikić i Glasnović Gracin (2016) ističu da se brojevi slovima mogu zapisati kao jednorječnice, gdje slovni izraz čini jedna riječi, i kao višerječnice, gdje slovni izraz čini više riječi, ujedno stavljajući naglasak na to da višerječnice nisu isto što i višeznamenkasti brojevi. To znači da je, primjerice, broj *milijun (1 000 000)* višeznamenkasti broj koji se zapisuje jednom brojevnom riječju, odnosno kao jednorječnica. Suprotno tome, broj *pet tisuća šesto osamdeset i jedan (5 681)* je višeznamenkasti broj koji se zapisuje kao višerječnica. Učenike je važno poticati na ispravno pisanje brojeva, ali i brojevnih riječi, osobito kad je riječ o višeznamenkastim brojevima. Česte su nedoumice oko pisanja veznika *i* ispred zadnjeg broja kod višerječnih brojeva, odnosno je li ispravno pisati ga ili ne. „Hrvatski pravopis (Jozić i dr., 2013) donosi napomenu da se višerječni brojevi mogu pisati s veznikom *i* ispred zadnjega broja , npr. *dvadeset i jedan* (21), *petsto četrdeset i osam* (548)" (Cvikić i Glasnović Gracin, 2016, str. 103), no vrijedi i mogućnost pisanja brojevnih riječi bez veznika *i*, primjerice dvadeset jedan (21), petsto četrdeset osam (548), itd. Dakle, ispravne su obje mogućnosti pisanja višerječnih brojeva.

Poštivanjem IGSZ modela učenja, odnosno primjenjujući iskustvo, govor, sliku i znak u učenju, učenici će lakše shvatiti i usvojiti pojam velikih brojeva, što je važno za razumijevanje i usvajanje složenijih matematičkih pojmova u daljnjem matematičkom obrazovanju.

4. MATEMATIČKA SLIKOVNICA

U nastavi matematike za poučavanje velikih brojeva moguće je koristiti i matematičke slikovnice, koje se danas sve više primjenjuju u odgoju i obrazovanju. Matematičke slikovnice dobar su izvor znanja i sredstvo upućivanja jer odgovaraju načelima i metodama rada matematike te se njihovom primjenom poštuje IGSZ model.

Matematička slikovnica vrsta je slikovnice koja u sebi sadrži matematičke sadržaje, bilo tekstom, bilo slikom, bilo oboje. „Izrada slikovnica s matematičkim sadržajima doprinosi približavanju matematike djeci, dubljem razumijevanju njezinih ideja, kao i povećanju interesa za prostorne i kvantitativne odnose već od djetinjstva“ (Balić-Šimrak, Glasnović Gracin i Narančić Kovač, 2016, Projekt „Matematička slikovnica“). Osim što se matematičkim slikovnicama usvajaju matematički sadržaji, one doprinose razvoju dječjeg likovnog i književnog stvaralaštva te kod djece potiču osjećaj za lijepo.

4.1. Odgojno-obrazovna vrijednost matematičke slikovnice

Slikovnica je prva knjiga s kojom se dijete susreće u svojoj ranoj životnoj dobi i na kojoj uvježbava početno čitanje. Čitajući slikovnice dijete provodi vrijeme s njemu dragom i važnom osobom koja mu u početku čita slikovnice, a kasnije ga motivira na samostalno čitanje, te tako dijete knjigu povezuje s ugodnim i pozitivnim iskustvom (Balić i Vonta, 2011).

Prema Glasnović Gracin i Narančić Kovač (2017) matematička slikovnica prenosi matematičke koncepte i ideje pomoću dva odvojena semiotička načina, riječi i slike, te ih međusobno isprepliće stvarajući tako novu umjetničku cjelinu, koja je u svojoj prirodi potpuno posredna i multimodalna. Iste autorice (2017) objašnjavaju da, kao takva, slikovnica omogućuje da dijete poveže vizualne prikaze matematičkih pojmova i njihova imena, istodobno usvajajući nove sadržaje uz igru. Osim što čitanje slikovnica zbližava dijete i odraslu osobu koja mu čita, dijete uz slikovnicu upoznaje i svijet koji ga okružuje i uči imenovati predmete oko sebe. „Spontano manipulirajući predmetima i istražujući ih, dijete prirodno uči. Ono uči i kroz svaku zabavnu aktivnost u koju je zadubljeno i koja ga motivira; uči i kad pronalazi rješenja za probleme u kojima se neplanirano zatekne“ (Budak i Cvijanović, 2015, str. 34). Tako dijete uz matematičke slikovnice na zanimljiv i kreativan način spoznaje matematičke pojmove i računske operacije koji se pojavljuju u raznim životnim situacijama s kojima se susreću glavni likovi slikovnica. Budak i Cvijanović (2015) ističu da slikovnica pridonosi razvoju dječjeg govora, pažnje, koncentracije, pamćenja i logičkog zaključivanja te da je kvalitetnom interakcijom moguće utjecati na kvalitetu učenja djeteta. Osim što se matematičkim slikovnicama razvija želja za učenjem matematike, razvijaju se i kultura i navika čitanja. Zato je vrlo važno da „odrasli pokazuju ljubav prema slikovnici i da češće posežu za knjigama kako bi dijete to isto činilo" (Budak i Cvijanović, 2015, str. 34).

Prema Šišnović (2011/2012) svaka slikovnica ima višeznačnu ulogu u odgoju i obrazovanju djeteta, stoga i matematička slikovnica. U svakoj matematičkoj slikovnici trebaju se očitovati njena *spoznajna, socijalizacijska, iskustvena, estetska, zabavna i društvena uloga*. „Spoznajna uloga slikovnice pomaže djeci da bolje razumiju sebe, da saznaju ono što ih zanima o svijetu, opisuje i približava moguće situacije u obitelji, vrtiću, zajednici i slično" (Šišnović, 2011/2012, str. 8). Socijalizacijska i iskustvena uloga slikovnice ostvarene su ako djetetu omogućavaju stvaranje novih znanja, iznošenje vlastita mišljenja i iskustva i u konačnici razvijanje prijateljskih odnosa s drugom djecom. Vrlo je važno da su ilustracije u matematičkim slikovnicama prikazane na jasan, razumljiv i konkretan način kako apstrakcija matematičkih sadržaja ne bi zbunila dijete pri promatranju ilustracija. Značaj estetske uloge slikovnice je u njenom likovnom izričaju koji kod djece razvija osjećaj za lijepo i utječe na ukus. (Šišnović, 2011/2012) Čitanjem slikovnice dijete se igra i pritom uči, razvija maštu i otkriva novi pogleda na svijet oko sebe, te se tako ostvaruje i zabavna uloga slikovnice.

„Ako je napravljena kako treba, slikovnica predstavlja skup odgojnih i obrazovnih sadržaja i vrijednosti koje trebaju međusobno korespondirati kako bi bile pravi izazov i poticaj" (Šišnović, 2011/2012, str. 9). Nije svaka slikovnica prikladna za poučavanje svakog djeteta, te pri odabiru matematičkih slikovnica treba voditi brigu o dobi djeteta, njegovim perceptivnim i receptivnim mogućnostima te o matematičkom predznanju, interesu i sposobnostima svakog djeteta (Šišnović, 2011/2012).

4.2. Likovni aspekti ilustracije u matematičkim slikovnicama

Zbog podjednake važnosti uloge riječi i slika unutar slikovnica, može se reći da je slikovnica jedinstven spoj riječi i slika kao nedjeljivih elemenata (Balić-Šimrak i Narančić Kovač, 2011). Ilustracije u slikovnici potiču razvoj dječjeg likovnog stvaralaštva i razvijaju osjećaj za lijepo kod djeteta. „Da bi taj doprinos donio pomak u kvalitativnom smislu, potrebno je djetetu ponuditi slikovnice s likovno vrijednim ilustracijama čija su obilježja: stilska pročišćenost; harmonija i ritam boja; jedinstvena kompozicija koja vodi dijete kroz radnju te mu omogućuje vizualno istraživanje detalja i skrivenih poruka“ (Balić-Šimrak i Narančić Kovač, 2011, str. 11).

Učitelji bi, stoga, trebali znati prepoznati kvalitetne slikovnice bogate primjerenim matematičkim sadržajem i jasnom porukom, kako u književnom smislu tako i u likovnom, i odijeliti ih od onih koje to nisu. Tada će učitelj učenicima u nastavi matematike moći ponuditi matematičke slikovnice koje će odgojno-obrazovni proces obogatiti i unaprijediti. Balić-Šimrak i Narančić Kovač (2011) navode da su čimbenici kvalitetne ilustracije i slikovnice ravnoteža između sadržaja i forme ilustracije te jedinstven izraz likovnog stvaratelja. Budući da ilustratori često nemaju slobodu u ilustriranju slikovnica, već to čine prema zahtjevima autora i izdavača, u pojedinim slikovnicama se može uočiti prevladavanje kiča i podilaženje „općem ukusu“. „Stoga, treba razlikovati pojam umjetnički lijepog od oku dopadljivog jer je ovo drugo upravo ono što se često nudi i čini prihvatljivim, a da zapravo ne odgovara estetskim kriterijima njegovanoga ukusa“ (Balić-Šimrak i Narančić Kovač, 2011, str. 11). Hoće li dijete razviti likovni ukus ovisi o okružju u kojem ono odrasta, potiče li ga se na likovno obrazovanje i razvoj likovnih vještina, te je li dijete obogaćeno likovnim talentom.

„Rad uz slikovnicu pravi je primjer odgoja temeljenog na umjetnosti, odgoja koji potiče kreativnost, otvara osobnost djeteta i oplemenjuje ga utječući tako u mnogome na kvalitetu življenja. Strogo uzevši, u slikovnici su riječi i slike toliko upućene jedne na druge da ih nije moguće razdvojiti a da ne ‘razorimo’ i samo djelo“ (Balić-Šimrak i Narančić Kovač, 2011, str. 11). Osim što potiču razvijanje „dobrog ukusa“, u matematičkim slikovnicama ilustracije bi trebale biti inspirativne, te bogatiti doživljaj priče istodobno potičući učenika na maštu i kreativnost.

4.3. Primjena matematičkih slikovnica u nastavi

Elia i Van den Heuvel-Panhuizen (2012) navode da dječja književnost kod djeteta potiče sposobnost rješavanja matematičkih problema, razvoj i korištenje matematičkog jezika te matematičkog razmišljanja. Nadalje, isti autori (2012) tvrde da dječja književnost djetetu pruža mogućnost postavljanja pitanja i promišljanja koja pospješuju njegovu motivaciju i zanimanje za usvajanjem novih matematičkih pojmova. Matematičke slikovnice vrlo su korisne i praktične za uporabu u nastavi primarnog matematičkog obrazovanja. Van den

Boogaard i Van den Heuvel-Panhuizen (2008) ističu da slikovnice i priče, osim razumijevanja pojedinih matematičkih pojmova, doprinose i razvoju dječjih stavova o matematici. Iste autorice (2008) objašnjavaju da slikovnice, priče i dječja književnost općenito mogu pružiti djeci neformalni svijet iskustava koji utjelovljuje matematičke objekte i strukture. Prema Scribner i Cole (1973) djeca grade neformalno znanje koje služi kao temelj za razvijanje formalnijeg i općenitijeg razumijevanja matematike, pri čemu istodobno upoznaju matematičke pojmove na smislen i razumljiv način.

Zbog jednostavnosti književnog i likovnog jezika kojim se odlikuju slikovnice, lako ih je upotrijebiti u nastavi matematike, ovisno o matematičkom sadržaju koji učitelj poučava. Učeniku takve slikovnice mogu biti izrazito motivirajuće za učenje i sudjelovanje na satu budući da se u matematičkim slikovnicama apstraktnost matematičkih sadržaja može zorno prikazati. Tako postoje matematičke slikovnice u kojima se uz priču objašnjavaju brojevi do 20, do 100, do milijun, … , računske operacije zbrajanja i oduzimanja, mjerenje, razlomci, geometrijski likovi i tijela itd. „Zanimljivost slikovnice je upravo ta što slikama djeca mogu upoznati i neke stvari koje si ni sami ne mogu dočarati ili vidjeti uživo“ (Šeravić Lovrak, 2020, str. 149). Također, Elia i Van den Heuvel-Panhuizen (2012) ističu da stavljanjem matematike u smislen kontekst, odnosno rješavajući matematički problem iz stvarnog života, djeci matematika postaje smislena i jednostavnija za razumijevanje. Iste autorice (2012) navode da se povezivanjem priča obiteljske tematike i matematičkih sadržaja unutar matematičkih slikovnica kod djece potiču motivacija i interes za dječjom književnošću i matematikom.

Matematičke slikovnice mogu se koristiti pri usvajanju novih sadržaja, a njihova prednost je ta što slikovno mogu predočiti matematičku situaciju koju je učitelju uživo možda teško realizirati. Primjer takve slikovnice je How Big is a Million? (Milbourne i Riglietti, 2007) u kojoj je broj milijun zorno prikazan kao milijun sjajnih zvjezdica na velikom tamnom formatu velikog papira. Također, učitelj može pripremiti tematski nastavni sat u kojem će mu kao nastavni materijal poslužiti slikovnica. Na satu vježbanja i ponavljanja učitelj može učenicima kao nagradu za svaki točno riješeni zadatak pročitati jednu stranicu matematičke slikovnice. Također, može pripremiti nastavne listiće u kojima će zadaci pratiti sadržaj i tijek radnje unutar matematičke slikovnice, a dijete samostalno može raditi na tekstu koji mu je zadan. Ono na što učitelj treba posebno obratiti pozornost jest da unaprijed pripremi dovoljno primjeraka matematičke slikovnice za rad učenika, ovisno rade li individualno, u paru ili u grupi. Također, učitelj može učenicima zadati zadatak u kojem će osmisliti vlastitu matematičku slikovnicu, a potom ju i ilustrirati. Takav zadatak iziskuje puno truda i rada, stoga ga je bolje primjenjivati unutar grupnog rada ili rada u paru gdje će učenici međusobnom suradnjom i razmjenom kreativnih ideja osmisliti i kreativne matematičke slikovnice.

Šeravić Lovrak (2020) ističe da su djeci potrebne priče kako bi razvijala komunikacijske vještine i potencijal za izražavanje. Iako se učitelji u nastavi matematike ne služe često matematičkim slikovnicama, prvenstveno radi nepoznavanja kvalitetnih matematičkih slikovnica dostupnih u školama i knjižnicama te njihove nedostupnosti, primjena istih može uvelike unaprijediti učenje i poučavanje matematike u nižim razredima osnovne škole, učenike zainteresirati i aktivirati u radu te nastavu učiniti dinamičnijom i zabavnijom.

5. ANALIZA SLIKOVNICA O VELIKIM BROJEVIMA

U prethodnim poglavljima naglasak je stavljen na metodičke i matematičke aspekte velikih brojeva te na vrijednost i potencijal slikovnica u učenju matematičkih sadržaja. Stoga je provedeno istraživanje o sadržaju matematičkih slikovnica na temu velikih brojeva.

5.1. Cilj istraživanja i istraživačko pitanje

Cilj istraživanja jest istražiti karakteristike dostupnih matematičkih slikovnica vezanih uz usvajanje velikih brojeva.

Analizom dostupnih matematičkih slikovnica pokušalo se odgovoriti na sljedeća istraživačka pitanja:

1. Koje su matematičke slikovnice o velikim brojevima dostupne u knjižnici Učiteljskog fakulteta u Zagrebu?
2. Koje su matematičke karakteristike prisutne u odabranim matematičkim slikovnicama?
3. Koje su metodičke karakteristike prisutne u odabranim matematičkim slikovnicama?

U prvom istraživačkom pitanju žele se pronaći i istražiti nazivi slikovnica o velikim brojevima i njihovih autora dostupnih unutar knjižnice Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

U drugom istraživačkom pitanju matematički aspekti koji se istražuju u odabranim slikovnicama su: raspon spomenutih brojeva, najveći spomenuti broj zapisan brojkom, najveći spomenuti broj zapisan brojevnom riječju te prisustvo zapisa dekadskih jedinica iz tablice mjesnih vrijednosti.

U trećem istraživačkom pitanju metodičke karakteristike koje se istražuju su: metodička načela prisutna unutar pojedine matematičke slikovnice, potencijalno prisutne metode rada za primjenu matematičke slikovnice u nastavi matematike te mogućnost uporabe pojedine slikovnice poštivanjem IGSZ modela učenja.

5.2. *Instrument istraživanja*

Instrument za istraživanje temelji se na teorijskim poglavljima ovog diplomskog rada: Brojevi i Metodika matematike u poučavanju velikih brojeva. Za potrebe analize razvijene su Tablice 2 i 3. O brojevima i tablici mjesnih vrijednosti navedenih u Tablici 2 govori se u poglavlju 2. Načela i metode rada u nastavi matematike navedena u Tablici 3 opisana su u poglavlju 3.2., a uvođenje velikih brojeva primjenom IGSZ modela objašnjeno je u poglavlju 3.3.

Tablica 2.

Instrument za istraživanje – matematički aspekti

Naziv slikovnice	Matematički aspekti			
	Najveći spomenuti broj		Raspon spomenutih brojeva	Tablica mjesnih vrijednosti
	Zapisan brojkom	Zapisan brojevnom riječju		

Tablica 2 se odnosi na matematičke aspekte slikovnice. Ona se sastoji od stupaca *Naziv slikovnice, Najveći spomenuti broj*, *Raspon spomenutih brojeva* i *Tablica mjesnih vrijednosti*. Stupac *Najveći spomenuti broj* podijeljen je na stupce *Zapis brojkom* i *Zapis brojevnom riječju*. Stupac *Naziv slikovnice* odnosi se na nazive odabranih matematičkih slikovnica, njihove autore te godinu izdanja. Stupac *Zapisan brojkom* odnosi se na najveći broj zapisan brojkom u slikovnici. Stupac *Zapisan brojevnom riječju* odnosi se na najveći broj zapisan brojevnom riječju u slikovnici. Stupac *Raspon spomenutih brojeva* odnosi se na interval najmanjeg i najvećeg broja spomenutih u slikovnici te se u istom stupcu unutar zagrade navode spomenuti brojevi unutar istog intervala. Stupac *Tablica mjesnih vrijednosti* odnosi se na prisutnost zapisa brojeva dekadskim jedinicama iz tablice mjesnih vrijednosti unutar slikovnice, odnosno jedinicama (J), deseticama (D), stoticama (S), tisućicama (T) itd.

Tablica 3.

Instrument za istraživanje – metodički aspekti

Naziv slikovnice	Metodički aspekti												
	Metodička načela					Metode rada					IGSZ model		
	a1	a2	a3	a4	a5	b1	b2	b3	b4	b5	c1	c2	c3
Brojkozemska (Klarić, 2015)													
How many seeds in a pumpkin? (Karas i McNamara, 2007)													
How many jelly beans? A giant book of giant numbers! (Menotti, 2012)													
How Big is a Million? (Milbourne i Rigletti, 2007)													
Infinity and me (Hosford, 2012)													
How much is a million? (Schwartz, 1985)													
365 penguins (Fromental, 2017)													
A million dots (Clements, 2006)													

Tablica 3 se odnosi na metodičke aspekte slikovnice. Ona se sastoji od stupaca *Naziv slikovnice, Metodička načela, Metode rada* te *IGSZ model.* Unutar stupca *Metodička načela* nalaze se stupci *a1, a2, a3, a4* te *a5* koji označavaju sljedeće:

a1- načelo primjerenosti;

a2- načelo zornosti;

a3 – načelo postupnosti;

a4 – načelo problemnosti;

a5 – načelo znanstvenosti.

Stupac *a1* odnosi se na prisutnost načela postupnosti u slikovnici. Stupac *a2* odnosi se na prisutnost načela primjerenosti u slikovnici. Stupac *a3* odnosi se na prisutnost načela zornosti u slikovnici. Stupac *a4* odnosi se na prisutnost načela zornosti u slikovnici, a stupac *a5* na prisutnost načela znanstvenosti. Nadalje, stupac Metode rada dijeli se na stupce *b1, b2, b3, b4* i *b5* koji predstavljaju sljedeće metode rada:

b1 – metoda usmenog izlaganja;

b2 – metoda razgovora;

b3 – metoda rada s tekstom;

b4 – metoda demonstracije;

b5 – metoda pismenih i grafičkih radova.

Stupac *b1* odnosi se na potencijalnu prisutnost metode usmenog izlaganja primjenom slikovnice. Stupac *b2* odnosi se na potencijalnu prisutnost metode razgovora primjenom slikovnice. Stupac *b3* odnosi se na potencijalnu prisutnost metode rada s tekstom primjenom slikovnice. Stupac *b4* odnosi se na potencijalnu prisutnost metode demonstracije primjenom slikovnice, a stupac *b5* na potencijalnu prisutnost metode pismenih i grafičkih radova. Stupac IGSZ model podijeljen je na stupce *c1, c2* i *c3* koji označavaju sljedeće:

c1 – iskustvo;

c2 – slika;

c3 – znak.

Stupac *c1* odnosi se na poštivanje elementa iskustva unutar IGSZ modela u slikovnici. Stupac *c2* odnosi se na poštivanje elementa slike unutar IGSZ modela u slikovnici, a stupac *c3* na poštivanje elementa znaka unutar IGSZ modela.

5.3. Postupak istraživanja

U sklopu postupka istraživanja matematičkih slikovnica pretražene su matematičke slikovnice unutar knjižnice Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Za potrebe ovog rada, od velike zbirke matematičkih slikovnica koja se nalazi u knjižnici Učiteljskog fakulteta (oko 150 slikovnica) odabrano je njih osam koje govore o velikim brojevima i koje su u trenutku istraživanja bile dostupne u knjižnici. Riječ je o sljedećim slikovnicama:

- *Brojkozemska* (Klarić, 2015),
- *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007),
- *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012),
- *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007),
- *Infinity and me* (Hosford, 2012),
- *How much is a million?* (Schwartz, 1985),
- *365 penguins* (Fromental, 2017) i
- *A million dots* (Clements, 2006).

Analizom nisu obuhvaćene matematičke slikovnice u kojima se spominju prirodni brojevi manji od sto. Zatim su izrađene dvije tablice, od kojih se jedna tablica odnosi na metodičke aspekte koji su potencijalno prisutni u matematičkim slikovnicama, a druga na matematičke aspekte prisutne u slikovnicama (Tablica 2 i Tablica 3). Nakon toga je pomno pročitana svaka prethodno navedena matematička slikovnica, tijekom čega su kvalitativnim pristupom analizirana i bilježena prisustva matematičkih i metodičkih aspekata unutar svake.

U prvi stupac Tablice 2 i Tablice 3 upisani su nazivi odabranih matematičkih slikovnica, njihovi autori i godina izdanja. Isti se stupac odnosi na prvo istraživačko pitanje.

U Tablici 2 stupci *Najveći spomenuti broj* (*Zapisan brojkom* i *Zapisan brojevnom riječju*), *Raspon spomenutih brojeva* i *Tablica mjesnih vrijednosti* odnose se na drugo istraživačko pitanje. Unutar Tablice 2 u stupac *Najveći spomenuti broj* upisuje se najveći broj spomenut u pojedinoj matematičkoj slikovnici na način da se u stupac *Zapisan brojkom* unosi najveći spomenuti broj koji je zapisan brojkom, a u stupac *Zapisan brojevnom riječju* najveći spomenuti broj koji je zapisan brojevnom riječju. U stupac *Raspon spomenutih brojeva* navodi se interval najmanjeg i najvećeg broja spomenutih u slikovnici te se u zagradi zapisuju svi spomenuti brojevi u slikovnici. U stupac *Tablica mjesnih vrijednosti* unosi se kod 0 ili 1. Kod 1 označava da se u slikovnici spominju dekadske jedinice velikih brojeva iz tablice mjesnih vrijednosti, odnosno jedinice (J), desetice (D), stotice (S), tisućice (T), desettisućice (DT), stotisućice (ST), milijunice (M) itd. Kod 0 označava odsustvo prethodno spomenutih dekadskih jedinica velikih brojeva iz tablice mjesnih vrijednosti.

U Tablici 3 stupci *Metodička načela, Metode rada* i *IGSZ model* odnose se na treće istraživačko pitanje. Kod 1 označava potencijalnu prisutnost pojedinog metodičkog aspekta, a kod 0 označava njegovu odsutnost. Ostvarenje načela individualizacije, načela trajnosti, znanja i vještina te načela interesa i vlastite aktivnosti ovisit će o pojedinom učitelju i aktivnostima koje je pripremio za usvajanje određenih ishoda nastavnog procesa. Stoga su navedena načela isključena iz analize. Analiza metoda rada odnosi se na to potiče li slikovnica izravno ostvarenje pojedine metode rada. Unutar slikovnica pojavljuju se retorička pitanja koja sama po sebi ne traže odgovor, ali mogu biti poticaj za dijalog između učitelja i učenika. Stoga će se pojavom retoričkih pitanja unutar slikovnice smatrati da ista potiče ostvarenje metode razgovora te će biti u odgovarajući stupac biti unesen kod 1. Unutar IGSZ modela učenja iskustvo i znak se u matematičkim slikovnicama međusobno isprepliću, a poštivanje elementa govora, također, ovisi o učitelju čija je dužnost poticati učenika na govor i jezično izražavanje. Stoga će se analiza prisustva IGSZ modela odnositi na poštivanje elemenata iskustva, slike i znaka, a element govora isključen je iz analize.

Da bi se odgovorilo na drugo i treće istraživačko pitanje, primjenjuju se znanja o brojevima opisana u 2. poglavlju ovoga rada te znanja iz metodike matematike opisana u 3. poglavlju. Na primjeru matematičke slikovnice *Brojkozemska* (Klarić, 2015) opisat će se postupak kodiranja (Tablica 4 i Tablica 5).

Tablica 4.

Primjer kodiranja slikovnice – matematički aspekti

<table>
<tr><th rowspan="3">Naziv slikovnice</th><th colspan="4">Matematički aspekti</th></tr>
<tr><th colspan="2">Najveći spomenuti broj</th><th rowspan="2">Raspon spomenutih brojeva</th><th rowspan="2">Tablica mjesnih vrijednosti</th></tr>
<tr><th>Zapisan brojkom</th><th>Zapisan brojevnom riječju</th></tr>
<tr><td>Brojkozemska (Klarić, 2015)</td><td>bilijun
(1 000 000 000 000)
*najveći broj ne postoji</td><td>kvadrilijun
(1 000 000 000 000 000 000 000 000)</td><td>od 1 do kvadrilijun

(1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9, 10, 1 000,
1 000 000 (milijun),
1 000 000 000 000 (milijarda),
1 000 000 000 000 (bilijun),
1 000 000 000 000 000 (bilijarda),
1 000 000 000 000 000 000 (trilijun),
1 000 000 000 000 000 000 000 (trilijarda),
1 000 000 000 000 000 000 000 000
(kvadrilijun))</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Unutar slikovnice *Brojkozemska* (Klarić, 2015) najveći spomenuti prirodni broj zapisan brojevnom riječju je kvadrilijun, ali on nije zapisan znamenkama. Najveći prirodni broj zapisan znamenkama je bilijun (1 000 000 000 000), a na kraju slikovnice istaknuto je da najveći broj ne postoji. U Tablici 4 unutar stupca *Raspon spomenutih brojeva* naveden je raspon brojeva koji se spominju u slikovnici, odnosno od 1 do kvadrilijun, a u zagradi su navedeni svi prirodni brojevi spomenuti u slikovnici. Dok su brojevnim riječima prikazani svi navedeni brojevi, znamenkama su prikazani brojevi od 1 do 1 000 000 000 000 (bilijun). Također je na ilustracijama dočaran beskonačan niz znamenaka nula kojim se želi reći da najveći broj ne postoji. Unutar slikovnice uočeno je odsustvo zapisa brojeva uz pomoć dekadskih jedinica iz tablice mjesne vrijednosti te je u za to odgovarajući stupac upisan kod 0.

Tablica 5.

Primjer kodiranja slikovnice – metodički aspekti

Naziv slikovnice	Metodički aspekti												
	Metodička načela					Metode rada					IGSZ model		
	a1	a2	a3	a4	a5	b1	b2	b3	b4	b5	c1	c2	c3
Brojkozemska (Klarić, 2015)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0

U matematičkoj slikovnici *Brojkozemska* (Klarić, 2015) poštuju se sljedeća metodička načela: načelo primjerenosti (sadržaj je primjeren djeci), načelo zornosti (riječima i slikama su prikazani brojevi), načelo postupnosti (ide se od manjih prema većim brojevima), načelo problemnosti (kralj ima problem koji se postupno rješava) te načelo znanstvenosti (poštuju se matematička znanja). Stoga je u stupce *a1, a2, a3, a4* i *a5* u Tablici 5 unesen kod 1. Hoće li preostala tri načela biti zadovoljena (načelo individualizacije, načelo trajnosti, znanja i vještina te interesa i vlastite aktivnosti), ovisit će o aktivnostima i tijeku nastavnog sata koje priprema učitelj. Primjenom ove slikovnice mogu se koristiti metoda rada s tekstom (npr. čitanje slikovnice), metoda usmenog izlaganja (npr. prepričavanje radnje slikovnice) i metoda demonstracije (pokazivanje ilustracija skupova i brojki). Zato je u Tablicu 5 u stupce *b1, b3 i b4* unesen kod 1. U slikovnici nema pitanja koja bi učitelja i učenika poticala na razmišljanje i na komunikaciju. Dakle, slikovnica ne potiče metodu razgovora i u Tablicu 5 u stupac *b2* unesen je kod 0. Unutar slikovnice nema zadataka koji potiču na pisanje i crtanje grafova, stoga ona izravno ne potiče metodu pismenih i grafičkih radova. Zato je u Tablicu 5 u stupac *b5* unesen kod 0. Ova slikovnica se može primijeniti u nastavi poštujući IGSZ model jer su u njoj jasno prikazani vizualni elementi IGSZ modela. Slika i iskustvo ovdje se, kao i u ostalim matematičkim slikovnicama međusobno isprepliću, stoga je u stupce *c1* i *c2* unesen kod 1. Brojevi do bilijun su u slikovnici prikazani i brojkom i brojevnom riječju, no brojevi veći od bilijun samo su prikazani brojevnom riječju. Zbog nedostatka zapisa brojkom brojeva bilijarda, trilijun, trilijarda i kvadrilijun, nije u potpunosti ispoštovan element znaka unutar IGSZ modela u slikovnici. Stoga je u stupac *c3* unesen kod 0.

5.4. *Rezultati*

U nastavku su prikazani rezultati analiziranih matematičkih slikovnica i organizirani su prema istraživačkim pitanjima (Tablica 6 i Tablica 7). S obzirom na to da su promatrani metodički aspekti prisutni u svim dostupnim matematičkim slikovnicama, u nastavku se navode primjeri potencijalno najzastupljenijih metoda rada u nastavi matematike služeći se pojedinim slikovnicama te nekoliko metodičkih načela koja su uočljiva unutar istih slikovnica.

Tablica 6.

Rezultati kodiranja – matematički aspekti

Naziv slikovnice	Matematički aspekti			
	Najveći spomenuti broj		Raspon spomenutih brojeva	Tablica mjesnih vrijednosti
	Zapisan brojkom	Zapisan brojevnom riječju		
Brojkozemska (Klarić, 2015)	bilijun (1 000 000 000 000) *najveći broj ne postoji	kvadrilijun (1 000 000 000 000 000 000 000 000)	od 1 do kvadrilijun (1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9, 10, 1 000, 1 000 000 (milijun), 1 000 000 000 000 (milijarda), 1 000 000 000 000 (bilijun), 1 000 000 000 000 000 (bilijarda), 1 000 000 000 000 000 000 (trilijun), 1 000 000 000 000 000 000 000 (trilijarda), 1 000 000 000 000 000 000 000 000 (kvadrilijun))	0
How many seeds in a pumpkin? (Karas i McNamara, 2007)	milijun (1 000 000)	milijun (1 000 000)	od 2 do milijun (2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 15, 20, 22, 25, 30, 35, 40, 63, 100 137, 170, 316, 340, 350, 399, 500, 750, 900, 1 000 000)	0
How many jelly beans? A giant book of giant numbers! (Menotti, 2012)	pedeset tisuća (50 000)	milijun (1 000 000)	od 1 do milijun (1, 2, 3, 10, 20, 25, 50, 75, 100, 500, 1 000, 2 000, 3 000, 4 999, 5 000, 10 000, 25 000, 50 000, 100 000, 1 000 000)	0
How Big is a Million? (Milbourne i Rigletti, 2007)	milijun (1 000 000)	*nema	od 10 do milijun (10, 100, 1 000, 1 000 000)	0
Infinity and me (Hosford, 2012)	*nijedan broj nije zapisan brojkom	milijarda (1 000 000 000) *u izvornom tekstu prema kratkoj ljetvici bilijun *najveći broj je beskonačan	od milijun do milijarda (1 000 000 (milijun), 1 000 000 000 (milijarda))	0
How much is a million? (Schwartz, 1985)	bilijun (1 000 000 000 000) *u izvornom tekstu prema kratkoj ljestvici trilijun	bilijun (1 000 000 000 000) *u izvornom tekstu prema kratkoj ljestvici trilijun	od milijun do bilijun (1 000 000 (milijun), 1 000 000 000 (milijarda, 1 000 000 000 000 (bilijun))	0
365 penguins (Fromental, 2017)	sedamsto pedeset (750)	šezdeset (60)	od 1 do 750 (1, 2, 3, 7, 31, 60, 61, 100, 144, 180, 217, 250, 364, 365, 750)	0
A million dots (Clements, 2006)	milijun (1 000 000)	milijun (1 000 000)	od 600 do milijun (600, 1860, 24 901, 47 679, 66 660, 87 600, 95 295, 100 000, 133 381, 134 000, 142 911, 153 000, 186 000, 190 527, 200 000, 232 224, 238 143, 238 857, 265 000, 285 759, 300 000, 330 000, 333 375, 350 000, 364 800, 380 991, 385 500, 416 000, 428 607, 444 768, 464 000, 476 223, 500 000, 513 920, 523 839, 525 600, 529 245, 554 000, 571 455, 578 504, 615 100, 619 071, 622 538, 650 000, 666 687, 675 000, 700 000, 714 303, 720 000, 750 000, 761 919, 765 174, 800 000, 809 535, 823 680, 839 500, 857 151, 864 948, 902 400, 904 767, 924 000, 942 500, 952 383, 975 744, 996 480, 999 999, 1 000 000)	0

Tablica 7.

Rezultati kodiranja – metodički aspekti

Naziv slikovnice	Metodički aspekti												
	Metodička načela					Metode rada					IGSZ model		
	a1	a2	a3	a4	a5	b1	b2	b3	b4	b5	c1	c2	c3
Brojkozemska (Klarić, 2015)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
How many seeds in a pumpkin? (Karas i McNamara, 2007)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
How many jelly beans? A giant book of giant numbers! (Menotti, 2012)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
How Big is a Million? (Milbourne i Rigletti, 2007)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
Infinity and me (Hosford, 2012)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
How much is a million? (Schwartz, 1985)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
365 penguins (Fromental, 2017)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
A million dots (Clements, 2006)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1

U nastavku će se najprije prikazati rezultati analize svake pojedine slikovnice s obzirom na prvo istraživačko pitanje (poglavlje 5.4.1.). Zatim će se u poglavlju 5.4.2. prikazati rezultati analiziranih slikovnica prema matematičkim aspektima te u poglavlju 5.4.3. rezultati analiziranih slikovnica prema metodičkim aspektima. U poglavlju 5.4.4. bit će obuhvaćeni i diskutirani svi rezultati analiziranih slikovnica.

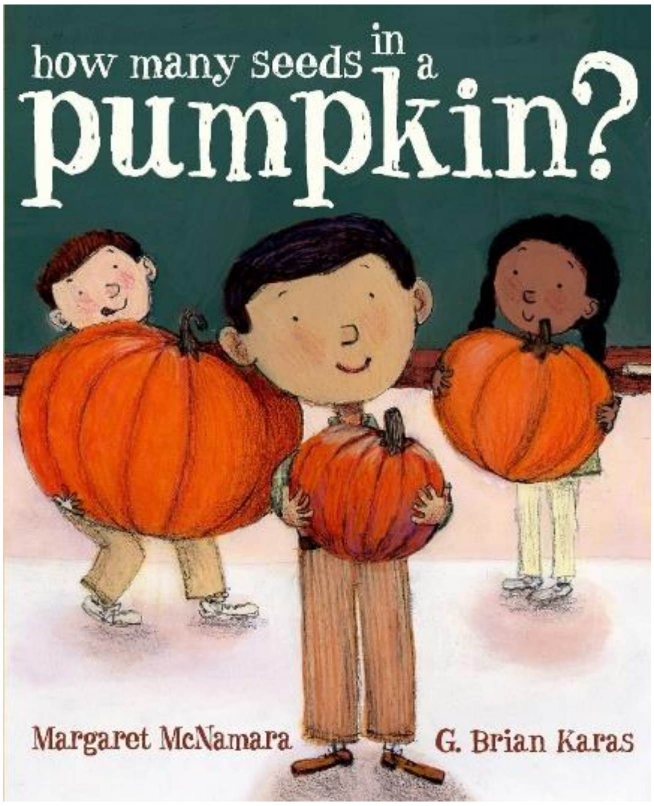
5.4.1. *Opisi analiziranih matematičkih slikovnica*

U nastavku su navedeni nazivi analiziranih matematičkih slikovnica te je sažeto opisana tema i radnja priče unutar svake.

Brojkozemska (Klarić, 2015) je matematička slikovnica u kojoj su tema veliki brojevi. U stihovima povezanim rimom opisana je vladavina jednog kralja, po imenu Jedan, koji je imao moć stvaranja što god bi poželio (Slika 17). Tako je kralj Jedan, snivajući o najvećem broju, stvarao broj za brojem uz pomoć svoga stroja. Prvo je stvorio broj 10, a zatim je pripisujući zdesna znamenku 0 stvorio 100, zatim 1 000, sve dok nije stvorio i kvadrilijun. Koliko god se trudio, nije uspio stvoriti najveći broj. Naposlijetku je shvatio da najveći broj ne postoji.

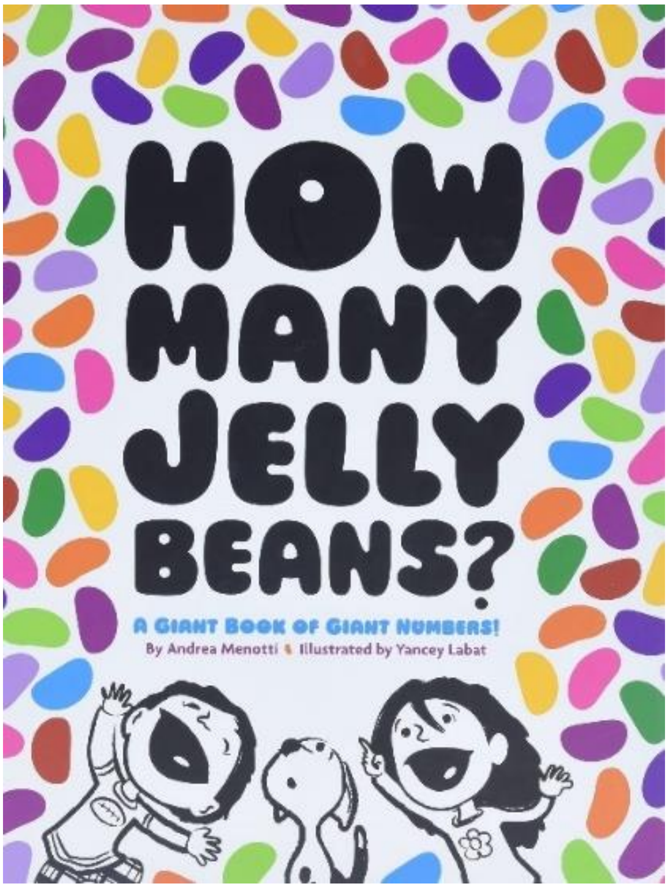
Slika 17. Matematička slikovnica Brojkozemska (Klarić, 2015)

How many seeds in a pumpkin? (Karas i McNamara, 2007) matematička je slikovnica koja velike brojeve spominje u kontekstu računanja grupirajući pritom brojeve u skupove po dva, pet i deset članova (Slika 18). Priča govori o učenicima koji uz pomoć svog učitelja nastoje otkriti koliko se sjemenki nalazi u svakoj od triju bundeva koje se razlikuju prema veličini. Slušajući učiteljeve upute, prvi učenik sjemenke zbraja slažući ih u skupove po dva, drugi učenik ih slaže u skupove po pet, a treći u skupove po deset. Nakon što su grupirali sve sjemenke, prvi učenik, koji je računao ukupan zbroj sjemenki iz najveće bundeve, otkriva da ima ukupno 170 parova sjemenki. Dakle, ukupno ih je 340. Drugi učenik, koji je računao ukupan zbroj sjemenki iz bundeve srednje veličine, otkriva da su se u njoj nalazila ukupno 63 skupa po 5 sjemenki. Dakle, ukupno je 315 sjemenki. Treći učenik, koji je računao ukupan zbroj sjemenki iz najmanje bundeve, izbrojio je ukupno 35 skupova po 10 sjemenki. Dakle, ukupno ih je izbrojio 350. Na kraju priče učitelj učenicima otkriva trikove kako po izgledu i starosti kore otkriti koja bundeva ima najviše sjemenki. Cijela priča zaokružena je poukom da i „male stvari izvana mogu biti velike iznutra“ (Karas i McNara, 2007).



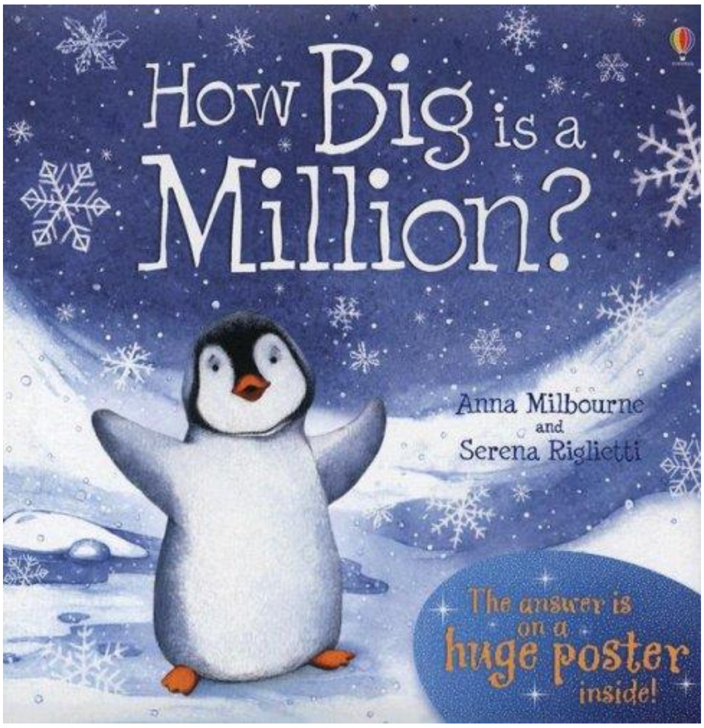
Slika 18. Matematička slikovnica How many seeds in a pumpkin? *(Karas i McNamara, 2007)*

How many jelly beans? A giant book of giant numbers! (Menotti, 2012) matematička je slikovnica u kojoj se brojenjem gumenih bombona otkrivaju sve veći i veći brojevi (Slika 19). Priča govori o dječaku i djevojčici koji si međusobno postavljaju pitanja o količini gumenih bombona koje mogu pojesti. Počevši od broja 10, odnosno toliko gumenih bombona koliko stane u dlan jedne ruke, natječu se tko može više pojesti, navodeći tako da im je za pojesti tisuću gumenih bombona potrebna cijela jedna godina. U konačnici dolaze do ideje da bi mogli pojesti milijun gumenih bombona, no ipak shvate veličinu broja milijun i da bi to bilo previše. Na kraju slikovnice nalazi se poster koji točkicama zorno prikazuje količinu milijun gumenih bombona, gdje svaka točkica predstavlja jedan gumeni bombon.



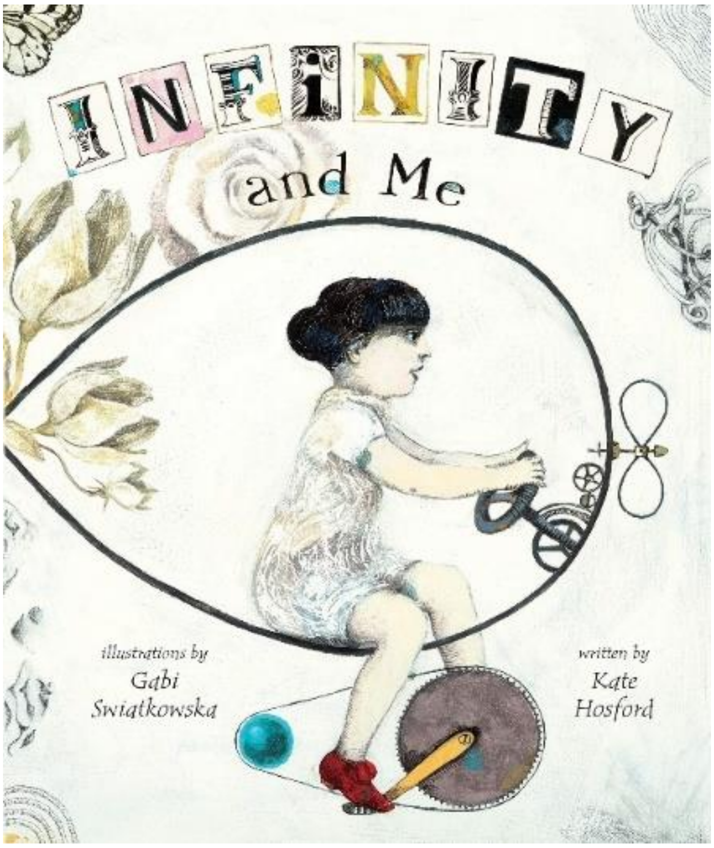
Slika 19. Matematička slikovnica How many jelly beans? A giant book of giant numbers! *(Menotti, 2012)*

How Big is a Million? (Milbourne i Rigletti, 2007) je matematička slikovnica čija priča govori o znatiželjnom pingvinu koji je htio otkriti koliko je velik milijun (Slika 20). Želeći pronaći odgovor na svoje pitanje, krenuo je u potragu za milijunom. Na svome putu nailazi na jednog prijatelja, 10 ribica, 100 pingvina i 1 000 snježnih pahuljica, ali ne pronalazi milijun. Razočaran neuspješnom potragom dolazi kući gdje ga čeka majčin topli zagrljaj i riječi utjehe. Naime, mama izvodi malog pingvina u dvorište i pokazuje mu nebeske zvijezde. Upravo na nebu pingvin pronalazi milijun zvijezda. Na kraju same slikovnice nalazi se i veliki format tamnog papira na kojem se nalazi milijun točkica koje predstavljaju zvijezde na nebu.



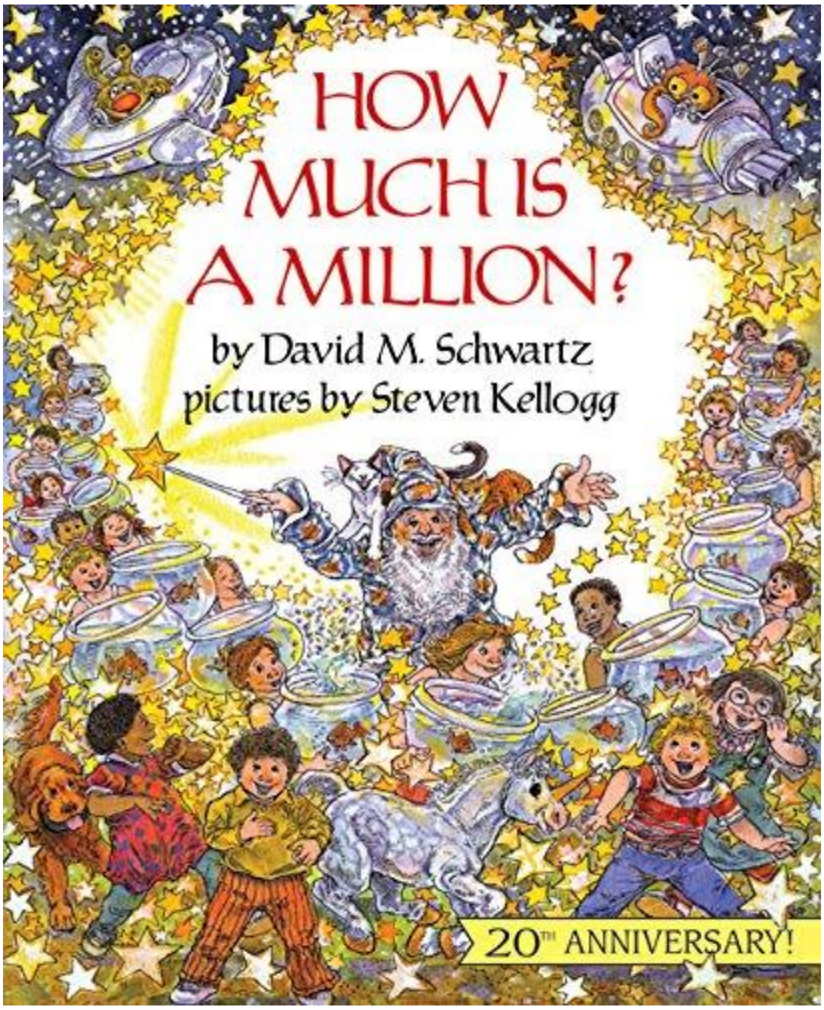
Slika 20. Matematička slikovnica How Big is a Million? *(Milbourne i Rigletti, 2007)*

Matematička slikovnica *Infinity and me* (Hosford, 2012) govori o djevojčici koja razmišljanjem pokušava otkriti pojam beskonačnosti, odnosno broj toliko velik kao što je beskonačnost (Slika 21). U želji da pronađe odgovor na svoje pitanje, djevojčica ispituje ljude oko sebe kako oni zamišljaju beskonačnost. Slušajući razna shvaćanja beskonačnosti, primjerice „beskonačnost je poput muzike koja neprestano kruži“, djevojčica shvaća da joj se ipak najviše sviđa njeno vlastito: beskonačnost je velika kao i njena ljubav prema baki.



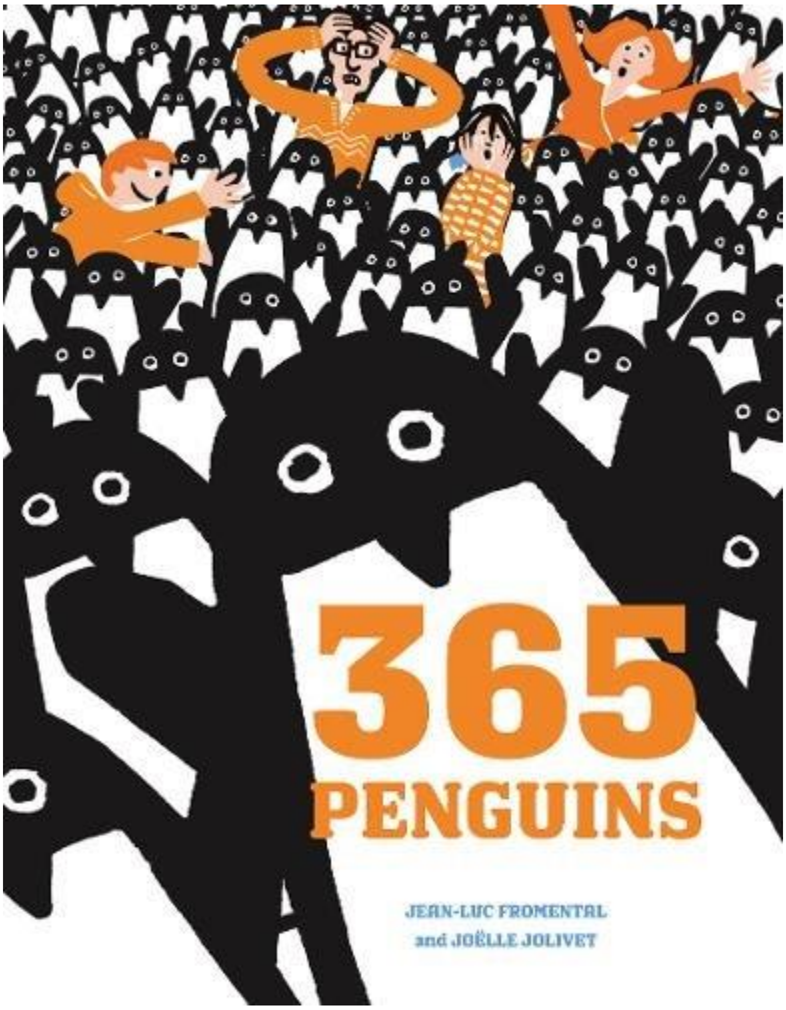
Slika 21. Matematička slikovnica Infinity and me *(Hosford, 2012)*

How much is a million? (Schwartz, 1985) matematička je slikovnica u kojoj se nastoji prikazati veličina broja milijun uspoređujući ga s visinom najviše planine, visinom najviše građevine, količinom ribica koje stanu u najveći akvarijem te brojem zvjezdica koje stanu na 70 stranica papira (Slika 22). Dočaravanjem broja milijun, nastavlja se igra brojevima te slijedi usporedba broja milijarda i broja bilijun s prethodno navedenim situacijama (napomena: u izvornom tekstu na engleskom jeziku uspoređuju se brojevi billion i trillion prema kratkoj ljestvici). Tako se, primjerice, u slikovnici navodi da bi za prikaz milijun zvjezdica na formatu A4 papira trebalo takvih sedam stranica, za prikaz milijarde zvjezdica trebalo bi onoliko stranica papira koliko stane u jednu milju te za prikaz bilijun zvjezdica onoliko stranica papira koliko ih treba postaviti u zračnu liniju između New Yorka i Novog Zelanda.



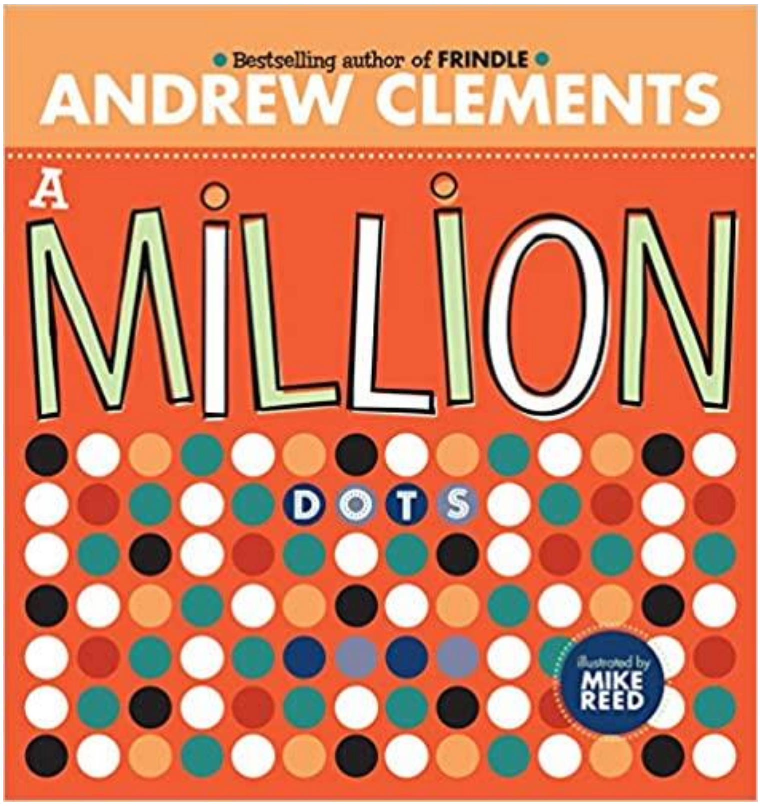
Slika 22. Matematička slikovnica How much is a million? *(Schwartz, 1985)*

Matematička slikovnica *365 penguins* (Fromental, 2017) predstavlja priču o obitelji kojoj svakodnevno unutar 365 dana u godini na kućnu adresu stiže po jedan pingvin (Slika 23). Brojeći redom pingvine i sortirajući ih u različite skupovne kombinacije, obitelj pokušava naći rješenje gdje bi unutar kuće mogli smjestiti toliki broj pingvina, koji ne prestaju stizati, iz dana u dan. S vremenom shvaćaju da im se i trošak na hranu i brigu o pingvinima povećao i očajnički pokušavaju naći rješenje problema. Na kraju priče saznaju da pingvine šalje njihov rođak koji želi spasiti populaciju pingvina na sjevernom polu, tako što ih šalje na južni pol jednog po jednog, zbog zaštićenosti vrste koju je zabranjeno iseljavati s njihovog prirodnog staništa. Zadnji dan u godini, rođak odlazi i sa sobom odvozi i 365 pingvina, nakon čega problem biva privremeno riješen. Sutradan, obitelj biva iznenađena kada prvi dan u novoj godini na vrata stigne nova pošiljka – prvi polarni medvjed.



Slika 23. Matematička slikovnica 365 penguins (Fromental, 2017)

A million dots (Clements, 2006) matematička je slikovnica u kojoj se točkicama nastoji prikazati broj milijun (Slika 24). Na prvoj stranici slikovnice prikazani su skupovi od 10, 100, 500 i 1 000 točkica. Čitajući slikovnicu čitatelj otkriva zanimljivosti iz opće kulture navedene u slikovnici, a svaka zanimljivost prikazana je i slikovno točkicama, odnosno s istim brojem točkica koliko je vezano za odgovarajuću zanimljivost. Primjerice, krila komarca zamahuju 600 puta u sekundi te je komarac slikovno prikazan uz pomoć 600 točkica. Pozadina svake stranice također je istočkana. Na kraju svake druge stranice slikovnice, na dnu se nalazi podatak o točnom broju točkica prikazanih u slikovnici zaključno s istom stranicom. Na predzadnjoj stranici slikovnice na dnu se nalazi podatak da je do te stranice prikazano 999 999 točkica, što znači da se na zadnjoj stranici nalazi zadnja točkica, odnosno milijunta točkica.



Slika 24. Matematička slikovnica A million dots (Clements, 2006)

5.4.2. *Matematički aspekti analiziranih matematičkih slikovnica*

U Tablici 6 navedeni su rezultati analize dostupnih matematičkih slikovnica s obzirom na drugo istraživačko pitanje, odnosno koji su matematički aspekti prisutni u slikovnicama.

Unutar slikovnice *Brojkozemska* (Klarić, 2015) najveći spomenuti prirodni broj zapisan brojevnom riječju je kvadrilijun koja je unesena u stupac *Najveći spomenuti broj*. Iako je najveći prirodni broj zapisan znamenkama bilijun (1 000 000 000 000), na kraju slikovnice ističe se da ne postoji najveći broj, što je slikovno ilustrirano beskonačnošću nula. Milijun se kao najveći spomenuti broj pojavljuje u čak četiri slikovnice: *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007), *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012), *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007) i *A million dots* (Clements, 2006). U slikovnici *Infinity and me* (Hosford, 2012) spomenuta su samo dva broja, milijun i milijarda (eng. *billion*), koji su svojom veličinom samo uvod u beskonačnost brojeva jer je u slikovnici naglašeno ne postojanje najvećeg broja. Također, u istoj slikovnici niti jedan broj nije zapisan brojkom. U slikovnici *How much is a million?* (Schwartz, 1985) najveći spomenuti broj je bilijun (eng. *trillion*), dok se u slikovnici *365 penguins* (Fromental, 2017) dolazi samo do broja 750, koji je ujedno i znatno manji broj u usporedbi s drugim najvećim spomenutim brojevima u ostalim slikovnicama.

Unutar stupca *Raspon velikih brojeva* navedeni su intervali najmanjeg i najvećeg broja spomenutih u slikovnici te su svi spomenuti prirodni brojevi ispisani unutar zagrade. Dok se u slikovnici *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007) ističe raspon od 10 do 1 000 000, u slikovnici *A million dots* (Clements, 2006) raspon je od 600 do 1 000 000. Unutar slikovnica *Infinity and me* (Hosford, 2012) i *How much is a million?* (Schwartz, 1985) spominju se tek dva odnosno tri broja, a raspon brojeva unutar slikovnice *Infinity and me* (Hosford, 2012) je od milijun do milijarda (eng. billion) te u slikovnici *How much is a million?* (Schwartz, 1985) od milijun do bilijun (eng. *trillion*). Raspon spomenutih brojeva u slikovnici *365 penguins* (Fromental, 2017) je od broja 1 do broja 750. U slikovnici *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012) brojevi su prikazani u rasponu od 1 do 1 000 000. Matematička slikovnica *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007) sadrži brojeve u rasponu od 2 do 1 000 000. U slikovnici *Brojkozemska* (Klarić, 2015) obuhvaćeni su brojevi u rasponu od broja 1 do broja kvadrilijun (1 000 000 000 000 000 000 000 000).

U stupac Tablica mjesnih vrijednosti svim je analiziranim matematičkim slikovnicama pridodan kod 0. Naime, primijećeno je odsustvo stavljanja naglaska na zapis velikih brojeva uz pomoć dekadskih jedinica iz tablice mjesne vrijednosti, odnosno ni u jednoj slikovnici brojevi nisu prikazani uz pomoć njihovih dekadskih jedinica: jedinica (J), desetica (D), stotica (S), tisućica (T), desettisućica (DT), stotisućica (ST), milijuntica (M) itd.

5.4.3. Metodički aspekti analiziranih matematičkih slikovnica

U Tablici 7 navedeni su rezultati analize dostupnih matematičkih slikovnica s obzirom na treće istraživačko pitanje, odnosno koji su metodički aspekti prisutni/potencijalno prisutni u slikovnicama.

Analizom dostupnih matematičkih slikovnica utvrđeno je da su sva metodička načela prisutna u analiziranim slikovnicama te je unutar stupca *Metodička načela* svim rubrikama pridružen kod 1.

Načelo primjerenosti (*a1*) prisutno je u svim analiziranim slikovnicama. Matematički sadržaji obrađeni u ovim slikovnicama primjereni su za nastavu matematike u nižim razredima osnovne škole. Načelo zornosti (*a2*) u analiziranim slikovnicama postignuto je vizualizacijom, odnosno slikovnim prikazom skupa nekog velikog broja. Primjeri takvih slikovnica su *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007), How much is a million? (Schwartz, 1985) te How many seeds in a Pumpkin? (Karas i McNamara, 2007). U svim je slikovnicama prisutno načelo postupnosti (*a3*). U istima se polazi od jednostavnijih matematičkih situacija za koje se pretpostavlja da je učenik usvojio, primjerice brojeve do 20, a zatim se razvijaju matematički i metodički problemi najvećeg broja: Koji je to broj i kako ga prikazati? Nadalje, svaka analizirana matematička slikovnica polazi od matematičkog problema stavljenog pred čitatelja, zahtijevajući od njega promišljanje i aktivnost u rješavanju problema. Primjer za načelo problemnosti (*a4*) je, primjerice, slikovnica *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012). Problem koji je stavljen pred učenika je saznati koliko je gumenih bombona moguće pojesti. Načelo znanstvenosti (*a5*) primijenjeno je u svakoj analiziranoj slikovnici budući da su svi matematički sadržaji prisutni u istima u skladu s matematikom kao znanošću.

Navedene slikovnice prikladne su za korištenje u nastavi matematike, iako pojedine slikovnice ne potiču ostvarenje svih pet metoda rada. Metoda usmenog izlaganja (*b1*) ostvaruje se pripovijedanjem i opisivanjem sadržaja slikovnice te objašnjavanjem matematičkih pojmova i znakova unutar slikovnice, a mogu ju koristiti i učitelj i učenik. Metodom razgovora (*b2*) učitelj i učenici razvijaju dijalog kojim se učenike potiče na misaonu aktivnost te ih se potiče na razmišljanje i zaključivanje. Primjer ove metode bio bi dijalog o matematičkom problemu slikovnice *Infinity and me* (Hosford, 2012): *Kako ti zamišljaš beskonačnost? Što sve može biti beskonačno? Zašto je milijardu zvijezda manje od beskonačnosti svemira?* U slikovnicama *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007), *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007), *Infinity and me* (Hosford, 2012) i *How much is a million?* (Schwartz, 1985) postavljena su retorička pitanja koja čitatelja usmjeravaju na razmišljanje te potiču na iznošenje mišljenja i dijalog. Navedene slikovnice izravno potiču metodu razgovora, stoga im je u stupac *b2* pridodan kod 1. Ostale slikovnice ne potiču izravno metodu razgovora te im je pridodan kod 0 unutar stupca *b2*. Slikovnice same po sebi zahtijevaju od učenika aktivnost u čitanju i promišljanje o pročitanome. Za nastavu matematike moguće je pripremiti nastavne listiće i zadatke koje će učenika poticati na čitanje s razumijevanjem. Tada učitelj u nastavi primjenjuje metodu rada na tekstu (*b3*). Promatrajući slike u pojedinoj matematičkoj slikovnici te, primjerice, velike formate tamnih papira slikovnica *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012) i *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007), ostvaruje se metoda demonstracije (*b4*). Slikovnice, kao konkretan materijal, vizualizacijom predočavaju apstraktne sadržaje matematike. Niti jedna analizirana slikovnica ne sadrži zadatke i materijale koji bi učenike usmjeravali na pisanje i crtanje grafova, što znači da one izravno ne potiču metodu pismenih i grafičkih radova. Zato je u stupac *b5* za sve slikovnice unesen kod 0.

IGSZ model učenja u nastavi matematike ostvaruje se primjenom svih analiziranih matematičkih slikovnica, osim slikovnicama *Brojkozemska* (Klarić, 2015), *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012) te *Infinity and me* (Hosford, 2012), gdje se ne ostvaruje element znaka (*c3*). Iskustvo (*c1*) i slika (*c2*) međusobno se nadopunjuju unutar slikovnica, a svaka slikovnica, kao što joj i sama riječ govori, ima polazište na slikama. U slikovnicama su vizualno prikazane različite matematičke situacije i problemi koji su stavljeni pred čitatelja. Primjerice, u slikovnici *365 penguins* (Fromental, 2017) prikazani su skupovi pingvina, bez obzira na veličinu brojeva, te tako vizualiziraju apstraktnost velikih brojeva. Skupovni model jasno se može uočiti i u slikovnici *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007), gdje su sjemenke grupirane u skupove po 2, 5 i 10 elemenata, te u slikovnici *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012), gdje su prikazani i uspoređeni skupovi od 1, 2 000, 3 000, 4 999, 5 000, 10 000, 25 000 i 50 000 gumenih bombona. U slikovnicama *Brojkozemska* (Klarić, 2015), *How many jelly beans? A* *giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012) te *Infinity and me* (Hosford, 2012) uočen je nedostatak zapisa velikih brojeva brojkom, odnosno nedostatak elementa znaka (*c3*). S obzirom na to da je u IGSZ modelu znak jedan od elemenata koje je nužno ostvariti, u ovim slikovnicama IGSZ model nije u potpunosti ostvaren.

5.4.4. Zaključci analize i diskusija

Cilj istraživanja prikazanog u ovom radu bio je istražiti karakteristike dostupnih matematičkih slikovnica vezanih uz usvajanje velikih brojeva. Prvim istraživačkim pitanjem nastojalo se istražiti koje su sve matematičke slikovnice o velikim brojevima trenutno dostupne ovom istraživanju unutar knjižnice Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Rezultati pokazuju osam slikovnica koje su se u trenutku provođenja istraživanja nalazile u istoj knjižnici (tj. tijekom 2022. godine) te su sve uzete u obzir za provedbu ovoga istraživanja. Riječ je o sljedećim slikovnicama:

- *Brojkozemska* (Klarić, 2015)
- *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara, 2007)
- *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* (Menotti, 2012)
- *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007)
- *Infinity and me* (Hosford, 2012)
- *How much is a million?* (Schwartz, 1985)
- *365 penguins* (Fromental, 2017) i
- *A million dots* (Clements, 2006).

Među analiziranim slikovnicama uočavaju se različiti pristupi usvajanja velikih brojeva: nizanjem nula na znamenku 1 u svom zapisu, raspoređivanjem elemenata u skupove po *n* elemenata i njihovim uvećavanjem, spoznavanjem beskonačnosti prirodnih brojeva itd.

Drugim istraživačkim pitanjem nastojalo se istražiti koje su matematičke karakteristike prisutne u pojedinoj matematičkoj slikovnici. Matematičke karakteristike koje su bile analizirane su: prisustvo zapisa broja brojevnom riječju, raspon spomenutih brojeva, najveći spomenuti broj te prisustvo zapisa dekadskih jedinica iz tablice mjesnih vrijednosti. U analiziranim slikovnicama većinom je istaknut i zapis broja odgovarajućom brojevnom riječju. U dvije se slikovnice ne ostvaruje ova matematička karakteristiku, a to su *A million dots* (Clements, 2006) te *Infinity and me* (Hosfor, 2012). Učenike je važno poticati na ispravno pisanje brojki, ali i brojevnih riječi, osobito kad je riječ o višeznamenkastim brojevima. „Jezik, čitanje i govor imaju važnu ulogu u nastavi matematike u cijeloj obrazovnoj vertikali, a posebno u osnovnoj školi kada se matematički jezik i simboli tek usvajaju“ (Cvikić i Glasnović Gracin, 2016, 101). Analiziran je i raspon spomenutih velikih brojeva unutar svake matematičke slikovnice te o kojim brojevima se radi. Zamijećeno je da su najmanji spomenuti brojevi unutar pojedinih slikovnica brojevi 1 i 2. Primjerice, u *Brojkozemskoj* (Klarić, 2015) se polazi od broja 1, dok se u *How many seeds in a pumpkin*? (Karas i McNamara, 2007) polazi od broja 2. U pojedinim slikovnicama početni broj je znatno veći u odnosu na prethodno navedene brojeve. Primjerice, dok je u slikovnici *How many seeds in a pumpkin?* (Karas i McNamara) najveći spomenuti broj milijun, u slikovnicama *How much is a million?* (Schwartz, 1985) i *Infinity and me* (Hosford, 2012) broj od kojeg se polazi kao najmanji broj je upravo isti taj broj – milijun. Raspon brojeva u slikovnicama varira te se u svim analiziranim slikovnicama pojavljuje različit raspon brojeva. Primjerice, u slikovnici *How Big is a Million?* (Milbourne i Rigletti, 2007) može se uočiti raspon brojeva od broja 10 do broja milijun, dok je u slikovnici *A million dots* (Clements, 2006) prisutan raspon brojeva od broja 600 do broja milijun. Najveći spomenuti brojevi u analiziranim matematičkim slikovnicama uglavnom su potencije broja 10, primjerice milijun, milijarda, bilijun, kvadrilijun. Ističe se slikovnica *365 penguins* (Fromental, 2017) u kojoj je 750 najveći spomenuti broj. Također, u slikovnici Infinity and me (Hosford, 2012) prisutna je igra otkrivanja pojma beskonačnosti te su djetetu predstavljene primjeri i problemske situacije iz stvarnog života. Šeravić Lovrak (2020) navodi da je vrijednost slikovnice upravo ta što odvodi dijete u svijet nestvarnoga, ali ga i upoznaje s okolinom koja ga okružuje. Istraženo je i prisustvo zapisa brojeva dekadskim jedinicama iz tablice mjesnih vrijednosti, odnosno jedinicama (J), deseticama (D), stoticama (S), tisućicama (T) itd. Ni u jednoj se analiziranoj slikovnici ne spominje rastavljanje velikih brojeva na dekadske jedinice te se ova matematička karakteristika ne ostvaruje u analiziranim matematičkim slikovnicama. Prema Markovcu (2001) znanje sastava brojeva nužno je za učenikovo razumijevanje pisanja i čitanja višeznamenkastih brojeva, a kasnije i za usvajanje postupaka pismenog računanja velikim brojevima.

Trećim istraživačkim pitanjem pokušalo se istražiti koje su metodičke karakteristike prisutne ili potencijalno prisutne u dostupnim matematičkim slikovnicama. Metodičke karakteristike koje su istražene su: metodička načela prisutna ili dana kao mogućnost unutar pojedine matematičke slikovnice, potencijalno prisutne metode rada za primjenu matematičke slikovnice u nastavi matematike te mogućnost uporabe pojedine slikovnice poštivanjem IGSZ modela učenja. U svim je analiziranim matematičkim slikovnicama uočeno prisustvo načela primjerenosti, načela postupnosti, načela zornosti, načela problemnosti te načela znanstvenosti.

Na metodičkim se načelima zasniva osnova nastavnog procesa, a prema Markovcu (2001) nastava koja obuhvaća sva metodička načela dobro je organizirana nastava. Kurnik (2002) ističe da su metodička načela međusobno usko povezana čineći sustav, stoga se ostvarivanjem jednog načela često ostvaruje još neko načelo, što se može primijetiti i u ovim slikovnicama. Nadalje, analizirane matematičke slikovnice moguće je primijeniti u nastavi matematike korištenjem svih pet metoda rada: metode usmenog izlaganja, metode demonstracije, metode razgovora, metode rada s tekstom te metode pismenih i grafičkih radova, čime je zadovoljena i ova metodička karakteristika. Izbor nastavne metode ovisit će o nastavnom sadržaju koji se uči, o mentalnoj dobi učenika i drugim karakteristikama, trajanju nastavnog sata, prostornim uvjetima škole i dr. „Čitajući slikovnice u suradnji s drugom djecom i odraslima, djeca stvaraju nova znanja, jačaju prijateljstva, iznose svoja mišljenja i iskustva“ (Šišnović, 2011/2012, str. 8), a učitelj može učenike poticati na čitanje primjenjujući, primjerice, metodu rada na tekstu. „S obzirom da u svakom razredu sjede učenici različitih predznanja i matematičkih sposobnosti, pred nastavnikom matematike je zahtjevan zadatak da na „primjeren“ način odgovori na sve izazove („primjereni“ zahtjevi za cijeli razred, individualna pomoć slabijim učenicima, upućivanje naprednijih učenika u dublje proučavanje matematike)“ (Kurnik, 2009, str. 101). Metodom razgovora učitelj potiče verbalnu komunikaciju te razvoj jezičnog izražavanja kod učenika. Cvikić i Glasnović Gracin (2016) ističu da se komunikacijom u nastavi matematike potiče govor i objašnjavanje matematičkih ideja, uči se pravilno upotrebljavati matematički jezik i simbole, potiče se postavljanje pitanja o matematičkim sadržajima i slično. Uporabom analiziranih slikovnica učitelj može osmisliti aktivnost u kojoj učenik ima zadatak osmisliti i napisati nastavak slikovnice ili, primjerice, na brojevnoj crti prikazati najveći spomenuti broj unutar slikovnice te njegov prethodnik i sljedbenik. Određivanje prethodnika i sljedbenika broja kvadrilijun spomenutog u slikovnici *Brojkozemska* (Klarić, 2015), učeniku može biti velik izazov i motivator, osobito ako se pred njega stavi i zadatak da brojeve zapiše i brojevnim riječima. Zadnja metodička karakteristika koja je istražena jest ostvarenje IGSZ modela učenja primjenom dostupnih matematičkih slikovnica. Većina analiziranih matematičkih slikovnica zadovoljavaju ovu karakteristiku te ih je moguće koristiti u nastavnom procesu poštujući elemente iskustva, slike i znak, a primjena govora ovisit će o učiteljevom poticanju učenika na govor i na jezično izražavanje uporabom matematičkog jezika. Šišnović (2011/2012) ističe važnost govora kod djece tijekom čitanja slikovnica te smatra da su riječi s kojima se dijete tada susreće poticaj i osnova za razvoj dječjeg rječnika, učenje govora i razvoj osjećaja za jezik. Prema Markovcu (2001) u nastavi matematike u učenju se uvijek polazi od konkretnog prema apstraktnome, odnosno od iskustva i slike do znaka.

Ograničenja ovog istraživanja odnose se na relativno mali broj slikovnica te istraženih matematičkih karakteristika da bi se donijeli općenitiji zaključci. Također, ostvarenje pojedinih matematičkih načela i metoda rada ovisi o učenikovoj zainteresiranosti i aktivnosti pri usvajanju pojma velikih brojeva te o individualizaciji učenja prilagodbom matematičkih sadržaja razmjerno učenikovim sposobnostima.

Provedeno istraživanje može poslužiti i kao uvod u buduća istraživanja. Primjerice, može se istražiti gdje se u prirodi pojavljuju veliki brojevi. Istraživanje može biti i usmjereno na osmišljavanje nastavnih aktivnosti primjenjivih u nastavi matematike pri usvajanju velikih brojeva. S obzirom na neostvarenost karakteristike prisutnosti zapisa dekadskih jedinica velikih brojeva unutar analiziranih slikovnica, moguće je svoje istraživanje usmjeriti na proučavanje matematičkih slikovnica u kojima su brojevi rastavljeni na dekadske vrijednosti, ali i na poticanje autora da osmisle slikovnice upravo na ovu temu.

Provedenim istraživanjem zaključeno je da je većina metodičkih karakteristika zastupljena u svih osam dostupnih matematičkih slikovnica te da niti jedna slikovnica ne potiče izravno metodu pismenih i grafičkih radova u nastavi matematike. Također, zaključeno je da se kao najčešće spomenuti broj izdvaja milijun, da se raspon spomenutih brojeva u slikovnicama razlikuje od slikovnice do slikovnice te da se ni u jednoj matematičkoj slikovnici ne pojavljuje element *Tablica mjesnih vrijednosti*. Brojevi su u slikovnicama većinom zapisani i znamenkama i brojevnim riječima, osim u dvjema slikovnicama koje predstavljaju izuzetke.

6. ZAKLJUČAK

U primarnom matematičkom obrazovanju prema Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije (2019) polazi se od usvajanja pojma prirodnih brojeva do 10, zatim do 20, pa do 100, zatim 1 000, sve do milijun, što bi učenik trebao usvojiti u četvrtom razredu osnovne škole. Proširujući znanje o brojevima, kod učenika se javlja zanimanje za otkrivanjem najvećeg broja, te s vremenom otkrivaju beskonačnost brojeva i nepostojanost najvećeg broja. Nažalost, u primarnom matematičkom obrazovanju brojevi veći od milijun gotovo da se i ne spominju, stoga ni ne čudi da danas mnogi ljudi ne znaju koji je broj prethodnik, a koji broj sljedbenik, primjerice, broja milijarda ili broja trilijun. Shvaćanjem i razumijevanjem pojma velikih brojeva odraslom čovjeku bit će olakšanje baratanje pojmovima vezanih uz ekonomsku vrijednost pojedinih dionica i imovinskih objekata, udaljenost između pojedinih mjesta, brojčanu vrijednost naseljenosti pojedinih dijelova svijeta, morsku dubinu, visinu pojedinih prirodnih i kulturnih znamenitosti itd.

Slikovnice su prve knjige s kojima se dijete susreće u svome životu (Balić i Vonta, 2011) te su jednostavnošću ilustracija i jezičnog izražavanja primjerene učenju u ranoj životnoj dobi. Dijete čitajući upoznaje svijet oko sebe, pri čemu se istodobno zabavlja uz igru. Matematičkim se slikovnicama dijete upoznaje s matematičkim sadržajima koji su njemu još uvijek apstraktni, ali s druge strane jasniji kada su slikovno objašnjeni unutar slikovnica. Čitajući matematičke slikovnice dijete uči i služi se jednostavnim matematičkim jezikom i razvija intelektualne i logičke vještine.

Matematičke slikovnice o velikim brojevima uvest će dijete u svijet beskonačnosti i pružiti mu širu i opsežniju sliku matematike koja je do tada vjerojatno bila ograničena. U primarnom matematičkom obrazovanju preporuča se korištenje matematičkih slikovnica jer su one svojim metodičkim karakteristikama, primjerice poštivanjem IGSZ modela učenja, metodički prikladne za primjenu u nastavnom procesu. Čitajući matematičku slikovnicu o velikim brojevima, prisutna je korelacija između nastavnih predmeta Hrvatski jezik i Matematika jer se, osim matematičkih i logičkih sposobnosti, razvija i ukus prema književnosti i umjetnosti. Primjenom matematičkih slikovnica u primarnom matematičkom obrazovanju, obogatit će se nastavni proces, a učenicima će nastava matematika biti zanimljivija i dinamičnija, što će u konačnici, rezultirati uspješnim usvajanjem ishoda nastavnog procesa.

LITERATURA

Andrilović, V. (2001). *Samostalno učenje*. Jastrebarsko: Slap.

Babić, M. (2011.) Nazivi velikih brojeva. *Matka: časopis za mlade matematičare, 77*, 16-17. https://hrcak.srce.hr/file/120662

Balić, F. i Vonta, T. (2011.) Upoznavanje djece sa slikovnicama i knjigama. *Dijete, vrtić, obitelj: časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima, 66*, 2-3. https://hrcak.srce.hr/file/183379

Balić-Šimrak, A., Glasnović Gracin, D., Narančić Kovač, S. (2016.) Projekt „Matematička slikovnica". U: Ž. Milin Šipuš (Ur.): Zbornik sažetaka radova. Sedmi kongres nastavnika matematike. Zagreb : Hrvatsko matematičko društvo, 2016, 16-17.

Balić-Šimrak, A. i Narančić Kovač, S. (2011.) Likovni aspekti ilustracije u dječjim knjigama i slikovnicama. *Dijete, vrtić, obitelj: časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, *66*, 10-12. https://hrcak.srce.hr/file/183397

Budak, V. i Cvijanović, T. (2015.). Tematske priče i slikovnice za djecu u treningu socijalnih vještina. *Dijete, vrtić, obitelj: časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, *77/78*, 34-36. https://hrcak.srce.hr/file/250740

Clements, A. (2006). *A million dots*. New York: Simon & Schuster Books for Younger Readers.

Cvikić, L. i Glasnović Gracin, D. (2016). Matematika i hrvatski standardni jezik. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, *73* (2), 100-109. https://mis.element.hr/fajli/1285/73-02.pdf

Elia, I. i Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2012). Developing a framework for the evaluation of picturebooks that support kindergartners' learning of mathematics. *Research in Mathematics Eduacation*, *14* (1), 17-47. https://www.researchgate.net/publication/254354378_Developing_a_framework_for_the_evaluation_of_picturebooks_that_support_kindergartners%27_learning_of_mathematics

Fromental, J.L. (2017). *365 penguins*. New York: Abrams Books for Younger Readers.

Glasnović Gracin, D. (2014) *Matematika 5 plus*. Zagreb: Element.

Glasnović Gracin, D. (2014). Modeli aritmetike za razrednu nastavu. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, *59*, 12-21. https://hrcak.srce.hr/file/206747

Glasnović Gracin, D. i Herjavec, D. (2013). Računska gusjenica. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, *57* (3), 59-63.

https://mis.element.hr/list/17/broj/57/clanak/805/racunska-gusjenica

Glasnović Gracin, D. i Jerec, H. (2012). Stern blokovi. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, 64* (3), 154-159. https://mis.element.hr/fajli/1131/64-03.pdf

Glasnović Gracin, D. i Nrančić Kovač, S. (2017). The Project *Math Picturebooks*/Das Projekt *Mathematische Bilderbücher, Beiträge zum Mathematikunterricht,* 317-320. https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/36471/1/BzMU-2017-GLASNOVI-%c3%a5_GRACIN.pdf

Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2021). *Otkivamo matematiku 4. Radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole. Prvi dio.* Zagreb: Alfa.

Gusić, I. (1995). *Matematički rječnik.* Zagreb: Element.

Hosford, K. (2012). *Infinity and me.* Minneapolis: Carolrhoda Books.

Izzi (2019). [Parni i neparni brojevi, Skup prirodnih brojeva]. Preuzeto 24.5.2022.: https://hr.izzi.digital/DOS/204/609.html

Karas, G. B., McNamara, M. (2007). *How many seeds in a pumpkin?* New York: Schwartz & Wade Books.

Klarić, A. (2015). *Brojkozemska.* Zagreb: UFZG.

Kurnik, Z. (2002). Načelo problemnosti. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, 14*, 148-152. https://mis.element.hr/fajli/216/14-02.pdf

Kurnik, Z. (2008). Znanstvenost u nastavi matematike. *Metodika: časopis za teoriju i praksu metodika u predškolskom odgoju, školskoj i visokoškolskoj izobrazbi*, *17*, 318-327. https://hrcak.srce.hr/file/55085

Kurnik, Z. (2009). Metoda predavanja. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, 36*, 5-9. http://mis.element.hr/fajli/433/36-02.pdf

Kurnik, Z. (2009). Metoda rada s tekstom. Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, *35*, 196-200. http://mis.element.hr/fajli/658/35-02.pdf

Kurnik, Z. (2009). Načelo trajnosti znanja. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, 52*, 52-56. http://mis.element.hr/fajli/923/52-03.pdf

Kurnik, Z. (2010). Načelo interesa. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, *54*, 148-152. http://mis.element.hr/fajli/959/54-02.pdf

Kurnik, Z. (2011). Načelo primjerenosti. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike, 48*, 100-105. http://mis.element.hr/fajli/864/48-02.pdf

Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku : metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike.* Zagreb: Educa.

Marendić, Z. (2010). Razvoj matematičkih pojmova. *Dijete, vrtić, obitelj: časopis za odgoj i* *naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, *60*, 1-7. https://pdfcoffee.com/kako-djeca-uce-matematiku-pdf-free.html

Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.

Marković, B. i Pasanović, B. (2010.) *Informatika 3*, udžbenik s multimedijskim sadržajem za 3. razred ekonomskih škola. Zagreb: Element.

Matijević, M. (2005). Evaluacija u odgoju i obrazovanju. Pedagogijska istraživanja *2*(2), 279-297. https://hrcak.srce.hr/file/205413

Menotti, A. (2012). *How many jelly beans? A giant book of giant numbers!* San Francisco: Chronicle Books.

Milbourne, A. i Rigletti, S. (2007). *How Big is a Million?* London: Usborne Publishing.

Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2019). Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Preuzeto 01.09.2022.: https://narodne-novine.nn.hr/eli/sluzbeni/2019/7/146

Pavković, B. i Veljan, D. (1992.) *Elementarna matematika 1. Skupovi, funkcije, brojevi, polinomi i neke elementarne funkcije, planimetrija – geometrija ravnine.* Zagreb: Tehnička knjiga.

Schwartz, D. M. (1985). *How much is a million?* New York: Lee & Shepard Books.

Scribner, S., i Cole, M. (1973). Cognitive consequences of formal and informal education. *Science*, *182*(4112), 553–559. file:///C:/Users/Ivona/Downloads/cognitiveconsequencesofformalandinformaleducation.pdf

Šeravić Lovrak, K. (2020.) Primjena slikovnice u provedbi projekata u dječjem vrtiću. *Časopis za odgojne i obrazovne znanosti Foo2rama*, *4*, 147-154. https://hrcak.srce.hr/file/365995

Šišnović, I. (2011./2012.). Odgojno-obrazovna vrijednost slikovnice. *Dijete, vrtić, obitelj: časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima*, *66*, 8-9. https://hrcak.srce.hr/file/183392

Van den Boogaard, S. i Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Picture Books as an Impetus for Kindergartners' Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 341–373. https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10986060802425539

Izjava o samostalnoj izradi rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)