

# Analiza zadatka u matematičkom natjecanju "Klokan bez granica"

---

Vlahović, Maja

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:575422>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-28**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**Maja Vlahović**

**ANALIZA ZADATAKA U MATEMATIČKOM NATJECANJU  
„KLOKAN BEZ GRANICA“**

**Diplomski rad**

**Zagreb, srpanj 2023.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**Maja Vlahović**

**ANALIZA ZADATAKA U MATEMATIČKOM NATJECANJU  
„KLOKAN BEZ GRANICA“**

**Diplomski rad**

**Mentor rada:**

**izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

**Zagreb, srpanj 2023.**

<b>Contents</b>	
<b>Sažetak .....</b>	<b>0</b>
<b>Summary .....</b>	<b>1</b>
<b>1. UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2. MATEMATIČKA DAROVITOST .....</b>	<b>2</b>
2.1. <i>Darovitost .....</i>	2
2.2. <i>Teorije darovitosti.....</i>	5
2.3. <i>Matematička darovitost.....</i>	7
2.4. <i>Karakteristike matematički darovitih učenika.....</i>	9
2.5. <i>Rad s matematički darovitim učenicima .....</i>	10
<b>3. DODATNA NASTAVA MATEMATIKE .....</b>	<b>13</b>
3.1. <i>Dodatna nastava .....</i>	13
3.2. <i>Dodatna nastava matematike.....</i>	13
3.3. <i>Ciljevi i zadatci dodatne nastave matematike .....</i>	14
3.4. <i>Ustroj dodatne nastave matematike .....</i>	15
<b>4. MATEMATIČKA NATJECANJA .....</b>	<b>15</b>
4.1. <i>Matematička natjecanja Agencije za odgoj i obrazovanje.....</i>	16
4.2. <i>MAT liga.....</i>	17
4.3. <i>Klokan bez granica .....</i>	17
<b>5. ANALIZA ZADATAKA U MATEMATIČKOM NATJECANJU „KLOKAN BEZ GRANICA“ .....</b>	<b>19</b>
5.1. <i>Uvod .....</i>	19
5.2. <i>Cilj i problem istraživanja.....</i>	19
5.3. <i>Teorijska podloga .....</i>	20
5.4. <i>Metodologija.....</i>	20
5.4.1. <i>Kriteriji analize zadataka .....</i>	20
5.4.2. <i>Postupak .....</i>	22
5.4.3. <i>Analiza podataka .....</i>	24
5.5. <i>Rezultati.....</i>	24

5.5.1. Zastupljenost zadataka prema aktivnosti .....	24
5.5.2. Zastupljenost zadataka prema složenosti .....	25
5.5.3. Zastupljenost zadataka prema kontekstu .....	26
5.5.4. Zastupljenost zadataka sa slikom .....	27
5.5.5. Zastupljenost kurikulumskih domena u zadacima .....	28
5.5.6. Uočeni nedostaci zadataka .....	29
<i>5.6. Diskusija i zaključak istraživanja .....</i>	<i>30</i>
<b>6. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>32</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>35</b>
<b>Izjava o samostalnoj izradi rada .....</b>	<b>37</b>

## Sažetak

U ovom radu objašnjen je pojam darovitosti te posebno matematička darovitost. Daroviti učenici sudjeluju i na dodatnoj nastavi matematike koja je u posebnom fokusu ovog rada. Velik broj učenika sudjeluje na različitim matematičkima natjecanjima za koja se pripremaju sa svojim učiteljima u sklopu dodatne nastave matematike. U Hrvatskoj se organiziraju razna matematička natjecanja, a neka od njih detaljno su opisana u ovom radu.

Tema istraživanja ovog diplomskog rada je analiza zadataka u matematičkom natjecanju Klokan bez granica. Klokan bez granica međunarodno je natjecanje koje se organizira od 1980-ih godina, a u Hrvatskoj je prvi put provedeno 1999. godine. Organizira se u mnogim zemljama diljem svijeta te postoje različite kategorije raspoređene prema uzrastu učenika odnosno razredu. Cilj natjecanja je popularizacija matematike izvan školskih okvira te razvijanje interesa kod darovitih i zainteresiranih učenika.

Cilj rada je analizirati zadatke u matematičkom natjecanju Klokan bez granica s obzirom na vrstu zadatka, omjer zadataka sa slikovnim prikazom i bez njega te s obzirom na kurikulumsku domenu. Na kraju rada prikazana je analiza zadataka u matematičkom natjecanju Klokan bez granica. Rezultati pokazuju da su prema aktivnosti najzastupljeniji zadatci interpretiranja. Gledano prema složenosti, najčešći su zadatci povezivanja, a kod kriterija prema kontekstu najčešće se mogu pronaći realistični zadatci. Uz većinu zadataka nalazi se i slika ili slikovni prikaz. Kurikulumska domena koja je najzastupljenija u zadacima je domena C-Oblik i prostor.

Ključne riječi: darovitost, matematička darovitost, metode poučavanja, dodatna nastava matematike, matematička natjecanja, matematičko natjecanje Klokan bez granica

## Summary

In this thesis, the concept of giftedness, especially mathematical giftedness is explained. Gifted students also participate in math enrichment program which is the special focus of this thesis. A large number of students go to various mathematical competitions for which they prepare with their teachers as a part of math enrichment program. Various mathematical competitions are organized in Croatia, and some of them are described in detail in this thesis.

The research topic of this thesis is the analysis of the tasks in the mathematical competition called "Mathematical Kangaroo." Mathematical Kangaroo is an international competition that has been organized since the 1980s, and was first held in Croatia in 1999. It is organized in many countries around the world and there are different categories allocated according to the age of the students or the class they attend. This competition aims to popularize mathematics outside the school framework, along with developing interest among gifted and interested students.

The aim of this thesis is to analyze the tasks in the mathematical competition Mathematical Kangaroo according to the task type, the proportion of tasks with and without a picture or visual representation, and according to the curriculum domain. At the end of the paper, an analysis of the tasks in the mathematical competition Mathematical Kangaroo is presented. The results indicate that, in terms of activity, the most represented tasks are the interpretative ones. According to complexity, the most common are connecting tasks, and according to context, realistic tasks are most often found. Most tasks contain a picture or a visual representation. The curriculum domain that is most represented in the tasks is the domain C-Shape and Space.

Key words: giftedness, mathematical giftedness, teaching methods, additional mathematics classes, mathematical competitions, competition "Mathematical Kangaroo"

## 1. UVOD

Učitelji imaju veliku ulogu u životima učenika. Svaki učenik je poseban i drugačiji, a zadatak učitelja je da dopre do svakog učenika i razvija njegov potencijal. To je velik izazov za učiteljsku profesiju jer je pritom važno posvetiti se i učenicima s teškoćama te darovitim učenicima. Osim darovitih učenika, postoje i učenici koji pokazuju poseban interes u određenom području. Njima također treba pristupiti na adekvatan način kako bi nastavili razvijati interes za to područje, a samim time i stekli dodatna znanja i vještine. Učitelj, u suradnji sa stručnim suradnicima, treba znati prepoznati potencijalno darovite učenike i raditi s njima u skladu s njihovim mogućnostima i interesima kako bi se razvijala njihova darovitost. Darovitost, osim što je važna za pojedinca, važna je i za društvo. Daroviti pojedinci mogu biti pokretači promjena u društvu upravo zbog svojih sposobnosti, kreativnosti i inovativnosti. Darovitost se može manifestirati kroz razna područja i na razne načine. Specifična vrsta darovitosti je matematička darovitost koja je detaljno objašnjena u ovom radu. Matematika ima neke svoje osobine kao npr. zahtijeva preciznost, kreativnost, apstraktnost, univerzalnost. Zbog toga se matematički daroviti učenici mogu prepoznati u skladu s tim karakteristikama. Nakon identifikacije darovitih učenika, važno je odabrati odgovarajuće metoda rada s darovitim učenicima. Zadatci i način rada trebaju ih dodatno zainteresirati i motivirati kako bi se njihova darovitost mogla razvijati.

Osim unutar redovne nastave, s matematički darovitim učenicima radi se i tijekom dodatne nastave matematike. Dodatna nastava matematike je oblik dodatne obrazovne podrške koji se provodi izvan redovne nastave, a uključuje one učenike koji imaju interes i želju za razvijanjem potencijala iz matematike. Dodatna nastava matematike treba učenicima pružiti razvijanje njihovih potencijala i interesa za matematiku kroz zabavne načine i metode rada. Između ostalog, na dodatnoj nastavi matematike učenike se priprema i za razna natjecanja. Matematička natjecanja u Hrvatskoj se održavaju od 1959. godine, a natjecanje Klokan bez granica provodi se od 1999. godine i okuplja predstavnike više od 80 država. Natjecanje Klokan bez granica ima cilj poticati interes za matematiku među mladima kroz zabavan pristup.

Cilj ovog diplomskog rada je objasniti darovitost, posebice matematičku darovitost te upoznati načine rada s darovitim učenicima i na kraju uočiti i analizirati zadatke natjecanja Klokan bez granica s obzirom na matematičku domenu, vrstu zadatka te omjer zadataka sa slikom i bez nje. Analiza matematičkih zadataka važna je za unaprjeđenje nastavnog procesa.



U drugom poglavlju ovog rada objašnjava se pojam darovitosti i navode se teorije darovitosti. Posebno je objašnjena matematička darovitost i karakteristike matematički nadarenih učenika. U trećem poglavlju opisuje se pojam dodatne nastave matematike, njezina svrha, cilj i ustroj. O matematičkim natjecanjima bit će riječi u četvrtom poglavlju. Postoje mnoga matematička natjecanja u Hrvatskoj, a neka od njih detaljno su opisana u ovom radu. U petom poglavlju analizirani su zadatci matematičkog natjecanja Klokan bez granica s obzirom na matematičku domenu, vrstu zadataka te omjer zadataka sa slikom i bez nje.

## **2. MATEMATIČKA DAROVITOST**

### *2.1. Darovitost*

Razni autori različito definiraju pojam darovitosti kod djece. Kao sinonimi za riječ darovitost koriste se riječi: natprosječnost, nadarenost, obdarenost, genijalnost, talentiranost. Među ovim riječima najčešća istoznačnica je nadarenost (Kadum, Hozjan, 2015).

Suzić (2005) definira darovitost prema skupinama:

1. darovitost usmjerena na intelektualnu komponentu
2. darovitost poistovjeđena s kreativnošću
3. darovitost kao skup visoko razvijenih sposobnosti, kreativnosti, osobina ličnosti i učinkovitog okruženja.

Ukoliko se darovitost definira s naglaskom na intelektualnu komponentu, tada je značajan pokazatelj darovitosti kvocijent inteligencije. Prema toj definiciji daroviti su oni koji posjeduju visok kvocijent inteligencije (Skupnjak, 2019). Darovitost kao skup visoko razvijenih sposobnosti, kreativnosti, osobina ličnosti i učinkovitog okruženja znači da pojedinac posjeduje razvijene sposobnosti i osobine koje može primijeniti u svakodnevnom životu (Skupnjak, 2019).

Prema Huzjaku (2008) darovito dijete jest dijete koje je rođeno s neuobičajenom sposobnošću da svlada određeno područje (ili područja). Pojam genij je ekstremnija verzija darovitoga djeteta koje stvara na stupnju odrasle osobe iako je još uvijek dijete (Huzjak, 2008).

Ellen Winner (2005) pod izrazom „darovitost” obuhvaća djecu s ovim obilježjima:

1. brže napredovanje od prosjeka – darovita djeca pokazuju prijevremenu razvijenost koja se može manifestirati u raznim područjima. Oni pokazuju brži razvoj nekih sposobnosti u odnosu na svoje vršnjake. Područja u kojima može biti vidljiva prijevremena razvijenost su matematika, ranije usvajanje početnog čitanja i pisanja, jezično izražavanje, glazba, likovna umjetnost, sport i sl.

2. viša kvaliteta postignuća, drugačiji putovi učenja, samostalnost i samopouzdanje – Kao što je već spomenuto kod darovite djece vidljiv je brži razvoj određenih sposobnosti. Osim toga darovita djeca samostalno pronalaze svoje načine i putove rješavanja problema i učenja. Oni su samopouzđani i sigurni u svoje načine rješavanja i učenja.

3. visoka motiviranost - Kod darovite djece vidljiva je intrinzična motiviranost. To znači da je motivacija ponašanje koje se izvodi radi sebe samog, radi vlastitog zadovoljstva. Darovite ne treba nagovarati na rad i trud, jer je njihova želja za postignućem dovoljno motivirajuća. Njih ne motivira neki vanjski čimbenik poput nagrade ili ocjene, već njihova želja za učenjem i istraživanjem novog.

Daroviti se najčešće ističu u jednom području. Prema Korenu (1989) područja darovitosti su:

1. opće intelektualne sposobnosti – bogat rječnik, visok stupanj inteligencije, znatiželja
2. stvaralačke sposobnosti - originalnost, kreativnost, improvizacija
3. sposobnosti za pojedina nastavna i znanstvena područja – brzo usvajanje vještina i znanja, obaviještenost o području vlastitog interesa
4. socijalne i rukovodne sposobnosti – dominacija, organizacijske sposobnosti, prihvaćanje odgovornosti
5. sposobnosti za pojedina umjetnička područja – sposobnost opažanja i motorne koordinacije, izražavanje preko plesa, glazbe, glume
6. psihomotorne sposobnosti – preciznost pokreta, dobra koordinacija, dobre manipulativne vještine.

Istraživanja darovitih većinom su usmjerena na intelektualni razvoj, a manje na emocionalni razvoj. Iako je kod darovite djece intelektualni razvoj puno napredniji od njihovih vršnjaka, emocionalni razvoj je sporiji (Skupnjak, 2019). Darovita djeca razlikuju se od ostale djece po mnogim karakteristikama i upravo iz tog razloga dolazi do određenih

socijalnih i emocionalnih poteškoća. Kod darovite djece često je vidljiva hipersenzitivnost odnosno preosjetljivost, između ostalog i u emocionalnom funkcioniranju. U socijalnom i emocionalnom funkcioniranju postoje unutarnje i vanjske karakteristike razvoja. Jedna od značajnih unutarnjih karakteristika darovitih je neujednačen razvoj. Često dolazi do visokih očekivanja odraslih jer je dijete na visokoj kognitivnoj razini, no afektivno na nižoj. Odrasli očekuju zrelo ponašanje upravo iz tog razloga. Druga karakteristika je težnja savršenosti. Daroviti imaju visoka očekivanja od sebe, zadaju si vrlo visoke ciljeve te su veoma samokritični. Česta osobina afektivnog razvoja darovitih je multipotencijalnost. Ona označava izvrsnost u mnogo različitih područja. Dakle, daroviti puno očekuju od sebe, no vrlo je zahtjevno biti uspješan u mnogo područja jer iziskuje puno vremena, rada i truda. Također, darovitim učenicima ovo stvara stresne situacije i problem kod odabira zanimanja. Vanjske karakteristike odnose se na društvo, kulturu, norme te očekivanja okoline u kojoj žive. Zbog toga daroviti imaju potrebu za druženjem s darovitom djecom, potrebu za druženjem te potrebu za priznanjem (Kadum i Hozjan, 2015). Učitelj treba znati prepoznati emocionalne probleme i potrebe darovitih učenika kako bi na njih mogao adekvatno odgovoriti (Skupnjak, 2019).

Postoje potencijalni uzroci afektivnih problema kod učenika te se oni mogu podijeliti u tri skupine:

1. Okolinski problemi koji se odnose na školu i nastavni proces. Daroviti učenici vrlo često ne vole školu jer se pred njih ne stavljaju dovoljno izazovni zadatci odnosno zadatci primjereni njihovom kognitivnom razvoju. Zbog toga darovitim učenicima u školi često bude dosadno, a njihov potencijal nije ispunjen.

2. Interpersonalni problemi koji nastaju zbog stavova vršnjaka, roditelja i učitelja o njima. Doživljava ih se kao „drugačije“. Zbog toga oni ponekad žele prikriti svoje potencijale jer se žele osjećati prihvaćeno. Određeni problemi nastaju i zbog nerealnih očekivanja odraslih.

3. Intrapersonalni problemi vezani su uz učenikovo poimanje sebe, samopoštovanje, samopouzdanje te samoprihvatanje. Razvoj ovih osobina može pozitivno ili negativno utjecati na učenikov emocionalni razvoj (Kadum i Hozjan, 2015).

Identifikacija darovite djece i učenika složen je postupak koji se treba kontinuirano provoditi s ciljem prepoznavanja i zadovoljenja odgojno-obrazovnih potreba darovitih te poticanja njihovih potencijala odgovarajućom podrškom u odgojno-obrazovnome sustavu

(Ministarstvo prosvjete, kulture i športa, 2014, Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika). Važno je razlikovati učenike visokih postignuća od identificiranih darovitih učenika. Učenici visokih postignuća brzo i s lakoćom usvajaju nastavni sadržaj, točni su kod izvršavanja zadataka, brzo usvajaju informacije i lako pamte. Iako ti učenici nisu identificirani kao daroviti, mnogi postupci i metode za rad s darovitim učenicima mogu se koristiti i u radu s njima (Burušić i Šerepac, 2019).

Postoje razni testovi za ispitivanje različitih područja darovitosti. Za ispitivanje prostornih sposobnosti koriste se testovi mentalnih rotacija slikom. Djeca koja su matematički darovita najbolje pamte prostorne, vizualne i numeričke informacije, dok djeca s visokim verbalnim sposobnostima najbolje pamte riječi. Kod učenja jezika, matematike te umjetničkih područja likovne umjetnosti i glazbe postoje pravila i strukture koje omogućuju učenje istaknutih pravilnosti. Za testiranje likovnih sposobnosti vrlo često se koristi Goodenoughov test „Nacrtaj čovjeka” (Huzjak, 2008).

Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2022) objavilo je Smjernice za rad s darovitom djecom i učenicima. U tom dokumentu se darovito dijete opisuje kao ono kod kojeg su utvrđene iznadprosječne opće intelektualne sposobnosti i/ili specifične sposobnosti, visok stupanj kreativnosti i motivacije te dosljedno postizanje izrazito iznadprosječnih postignuća i/ili uradaka u jednom ili više područja. Pojam darovitosti definirali su kao sklop osobina, iznadprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji darovitim omogućava razvijanje izvrsnih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito iznadprosječnih postignuća i/ili uradaka u jednome ili više područja (Ministarstvo prosvjete, kulture i športa, 2014, Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika)

## *2.2. Teorije darovitosti*

Definicije pojma darovitosti proizlaze iz teorija te je za razumijevanje pojma darovitost nužno proučiti različite teorije i objašnjenja. Tijekom uočavanja teorijskih modela darovitosti vidljiva su četiri razdoblja. Prvo razdoblje usmjereno je na definiranje darovitosti kao one koja je usmjerena na iznimno visoke opće sposobnosti (Burušić i Šerepac prema Kaufman i Sternberg, 2019). Jedan od začetnika istraživanja darovitih je Francis Galton koji je istraživao „genije.“ Došao je do zaključka da geniji imaju urođene iznimno visoke sposobnosti. U ovom razdoblju darovitost je istraživao i Charles Spearman koji je na temelju testova kognitivne sposobnosti pretpostavio postojanje urođene opće inteligencije. Alfred

Binet i Theodore Simone radili su test koji bi pomogao u identifikaciji darovitih učenika. Lewis Terman je njihov test prilagodio i koristio u školi kod identifikacije darovitih pojedinaca (Burušić i Šerepac, 2019). Lewis Terman je prvi počeo sustavno istraživati darovitost. Započeo je istraživanje 1921. godine sa 1500 djece i pratio ih je cijeloga njihovog života. Rezultati su pokazali da populacija sadrži 1% darovitih pojedinaca, kod čega je naglasak na verbalnoj, matematičkoj, logičkoj i prostornoj inteligenciji. Prosječna inteligencija koja se dobiva tim testom jest između 90 i 109 bodova, a ispitanici su varirali od 135 do 196, s prosjekom od 150 (Huzjak, 2008). Uočeno je da su dječaci u osnovnoj školi u većem postotku matematički nadareni od djevojčica. Što se tiče fakulteta, mladići pokazuju bolje rezultate u matematici i fizici (Čudina-Obradović, 1990).

Dakle, prvi opisi darovitosti usmjerili su se na neko specifično obilježje koje se pojavljuje te su došli do zaključka da je to obilježje visoka opća inteligencije. Na temelju toga razvijen je psihometrijski pristup, uz pomoć kojeg su izrađeni testovi općih i specifičnih sposobnosti (Burušić i Šerepac, 2019).

U drugom razdoblju određenje darovitosti proširuje se i uočavaju različita područja darovitosti. Louis Thurstone je prepoznao sedam različitih sposobnosti: verbalno razumijevanje, verbalna fluentnost, numerička fluentnost, perceptivna brzina, specijalna vizualizacija, induktivno zaključivanje i asocijativno pamćenje. Uslijed toga provedena su mnoga istraživanja koja su ispitivala povezanost ljudske prirode i strukture inteligencije, usmjerene na utvrđivanje odnosa općih i specifičnih sposobnosti. Važna istraživanja u ovom razdoblju proveli su Raymond Cattell, John Carroll, Robert Sternberg i Howard Gardner. Tijekom ovih istraživanja došli su do zaključka da su za objašnjavanje darovitosti, uz opću inteligenciju, važne i specifične sposobnosti koje daroviti pojedinac može posjedovati (Burušić i Šerepac, 2019).

U trećoj skupini darovitost je objašnjena kao sustav psihičkih procesa i svojstava pojedinca. Uzimaju se u obzir određena svojstava koja utječu na razvoj pojedinca. Robert Sternberg u svom WISC modelu uočava tri važna pokazatelja darovitosti: kreativnost, mudrost i inteligencija. Joseph Renzulli darovitost dijeli na školsku i kreativno-produktivno. Glavni pokazatelj školske darovitosti su izvrsni rezultati i postignuća školskih testova. Kreativno-produktivna darovitost očituje se u tome da pojedinci osim što su sposobni za usvajanje znanja, sposobni su i za stvaranje novih spoznaja i ideja. U Renzullijevu troprstenom modelu darovitost je objašnjena kao fenomen koji obuhvaća iznadprosječne opće

ili specifične sposobnosti, razvijenu kreativnost te predanost zadatku (Burušić i Šerepac, 2019).

Posljednja skupina kod objašnjavanja darovitosti uzima u obzir razvojni aspekt darovitosti te okolinske čimbenike koji u međudjelovanju s unutarnjim čimbenicima pojedinca dovode do darovitosti. Teorije posljednje skupine su model darovitosti Franza Monksa, diferencirani model darovitosti i talenta Gagnea, model zvijezde Tannebauma te Munchenski model darovitosti (Burušić i Šerepac, 2019). Franz Monks je proširio Renzullijev troprsteni model darovitosti, a temelji se na području razvojne psihologije. Polazi se od pretpostavke da se ljudi rađaju s određenim sposobnostima koje se tijekom života razvijaju i pod utjecajem su okolinskih činitelja koji mogu olakšati ili otežati razvoj njihovih sposobnosti. U ovaj model osim, osim inteligencije, kreativnosti i predanosti zadatku, uključeni su vršnjaci, škola i obitelj (Burušić i Šerepac, 2019). Nadalje, Tannenbaum postavlja „teoriju zvijezde.” Nosi taj naziv jer on navodi pet karakteristika o kojima ovisi darovitost: opća sposobnost (inteligencija), posebne sposobnosti, potporne osobine (osobine osobnosti), potpora okoline i slučaj (šansa). On procjenjuje 10% nadarenih u ukupnoj populaciji (Huzjak, 2008).

### *2.3. Matematička darovitost*

Darovitost se može očitovati u raznim područjima, jedno od njih je matematika. Školska matematika se bavi proučavanjem brojeva, količina, prostora i oblika, njihovih međusobnih odnosa i operacija (Hrvatska enciklopedija). Matematički nadareni učenici pokazuju izvrsne rezultate upravo iz navedenih područja. Važno je naglasiti da izvrsni rezultati rješavanja matematičkih zadataka nisu jedini pokazatelji matematičke darovitosti.

Matematička darovitost razvija se iz logičko-matematičke sposobnosti koja se poistovjećuje s općom intelektualnom sposobnošću. Sve vrste darovitosti pa tako i matematička razvijaju se pod utjecajem obiteljskih faktora, kulturnih te okolinskih faktora koji utječu na razvoj, unutrašnjih potreba i interesa pojedinca. Svi navedeni faktori su u međusobnom utjecaju na razvijanje darovitosti (Čudina-Obradović, 1990).

Čudina-Obradović (1990) objašnjava matematičku sposobnost kao aktivaciju sljedećih sposobnosti:

1. numerička sposobnost

2. sposobnost pamćenja i planiranja
3. sposobnost prostornog predočavanja
4. sposobnost logičkog zaključivanja i uočavanja veza.

Numerička sposobnost objašnjava se kao sposobnost razumijevanja brojevnih simbola, matematičkih oznaka za matematičke operacije, matematičke operacije, pojma količine te sposobnost čitanja i pisanja matematičkih simbola (Kadum i Hozjan, 2015). Numerička sposobnost odvojena je od verbalne sposobnosti, npr. pojedinci nakon moždane ozljede mogu izgubiti numeričku sposobnost, a da je i dalje prisutna verbalna sposobnost odnosno sposobnost govora. Također, vrijedi i suprotno, kod moždanih ozljeda nekada dolazi do gubljenja govorne sposobnosti, a da ljudi i dalje pritom mogu imati numeričku sposobnost, odnosno da i dalje mogu računati iako ne mogu govoriti. Dakle, te sposobnosti su svakako odijeljene jedna od druge, budući da je lijeva hemisfera mozga zadužena za verbalne sposobnosti, a desna za numeričku sposobnost. Druge sposobnosti koje pomažu u rješavanju numeričkih problema potječu iz aktivnosti različitih dijelova mozga, ne samo iz numeričkih sposobnosti. Zbog toga se ne može jasno lokalizirati matematička sposobnost u mozgu, već je mozak fleksibilniji u toj funkciji (Čudina-Obradović, 1990).

Killpatrick na svom modelu matematičke kompetencije opisuje višeslojnost osobina potrebnih za usvajanje matematičke kompetencije. Kod tog modela, matematička kompetencija prikazana je kao pletenica koja se sastoji od 5 jednako važnih niti: adaptivnog promišljanja, proceduralne fluentnosti, produktivne dispozicije, strateške kompetencije te konceptualnog razumijevanja (Burušić i Šerepac, 2019). Adaptivno promišljanje odnosi se na učenikove sposobnosti prilagodbe novim i nepredvidivim situacijama i uvjetima, učenikovo logičko promišljanje, refleksiju te objašnjavanje. Strateška kompetencija objašnjava se kao sposobnost formuliranja, prikazivanja te rješavanja problema na nove načine i uz pomoć novih strategija. Konceptualno razumijevanje i proceduralna fluentnost usko su povezane. Konceptualno razumijevanje odnosi se na učenikovo dubinsko shvaćanje koncepata, odnosa, operacija i veza. Proceduralna fluentnost označava točno i precizno korištenje procedura za rješavanje problema. Dakle, učenik s jedne strane mora ovladati proceduralnim radnjama, a u podlozi toga treba biti razumijevanje koncepata. Produktivna dispozicija odnosi se na razumijevanje matematike kao korisne, vrijedne i važne. Za ovu komponentu važni su učenikovi stavovi o sebi, svojoj efikasnosti i marljivosti. Sve navedene komponente važne su i međusobno usko vezane (Burušić i Šerepac, 2019).

Matematička darovitost nije sposobnost koju učenik ima ili nema, već potencijal koji je potrebno razvijati. Treba pratiti spoznajni razvoj i rast djeteta, poticati njegovu kreativnost te socio-emocionalni razvoj. Također, postoje okolinski čimbenici koji utječu na razvoj djetetovih sposobnosti. Sve navedeno treba uzeti u obzir kako bi se bolje razumjela matematička darovitost te kako bi ona bila maksimalno razvijena (Pavleković, 2009).

Matematika je znanost koja ima poseban status, zahvaljujući njezinoj logičkoj strukturi i alatima koje koristi. Zbog toga privlači darovite učenike od najranije dobi. Nažalost, događa se da djeca na početku školovanja imaju velik interes prema matematici no u višim razredima interes naglo pada. Postavlja se pitanje leži li problem u nastavnom gradivu kao takvom ili ipak u metodama rada koje učitelji i profesori koriste. Obrazovni sustav bi trebao prepoznati prednost koju matematika ima te pokušati zadržati interes prema matematici koji se javlja u početku školovanja (Elezović, 2005).

#### *2.4. Karakteristike matematički darovitih učenika*

Kao i druge vrste darovitosti, matematička se darovitost očituje u određenim karakteristikama. Karakteristike djece koja imaju matematičku darovitost mogu se uočiti u dvije faze: u djetinjstvu prije navršene 8.godine te u adolescenciji (Čudina-Obradović, 1990).

Karakteristike u djetinjstvu kojima se može naslutiti matematička darovitost se odnose na postavljanje svrhovitih pitanja te usamljene aktivnosti i sanjarenje (Čudina-Obradović, 1990). U djetinjstvu je sasvim uobičajeno da djeca postavljaju mnoštvo pitanja kao npr. zašto je trava zelena, koliko je zvijezda na nebu i sl. Za razliku od ostale djece, matematički darovita djeca postavljaju smisljena pitanja, pamte odgovore te ih koriste u svakodnevnom životu. Također, često budu nezadovoljna ukoliko je odgovor površan. Njih odnosi i događaji u okolini navode na postavljanje pitanja, npr. zašto se na cesti postavljaju iste vrste rupa u pravilnim razmacima i sl. Dakle, njihova pitanja su spontana i prouzročena njihovim iskustvom. Druga karakteristika je potreba da budu sami od ranog djetinjstva. U početnoj fazi razvoja, dijete se samo igra, dok kasnije ta igra postaje samostalna aktivnost istraživanja i čitanja. Matematički nadarena djeca neprestano razmišljaju i sanjare te se zato čini kao da nisu uvijek duhom prisutna. To je odlika budućih matematičara upravo iz razloga što se najveći dio njihovog rada odvija u glavi (Čudina-Obradović, 1990).

Karakteristike matematički darovitih učenika u adolescenciji su samostalno učenje i velike sposobnosti za matematiku i fiziku. Oni znanje stječu samostalnim učenjem i



istraživanjem. Često se događa da nisu dobri učenici u školi jer to nije područje njihovog interesa, no u područjima interesa ostvaruju nevjerojatne rezultate. Vole biti u kontaktu sa stručnjacima iz područja njihovog interesa te od njih učiti. Za razliku od djetinjstva kada više vole vrijeme provoditi sami, tijekom adolescencije njihovi socijalni odnosi uglavnom postaju sve bolji. Tijekom adolescencije takvi učenici dolaze u dodir s područjem prema kojem imaju interes te im raste motivacija. To je vrijeme kad je pojedinac shvatio sposobnosti kojima vlada te se upušta u daljnja istraživanja. Brzina napredovanja u ovom području je ključna (Čudina-Obradović, 1990).

Kadam i Hozjan prema Krutetsky (1976) dijele matematički darovite pojedince u tri skupine:

1. Analitički tip – Učenici koji se pretežno orijentiraju prema analizi, vole rješavati probleme korištenjem statistike i brojnih relacija. Oni su sposobni razumjeti složene matematičke formule i otkrivati skrivena značenja u brojevima i relacijama. U školi ti učenici češće pokazuju izvrsne rezultate iz aritmetike i algebre nego iz geometrije.
2. Geometrijski tip – Učenici koji se pretežno orijentiraju prema geometriji, vole vizualizirati probleme i traže rješenja kroz slike i grafike. Oni su često izuzetno sposobni u razumijevanju prostora i oblika, te razvijaju sposobnost geometrijske vizualizacije problema i otkrivanja skrivenih geometrijskih struktura u problemima.
3. Harmonijski tip - Učenici rješavaju probleme koristeći kreativnost i intuitivno razmišljanje. Oni su izuzetno sposobni u kombinatorici, topologiji i teoriji grafova, te su često sposobni povezati ideje koje drugima izgledaju nespojive. Ovaj tip smatra se kao ravnoteža analitičkog i geometrijskog tipa jer učenici mogu riješiti zadatke na oba načina, pomoću verbalno-logičke i vizualno-slikovite sposobnosti.

### *2.5. Rad s matematički darovitim učenicima*

Kao što nalaže Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika (Ministarstvo prosvjete, kulture i športa, 2014) osnovna škola darovitim učenicima omogućuje:

1. rad po programima različite težine i složenosti za sve učenike
2. izborne programe

3. grupni i individualni rad
4. rad s mentorom
5. raniji upis
6. akceleraciju ili završavanje osnovnog obrazovanja u kraćem vremenu od propisanog
7. izvannastavne i izvanškolske aktivnosti
8. kontakte sa stručnjacima iz područja interesa
9. pristup izvorima specifičnog znanja.

Model Hopkins je najpoznatiji program za razvijanje matematičke darovitosti te jedan od najstarijih programa općenito za darovite učenike. Model sadrži 2 programa: program osnovan na ubrzanom poučavanju te program osnovan na samostalnom radu. Programi su namijenjeni djeci 7. razreda osnovne škole (Kadum i Hozjan, 2015). Ubrzano poučavanje provodi se u posebnim razredima koji se sastaju jednom tjedno na tri sata. Učenici nakon predavanja dobivaju opsežnu zadaću kako bi samostalnim učenjem ponovili sve što su slušali na predavanju. Kod ovog oblika programa dvije godine programa se svladavaju u jednoj godini. Samostalan program uključuje organiziran mentorski rad u intenzivnim ljetnim tečajevima. Svakom učeniku se pristupa individualno kako bi napredovao. Svaki učenik rješava test kojim se utvrđuju jače i slabije strane učenika te se u skladu s tim izrađuje individualni program. Učenik uči uz mentora te vodi razne diskusije s drugim učenicima. Ovaj program pokazao se jako učinkovitim (Pavleković, 2009).

Kod rada s matematički darovitim učenicima Pavleković (2009) ističe učenje otkrivanjem. Učenje otkrivanjem je metoda aktivnog učenja i poučavanja. Učitelji zadaju zadatak, a učenici metodom pokušaja, pogreške pokušavaju pronaći način na koji bi riješili zadatak koristeći se svojim predznanjem i naučenim postupcima rješavanja.

Pavleković (2009) predlaže rad na matematičkim otkrićima s učenicima nižih razreda u okviru sljedećih tema:

1. domišljato računanje i induktivno zaključivanje;
2. veličine i mjerenja;

3. ravnina, prostor i oblici;
4. usvajanje matematičkih koncepata mjerenjem;
5. sređivanje i obrada podataka.

Računanje je bitno u matematičkom zaključivanju, no nije najvažnije. Kao čimbenici matematičke darovitosti u nižim razredima navedeni su domišljatost i brzina računanja (Pavleković, 2019). Matematički daroviti učenici mogu pronaći svoje načine rješavanja zadataka te uz pomoć naučenih postupaka riješiti drugačiju vrstu zadatka. Pavleković (2009) na primjeru zadatka sa školskog natjecanja četvrtih razreda tumači kako bi taj zadatak riješio učenik prosječnih sposobnosti riješio, a kako potencijalno darovit učenik.

Zadatak: Prikaži broj 12 kao umnožak prirodnih brojeva tako da i zbroj tih faktora bude 12. Ispiši sve mogućnosti. (Pavleković, 2009, str. 69)

Rješenje: Učenik prosječnih sposobnosti drži se ideje:  $3 \cdot 4 = 12$  no nije mu jasno jer  $3 + 4 = 7$ , a ne 12, također je i  $2 \cdot 6 = 12$ , ali  $2 + 6 = 8$ .

Potencijalno darovit učenik riješit će zadatak u cijelosti:  $12 = 2 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

$$2 + 6 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$$

$$12 = 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$3 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$$

$$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 12$$

Učenici se s mjerenjem i procjenom susreću u svakodnevnom životu. To su aktivnosti koje učenike motiviraju na proučavanje veza iz okoline. Učenici određuju i mjere obujam geometrijskih tijela te nepravilnih tijela, pronalaze polovišta stranica različitih likova, itd. Učenici prije mjerenja daju svoje procjene o približnim vrijednostima.

Prema istraživanjima Pavleković (2009) zaključuje da učenici četvrtih razreda pokazuju odlične rezultate u aritmetici, geometriji i drugim, ali i u nematematičkim sadržajima kao što su prirodoslovlje i zbivanja iz razreda. Oni pokazuju i izvrsne rezultate

kod grafičkog prikazivanja. Darovite učenike treba poticati na promišljanja i traženja novih rješenja sadržajima prikazivanja podataka, kombinacijama situacija i vjerojatnosti. Grafički prikazi su nešto što učenici viđaju u reklamama, obavijestima i drugim medijima te je važno da ih učenici znaju tumačiti. Sustavna prebrojavanja, slaganja lego kockica, igranje sudoku i kakuro križaljki utječu na njihove kombinatorne sposobnosti (Pavleković, 2009).

Matematički daroviti učenici i učenici koji pokazuju interes za matematiku spadaju u skupinu učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama. Njihov potencijal i interes nužno je razvijati i poticati, no unutar redovne nastave nije uvijek moguće uz ostvarivanje kurikulumskih ishoda individualno pristupiti tim učenicima. Upravo iz tog razloga ustrojava se dodatna nastava matematike gdje se učitelj može posvetiti upravo tim učenicima.

### **3. DODATNA NASTAVA MATEMATIKE**

#### *3.1. Dodatna nastava*

Zakon o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi (2019 ) nalaže da je škola dužna organizirati dodatnu nastavu za učenike koji ostvaruju iznadprosječne rezultate ili pokazuju interes za određeno područje. Učenik se za dodatnu nastavu uključuje svojom voljom. Uspješnost dodatne nastave osim o kvaliteti i opsegu odgojno-obrazovnih i nastavnih sadržaja, i oblicima nastavnoga rada, ovisi i o stupnju osposobljenosti učitelja za primjenu najprikladnijih oblika, metoda i sredstava školskoga, nastavnoga i izvanškolskog rada. Učitelji trebaju biti osposobljeni za rad u svim oblicima nastavnog rada te u svim vidovima odgoja i obrazovanja: frontalnom, skupnom i individualiziranom radu s učenicima (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta, 2014, Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika).

#### *3.2. Dodatna nastava matematike*

Prema Mišurac-Zorica i Rožić (2016) dodatna nastava matematike je oblik nastave namijenjen učenicima koji žele ili imaju potrebu za produblivanjem i proširivanjem znanja iz područja matematike. U ovaj oblik nastave ne uključuju se samo daroviti učenici već svi koji pokazuju interes i želju za ovim oblikom nastave. Ovaj oblik nastave omogućuje svakom učeniku napredak prema njegovim individualnim sposobnostima. Dodatna nastava matematike treba kod učenika pobuditi dodatnu motivaciju. Ključno je koristiti odgovarajuće

metode i oblike rada kako bi učenici s velikom dozom zainteresiranosti dolazili na dodatnu nastavu matematike (Jurasić, 2013). Načela početne nastave matematike, pa tako i dodatne nastave matematike su: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, načelo individualizacije, načelo postupnosti i načelo objektivne realnosti (Markovac, 1990). U skladu s načelom individualizacije, s darovitim učenicima se radi u manjim skupinama kako bi se učitelj mogao posvetiti svakom učeniku i njegovim potrebama. Načelo zornosti i vlastite aktivnosti zahtijevaju od učitelja da se darovite učenike potiče na samostalno učenje i otkrivanje, produbljivanje sadržaja iz redovne nastave (Burušić i Šerepac, 2019).

### *3.3. Ciljevi i zadatci dodatne nastave matematike*

Markovac (1990) navodi tri važna djela matematičkog odgajanja i obrazovanja: usvajanje matematičkih sadržaja, razvijanje psihičkih sposobnosti te formiranje pozitivnih svojstava učenikove ličnosti. Usvajanje matematičkih pojmova uključuje sadržaje prirodnih brojeva, odnosa među brojevima, računске operacije brojevima, geometrijske pojmove itd. Razvijanje psihičkih sposobnosti kao što su pamćenje, pažnja, promatranje, mišljenje, razvijanje misaonih operacija s brojevima, sinteza i sl. Matematika također zahtjeva razvoj sposobnosti kao što su urednost, točnost, upornost, korištenje geometrijskog pribora i dr.

Kao i u redovitoj nastavi matematike, tako i u dodatnoj nastavi matematike postoje određeni ciljevi takvog oblika nastave. Cilj dodatne nastave matematike je razvijanje matematičkog zaključivanja i korištenje matematike u svakodnevnom životu, ali i popularizacija matematike. Dodatna nastava matematike omogućava učenicima stjecanje šire obrazovne osnove koja im može pomoći kod razumijevanja i usvajanja drugih sadržaja prirodnih i društvenih znanosti (Mišurac-Zorica i Rožič, 2015).

Bitno je da ovakav oblik nastave bude motivirajući za učenike. Trebaju naučiti koristiti matematiku u svakodnevnom životu. Na dodatnoj nastavi matematike učenici se bave i „zabavnom“ matematikom što uključuje razne križaljke, mozgalice i slično čime kroz igru usvajaju matematičko zaključivanje. Također, sadržaj se produbi u odnosu na redovitu nastavu i time omogućuje lakše usvajanje prirodnih i društvenih znanosti. Učenike treba usmjeriti na korištenje raznih izvora znanja. Radi se na samostalnosti učenika, preciznosti, točnosti, urednosti te ostalim sposobnostima važnim za matematiku. Tijekom dodatne nastave matematike učenike se priprema za razna matematička znanja na način da se rješavaju raznovrsni zadatci s natjecanja (Jurasić, 2013).

### *3.4. Ustroj dodatne nastave matematike*

Dodatna nastava matematike održava se tjedno jedan sat (Jurasić, 2013). U odnosu na redovitu nastavu matematike, dodatna nastava matematike nudi prednosti budući da se radi o manjoj skupini učenika te je atmosfera puno opuštenija. Uključeni su učenici koji pokazuju interes za matematiku i koji imaju visoku motivaciju za dodatno učenje matematike. Na dodatnoj nastavi matematike nema ocjenjivanja, ali prati se napredak djeteta prema rezultatima matematičkih natjecanja i izvješća učitelja koji uključuje sustavno praćenje učenikovih sposobnosti, postignuća, uspjeha i interesa. Mogu se pripremiti i anketni upitnici za učenike kako bi učitelj dobio povratnu informaciju o radu i napretku učenika na dodatnoj nastavi matematike. Anketni upitnici se koriste u cilju podizanja samopouzdanja, motivacije za daljnje učenje te povećanje uspješnosti i napretka učenika. Još jedna prednost je što program dodatne nastave matematike nije strogo određen stoga učitelj ima autonomiju nastavu prilagoditi individualnim mogućnostima i interesima učenika (Jurasić, 2013).

Učitelj kao kreator i izvođač dodatne nastave matematike trebao bi posjedovati neke sposobnosti kojima bi učenike zainteresirao i privukao matematičari. Važno je da učitelj razumije emocionalnu i socijalnu te edukativnu potrebu djeteta. Učitelj treba biti entuzijastičan za proučavanje matematike i treba imati dobru komunikaciju s djecom. Predmet poučavanja treba znati prikazati na zabavan i koristan način, npr. preko edukativnih igara i uz zadatke može objasniti korisnost tih zadataka za svakodnevni život. Učitelj mora biti samouvjeren i siguran u svoj rad, ali također treba biti motivator i dobar slušač (Mišurac-Zorica i Rožič, 2015).

Kao što je navedeno dodatna nastava matematike ostvaruje razne zadatke, a među mnogima je i priprema za matematička natjecanja. Učitelj priprema učenike za razna matematička natjecanja o kojima će biti riječ u sljedećem poglavlju.

## **4. MATEMATIČKA NATJECANJA**

Pristup kojim se najčešće prepoznaju matematički daroviti učenici su matematička natjecanja. Prvo matematičko natjecanje za osnovne škole održalo se u Rumunjskoj 1885. godine, a nakon njega matematičko natjecanje J. Eotwos u Mađarskoj 1896., kasnije preimenovano u natjecanje Kurshak. Prvo državno natjecanje u Hrvatskoj za učenike srednjih škola održano je 1959. godine. Šest godina kasnije, 1965. srednjoškolsko natjecanje prošireno je na učenike sedmih i osmih razreda osnovne škole. Učenici petih i šestih razreda obuhvaćeni

su općinskim natjecanjima od 1974. godine, a od 1992. u ista natjecanja uključeni su učenici četvrtih razreda osnovne škole. Od 1994. godine učenici četvrtih, petih, šestih, sedmih i osmih razreda uključeni su i na županijska natjecanja (Pavleković, 2009).

Jagoda Brkić, Nevenka Dravinac, Josipa Luketić i Ignacije Smolec napisali su prvu knjigu na hrvatskom jeziku o matematičkim natjecanjima pod nazivom Matematička takmičenja učenika škola II stupnja u SRH. Knjiga je izdana u Zagrebu 1966. godine. O provedbi matematičkih natjecanja u Hrvatskoj brine Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske, Agencija za odgoj i obrazovanje te Hrvatsko matematičko društvo. Povjerenstvo za organizaciju i provedbu matematičkih natjecanja sastavlja zadatke za matematička natjecanja (Pavleković, 2009).

#### *4.1. Matematička natjecanja Agencije za odgoj i obrazovanje*

Matematička natjecanja za učenike od 4. razreda osnovne škole do 4. razreda srednje škole organizira Hrvatsko matematičko društvo s Agencijom za odgoj i obrazovanje te Ministarstvom znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske. Natjecanja se provode u 4 razine: školska, općinska odnosno gradska, županijska te državna odnosno regionalna razina (Elezović, 2007). Na internetskim stranicama Agencije za odgoj i obrazovanje objavljuje se vremenik i katalog natjecanja i smotri za tekuću školsku godinu te obavijesti o sadržaju za pojedino natjecanje i način izbora ekipa za međunarodna natjecanja.

Svaka škola organizira školsko natjecanje iz matematike za sve zainteresirane učenike. Školska natjecanja organizira i provodi školsko povjerenstvo, a zadatke priprema državno povjerenstvo. Državno povjerenstvo također daje detaljne upute za pripremu i provedbu natjecanja. Školska natjecanja održavaju se u isto vrijeme u svim školama u Hrvatskoj. Učenici osnovnih škola imaju 120 minuta za rješavanje ispita, a učenici srednjih škola 180 minuta. Učenici koji su postignuli zadovoljavajuće rezultate, idu u daljnji tijek natjecanja, odnosno na općinska/gradska ili županijska natjecanja (Jurasić, 2013).

U većim gradovima kao što su Zagreb, Split, Rijeka mogu se održavati gradska natjecanja na kojima sudjeluju učenici koji su prošli selekciju u školama, odnosno pokazali odlične rezultate na školskim natjecanjima. Natjecanja se održavaju po jedinstvenim kriterijima i s jedinstvenim zadacima za svaku kategoriju natjecanja. Zadatke sastavljaju članovi državnog povjerenstva za matematička natjecanja. Učenici koji su postigli zadovoljavajuće rezultate pozivaju se na županijska natjecanja (Elezović, 2007).

Županijska natjecanja organizira županijsko povjerenstvo zajedno s županijskim stručnim vijećima učitelja i nastavnika matematike koji rade u toj županiji. Zadatke priprema državno povjerenstvo za natjecanja iz matematike. Ono predsjednicima županijskih povjerenstava šalje obavijesti i upute za organiziranje natjecanja. Županijska povjerenstva izvještaje šalju državnom povjerenstvu (Elezović, 2007).

Najbolje plasirani učenici petih, šestih, sedmih i osmih razreda osnovne škole te svih razreda srednje škole pozivaju se na državna natjecanja. Susret za državna natjecanja uključuje: rješavanje problemskih zadataka, seminar za učitelje, nastavnike odnosno mentore te utvrđivanje kandidata za članove Međunarodno matematičke olimpijade te Srednjoeuropske matematičke olimpijade. Svim učenicima koji pristupaju državnom natjecanju dodjeljuje se mentor. Mentor može biti učitelj ili nastavnik redovite ili dodatne nastave matematike (Elezović, 2007).

#### *4.2. MAT liga*

MAT liga ekipno je matematičko natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola. Cilj natjecanja je popularizacija matematike, veća motivacija učenika i njihovih mentora u radu te poticanje zajedništva i timskog rada i suradnje. Organizator natjecanja je MAT, obrt za poduku, vlasnice profesorice matematike Maje Zelčić (Antonija Horvatek, n.d.).

#### *4.3. Klok an bez granica*

Međunarodno natjecanje Klok an bez granica organizira međunarodna udruga koja okuplja 80 država svijeta. Sve je započelo 80-ih godina prošlog stoljeća kada je profesor O`Halloran pokrenuo novi tip natjecanja u australskim školama. Novi tip natjecanja uključivao je zadatke višestrukog izbora te raznovrsne i kreativne zadatke. Računalo je ispravljalo zadatke i omogućeno je da velik broj učenike rješava zadatke u isto vrijeme. Ideja je doživjela ogroman uspjeh. Nakon njega, dva francuska profesora uvode slično natjecanje pod nazivom Klok an. U lipnju 1993. održan je sastanak predstavnika 8 zemalja Europe: Bjelorusija, Mađarska, Rumunjska, Nizozemska, Poljska, Rusija, Španjolska te Francuska. Navedene države su odlučile organizirati natjecanje Klok an i u svojim državama. Nadalje, 1994. godine u Strasbourgu osnovana je udruga Klok an bez granica čiji je glavni cilj bio popularizacija matematike. Natjecanje se provodilo u 5 službenih kategorija: skupina E (Ecoliers) za učenike 4. i 5. razreda osnovne škole, skupina B (Benjamins) za učenike 6. i 7. razreda osnovne škole,



skupina C (Cadets) za učenike 8. razreda osnovne škole te 1. razreda srednje škole, skupina J (Juniors) za učenike 2. i 3. razreda srednje škole te skupina S (Students) za učenike 4. razreda srednje škole. Osim navedenih država, natjecanju se pridružuju i određene države Sjeverne i Južne Amerike te Azije (Marić, 2012).

Prvo eksperimentalno natjecanje u Hrvatskoj provedeno je 18. ožujka 1999. godine pod pokroviteljstvom Ministarstva prosvjete i športa u organizaciji Hrvatskog matematičkog društva. U natjecanju je sudjelovalo 1000 učenika osnovnih škola te 1000 učenika srednjih škola. Natjecanje je provedeno u kategorijama E, B, C i J. Svaki sudionik dobio je mali poklon, a 200 najboljih dobilo je nagrade. Godinu nakon, 2000. ponovno je provedeno natjecanje u 33 osnovne i 17 srednjih škola te ukupno 4862 učenika. U E kategoriji bilo je 24 zadataka, a u svim ostalim 30. 2001. godine dodana je i kategorija S u Hrvatskoj. Nadalje, 2003. godine broj zadataka za sve kategorije promijenjen je na 24, a vrijeme pisanja je 75 minuta za sve kategorije. Nova neslužbena kategorija Leptirići za učenike 2. i 3. razreda uvedena je 2006. godine, a vrijeme pisanja za tu kategoriju je 45 minuta. Iste godine u kategorije J i S uvedene su poskupine s obzirom na broj sati matematike unutar redovne nastave. Naposljetku, 2013. je kategorija Leptirići podijeljena u dvije skupine: kategorija Pčelice za učenike 2. razreda i kategorija Leptirići za učenike 3. razreda (Marić, 2012).

Cilj natjecanja je popularizacija matematike izvan školskih okvira te razvijanje interesa za matematiku i logičko razmišljanje. Natjecanje se održava u svim državama članicama svake godine treći četvrtak u mjesecu ožujku. Natjecanje se provodi za učenike osnovnih i srednjih škola te je ono pojedinačno. Zadatci su jednaki za sve sudionike iste kategorije. Prilikom rješavanja učenici nemaju pravo na korištenje tablica niti računala. Svaki sudionik dobiva poklon, a najbolji dobivaju nagrade. Učenici drugih i trećih razreda osnovne škole rješavaju 12 zadataka u 60 minuta. Učenici ostalih razreda osnovne škole te učenici srednje škole rješavaju 24 zadatka u 75 minuta. Zadatci su višestrukog izbora kod čega su ponuđena 5 odgovora, a samo jedan odgovor je točan. Zadatci su podijeljeni prema težini na zadatke s 3, 4 i 5 boda (matematika.hr, 2010). Zadatci se sastavljaju tijekom godine na način da svaka država šalje svoje prijedloge zadataka domaćinu Godišnje skupštine udruge Klokan bez granica. Prijedlozi se šalju po kategorijama, a domaćin ih objedinjuje i tiska u knjižice. Na Godišnjoj skupštini predstavnici država u povjerenstvima odabiru zadatke za sljedeće natjecanje. Zadnjeg dana Godišnje skupštine svim koordinatorima natjecanja uručuju se materijali s tekstom i slikama izabranih zadataka za sve kategorije. Koordinator natjecanja

svake države nakon završetka Godišnje skupštine organizira prevođenje zadataka na jezik te države i organizira druge poslove neophodne za provedbu natjecanja (Marić, 2012).

Natjecanje Klokana bez granica održava se diljem svijeta s ciljem popularizacije matematike. Zadatci su kreativni i zanimljivi, a njima se također ostvaruju razni kurikulumske ishodi. U sljedećem poglavlju analizirat će se zadatci u matematičkom natjecanju Klokana bez granica s obzirom na kurikulumske domenu, omjer zadataka sa slikom i bez nje te omjer raznih vrsta zadataka.

## **5. ANALIZA ZADATAKA U MATEMATIČKOM NATJECANJU „KLOKAN BEZ GRANICA“**

### *5.1. Uvod*

Nakon teorijskog prikaza matematičke darovitosti, raznih oblika rada s matematički darovitim učenicima unutar redovne i dodatne nastave te prikaz matematičkih natjecanja, provedena je analiza zadataka u matematičkom natjecanju Klokana bez granica u skupini Pčelice namijenjena 2. razredu osnovne škole. Za ovu analizu odabrana je skupina Pčelica jer u 2. razredu hrvatski učenici prvi puta mogu pristupiti natjecanju Klokana bez granica. Analiza je provedena za sve godine počevši od 2012. kada je kategorija Pčelice uvedena u natjecanje po prvi puta, dakle analizirano je ukupno 144 zadatka.

### *5.2. Cilj i problem istraživanja*

Cilj analize zadataka u matematičkom natjecanju Klokana bez granica je dobivanje uvida u zastupljenost raznih vrsta matematičkih zadataka, omjer zadataka sa slikovnim prikazom i bez njega te zastupljenost određenih matematičkih domena u zadacima te na kraju uvid u moguće probleme ili nedostatke zadataka.

Istraživačka pitanja su:

1. U kojoj mjeri su zastupljene određene vrste matematičkih zadataka?
2. U kojoj mjeri su zastupljene ilustracije i slikovni prikazi uz zadatke?
3. U kojoj mjeri su zastupljene određene matematičke domene u zadacima?
4. Postoje li neki nedostaci koji se često pojavljuju u zadacima?

### *5.3. Teorijska podloga*

Prema Glasnović Gracin (2018) matematički zadatci se mogu podijeliti prema aktivnosti, složenosti, kontekstu, vrsti odgovora, načinu zadavanja zadatka. Zadatci prema aktivnosti odnose se na aktivnost koju učenik treba raditi kako bi riješio zadatak, a dijele se na računanje i uspoređivanje, prikazivanje, interpretiranje te argumentiranje.

Zadatci prema složenosti dijele se na jednostavne zadatke, zadatke povezivanja te refleksiju. Jednostavni zadatci se odnose na direktnu primjenu naučenog pravila ili definicije, zadatci povezivanja odnose se na povezivanje naučenih pravila te rješavanje zadatka uz više koraka. Refleksija označava dublje promišljanje o rješenju zadatka (Glasnović Gracin, 2018).

Prema vrsti odgovora postoje zadatci otvorenog i zatvorenog tipa. U zadacima zatvorenog tipa postoji samo jedno rješenje, a u zadacima otvorenog tipa učenici trebaju nešto opisati, pokazati, objasniti i sl (Glasnović Gracin, 2018).

S obzirom na kontekst zadatci mogu biti unutar matematički, realistični te autentični. Unutar matematički zadatci nemaju kontekst, dok realistični zadatci imitiraju stvarnost. Autentični zadatci imaju kontekst iz stvarnosti (Glasnović Gracin, 2018).

### *5.4. Metodologija*

#### *5.4.1. Kriteriji analize zadataka*

Matematički zadatci mogu se podijeliti prema određenim kriterijima. Kriteriji prema kojima je provedena analiza zadataka u ovom istraživanju su zadatci prema aktivnosti, zadatci prema kontekstu, zadatci prema složenosti. Zadatci prema aktivnosti dijele se na: računanje i uspoređivanje, prikazivanje, interpretiranje te argumentiranje. U zadacima prema aktivnosti promatra se koja aktivnost u zadatku je dominantna. Prema kontekstu zadatci se dijele na: unutar matematičke, realistične te autentične, a prema složenosti mogu biti jednostavni, zadatci povezivanja te refleksija. Unutar matematički zadatci su zadatci koji nemaju kontekst, već je zadatak isključivo usmjeren na matematička znanja i pojmove. Realistični zadatci su zadatci koji su stavljeni u određeni kontekst, a autentični zadatci su zadatci iz neposredne okoline, npr. Izračunaj koliko sati traje jedan tjedan. U klasifikaciji zadataka prema složenosti promatra se treba li učeniku samo jedan korak do rješavanja zadatka, treba li mu više koraka ili treba dublje promisliti o zadatku (Glasnović, Gracin, 2018). U ovoj analizi kod klasifikacije zadataka prema složenosti koristila se podjela na jednostavne zadatke, zadatke povezivanja te

zadatke složenog povezivanja. Također analizirano je postoji li uz zadatak slika ili neki slikovni prikaz. Na kraju su zadatci analizirani i prema kurikulumske domeni. Kurikulumske domene u matematici su: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i podaci te Statistika i vjerojatnost. U zadacima je također proveden uvid u potencijalne nedostatke i poteškoće u zadacima.

Za potrebe analize svakom zadatku je dodijeljena šifra: godina-broj zadatka, npr. 2021-2 što označava natjecanje 2021.godine, 2. zadatak. Također, kriteriji su raspoređeni po šiframa.

Kod kriterija zadataka prema aktivnosti određene su sljedeće šifre:

A1-računanje i uspoređivanje,

A2-prikazivanje,

A3-interpretiranje i

A4-argumentiranje.

Kod kriterija zadataka prema složenosti:

S1-jednostavni zadatci,

S2-zadatci povezivanja,

S3-složenije povezivanje.

Zadatci prema kontekstu:

K1-unutarmatematički,

K2-realistični,

K3-autentični.

Zadatci sa slikom-SL1,

Zadatci bez slike-SL2.

Domene:

DA-Brojevi

DB-Algebra i funkcije

DC-Oblik i prostor

DD-Mjerenje i podaci

DE-Statistika i vjerojatnost.

### 5.4.2. Postupak

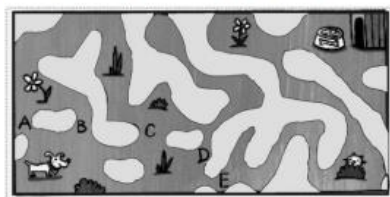
Istraživanje je provedeno kvalitativnom metodom analize teksta. Prije provedbe analize zadataka, provedeno je pilot istraživanje s mentoricom izv. prof. dr. sc. Dubravkom Glasnović Gracin. Tijekom pilot istraživanja analizirano je nekoliko zadataka prema zadanim kriterijima. Nakon pilot istraživanja, započet je postupak same analize zadataka. Analiza je provedena u programu Excel.

Uz pomoć navedenih šifra popunjena je tablica i napravljena analiza. Kriteriji koji su zadovoljeni označeni su s 1, a oni koji se ne odnose na zadatak označeni su s 0.

Slika 1

Natjecanje Klokan bez granica, kategorija Pčelice, 2018. godina:

1. Na slici svjetlija područja označavaju lokvice vode. Pas Riki vraća se kući i ne želi smočiti svoje šapice. Preko kojeg slova mora proći?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) E

Tablica 1

Primjer kodiranja

79		A1	A2	A3	A4	S1	S2	S3	K1	K2	K3	SL1	SL2	DA	DB	DC	DD	DE	
80	2018-1		0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0

Na slici 1 je prikazan 1. zadatak iz natjecanja Klokani bez granica, kategorija Pčelice, 2018. godina, a to je vidljivo i u tablici 1 kod šifre zadatka, 2018-1. Zadatak prema aktivnosti pripada u interpretiranje, te je zato ispod šifre A3 kod 1. Zadatak prema aktivnosti je interpretiranje jer učenik treba promatrati i interpretirati sliku i uz pomoć slike odabrati preko kojeg slova će proći, odnosno uz pomoć slike pronaći i zaokružiti točan odgovor. Prema složenosti zadatak je jednostavan stoga je ispod S1 kod 1. Zadatak prema kontekstu je realističan jer je zadatak stavljen u određeni kontekst i zbog toga je kod 1 ispod šifre K2. Šifra SL1 označava prisutnost slike, i šifra DC ukazuje na domenu C-Oblik i prostor.

Slika 2

Natjecanje Klokani bez granica, kategorija Pčelice, 2014. godina:

12. Zečić Vanja svakoga dana pojede ili 10 mrkvi ili 2 glavice kupusa. Prošli je tjedan pojeo 6 glavica kupusa. Koliko je mrkvi Vanja pojeo prošli tjedan?

A) 20

B) 30

C) 34

D) 40

E) 50

Tablica 2

Primjer kodiranja

27	A1	A1	A3	A4	S1	S2	S3	K1	K2	K3	SL1	SL2	DA	DB	DC	DD	DE
39 2014-12	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0

Na slici 2 nalazi se 12. zadatak iz 2014. godine. Zadatak prema aktivnosti se odnosi na računanje te je ispod šifre A1 kod 1. S obzirom na složenost, zadatak je složenije povezivanje jer učenik treba pomnije promisliti i po koracima doći do točnog rješenja. Prema kontekstu, zadatak je realističan i zato je ispod šifre K2 kod 1. Uz zadatak nema slike, stoga je označena šifra SL2. Na kraju ispod šifre DA se nalazi kod 1 što označava da se zadatak odnosi na domenu A-Brojevi.

Na ovaj način provedena je analiza svih zadataka od prvog natjecanja za skupinu Pčelice 2012. zaključno s ovom godinom, 2023 (ukupno 144 zadatka).

### 5.4.3. Analiza podataka

Nakon postupka kodiranja, pristupilo se analizi podataka. Radi se o deskriptivnoj analizi: u svakoj kategoriji izračunat je udio svakog pojedinog elementa te je rezultat izražen postotkom (%). Rezultati će biti prikazani u poglavlju 5.5.

## 5.5. Rezultati

U nastavku će biti prikazani rezultati analize zadataka prema zadanim kriterijima.

### 5.5.1. Zastupljenost zadataka prema aktivnosti

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize zadataka s obzirom na matematičku aktivnost koja se od učenika traži kako bi riješio zadatak. U tablici 3 prikazani su rezultati analize zadataka prema aktivnosti od 2012. do 2023. godine za kategoriju Pčelice unutar natjecanja Klokkan bez granica.

Tablica 3

Rezultati zadataka prema aktivnosti

A1 Računanje i uspoređivanje	A2 Prikazivanje	A3 Interpretiranje	A4 Argumentiranje	Ukupan broj zadataka
44,62%	9,23%	45,64%	0,51%	144

Prema podacima iz tablice 3 vidljivo je da najveći broj zadataka prema aktivnosti pripada kategorijama interpretiranja (45,64%) te računanja i uspoređivanja (44,62%), dok je postotak zadataka prikazivanja znatno manji (9,23%). Najmanje je zadataka argumentiranja, svega samo 0,51%.

Zadatci interpretiranja odnose se na zahtjeve u kojima učenici trebaju tumačiti slike, nizove, tablice i slično. Zadatci interpretiranja pritom često dolaze u kombinaciji sa zadacima računanja i uspoređivanja. Dakle, učenici u takvim zadacima trebaju interpretirati određenu sliku, grafički prikaz, niz i na temelju interpretacije istoga trebaju riješiti zadatak računanjem i uspoređivanjem.

### Slika 3

Primjer zadatka interpretiranja i računanja:

3. Pet bubamara živi na grmu ruže. Koliko ukupno točkica imaju svih pet bubamara?

- A) 17      B) 18      C) 19      D) 20      E) 21



Na slici 3 nalazi se zadatak interpretiranja te računanja i uspoređivanja. Dakle, učenik treba zbrojiti koliko je ukupno točkica na svih 5 bubamara, no za to treba interpretirati (očitati) sliku. Iz tog razloga ovaj zadatak prema aktivnosti pripada u interpretiranje te računanje.

U zadacima prikazivanja od učenika se traži da zaokruže dio koji nedostaje na slici, da zaključe uz prikaz koji se sve oblici mogu dobiti okretanjem određenih likova, da prikazivanjem nastave određeni niz i sl. Najmanje je zadataka argumentiranje što je i očekivano jer se u natjecanju Klokan bez granice radi o zadacima višestrukog izbora, dakle ne postoji mogućnost da učenici sami napišu određeno obrazloženje, iako se ona mogu ponuditi i kao dio višestrukog izbora. Zadatci argumentiranja koji se pojavljuju ostvareni su na način da učenik od ponuđenih objašnjenja treba zaokružiti ispravno.

#### 5.5.2. Zastupljenost zadataka prema složenosti

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize zadataka s obzirom na složenost. U tablici 4 prikazani su rezultati analize zadataka prema složenosti od 2012. do 2023. godine za kategoriju Pčelice unutar natjecanja Klokan bez granica.

Tablica 4

Rezultati zadataka prema složenosti

S1 Jednostavni zadatci	S2 Zadatci povezivanja	S3 Zadatci složenijeg povezivanja	Ukupan broj zadataka
29,85%	61,82%	8,33%	144

Promatrajući tablicu 4 vidljiv je najveći udio zadataka povezivanja (61,82%). Jednostavnih zadataka je 29,85%, a 8,33% je zadataka složenijeg povezivanja. Jednostavni zadatci odnose se na direktnu primjenu naučenog pravila ili definicije, npr. učenici trebaju



prebrojiti koliko je određenih elemenata, usporediti određene vrijednosti, prepoznati i prebrojati ili zaokružiti geometrijske likove, pronaći put do nečega i sl.

Zadatci povezivanja su zadatci u kojima učenici trebaju napraviti barem dva koraka do rješenja. U takvim zadacima učenici npr. trebaju izračunati dvije ili više vrijednosti pa ih usporediti, okretati određene likove i spajati u nove, zaokružiti prikaz koji zadovoljava više kriterija, pronaći pogreške u tablicama i sl.

Zadatci složenijeg povezivanja od učenika iziskuju dublje promišljanje o zadatku i uključuju više koraka do rješenja. To su većinom problemski zadatci u kojima učenici trebaju izračunati više nepoznanica pa ih usporediti i slično.

#### Slika 4

Primjer zadatka povezivanja:

10. Na školskoj proslavi Danijel, Ivica i Branko dobili su svaki po jednu vrećicu s 10 lizalica. Svaki od dječaka pojeo je po jednu lizalicu i svaki je od njih po jednu dao učiteljici. Koliko im je lizalica ukupno ostalo?

A) 8

B) 10

C) 24

D) 27

E) 30

Na slici 4 prikazan je primjer zadatka povezivanja. Učenik prvo treba izračunati koliko svi zajedno imaju lizalica, a zatim od svakog učenika oduzeti 2 lizalice kako bi dobio rješenje.

#### 5.5.3. Zastupljenost zadataka prema kontekstu

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize zadataka s obzirom na kontekst. U tablici 5 su prikazani rezultati analize zadataka prema kontekstu od 2012. do 2023. godine za kategoriju Pčelice unutar natjecanja Klokkan bez granica.

Tablica 5

Rezultati zadataka prema kontekstu

K1 Unutarmatematički zadatci	K2 Realistični zadatci	K3 Autentični zadatci	Ukupan broj zadataka
24,31%	75,69%	0%	144

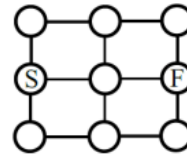
Iz tablice 5 vidljivo je sljedeće: 24,31% od svih zadataka(144) pripada unutar matematičkim zadacima, 75,69% je realističnih zadataka, dok autentičnih zadataka nema, odnosno 0%. Unutar matematički zadatci su zadatci bez konteksta, npr. upiši brojeve kako bi jednakost bila točna, koje znamenke nedostaju, koliko je određenih geometrijskih likova unutar nekog uzorka itd. Realistični zadatci su zadatci koji imaju kontekst i imitiraju stvarnost. Dakle, zadatci su osmišljeni u određenom kontekstu, iako nije riječ o stvarnom životu ipak su spomenuti likovi, npr. baka, mama, djeca itd. Autentični zadatci su zadatci koji se odnose na zadatke iz stvarnosti, no u ovim zadacima nisu zastupljeni.

### Slika 5

Primjer realističnog zadatka:

12. Klokani skaču u jednom skoku od kruga označenog slovom S duž ravne linije do sljedećeg kruga. Do svakog kruga smije skočiti najviše jednom. Na koliko različitih načina, pomoću samo 4 skoka, može klokan stići do kruga označenim slovom F?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7



Na slici 5 prikazan je primjer realističnog zadatka. Ovaj zadatak pripada skupini realističnih zadataka jer je stavljen u određeni zamišljeni (realistični) kontekst, dakle riječ je o nekom klokanu.

#### 5.5.4. Zastupljenost zadataka sa slikom

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize zadataka s obzirom na sliku uz zadatak. U tablici 6 prikazani su rezultati analize zadataka s obzirom na sliku ili slikovni prikaz uz zadatak od 2012. do 2023. godine za kategoriju Pčelice unutar natjecanja Klokani bez granica.

Tablica 6

Zastupljenost zadataka sa slikom

SL1 Zadatak sa slikom	SL2 Zadatak bez slike	Ukupan broj zadataka
77,08%	22,92%	144

Prema tablici 6 vidljivo je kako 77,08% zadataka ima sliku ili slikovni prikaz, a 22,92% ih je bez slike. Slike uz zadatak su većim dijelom u službi interpretiranja zadataka, tablica, nizova, npr. koliko je životinja na slici, koji element u navedenom nizu dolazi sljedeći, kojim putem ćeš doći do cilja i sl. Dio slika je simboličan, dakle prikazuje likove iz zadatka, ali nije nužno za rješavanje zadatka.

Slika 6

Primjer zadatka sa slikom:

2. Koliko je trokuta na slici djevojčice?

- A) 7            B) 6            C) 5  
D) 4            E) 3



Uz ovaj zadatak nalazi se slika koja služi za interpretiranje kako bi se zadatak riješio.

#### 5.5.5. Zastupljenost kurikulumskih domena u zadacima

U ovom poglavlju prikazani su rezultati analize zadataka prema kurikulumskim domenama. Tablica 7 prikazuje rezultate analize zadataka prema kurikulumskim domenama kojima pripadaju zadatci unutar natjecanja Klokan bez granica, za kategoriju Pčelice od 2012. do 2023. godine.

Tablica 7

Zastupljenost kurikulumskih domena

DA Brojevi	DB Algebra i funkcije	DC Oblik i prostor	DD Mjerenje i podaci	DE Statistika i vjerojatnost	Ukupan broj zadataka
40,27%	12,75%	44,30%	2,68%	0%	144

Iz tablice 7 je vidljivo da u domenu A – Brojevi ulazi 40,27 % zadataka, u domenu B- Algebra i funkcije 12, 75%, domenu C- Oblik i prostor 44,30% te u domenu D–Mjerenje i podaci 2, 68%. Domene E nema u navedenim zadacima, dakle postotak iznosi 0%. Dakle, najzastupljenije domene su A i C, što je očekivano s obzirom da su to i najzastupljenije domene u kurikulumu drugog razreda. No, iako se u prvom i drugom razredu obrađuje više aritmetike, ovdje je vidljiv veći postotak geometrije. U domeni A od učenika se u zadacima Klokan traži da, primjerice, prebroje određene elemente, usporede brojeve, izračunaju na

temelju podataka iz zadatka, zaokruže odgovor s navedenim brojem elemenata itd. U domeni B učenici trebaju izračunati neke nepoznanice u kvadratiće, nastaviti određeni niz i sl. U domeni C učenici prepoznaju geometrijske likove, pronalaze put do kraja, na temelju okretanja i spajanja oblika stvaraju nove oblike, sagledavaju elemente iz druge perspektive i sl. U domeni D učenici računaju neke vremenske intervale, dok domena E nije zastupljena.

### 5.5.6. Uočeni nedostaci zadataka

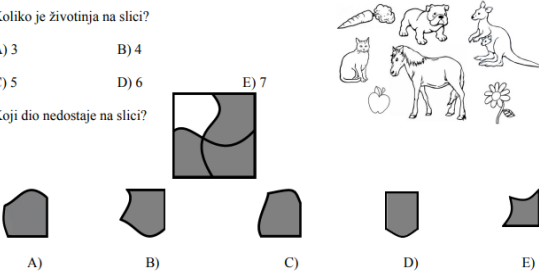
U ovom poglavlju navedeni su nedostaci zadataka za kategoriju Pčelice unutar natjecanja Klokan bez granica od 2012. do 2023. godine. Analizom zadataka u određenom broju zadataka vidljiva je loša pozicija slike(4,86%), npr. slika je previše udaljena od zadatka ili prelazi u sljedeći zadatak što može zbunjivati djecu i utjecati na rješavanje te rezultat zadatka.

#### Slika 7

Primjer zadatka s lošom pozicijom slike:

1. Koliko je životinja na slici?  
 A) 3                      B) 4  
 C) 5                      D) 6  
 E) 7

2. Koji dio nedostaje na slici?

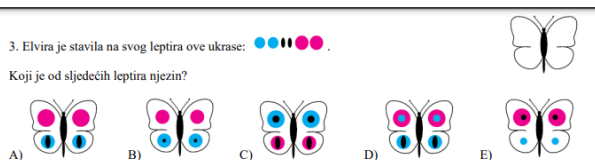


A)                      B)                      C)                      D)                      E)

#### Slika 8

Primjer zadatka s lošom pozicijom slike:

3. Elvira je stavila na svog leptira ove ukrase: ●●●●●●●● .  
 Koji je od sljedećih leptira njezin?



A)                      B)                      C)                      D)                      E)

U navedenim primjerima vidljiva je loša pozicija slike, dakle slika je previše udaljena od zadatka.

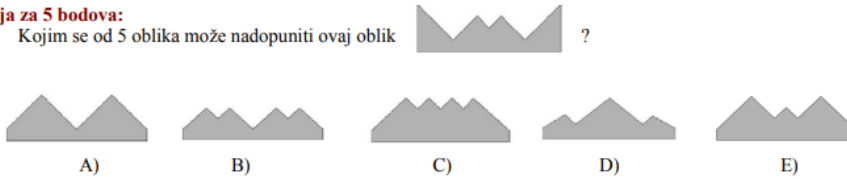
U manjem broju zadataka(2,08%) postoje neke nejasnoće u samom zadatku, odnosno postoji mogućnost da učenici različito interpretiraju zadatak.

## Slika 9

Primjer zadatka s nejasnim tekstom:

itanja za 5 bodova:

9. Kojim se od 5 oblika može nadopuniti ovaj oblik ?



## Slika 10

Primjer zadatka s nejasnim tekstom:

9. Baka Barbara napravila je 11 ukusnih kolačića za svoje unuke. Najprije je 5 kolačića ukasila grožđicama, a zatim 7 kolačića lješnjacima. Koliko je najmanje kolačića ukasila i lješnjacima i grožđicama?

- A) 1                      B) 2                      C) 5                      D) 7                      E) 12

U navedenim primjerima zadatci nisu posve jasni te možda neki učenici, s obzirom na dob, neće biti sigurni što se od njih traži.

Što se tiče matematičkog jezika, odnosno matematičkih pojmova, rezultati analize pokazuju da su oni primjereni za razred i dob učenika.

### 5.6. Diskusija i zaključak istraživanja

Cilj istraživanja prikazanog u ovom radu bio je istražiti udio pojedinih vrsta zadataka, omjer zadataka sa slikom i bez slike, utvrditi zastupljenost kurikulumskih domena u zadacima te uvidjeti probleme ili nedostatke zadataka. Prvim istraživačkim pitanjem nastojalo se odgovoriti u kojem udjelu su zastupljene određene vrste matematičkih zadataka. Rezultati pokazuju da najveći broj zadataka prema aktivnosti pripada interpretiranju, a nešto manji broj pripada računanju i uspoređivanju. U najvećem broju zadataka učenici trebaju interpretirati sliku, slikovni prikaz ili neku tablicu što je pohvalno jer na taj način vježbaju logičko mišljenje. Zadatci prema aktivnosti su raznovrsni i dobro raspoređeni, no trebalo bi dodati još zadataka argumentiranja.

U kriteriju prema složenosti, najčešći su zadatci povezivanja, nakon njih su jednostavni zadatci, a najmanje je zadataka složenog povezivanja, što je u skladu s dobi učenika ove kategorije. Cilj natjecanja Klokan bez granica je razvijanje interesa za matematiku i logičko razmišljanje, a sukladno tome najviše je zadataka povezivanja u kojem učenici imaju određeni izazov kojim razvijaju logičko mišljenje (matematika.hr, 2010). U

zadacima prema složenosti primijećen je balans. Najviše je zadataka srednje težine, no ima i jednostavnijih te težih zadataka koji učenicima stvaraju određeni izazov. Ukoliko bi svi zadatci bili jednake težine, učenicima bi bili monotoni i zamorni te je izvrsno što u nekim zadacima učenici trebaju pomnije razmišljati i vježbati logičko zaključivanje.

Kod zadataka prema kontekstu prevladavaju realistični zadatci, no ima i unutar matematičkih zadataka. Jako je dobro što je najviše realističnih zadataka jer su zadatci stavljani u neki kontekst kroz koji učenici mogu uvidjeti korištenje matematike u svakodnevnom životu, što je upravo i cilj natjecanja Klokana bez granica (matematika.hr, 2010). Bilo bi dobro da u zadacima ima i nekoliko autentičnih zadataka povezanih direktno iz učenikove okoline, npr. povezano s danima u mjesecu, godini i slično.

Što se tiče omjera zadataka sa slikom i bez nje, omjer je na strani zadataka sa slikom (77,08%). Većina slika je u službi interpretiranja podataka za rješavanje zadataka, a samo dio slika je simbolično vezana uz sam zadatak. Slike uz zadatak su prednost jer učenike mogu dodatno zainteresirati i motivirati, dok zadatci bez slike i s puno teksta izgledaju monotono.

Naposlijetku, rezultati pokazuju da najveći broj zadataka pripada domeni C-Oblik i prostor, nakon čega slijedi domena A-brojevi. Nešto manji broj zadataka odnosi se na domenu B –Algebra i funkcije, a najmanji udio odnose se na domenu D-Mjerenje i podaci. Domena E nije zastupljena u zadacima. Dakle ovim zadacima učenici vježbaju zadatke iz različitih kurikulumskih domena što je pohvalno. Zadatci unutar domena su raznovrsni i kreativno osmišljeni kako bi se ostvarili određeni ishodi.

Matematički jezik je primjeren dobi odnosno uzrastu učenika. Pojmovi iz zadataka su djeci bliski i poznati, no pojedini zadatci su nešto lošije formulirani i mogu se protumačiti na više načina što bi kod učenika moglo izazvati zbunjenost i nejasnoću. Pohvalno je što je uz većinu zadataka slika, no u nekim zadacima je pozicija slike loša, odnosno predaleko od zadatka ili čak prelazi u drugi zadatak.

Dakle, zadatci su veoma kvalitetno osmišljeni. Kreativni su i zanimljivi, djeci bliski i jasni. U narednim godinama bilo bi dobro da se uvede još zadataka argumentiranja kao i autentičnih zadataka kako bi učenici vidjeli primjenu matematike u stvarnom životu. Nadalje, trebalo bi uvesti i zadatke iz domene E te povećati broj zadataka iz domene D. Treba pritom pripaziti da zadatci budu jednoznačni i da slika bude dobro pozicionirana uz zadatak.

Provedeno istraživanje otvara mogućnosti i za neka buduća istraživanja. Na primjer, analiza drugih kategorija/uzrasta natjecanja Klokan bez granica, usporedba određenih kategorija po određenim kriterijima i sl. Na taj način se uviđa zastupljenost određenih vrsta zadataka, kurikulumskih domena i slično te ukoliko je vidljiv nesrazmjer ili odsutnost određenih vrsta zadataka ili domena ostavlja se prostor za poboljšanje u narednim godinama. Sve navedeno rezultira kvalitetnijim zadacima, zainteresiranijim i uspješnijim učenicima te naravno napredak nastavnog procesa.

## **6. ZAKLJUČAK**

Učitelji se u nastavi susreću s djecom različitih interesa i sposobnosti. Svako dijete ima svoj spektar interesa u kojem se želi razvijati i ostvariti. Učitelj, uz pomoć stručnih suradnika, treba znati odgovoriti na potrebe potencijalno darovitih i darovitih učenika kako bi se mogao ostvariti njihov puni potencijal. Darovitost je skup osobina i karakteristika u kojima učenik pokazuje izvrsne rezultate. Postoje teorije darovitosti koje utječu na definiranje samog pojma darovitost. U nekim teorijama darovitosti u obzir su uzete samo intelektualne sposobnosti pojedinca, a kasnije teorije utvrdile su povezanost i okolinskih činitelja na darovitost te osobnih činitelja pojedinca. Darovitost se može uočiti u raznim segmentima, od prirodnih znanosti, jezika, sporta, glazbe, likovne umjetnosti. Među mnogim vrstama darovitosti, u školama se može uočiti i matematička darovitost kod djece. Kao i druge vrste darovitosti, matematička darovitost očituje se kombinacijom različitih sposobnosti: numerička sposobnost, sposobnost pamćenja i planiranja, sposobnost prostornog predočavanja te sposobnost logičkog zaključivanja i uočavanja veza. Unutar matematičke darovitosti postoje daroviti pojedinci koji pokazuju darovitost u posebnom matematičkom segmentu, pa tako postoje: analitički tipovi, geometrijski tipovi te harmonijski tipovi. Matematički daroviti učenici pokazuju veliki interes za matematiku, postavljaju puno smislenih i svrhovitih pitanja, samostalni su i najradije se igraju sami. Također postoji još mnogo potencijalnih pokazatelja matematičke darovitost, a zadatak učitelja je stalno praćenje kako bi te bitne pokazatelje mogao uočiti i na njih reagirati. Daroviti učenici zahtijevaju posebne odgojno-obrazovne potrebe kako bi se njihov potencijal u potpunosti ostvario i zato je važno sustavno pratiti učenike kako bi se na vrijeme odgovorilo na njihove potrebe. Matematika u primarnom obrazovanju privlači interes mnogih učenika te je nužno i njihov potencijal i interes dodatno razvijati.

Matematički daroviti učenici te svi učenici s interesom za matematiku idealni su kandidati za dodatnu nastavu matematike. Dodatna nastava matematike ustrojava se tjedno 1 sat za sve zainteresirane učenike bez obzira na njihove sposobnosti. Takvi učenici zahtijevaju dodatno vrijeme i rad kako bi im se njihov predmet interesa dodatno približio te kako bi se s njima radilo individualno. Na dodatnoj nastavi matematike manje je učenika nego u redovitoj nastavi te je upravo zbog toga lakše posvetiti se svakom učeniku individualno. Na dodatnoj nastavi matematike učenicima se, između ostalog, zadaju zadatci iz zabavne matematike gdje oni na zabavan način uče nove stvari i pojmove. Također, dio učenika se na dodatnoj nastavi matematike priprema za razna matematička natjecanja.

U Hrvatskoj se održavaju razna matematička natjecanja; matematička natjecanja Agencije za odgoj i obrazovanje na školskoj, općinskoj, županijskoj te državnoj razini; Klokan bez granica, MAT liga i sl. Sva navedena natjecanja za cilj imaju popularizaciju matematike izvan školskih okvira. U Hrvatskoj se matematička natjecanja održavaju od 1959. godine.

U ovom radu provedena je analiza matematičkih zadataka u natjecanju Klokan bez granica. Klokan bez granica je natjecanje koje se u Hrvatskoj održava od 1999. godine i koje obuhvaća različite kategorije raspoređene prema učeničkom uzrastu odnosno razredu. Analiza zadataka provedena je za kategoriju Pčelice za učenike 2. razreda osnovne škole. Ova kategorija odabrana je jer tada učenici prvi puta pristupaju natjecanju. U analizu su ušle sve godine, od 2012. kada je kategorija Pčelica ustrojena, pa zaključno sa ovom 2023. godinom. Dakle, ukupno je 144 analiziranih zadataka. Zadatci su analizirani s obzirom na vrstu matematičkog zadatka, slikovni prikaz te kurikulumsku domenu. Rezultati pokazuju da s obzirom na aktivnost prevladavaju zadatci interpretiranja te računanja i uspoređivanja. Prema složenosti najviše je zadataka povezivanja. Kod zadataka prema kontekstu prevladavaju realistični zadatci, nešto manje je unutar matematičkih zadataka, dok autentični zadatci nisu zastupljeni u ovoj kategoriji. Vrlo važna je također slika ili slikovni prikaz koji se pojavljuje uz sliku. Rezultati su pokazali kako većina zadataka u ovoj kategoriji natjecanja Klokan uz sebe ima sliku ili slikovni prikaz. Većina slika služi za interpretiranje samog zadatka. Slike su uvijek poželjne uz zadatke jer učenicima privuku pažnju i zainteresiraju ih. U zadacima najviše prevladavaju domene A-Brojevi te C-Oblik i prostor. Zaključno, ovim zadacima se kod djece potiče logičko razmišljanje i razvija matematička kompetencija. Matematički jezik prilagođen je dobi učenika, a zadatci su osmišljeni na zanimljiv i kreativan način. U malom



broju zadataka primijećena je loša pozicija slike uz tekst ili nejasnoća teksta. Osim navedenih nedostataka, rezultati pokazuju da su zadatci vrlo kvalitetno i uspješno osmišljeni.

Ovaj diplomski rad može biti koristan i zanimljiv svim učiteljima ili budućim učiteljima u radu jer pruža niz pokazatelja darovitosti te mnogo korisnih savjeta i ideja prilikom rada s matematički darovitim učenicima. Također, analiza zadataka u matematičkom natjecanju potiče na razmišljanje o zadacima koje učitelji zadaju unutar redovne ili dodatne nastave matematike. Učitelji se kod izrade zadataka trebaju fokusirati na to što se zadatkom želi postići, koju aktivnost kod učenika žele razvijati te unutar koje domene. Zadaci natjecanja Klokan bez granica pokazuju da se matematički zadatci mogu složiti na kreativan i učenicima zanimljiv način, što naravno utječe na motivaciju učenika. Prilikom osmišljavanja matematičkih zadataka, učitelj treba paziti da zadatci budu jasni, raznoliki prema različitim kriterijima, djeci bliski te zanimljivi. Način na koji su osmišljeni matematički zadatci utječu na motivaciju i interes za matematiku, a cilj je da učenicima matematika postane zabavna i zanimljiva.

## LITERATURA

- Antonija Horvatek. (n.d.). Natjecanja iz matematike - Klokan bez granica. Preuzeto s <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/klokan-bez-granica.htm>
- Burušić, J. i Šerepac, V. (2019). *STEM daroviti i talentirani učenici*. Zagreb: Alfa.
- Čudina–Obradović, M. (1990). *Nadarenost – razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*. Zagreb: Školska knjiga
- Elezović, N. (2005). *Matematička natjecanja i rad s darovitim učenicima*. Zagreb: Element.
- Glasnovic Gracin, D. (2018). *Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 1003-1024.
- Hrvatska enciklopedija. (2019). Leksikografski zavod Miroslav Krleža.
- Huzjak, M. (2008). *Učimo gledati 1 - 4, priručnik za učitelje*. Zagreb: Školska knjiga.
- Jurasić, A. (2013). *Svrha, cilj i zadaci te ustroj dodatne nastave matematike*. [PowerPoint prezentacija]. <https://www.math.uniri.hr/~ajurasic/pred5.pdf>
- Kadum, S. I Hozjan, D. (2015). *Darovitost u nastavi*. Zagreb: Educa.
- Koren, I. (1989). *Kako prepoznati i identificirati nadarenog učenika*. Zagreb: Školske novine
- Marić, M. (2012). *Klokan bez granica 1999.-2012*. [PowerPoint prezentacija].
- Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Matematika.hr. (2010).Preuzeto s <https://www.matematika.hr>
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja Republike Hrvatske. (2014). Pravilnik o odgoju i obrazovanju darovitih učenika. Službeni glasnik Republike Hrvatske, 63/2014, 20. lipnja 2014.
- Mišurac-Zorica, I. i Rožić, E. (2016). *Pripremljenost budućih učitelja razredne nastave za izvođenje dodatne nastave matematike*. *Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Splitu*, (6-7), 44-66. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/154576>
- Pavleković, M. (2009). *Matematika i nadareni učenici – Razvoj kurikula na učiteljskim studijima za prepoznavanje, izobrazbu i podršku darovitih učenika*. Zagreb: Element.
- Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika. (NN, br. 50/2014).

- Skupnjak, D. (2019). *Socio-emocionalne osobitosti darovitih i moguće poteškoće*. *Varaždinski učitelj*, 2 (2), 109-120. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/224269>
- Smjernice za rad s darovitom djecom i učenicima. (2016). Agencija za odgoj i obrazovanje.
- Winner, E. (2005). *Darovita djeca – Mitovi i stvarnost*. Lekenik: Ostvarenje
- Zakon o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi. (NN, br. 87/08, 86/09, 92/10, 105/10-ispr., 90/11, 16/12, 86/12, 94/13, 152/14, 7/17, 68/18 i 98/19).

## **Izjava o samostalnoj izradi rada**

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

---

(vlastoručni potpis studenta)