

Autentični zadaci u nastavi matematike

Jegdić, Petra

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:329198>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-20**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Petra Jegdić

AUTENTIČNI ZADACI U NASTAVI MATEMATIKE

Diplomski rad

Zagreb, rujan 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Petra Jegdić

AUTENTIČNI ZADACI U NASTAVI MATEMATIKE

Diplomski rad

Mentorica rada:

izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, rujan 2024.

Zahvala

Veliko hvala izv. prof. dr. sc. Dubravki Glasnović Gracin na prihvaćanju mentorstva, pružanoj pomoći, razumijevanju, suradnji i usmjeravanju tijekom pisanja ovog diplomskog rada.

Najviše zahvaljujem mojoj mami i tati, sestrama i bakama na svojoj pruženoj podršci, brizi i vjeri u moj uspjeh tijekom ovih pet godina studiranja.

Zahvaljujem i mojim kolegicama i prijateljicama na svim zajedničkim i fakultetskim trenucima koji su postali drage uspomene.

SADRŽAJ

Sažetak	5
Summary	6
1. UVOD	1
2. MATEMATIČKI ZADATAK	2
2.1. Matematički zadaci prema složenosti, težini i cilju	4
2.2. Matematički zadaci prema mjestu i ulozi u nastavnom procesu.....	5
2.3. Matematički zadaci prema aktivnosti	6
2.4. Matematički zadaci prema vrsti odgovora	8
2.5. Matematički zadaci prema namijeni i načinu oblikovanja.....	9
3. TEKSTUALNI ZADATAK	12
3.1. Proces rješavanja tekstualnih zadataka	13
3.2. Tekstualni zadatak prema smislu sadržaja	18
3.3. Tekstualni zadatak prema kontekstu	20
3.4. Autentični zadaci	24
4. AUTENTIČNI ZADACI U KURIKULU.....	26
5. AUTENTIČNI ZADACI U UDŽBENICIMA	34
5.1. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja	35
5.2. Metoda	35
5.3. Rezultati i rasprava	37
5.3.1. Zastupljenost autentičnih zadataka u matematičkim udžbenicima od prvog do četvrtog razreda osnove škole	37
5.3.2. Podaci iz učenikove stvarnosti potrebni za rješenje autentičnog zadatka.....	40
5.4. Zaključak istraživanja	46
6. ZAKLJUČAK	47
LITERATURA	49

Sažetak

Usvajanje matematičkih sadržaja u nastavi uključuje rješavanje matematičkih zadataka. Stoga posebnu pozornost treba usmjeriti na izbor i upotrebu različitih vrsta matematičkih zadataka kako bi učenici aktivno učili o matematičkim sadržajima koje će primijeniti u životu. Tema ovog diplomskog rada jesu autentični zadaci u nastavi matematike i njihova analiza u matematičkim udžbenicima. Autentični zadaci su (tekstualni) zadaci koji od učenika zahtijevaju uporabu podataka iz stvarnog života da bi se došlo do rješenja. Autentičan kontekst takvih zadataka omogućava učenicima da povezuju usvojena matematička znanja sa svakodnevnim životom. Cilj ovog diplomskog rada je analizirati autentične zadatke u matematičkim udžbenicima od prvog do četvrtog razreda osnovne škole.

U radu su opisane vrste matematičkog zadatka, njihove podvrste, opisuje se tekstualni matematički zadatak, kao i proces rješavanja zadataka prema različitim izvorima te se ističe važnost konteksta u tekstualnim zadacima. Nadalje, rad obuhvaća i značajke autentičnih zadataka te spominje istraživanja koja uključuju autentične zadatke. U sklopu rada je provedena analiza matematičkog kurikula vezana uz pojavljivanje zahtjeva autentičnosti u njemu. Istraživanje u sklopu ovog diplomskog rada obuhvaća i analizu autentičnih zadataka u osam matematičkih udžbenika od prvog do četvrtog razreda osnovne škole u Republici Hrvatskoj. Rezultati pokazuju da su autentični zadaci prisutni u analiziranim udžbenicima, no njihov je postotak izrazito malen. Ovaj nalaz ukazuje na potrebu jačeg promicanja važnosti autentičnog konteksta u nastavi matematike.

Ključne riječi: matematički zadatak, kontekst, autentičan zadatak, udžbenik, kontekst zadatka

Summary

Acquisition of mathematical content in school involves solving mathematical problems. Therefore, special attention should be given to selecting and using various mathematical problems. This will help students actively learn mathematical concepts applicable in real life. The topic of this thesis is authentic tasks in mathematics teaching and their analysis in mathematics textbooks. Authentic tasks are (textual) problems that require students to use real-life data to reach a solution. An authentic context for such problems allows students to connect the acquired mathematical knowledge with everyday life. This thesis aims to analyze authentic tasks in mathematics textbooks from the first to the fourth grade of lower primary school.

The thesis describes what a mathematical task is. It includes classifications of mathematical tasks and their subtypes, mentions word problems, describes the problem-solving process according to different sources, and highlights the importance of context in word problem tasks. Furthermore, the paper covers the features of authentic tasks and mentions studies involving authentic tasks. An analysis of the mathematics curriculum regarding the occurrence of authenticity requirements in it has also been conducted. The research included in this thesis encompasses the analysis of authentic tasks in eight mathematics textbooks from the first to the fourth grade of primary school in the Republic of Croatia. The results show that authentic tasks are present in the analyzed textbooks, but their percentage is extremely low. This finding indicates the need to further promote the importance of an authentic context in mathematics teaching.

Keywords: mathematical task, context, authentic task, textbook, task context

1. UVOD

Matematika je jedan od satnicom najzastupljenijih nastavnih predmeta u Republici Hrvatskoj. Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne i srednje škole, osim o usvajanju apstraktnih struktura, govori o primjeni matematičkih znanja u svakodnevnom životu, kao jednom od odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja predmeta (MZO, 2019). Od učenika se očekuje da stečena matematička znanja koristi na različite načine u svakodnevnom životu. Da bi se to ostvarilo, učenik treba steći dovoljno iskustva u primjeni naučenih znanja. Stoga, matematički sadržaj koji učenik usvaja mora biti takav da odgovara njegovoj dobi i autentičnoj stvarnosti. Matematičkim zadacima s autentičnim kontekstom učenici spoznaju svrhu upotrebe matematike u stvarnom životu.

Primjene matematike uočavamo svugdje oko nas, u arhitekturi, tehnologiji, industriji, građevinarstvu, obrazovanju i drugdje. Učenik se susreće s matematikom u školi, prilikom odlaska u trgovinu, u računanju vremena koje mu je ostalo za igru do računanja vremena koje mu treba da bi došao od kuće do škole, kada ga netko pita koliko ima godina ili koliko su njegova sestra ili brat stariji od njega, tijekom brojanja sličica koje mu nedostaju da popuni album do kraja i slično. Svi navedeni primjeri su smješteni u učenikov autentičan kontekst, njegovu stvarnost. Stoga je važno autentične zadatke iz stvarnosti uključiti kako u matematički kurikulum, tako i u matematičke udžbenike.

Drugo poglavlje ovog diplomskog rada se bavi matematičkim zadatkom općenito i njegovim vrstama i podvrstama koje donose razni autori. Za vrste zadataka postoje primjeri iz radova autora ili udžbenika iz matematike koji se upotrebljavaju u nastavi. U trećem poglavlju ovog rada je riječ o tekstualnom matematičkom zadatku, koji je vrsta matematičkog zadatka, procesu rješavanja matematičkog zadatka prema autorima i vrstama tekstualnih zadataka. Treće poglavlje obuhvaća autentičan kontekst i važnost autentičnih zadataka. U četvrtom poglavlju se provodi analiza autentičnog konteksta u Kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije, a u petom poglavlju je opisano istraživanje autentičnih zadataka u najzastupljenijim matematičkim udžbenicima na tržištu. U tom poglavlju su predstavljena istraživačka pitanja, cilj istraživanja, metoda, rezultati i zaključak istraživanja. Šesto poglavlje donosi zaključna razmatranja i mišljenja o autentičnim zadacima autorice ovog diplomskog rada.

2. MATEMATIČKI ZADATAK

Usvajanje sadržaja u nastavi matematike podrazumijeva aktivno rješavanje matematičkih zadataka. Kurnik (2010) kao najčešću djelatnost učenika navodi rješavanje matematičkih zadataka. Zadatak opisuje kao „složen matematički objekt i njegov sastav nije uvijek jednostavno analizirati“ (Kurnik, 2010, str. 1). Još jedan opis matematičkog zadatka donosi Ovčar koji navodi da je „matematički zadatak skup kvalitativnih veličina stavljenih u neki odnos“ (Ovčar, 1989, str. 24). Matematički zadatak ima ulogu pokretača aktivnosti učenika, a najveći izvor zadataka za učenike su udžbenici.

Glasnović Gracin (2018) u svojem radu „Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples“ spominje rezultate istraživanja koji su pokazali da su udžbenici najveći izvor matematičkih zadataka za učenike, a posebice onih s pomoću kojih učenici vježbaju sadržaj. U svojem daljnjem radu, autorica (2022) također ističe važnost zadataka iz udžbenika jer „pružaju prilike za učenje matematike (prema Sullivan et al., 2013), „potencijalno utječu i strukturiraju način na koji učenici razmišljaju i mogu poslužiti za ograničavanje ili proširivanje njihovih pogleda prema temi kojom se bave (Henningsen & Stein, 1997)“ (str. 97). Stoga, da bi učenici mogli primijeniti stečena znanja i vještine te aktivno spoznavati sadržaj zadan matematičkim zadatkom, veliku važnost treba obratiti na izbor i primjenu matematičkih zadataka u nastavi.

Djelatnost rješavanja zadataka utječe na razvoj matematičke sposobnosti i stvaralačkog mišljenja, ali i na formiranje učničkih stavova prema matematici. „Zato u učenika valja razvijati svijest o matematičkom zadatku kao nosiocu novih spoznaja koje čine sadržaj učničkog matematičkog obrazovanja“ (Markovac, 1990, str. 81). Učenik će aktivno spoznavati sadržaj ako su metode, oblici rada, suvremene strategije učenja i poučavanja primjerene dobi i stupnju psihofizičkog razvoja djeteta. Veliku ulogu pritom ima učitelj jer se mora posvetiti izboru zadataka kako bi učenici, kao središta nastavnog procesa, bili aktivni sudionici kvalitetne nastave čiji je cilj postizanje što boljeg rezultata i oblikovanje matematičkih znanja, vještina i navika. „Nastavnik je taj koji organizacijom rada (odabirom nastavnih metoda, didaktičkog materijala, primjera, zadataka...) osigurava tijekom kognitivnih procesa pomoću kojih se kod učenika oblikuje znanje“ (Gusić, 2016, str. 4).

Matematički zadatak, prema profesoru Kurniku, ima pet temeljnih sastavnica, a to su: uvjeti, cilj, teorijska osnova, rješavanje i osvrt (Kurnik, 2000). Uvjeti podrazumijevaju poznate

ili nepoznate veličine koje zadatkom treba odrediti. „Između poznatih i nepoznatih veličina postoji neki odnos, neka funkcionalna veza, koja određuje izbor potrebnih matematičkih operacija i njihov redoslijed. To su uvjeti zadatka“ (Ovčar, 1989, str. 24). Da bi učenik mogao izdvojiti glavne dijelove zadatka, poznanice, nepoznanice i odnos među njima, on zadatak treba razumjeti (Polya, 1966). U skladu s time, „zadatak treba da je dobro odabran, ni pretežak ni prelagan, on treba da je prirodan i zanimljiv, a izvjesno vrijeme treba posvetiti prirodnom i privlačnom postavljanju zadatka“ (Polya, 1966, str. 5). Učenik si može pomoći u shvaćanju uvjeta zadatka koristeći vlastite crteže i zanimljive prikadne oznake za nepoznanice. Polya (1966, str. 6) kao važnim pitanjem prije rješavanja zadatka smatra „Je li moguće zadovoljiti uvjet?“. Kako bi učenik došao do cilja zadatka, mora analizirati uvjete i primijeniti stečeno znanje. Cilj zadatka može biti pronalaženje nepoznanica, svojstava i veza među njima, što je zapravo pronalaženje rezultata, a može biti usmjeren i na donošenje zaključaka i dokazivanje tvrdnji koje su postavljene u zadatku (Kurnik, 2000). Važan korak prije pronalaženja rezultata je stvaranje plana, a Polya (1966) pojašnjava da cilj stvaranja plana leži u određivanju ideje plana. Ideja plana se može razviti postupno ili učenik može samostalno doći do rješenja zadatka nakon nekoliko neuspješnih pokušaja. Učitelj usmjeravanjem i postavljanjem pitanja može pomoći učeniku u stvaranju ideje plana rješavanja. Za rješavanje zadataka je potrebno posjedovati teorijske činjenice koje su povezane s uvjetima i ciljem zadatka. Proučavanjem uvjeta zadatka i primjenom stečenog znanja se spoznaju odnosi između poznatice i nepoznanice zadatka (Kurnik, 2000), a prilikom proučavanja zadatka treba povezati već usvojena znanja s novim informacijama (Polya, 1966). Pored toga, korisno je prisjetiti se već ranije riješenih sličnih zadataka i razmisliti o pristupima rješavanja te mogu li se primijeniti na trenutni zadatak. „Rješavanje zadataka jest prijelaz od uvjeta do rezultata, tj. način postizanja cilja zadatka“ (Kurnik, 2010, str. 2). Rješavanje slijedi nakon proučenih uvjeta kojima se došlo do točnog puta rješavanja zadatka. Osvrt, kao posljednja temeljna sastavnica, je u većini slučajeva zaboravljen. Kurnik (2010) naglašava da dolazak do rješenja zadatka nikako ne može biti jedina svrha djelatnosti rješavanja zadataka. Osvrtom na proces rješavanja zadatka, učenik ima mogućnost učiti iz problema zadatka, raspravljati o rješenju i postupku s drugim učenicima te utvrditi svoje znanje. Polya (1966, str. 12) se slaže tvrdeći da „Osvrtom na gotovo rješenje, ponovnim razmatranjem i preispitivanjem rezultata i puta koji je do njega doveo, oni bi mogli učvrstiti svoje znanje i povećati svoje sposobnosti u rješavanju zadataka.“ Osim navedenih sastavnica, Kurnik (2010) spominje procjenu rezultata početkom rješavanja te provjeru dobivenog rezultata na kraju rješavanja zadatka te upućuje na „mogućnosti ispitivanja novih ideja i daljnjih usmjeravanja mišljenja učenika“ (Kurnik, 2010, str. 2). Jedna od mogućnosti

ostvarivanja usmjeravanja mišljenja je postavljanje sljedećih pitanja: „Može li se način rješavanja zadatka pojednostaviti? Može li se zadatak riješiti na neki drugi način? Jesmo li opisani postupak rješavanja već koristili kod nekog drugog zadatka? Može li se zadatak pojednostaviti? Kako glasi obrnuta tvrdnja?“ (Kurnik, 2010, str. 2). Učenici odgovaranjem na pitanja unapređuju svoje matematičke sposobnosti i potiču kreativnost.

2.1. Matematički zadaci prema složenosti, težini i cilju

Kurnik (2010) je matematički zadatak s obzirom na složenost i težinu podijelio na standardne zadatke i nestandardne zadatke. Standardni zadaci su oni u kojima su sastavnice poznate, a cilj zadatka je lako dokučiv, nije potrebna duboka analiza teorijskih činjenica te se rješavanje odvija prirodnim tijekom. „Oni ne doprinose mnogo razvoju kreativnih sposobnosti učenika, ali su važni kao sredstvo boljeg razumijevanja i bržeg usvajanja novih matematičkih sadržaja“ (Kurnik, 2010, str. 3).

Dok standardni zadaci imaju sve poznate sastavnice, nestandardni zadaci moraju sadržati bar jednu nepoznatu sastavnicu. „Rješavanje takvih zadataka višestruko je korisno jer ono omogućuje razvijanje logičkog mišljenja i provođenje nevelikih samostalnih istraživanja“ (Kurnik, 2010, str. 3). Prilikom rješavanja ovih vrsta zadataka je potreban veći umni napor i koncentracija, dublja analiza teorijskih činjenica, upornost i domišljatost. Prema Kurniku, ako su u zadatku nepoznate više od dvije sastavnice, tada je to problemski zadatak (Kurnik, 2010). Problemski zadaci su zastupljeni u matematičkim natjecanjima. No, učitelji primjenjujući teorijsko znanje problemske zadatke prilagođavaju redovnoj nastavi s ciljem poticanja kritičkog mišljenja i stjecanja vještine rješavanja problema kod učenika. Učenik kao aktivni sudionik nastavnog procesa rješavanjem problemskih zadataka, postaje istraživač, razvija interes za matematiku i primjenjuje stečena znanja. „Pritom je aktivnost učenika maksimalna, a u traženju puta do rješenja on se susreće s manjim ili većim teškoćama. Da bi došao do cilja (rješenja), učenik se koristi prethodno usvojenim znanjima i stečenim iskustvima“ (Kadum, 2005, str. 33).

Matematički zadaci se prema cilju dijele na odredbene zadatke i dokazne zadatke (Kurnik, 2000). Odredbenim zadacima se pronalazi nepoznata sastavnica. Ovisno o tome je li riječ o algebarskim ili geometrijskim zadacima, nepoznata veličina je broj, a traženi objekt geometrijski lik. Dokaznim zadacima se potvrđuje istinitost tvrdnje. Polya izdvaja glavne dijelove dokaznih zadataka, tvrdnju i pretpostavku, a glavni dijelovi odredbenih zadataka „jesu:

nepoznanica, zadani podaci i uvjet“ (Polya, 1966, str. 92). Kurnik (2010) naglašava važnost dokaznih zadataka zbog doprinosa logičkom i matematičkom mišljenju učenika.

2.2. Matematički zadaci prema mjestu i ulozi u nastavnom procesu

Matematički zadatak se prema mjestu i ulozi u nastavi dijeli na uvodni zadatak, primjer, zadatak za ponavljanje i uvježbavanje, zadatak za domaću zadaću, dodatni zadatak i dopunski zadatak (Kurnik, 2000). Svrha uvodnog zadatka je motivacijska. Riječ je o uvođenju učenika u novi matematički problem. „Postavljena problemska situacija ukazuje na činjenicu da bez novih znanja promatrani problem i njemu slične probleme ili nije moguće riješiti, ili je njihovo rješavanje povezano sa znatnim teškoćama, pa je to rješavanje zamorno i neracionalno“ (Kurnik, 2000, str. 54). Uvodni zadaci se nalaze na početku odjeljka u materijalima za učenje.

Primjer, kao vrsta matematičkog zadatka, ima svrhu objašnjavanja određenog matematičkog pitanja. Primjerom se mogu prikazati primjene formula, pravila, zakona pa je zato on pogodan za sat usvajanja novih nastavnih sadržaja. Ovaj matematički zadatak učenicima najčešće oprimjeruje učitelj (Kurnik, 2000).

Zadaci za ponavljanje i uvježbavanje slijede nakon primjera. Oni služe za provjeru usvojenosti nakon pokazivanja nastavnog sadržaja na primjeru. Uvažavanjem načela primjerenosti, vježbanjem zadaci postaju složeniji i teži. „Nastava matematike mora biti primjerena, a to znači da pred učenike mora stavljati zahtjeve koji se uz optimalni umni napor mogu ispunjavati“ (Kurnik, 2009, str. 101).

Zadacima za domaću zadaću učenici uvježbavaju naučeni sadržaj i stječu radne navike. Svako zadavanje domaće zadaće treba biti obavljeno tako da se učitelj osvrne na zadatke koje je odabrao za učenike, učenici trebaju pročitati te zadatke, a učitelj odgovarajućim pitanjima treba provjeriti razumijevanje. Učitelj treba učenicima dati upute za rješavanje težih zadataka (Kurnik, 2000). Na sljedećem nastavnom satu se rješenja moraju provjeriti (Kurnik, 2000). Izbor zadataka za domaću zadaću, koje Kurnik (2000) predstavlja kao suvremene, uključuje zadatke kojima težina raste, koji nisu obavezni za sve učenike, koji učenici samostalno odabiru iz predloženih zadatka ili samostalno sastavljaju. „Nije potrebno posebno naglašavati koliko bi se malo drugačijim odnosom prema domaćim zadaćama postigla i bolja psihološka priprema učenika za njihovo rješavanje“ (Kurnik, 2000, str. 55).

Dodatni zadaci služe „produbljivanju gradiva koje se upravo obrađuje, ali mogu biti i izvan toga“ (Kurnik, 2000, str. 56). To su nestandardni zadaci koje učitelj pronalazi u zbirkama zadataka, matematičkim časopisima i priručnicima, arhivama zadataka matematičkih natjecanja. Dodatne zadatke učenici mogu rješavati za domaću zadaću, tijekom sata vježbanja i ponavljanja ili sata provjeravanja znanja i to kao zadatke školske zadaće ili pak za poboljšanje uspješnosti nastave (Kurnik, 2000).

Kurnik (2000) dopunske zadatke opisuje kao standardne zadatke koji prate gradivo koje se usvaja, no koje učenici nisi usvojili do odgovarajuće razine usvojenosti. Kako ne bi došlo do „praznina u znanju“, učenici koji imaju poteškoće u praćenju ili usvajanju novog gradiva rješavaju ove tipove zadataka.

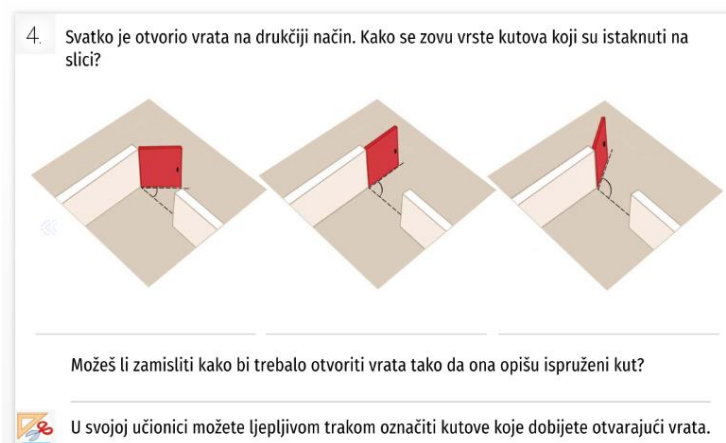
Kao posljednju vrstu matematičkih zadataka prema mjestu i ulozi u nastavi, Kurnik (2000) spominje zabavne zadatke. Zabavni zadaci su povezani sa svakidašnjim životom. U odabiru ovih zadataka veliku ulogu imaju učitelji. Da bi obogatili nastavu moraju upoznati svoje učenike kako bi znali što oni smatraju zabavnim. Matematičke zadatke tako mogu odabirati i formirati prema interesima svojih učenika.

2.3. Matematički zadaci prema aktivnosti

S obzirom na ono što učenik treba napraviti kako bi riješio zadatak, dakle prema aktivnosti koju mora učiniti, matematički zadaci se dijele na zadatke računanja i uspoređivanja, prikazivanja, interpretiranja i argumentiranja (Glasnović Gracin, 2018). U članku „Austrijski matematički standardi“ Glasnović Gracin (2010) spominje i matematičke misaone aktivnosti modeliranja i operiranja. Zadaci računanja uključuju primjenu računskih operacija. U takvim zadacima nema teksta, crteža ili ostalih slikovnih prikaza, već samo brojevi zadani brojkama. „Računanje se odnosi na provođenje elementarnih računskih operacija s konkretnim ili općim brojevima“ (Glasnović Gracin, 2010, str. 114). „Izračunaj. $42 : 7 = \underline{\quad}$.“ je primjer zadatka računanja jer se treba koristiti računskom operacijom dijeljenja da bi se došlo do rezultata zadatka. Osim primjene računskih operacija, učenik može preračunavati mjerne jedinice, transformirati izraze, procjenjivati rezultate, konstruirati i sl. Navedeni primjeri se odnosi na operiranje, što je dio aktivnosti računanja (Glasnović Gracin, 2010).

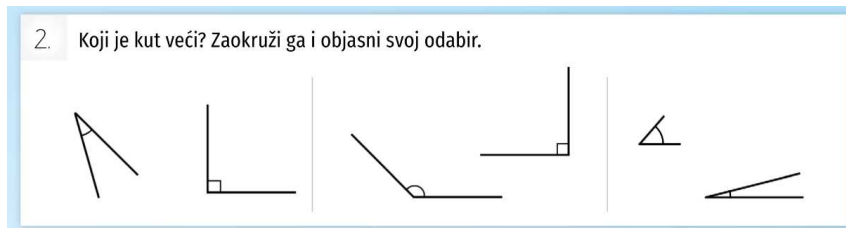
„Prikazivanje se odnosi na „prebacivanje“ danih matematičkih podataka u drugi matematički oblik“ (Glasnović Gracin, 2010, str. 114). Aktivnost učenika u zadatku prikazivanja uključuje crtanje, skiciranje, tablični, stupčasti, linijski ili okrugli prikaz, izradu modela i sličnih aktivnosti prikazivanja. „Ispitaj svoje prijatelje u razredu o najdražoj boji. Podatke koje dobiješ prikaži tako što ćeš nacrtati stupčasti dijagram.“ je primjer zadatka prikazivanja. Da bi učenik uspješno riješio problem, modeliranjem će prepoznati odnose u zadatku i odabrati odgovarajući način prikazivanja (Glasnović Gracin, 2010).

Zadaci interpretiranja su oni koji zahtijevaju tumačenje slike, tablice, dijagrama, formule. Interpretacija uključuje prepoznavanje veza i bitnih informacija prikazanih matematičkim prikazom u odgovarajućem kontekstu (Glasnović Gracin, 2022). *Slika 1* prikazuje matematički zadatak interpretiranja za četvrti razred osnovne škole. Zadatak se nalazi u prvom dijelu radnog udžbenika „Otkrivamo matematiku 4“.



Slika 1. Primjer zadatka interpretiranja (Glasnović Gracin i sur., 2023, str. 115)

U zadacima argumentiranja učenici trebaju objasniti ili opisati određeni matematički koncept. *Slika 2* prikazuje primjer zadatka argumentiranja. Nakon što učenici odrede koji je kut od dva ponuđena veći, trebaju objasniti svoj odabir. Argumentacija odabira može biti takva da učenik potvrdno objasni zašto je kut koji je odabrao veći ili može negativnim objašnjenjem reći zašto izostavljeni kut nije veći.



Slika 2. Primjer zadatka argumentiranja (Glasnović Gracin i sur., 2023, str. 119)


2.4. Matematički zadaci prema vrsti odgovora

Autori Zhu i Fan (2006) razlikuju matematičke zadatke prema vrsti odgovora: odgovor može biti otvoren ili zatvoren. Otvoreni matematički zadaci imaju nekoliko mogućih odgovora. U takvim zadacima učenici trebaju objasniti, opisati, dokazati, dati svoj primjer, sastaviti pitanje, odgovoriti na pitanja, pronaći drugi način (Glasnović Gracin, 2019). Sličnu podjelu imaju autori Koritnik i Koritnik (2019) koji su zadatke otvorenog tipa podijelili na zadatke s više rješenja, više načina rješavanja, esejske zadatke, zadatke u kojima učenici daju svoj primjer, zadatke tipične pogreške, nedorečene zadatke (u njima rješenje ovisi o nekom uvjetu) i zbunjujuće zadatke (u njima su zadani podaci koji su ili suvišni ili nedostaju). Zbog specifičnih rješenja, otvoreni zadaci se vežu uz suvremenu nastavu. Primjer otvorenog tipa zadatka je prikazan na slici 3.

Primjer: Koliko je $23 + 17 - 10 + 20$? Pogledaj strip i odgovori tko je u pravu. Objasni.



Slika 3. Primjer otvorenog zadatka tipične pogreške (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59)

Suprotno otvorenom tipu zadatka, zatvoreni matematički zadatak ima samo jedan odgovor (Zhu i Fan, 2006). Odgovor može biti točan ili netočan, zahtijevati računanje ili rješavanje, a može imati i više ponuđenih odgovora (Glasnović Gracin, 2019). Primjerice, „Usporedi sljedeće. 32  14.“

2.5. Matematički zadaci prema namijeni i načinu oblikovanja

Markovac (1990) matematičke zadatke dijeli na numeričke ili zadatke brojevima, tekstualne ili zadatke riječima, zadatke s veličinama i geometrijske zadatke. Glasnović Gracin (2019) uz numeričke i tekstualne zadatke spominje slikovne i kombinirane zadatke. Numerički ili zadaci brojevima „su zadaci u kojima su brojevi povezani znakovima računskih operacija i relacija“ (Markovac, 1990, str. 82). Takvi zadaci sadrže brojeve, znakove za računске operacije i relacije. Učenici se u nastavi matematike prvo susreću s ovom vrstom zadataka. Uvažavajući načelo postupnosti i primjerenosti, učenici prvo računaju jednostavnije zadatke pa zatim prelaze na složenije. Zadaci služe automatizaciji računskih operacija. Počinje se sa zadacima uspoređivanja brojeva kako bi se učenici upoznali s odnosima među brojevima. „Sljede zadaci u kojima se, operirajući s dva broja, pronalazi treći broj koji je prema njima u relaciji jednakosti, npr. $5 + 3 = 8$ “ (Markovac, 1990, str. 82). Zadaci s više računskih operacija pripadaju posebnoj skupini numeričkih zadataka. Najteži su se pokazali oni s više operacija različitog stupnja (računske operacije zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja). Učenici trebaju upotrijebiti visok stupanj koncentracije i matematičko predznanje kako bi došli do točnog rješenja ovakve vrste zadataka. Posebnu pozornost treba obratiti na zadatke u kojima se uvode zagrade, navodi Markovac (1990). „Pažnju treba posvetiti osobito onim zadacima u kojima se upotrebom istih brojeva i istih računskih operacija promjenom mjesta zagrada mijenja redoslijed izvođenja računskih operacija, npr. $25 - (7 + 3)$ i $(25 - 7) + 3$ “ (Markovac, 1990, str. 82). Da bi se postiglo razvijanje intelektualnih sposobnosti, učenici trebaju kvalitetno razumjeti sadržaj matematičkog zadatka. Potrebno je shvaćati sadržaj zadatka i smisao računске operacije pa zbog toga i pravilno upotrijebiti matematičke znakove. Posebno se ističe stupanj koncentracije i usredotočenost na sadržaj i tok rješavanja zadatka, a to se može postići samo usmjerenom pažnjom (Markovac, 1990).

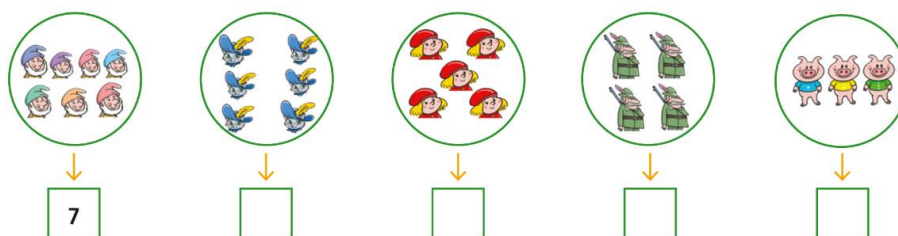
Zadaci s veličinama, osim što sadrže brojeve, znakove za računске operacije i relacije, sadrže i oznake za veličine, od kojih su to najčešće za dužinu, površinu, volumen, masu i vrijeme (Markovac, 1990). Oni mogu biti tekstualni ili numerički. Markovac navodi sljedeći

primjer za zadatak s veličinama u tekstualnom obliku: „Udaljenost od Zagreba do Beograda iznosi 406 km, a od Rijeke do Zagreba 196 km. Kolika je udaljenost od Beograda do Rijeke preko Zagreba?“ (1990, str. 85). „ $406 \text{ km} + 196 \text{ km} =$ “ je primjer zadatka s veličinama u obliku numeričkog zadatka (Markovac, 1990, str. 85). Težina matematičkog zadatka ovisi o usvojenosti preračunavanja mjernih jedinica. „Zato prije nego što se pristupi rješavanju takvih zadataka treba provjeriti znaju li svi učenici preračunavati jedinične veličine“ (Markovac, 1990, str. 85).

Geometrijski zadaci su „zadaci geometrijskog sadržaja i uključuju crtanje geometrijskih likova, prenošenje, zbrajanje, oduzimanje dužina, mjerenje dužina i površina, izračunavanje opsega i površine nekih likova i sl.“ (Markovac, 1990, str. 85). Kao rezultat, učenici stječu osnovno geometrijsko znanje. Markovac govori o podijeli na zadatke za osposobljavanje u služenju geometrijskim priborom i na zadatke stjecanja elementarnih geometrijskih spoznaja. Svrha prve skupine zadataka je naučiti ispravno koristiti geometrijski pribor i olovku (stupanj zašiljenosti, pritisak i nagib o podlogu) iz čega proizlazi usredotočenost na preciznost i urednost. Kroz drugu skupinu zadataka, učenici se upoznaju s konceptima kao što je opseg i površina. Također, učenici se upoznaju s problemima koji se odnose na jednakost duljina, formiranje geometrijskih oblika i prostorne odnose (Markovac, 1990).

Slikovne matematičke zadatke nije moguće riješiti ako ne postoji slikovni prikaz. Sliku treba interpretirati da bi se došlo do rješenja (Glasnović Gracin, 2019). *Slika 4* prikazuje primjer slikovnog zadatka. Prema Koritnik i Koritnik (2019) slikovni prikaz je karakterističan za zadatke otvorenog tipa tipične pogreške u kojima može biti zadan strip. „Za zadatke ovog tipa najprikladniji je strip u kojem neki od likova čini tipičnu pogrešku“ (Koritnik i Koritnik, 2019, str. 59). Primjer takvog zadatka se nalazi na slici 3.

PROMOTRI I DOVRŠI.



Slika 4. Primjer slikovnog zadatka (Lović Štenc i Markovac, 2023, str. 90)

Tekstualni zadaci ili zadaci riječima su posljednja vrsta podjele prema namijeni i načinu oblikovanja, prema Markovcu (1990). U tekstualnim zadacima se zadane veličine i odnosi među veličinama svode na prevođenje riječi u matematičke simbole. Rješavanje tekstualnih zadataka u nastavnom procesu potiče interes učenika za matematiku, olakšava usvajanje novih nastavnih sadržaja i utječe na trajnost znanja, ali i na primjenu stečenog znanja. Nadalje, doprinosi razvoju vještina i navika, poboljšava psihičke sposobnosti i učitelju pomaže u prepoznavanju učenikovih potencijala, praćenju napretka i razvoja učenika te vrednovanju rada (Ovčar, 1989). O tekstualnom zadatku će više biti riječ u sljedećem poglavlju.

Kombinirani matematički zadaci su osmišljeni tako da uključuju više vrsta zadataka. Slika 5. prikazuje primjer kombiniranog matematičkog zadatka. Zadatak je zadan slikovno, tekstualno i numerički. Zadatak treba pročitati, a zatim da bi se matematičkim simbolima uspoređivanja riješio zadatak, prvo treba proučiti slikovne prikaze jedinica, desetica i stotica. Zadane brojeve treba prikazati s pomoću kartica i usporediti, što je zadnji korak ovog zadatka.

2. Usporedi i dopuni. Koje su znamenke jednake, a koje različite?

Broj 253 veći je od 186 jer ima veću znamenku stotica.

Broj 253 veći je od 223 jer ima jednaku znamenku stotica i veću znamenku desetica od one broja 223.

Prikaži brojeve pomoću kartica i usporedi.

432	○	156	988	○	399
18	○	35	718	○	735
519	○	617	444	○	22
890	○	889	389	○	390

Slika 5. Primjer kombiniranog matematičkog zadatka (Glasnović Gracin i sur., 2023, str. 32)

U ovom poglavlju su opisane vrste matematičkih zadataka prema pet kategorija. Uz vrste zadataka su dani i primjeri za pojedinu vrstu iz raznih udžbenika. Već je prije u radu spomenuto da su udžbenici najčešći izvor zadataka za učenike. Glasnović Gracin (2020) raznolikost zadataka navodi kao jednu od značajki kvalitetnog udžbenika. Stoga, može se zaključiti da je od iznimne važnosti uključiti različite vrste zadataka u udžbenike. O posebnoj vrsti matematičkog zadatka prema namijeni i načinu oblikovanja, tekstualnom zadatku, koji od

učenika uvjetuje veću pozornost od npr. numeričkog zadatka (Sharma, 2001), će biti riječ u sljedećem poglavlju.

3. TEKSTUALNI ZADATAK

Tekstualni zadaci ili zadaci riječima su „zadaci u kojima se podaci i odnosi među njima formuliraju riječima koje treba računski oblikovati, a zatim odgovarajućom računskom operacijom doznati nepoznati podatak izražen brojem“ (Markovac, 1990, str. 83). Većina školskih tekstualnih zadataka oblikovana je na način koji omogućuje dobivanje rješenja jer jasno definira broj poznatih i nepoznatih sastavnica te uvjeta potrebnih za rješavanje (Kurnik, 2010). Kos i Glasnović Gracin (2012) ističu razliku između tekstualnih zadataka i problemskih zadataka. „Zadaci zadani riječima, tzv. tekstualni zadaci, u literaturi su često usko povezani s problemskim zadacima, no nije riječ o sinonimima“ (Kos i Glasnović Gracin, 2012, str. 6). Tekstualnim zadatkom se smatra svaki matematički zadatak zadan tekstom jer su riječima uobličene sastavnice zadatka i odnosi među njima, dok se problemski zadaci odnose na one u kojima se učenik susreće s nekom novinom koju još nije ranije susreo. Tekstualni zadaci su blisko povezani s numeričkim zadacima jer u kombinaciji učenicima pomažu u spoznavanju osnovnih računskih operacija, a često su povezani i s okolinom i svakodnevicom učenika.

Kurnik (2010) spominje dvije najčešće zadaće tekstualnog zadatka iz školskih područja aritmetike ili algebre: „1) sastavljanje jednadžbi prevođenjem s običnog jezika na matematički jezik, 2) rješavanje jednadžbi“ (Kurnik, 2010, str. 39). Često se kreće s pretpostavkom da učenici znaju samostalno postaviti zadatak bez uputa učitelja, no to nije tako. Učitelj treba pomno odabranim metodičkim pristupima usmjeravati učenika na rješavanje ovakvih vrsta zadataka. Pitanjima treba usmjeriti učenika na rješenje zadatka, ali i istovremeno provjeravati razumije li učenik što se u zadatku traži od njega. Opisivanje problematike tekstualnog zadatka te izdvajanje sastavnica i odnosa među njima potiče razvoj logičkog razmišljanja, kreativnosti, opažanja te vještine samostalnog istraživanja kod učenika (Kurnik, 2010).

Tekstualni zadaci učenicima trebaju biti izražajno i glasno predstavljeni kako bi ih oni lakše razumjeli. „Umijeće postavljanja pitanja jedan je od oblika nastavnikove kreativnosti i zato ga treba njegovati i razvijati“ (Kurnik, 2006, str. 103). Pitanje treba biti precizno i ispravno jezično oblikovano. „Jezična formulacija tekstualnog zadatka mora biti koncizna, pregledna i jasna, primjerena mogućnostima učeničkog shvaćanja i njihovim interesima“ (Markovac, 1990,

str. 84). Neka od pitanja koja Kurnik (2010, str. 39) izdvaja za provjeravanje razumijevanja zadatka su: „Što je zadano? Što je nepoznato? Što treba naći? Kako ćeš označiti nepoznato? Možeš li zadatak drukčije izraziti?“ Kurnik (2005) ističe posebnu važnost „pitanja pri obradi onih matematičkih sadržaja gdje se očekuje veća aktivnost učenika i koji su sami po sebi dosta složeni“ (str. 5). Interes učenika za sadržaj i rješavanje tekstualnog zadatka proizlazi iz podataka koji dolaze iz učenikova okruženja pa je stoga nakon rješavanja važno upozoriti na vrijednost zadatka u svakodnevnom životu. S razvojem učenika, zorni primjeri postupno se smanjuju, a naglasak se stavlja na intelektualno razumijevanje i apstrakciju, što je ključno za rješavanje matematičkih problema.

Tekstualni zadaci se razlikuju po težini, dijeleći se na jednostavne i složene. Jednostavni zahtijevaju samo jednu operaciju i oni se uvode prije, dok složeni mogu imati više operacija (Markovac, 1990). Nadalje, Glasnović Gracin (2010) zadatke prema složenosti dijeli na jednostavne, zadatke povezivanja i zadatke u kojima se primjenjuje refleksija. U jednostavnim zadacima učenici direktno primjenjuju stečena znanja. Primjerice, tekstualni zadatak „Broju 265 pribroji broj 573.“ zahtjeva primjenu jednostavne računске operacije zbrajanja. „Povezivanje više pojmova, poučaka, postupaka ili prikaza, ili pak treba povezati različite matematičke radnje u cjelinu kako bi se riješio problem“ se odnosi na zadatak povezivanja (Glasnović Gracin, 2010, str. 115). Primjer takvog zadatka je: Margareta ima 47 bombona. Sestra joj je dala još 17 bombona, a nakon toga Margareta je prijateljici dala 8 bombona. Polovinu preostalih bombona je dala bratu. Koliko joj je bombona ostalo? Zapiši brojevni izraz i riješi ga.“ (Glasnović Gracin i sur., 2023, str. 12). Glasnović Gracin (2010) opisuje refleksiju kao proces razmišljanja o matematičkim odnosima koji nisu očigledni iz samih matematičkih činjenica. Primjer zadatka refleksije je sljedeći: „Zamisli da trebaš prikazati rezultate ispita znanja tvog razreda prema ocjenama. Koja vrsta prikaza je po tebi najpogodnija za to? Objasni.“

3.1. Proces rješavanja tekstualnih zadataka

Ovčar (1989) kao osnovni problem rješavanja tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike, o kojem ovisi i stupanj uspješnosti rješenja, navodi izražavanje veličina i odnosa iskazanih verbalnim formulacijama u matematičke zadatke. Kako bi se spriječio navedeni problem, autor nastavlja da bi učitelj trebao prilikom planiranja nastavnog procesa obratiti pozornost na način kako da pomogne učeniku da sam shvati što se traži u zadatku, kako se

sastavnice odnose jedna prema drugoj te kako naposljetku izraziti matematički to što traži zadatak.

George Polya (1966) u svojoj knjizi „Kako ću riješiti matematički zadatak“ predlaže korake rješavanja matematičkih zadataka općenito, dok Stjepan Ovčar (1989) donosi korake rješavanja tekstualnih zadataka. O metodičkom postupku rješavanja tekstualnih zadataka Stjepana Ovčara će biti riječ u kasnijem dijelu ovog poglavlja.

Na početku knjige, Polya (1966) donosi upute o rješavanju matematičkog zadatka kako bi ih čitatelj lako pronašao. Dok Ovčar (1989) donosi dvanaest koraka u rješavanju tekstualnih zadataka, Polya (1966) predlaže sljedeća četiri koraka u rješavanju svih matematičkih zadataka, što uključuje i tekstualne zadatke:

1. Razumijevanje zadatka
2. Stvaranje plana
3. Izvršavanje plana
4. Osvrt.

Razumijevanje zadatka se odnosi na razdvajanje poznatih veličina od onoga što je nepoznato, što se treba zadatkom istražiti. Nakon što pročita zadatak, učenik bi trebao svojim riječima opisati i izdvojiti glavne dijelove zadatka. U tome mu pomaže dijalog s učiteljem, a Polya donosi primjer dijaloga koji će učeniku pomoći u razumijevanju zadatka: „Gdje da počnem? Pođi od formulacije zadatka! Što da radim? Predoči sebi zadatak kao cjelinu jasno i živo, koliko ti je god to moguće! Što ću time postići? Zadatak moraš razumjeti, upoznati se s njim i znati mu smisao!“ (1966, str. 29). Učenik će bolje razumjeti zadatak ako ga pročita nekoliko puta, a uz to uvjete zadatka mora razmotriti na sve moguće načine kako bi se pripremio za sljedeći korak (Polya, 1966).

Stvaranjem plana se učenik priprema za izvršenje plana. U stvaranju se koristi već usvojenim matematičkim sadržajem. Od velike važnosti autor ističe sljedeće: „Pokušaj da u onom što istražuješ prepoznaš nešto poznato, a u onom što si prepoznao nastoj zapaziti nešto korisno!“ (Polya, 1966, str. 30). Prisjećanjem već sličnog riješenog zadatka učenik samostalno razvija korake za rješavanje zadatka.

Nakon što je učenik izradio plan, slijedi rješavanje zadatka. Izvršenje plana treba biti vođeno sljedećim uputama: „Provodiš li svoj plan rješavanja, kontroliraj svaki korak! Možeš li jasno vidjeti da je korak ispravan? Možeš li dokazati da je ispravan?“ (Polya, 1966, str. 1).

Posljednji korak u rješavanju zadatka je osvrtanje na zadatak. Ovaj korak je često izostavljen, učitelji mu ne pridaju veliku važnost pa zato ni učenici nisu upoznati s njim. Autor se ne slaže s tim naglašavajući da bi učenici osvrtanjem učvrstili znanje i stvorili veze između matematičkih zadataka. Također, autor savjetuje nastavnike da mogu „potaknuti svoje učenike da se prisjete slučajeva u kojima bi mogli ponovno iskoristiti upotrijebljeni postupak ili primijeniti dobiveni rezultat“ (Polya, 1966, str. 13).

U svojem radu je Ovčar (1989) predložio metodički postupak rješavanja tekstualnih zadataka kroz sljedeće korake:

1. Saopćavanje zadatka
2. Zapisivanje podataka
3. Ponavljanje sadržaja matematičkog izraza
4. Analiziranje i sintetiziranje zadatka
5. Izrada plana rješavanja zadatka
6. Postavljanje matematičkog izraza
7. Procjenjivanje rezultata
8. Izračunavanje brojevnog izraza
9. Provjeravanje rezultata
10. Formuliranje odgovora
11. Definiranje matematičkih zakonitosti
12. Osvrt na rješavanje zadatka.

Ovčar (1989) prvi korak rješavanja tekstualnih zadataka smatra ključnim za razumijevanje zadatka pa ga zato učenicima razgovijetno treba priopćiti učitelj. Markovac (1990) se slaže dodajući da tekst koji se nalazi u udžbeniku, nastavnom listiću ili iz nekog drugog izvora, može pročitati i učenik. Autor dodaje da tekstualni zadatak treba biti takav da imitira učenikovu stvarnost, a sastavnice zadatka trebaju biti razumljive svim učenicima. Učitelj

treba svakom učeniku osigurati tekst zadatka, što znači da svaki učenik tekst mora imati ispred sebe.

„Osnovni zahtjevi pri zapisivanju podataka su ovi: 2.1. Funkcionalno povezani podaci zapisuju se u isti red. 2.2. Istovrsni podaci zapisuju se jedan ispod drugoga. 2.3. Pitanje se zapisuje ispod poznatih podataka“ (Ovčar, 1989, str. 27). Učenici će lakše analizirati i sintetizirati podatke ako su oni pregledno napisani. To je važna vještina koju učitelj treba podučiti svoje učenike.

U analiziranju i sintetiziranju podataka će učenicima pomoći ponovljeni sadržaj. Prema Markovcu (1990) je ponavljanje sadržaja drugi korak u rješavanju tekstualnih zadataka u kojem učenici usmjeravaju svoju pažnju na podatke i uvjete zadane zadatkom.

Za korak analiziranja i sintetiziranja zadatka Ovčar (1989) navodi da pomaže učenicima u usvajanju zadatka kao cjeline i u pojedinostima. „Pri tome se izvodi niz misaonih radnji: nabranje, identificiranje, sistematiziranje, konkretiziranje, uspoređivanje, konstatiranje itd.“ (Ovčar, 1989, str. 28). Ovaj korak sličan je trećem koraku u kojem učenici utvrđuju što je poznato, a što nepoznato autora Markovca (1990). Učenicima u razumijevanju zadatka pomaže analiziranje njegovih sastavnica. To se može postići identificiranjem svih zadanih, poznatih i nepoznatih veličina. Pri sintezi, treba razmotriti kako se te veličine međusobno povezuju među poznatima, među nepoznatima, te između poznatih i nepoznatih veličina. Slično, Polya predlaže da učitelj koristi sljedeća pitanja: „Što se traži? Koji su dani elementi? Koji uvjet povezuje nepoznanicu sa zadanim podacima?“ (1966, str. 175). Ovčar (1989) napominje da je proces razmišljanja prilikom rješavanja tekstualnog zadatka analitičko-sintetički. Drugim riječima, kada razmatramo pojedinačne veličine iz zadatka, promatramo ih u odnosu na druge veličine i cjelinu zadatka. S druge strane, cjelina zadatka sastoji se od pojedinačnih veličina koje su međusobno povezane. „Na temelju utvrđenih odnosa među veličinama i uvjeta zadatka određuje se redoslijed izračunavanja veličina“ (Ovčar, 198, str. 28).

U koraku postavljanja matematičkog izraza se učenici susreću s matematizacijom stvarnosti. „To je, naime, postupak kojim odnose među veličinama, koji su iskazani prirodnim govorom (usmeno ili pismeno), izražavamo odgovarajućim matematičkim znacima (matematičkim jezikom)“ (Ovčar, 1989, str. 28). U ranim fazama početne nastave matematike, za rješavanje tekstualnih zadataka, ključnu ulogu imaju jasno definirane faze analize i sinteze zadatka te planiranje rješenja. Matematički izraz oblikuje se kroz identifikaciju pojedinačnih

veličina i prepoznavanje njihovih odnosa. Te veličine i odnosi izražavaju se kroz matematički jezik, što postupno dovodi do formiranja cjelovitog matematičkog izraza (Ovčar, 1989). U skladu s time, jedan od jezičnih savjeta autora Kurnika (2006) je sljedeći: „Dobro je da nastavnik matematike svoj jezik i način izlaganja svaki puta što više prilagodi matematičkim sposobnostima i razinama mišljenja svojih učenika“ (str. 105).

Procjena rezultata je korak u kojem učenik pokušava predvidjeti koliki će biti rezultat matematičkog izraza. Važno je razvijati ovu vještinu u početnim fazama nastave matematike čime se izbjegava rutinsko rješavanje zadataka bez dubljeg razmišljanja (Ovčar, 1989). Glasnović Gracin (2018) upućuje da je i dalje vještina procjenjivanja kod učenika nedovoljno razvijena dajući sljedeći primjer: „Primjerice, računanjem opsega nekog lika dobije manji iznos od duljine bilo koje zadane stranice ili dobije da u jednom satu ima 0.00028 sekundi te bezbrižno kreće na sljedeći zadatak“ (str. 192).

Slijedi korak izračunavanja brojevnog izraza. Ako procjena rezultata i rješenje zadatka budu približno iste vrijednosti, učenik može biti uvjeren da je njegovo rješenje ispravno. Ipak, dobiveno rješenje treba dodatno provjeriti.

Provjera rezultata „obuhvaća dva postupka: provjeravanje točnosti dobivenih rezultata, utvrđivanje zadovoljava li dobiveni rezultat uvjetima i zahtjevima zadatka“ (Ovčar, 1987, str. 30). Prema Ovčaru (1987), prilikom provjeravanja rezultata matematičkog zadatka, nužno je provjeriti usklađenost s postavljenim uvjetima i zahtjevima zadatka. Potrebno je provjeriti moguće greške u primjeni, jesu li računske operacije izvedene po pravilnom redosljedju, jesu li poštovana aritmetička pravila koja određuju način izračunavanja izraza i slično. Učenici usvajaju ove postupke provjere tijekom procesa rješavanja brojčanih matematičkih zadataka.

Slijedi korak formuliranja odgovora. Kod Markovca (1990) je to posljednja etapa u rješavanju tekstualnih zadataka. „Sastavljanje odgovora ima veliko odgojno i obrazovno značenje jer zapravo predstavlja sintezu cjelokupnog rada u rješavanju tekstualnog zadatka“ (Ovčar, 1989, str. 30). Učenici se potiču na razmišljanje o svojim odgovorima te na sastavljanje rečenica koje su smislene, gramatički ispravne, pravopisno točne i stilski primjerene. Odgovor se prvo formulira usmeno, a zatim se zapisuje na za to predviđeno mjesto. U prvom razredu se odgovor ne zapisuje jer oduzima puno vremena (Markovac, 1990).

Ovčar (1989) u koraku definiranja matematičkih zakonitosti izdvaja isticanje matematičkih koncepata (pravila, generalizacije, teoremi, algoritmi, postupci) koje su učenici

već naučili i koje su koristili prilikom rješavanja zadataka. Naglašavajući važnost isticanja već usvojenih računskih operacija i matematičkih zakonitosti, i Polya u svojem radu izdvaja pitanje „Znaš li neki srodni zadatak?“ koje se ponavlja kroz nekoliko poglavlja (1966, str. 196).

Posljednji korak u rješavanju tekstualnih matematičkih zadataka je osvrt na rješavanje zadataka. Osvrt pridonosi dubljem utvrđivanju znanja kod učenika i utječe na razvoj njihovih vještina i sposobnosti u rješavanju tekstualnih zadataka (Ovčar, 1989).

3.2. Tekstualni zadatak prema smislu sadržaja

Ovčar (1989) je tekstualne zadatke podijelio prema smislu sadržaja na sljedećih sedam vrsta:

1. tekstualni zadaci čistih brojeva i njihovih odnosa
2. fiktivni tekstualni zadaci realnih odnosa i podataka
3. tekstualni zadaci s nestvarnim elementima
4. tekstualni zadaci iz neposredne stvarnosti
5. tekstualni zadaci zabavne matematike
6. geometrijski tekstualni zadaci
7. nastavni matematički problemi.

Tekstualni zadaci čistih brojeva i njihovih odnosa ukazuju na matematičke operacije iskazane tekstem. Odnosi među brojevima su verbalno izraženi, ali sam tekst zadatka obično ne navodi koju matematičku operaciju treba izvesti.

Fiktivni tekstualni zadaci realnih odnosa i podataka sadrže podatke iz svakodnevnog života, ali nije precizno određeno gdje se ti odnosi zapravo odvijaju.

Tekstualnim zadacima s nestvarnim elementima učenici primjenjuju matematiku u stvarnim situacijama, iako su podaci izmišljeni, odnosi proizlaze iz stvarnih situacija.

Rješavanjem tekstualnih zadataka iz neposredne stvarnosti učenici primjenjuju matematiku na stvarne životne situacije, što Ovčar (1989) izdvaja kao poseban odgojni i obrazovni značaj. „Značajna je i spoznaja da se određeni odnosi u neposrednoj stvarnosti mogu

prikazati različitim matematičkim izrazima, odnosno da se različiti oblici neposredne stvarnosti mogu izraziti jednakim matematičkim izrazom“ (Ovčar, 1989, str. 24).

Geometrijski zadaci opisuju odnose između geometrijskih oblika, a razumijevanje ovih zadataka pomaže učenicima u razvijanju geometrijskih vještina.

Tekstualni zadaci zabavne matematike se odnose na sadržaj koji „je uvijek isti: radi se o stvarnim problemima uobličanim u zagonetke čime oni postaju „zabavniji“ – privlačniji za rješavanje“ (Dakić, 2009, str. 48). Učenici trebaju biti snalažljivi i kombinirati podatke te prepoznati ključne informacije jer takvi zadaci često sadrže zamke koje mogu ometati učenike u točnom rješavanju. (Ovčar, 1989)

Geometrijski tekstualni zadaci su verbalizirani zadaci „u kojima se iskazuju odnosi između geometrijskih veličina“, a primjer koji je dao Ovčar (1989, str. 25) je: „Odredi opseg kvadrata ako je duljina stranice $a = 7$ cm.“

Nastavni matematički problem je prema Ovčaru „svaki matematički zadatak u čijem se rješavanju učenik susreće s nekom teškoćom i mora uložiti određeni umni napor da bi došao do rješenja“ (Ovčar, 1987, str. 25). Takav tekstualni zadatak treba biti izazovan učeniku i sadržavati elemente problema, a do čijeg dolaska do rješenja učenik treba uložiti određeni umni napor. Kurnik (2002) uz takve zadatke navodi kao cilj „povišenje efikasnosti nastave matematike i podizanje razine matematičkog obrazovanja učenika“ (str. 197).

Riley i Grenno (1988; prema Pavlin-Bernardić i sur., 2011) navode tri vrste zadataka s obzirom na problemsku situaciju: zadaci promjene, kombiniranja i usporedbe. Pavlin-Bernardić i sur. (2011) upozoravaju na podskupine ovih zadataka s obzirom na variranja danih informacija i nepoznatih veličina koje treba otkriti. Zadacima promjene izračunavamo na koji način se količina dana na početku promijenila. Promjena može biti rezultat zbrajanja ili oduzimanja. „U zadacima su kombiniranja zadana dva skupa koje treba ujediniti ili razjediniti“ (Pavlin-Bernardić i sur., 2011, str. 116). Zadaci usporedbe određuju razliku između dva statična skupa koja se ne mijenjaju. Autorice navode sljedeći primjer: „Marko ima tri autića. Ivan ima pet autića“, i od rješavača se traži da ih ujedini u nadskup: „Koliko autića imaju zajedno?“ (Pavlin-Bernardić i sur., 2011, str. 116).

3.3. Tekstualni zadatak prema kontekstu

Učenicima se približavaju matematički koncepti uporabom konteksta tijekom nastavnog procesa. Glasnović Gracin (2010) spominje ulogu nastave matematike u životu učenika: „Nastava matematike pritom ima ulogu učenika opremiti s onim matematičkim znanjem i sposobnostima koje bi mu pomogle za aktivno, promišljajuće i kritičko sudjelovanje u životu našeg društva“ (str. 112). Uporaba zadataka prema kontekstu, pa stoga i sam kontekst, u nastavi matematike osposobljava učenike za buduće rješavanje problema u svakodnevnom životu. Posokhova (prema Sharma, 2001, str. 70) se slaže navodeći: „U većini slučajeva matematičke vještine trebaju nam u životu u svrhu rješavanja kvantitativnih situacija i problema.“

Sullivan i sur. (2003) kontekst zadatka opisuju kao situaciju u koju je uklopljen matematički zadatak. Ta situacija može biti stvarna ili izmišljena, a učenicima služi da lakše razumiju zadatak ili za detaljni opis informacija. Autori spominju i „pedagoški kontekst“ koji se odnosi na okruženje usvajanja matematičkog sadržaja, nastavu matematike. No, Sullivan i sur. (2003) dvoje oko važnosti postavljanja zadatka u stvarni kontekst koji potiče učenike da se što više zainteresiraju za rješavanje zadatka, pa se stoga pitaju može li kontekst zadatka odvratiti od matematičkog cilja samog zadatka. Također, navode da učenicima kontekst omogućava to da im je zadatak „bliži“ te da ne mora nužno odvlačiti pažnju, već pomaže u generalizaciji. Kontekst mora biti takav da je učenicima zamisliv. Ako učenici mogu zamisliti situaciju matematičkog zadatka, aktivnije će pristupiti samom rješavanju.

Identičnu definiciju daje Glasnović Gracin (2007a, str. 159) gdje je kontekst definiran kao „način kako je situacija opisana u matematičkom zadatku“. U kasnijem radu autorica (2018) spominje kontekstualne karakteristike koje se odnose na način na koji je kontekst stvarnog svijeta uklopljen u zadatke i u kojoj mjeri.

De Lange (2015) izdvaja izbor konteksta prilikom dizajniranja matematičkih zadataka. Da bi učenici uspješno primijenili naučene koncepte, odabir konteksta mora biti autentičan i realan, nikako izdvojen iz umjetne ili nepovezane situacije (de Lange, 2015). Glasnović Gracin (2018) govori o autentičnom problemu kao onom koji sadrži situacije iz stvarnog života. Autentičan problem može biti i onaj za koji su učenici sami prikupili podatke iz svakodnevnog života. Učenici će zadatke shvatiti kao autentične i važne ako su povezani s njihovim interesima i imaju aktivnu ulogu. S druge strane, Sullivan (2015) i u kasnijem radu govori o kontekstu kao dilemi. Matematički zadaci trebaju biti osmišljeni tako da bi potaknuli učenike na rješavanje i

primjenu matematičkog znanja, ali u isto vrijeme kontekst zadatka ne smije ometati učenike u razumijevanju zadatka. Kontekst treba biti upotrijebljen tako da ne umanjuje usvajanje ili primjenu matematičkog znanja, već da usmjeri na uporabu u stvarnosti. No, nije potrebno do te mjere imitirati stvarnost, kao što su cijene proizvoda u trgovini, zato što je ono što je najbitnije zapravo matematički cilj. „U filozofiji realističnog matematičkog obrazovanja, konteksti se trebaju koristiti kako bi se razvijali matematički pojmovi“ (de Lange, 2015, str. 292).

U međunarodnom PISA istraživanju je kontekst definiran kao dio svijeta pojedinca koji se susreće s nekim problemom, a podijeljen je na četiri kategorije: osobni, profesionalni, društveni i znanstveni kontekst (NCVVO, 2023). Osobni kontekst uključuje probleme osobne prirode. Primjerice, problemi koji su povezani s aktivnostima pojedinca, njegove obitelji i vršnjaka, a oni mogu obuhvaćati svakodnevne situacije kao što je igra, osobni prijevoz, sport, financije, kupovina, priprema hrane. Profesionalni kontekst upućuje na probleme profesionalnog karaktera. „Zadaci unutar ove kategorije uključuju scenarije koji se odnose na primjerice mjerenje, formiranje cijena i naručivanje građevinskoga materijala, obračun plaće/računovodstvene poslove, kontrolu kvalitete, planiranje/popisivanje inventara, dizajn/arhitekturu te poslovno odlučivanje uz pomoć ili bez pomoći odgovarajuće tehnologije“ (NCVVO, 2023, str. 6). Matematički problemi društvenog konteksta se odnose na društvenu zajednicu (područja poput izbornog sustava, javnog prijevoza, uprave, javnih politika, demografije, oglašavanja, zdravstva, zabave, nacionalne statistike i ekonomije). Zadnja vrsta konteksta je znanstveni kontekst. Problemi znanstvenog konteksta su usmjereni na primjenjivanje matematičkih znanja u prirodnom svijetu, ali i na pitanja i teme povezane sa znanosti i tehnologijom. „Konkretni konteksti mogu obuhvaćati, primjerice, područja kao što su vrijeme ili klima, ekologija, medicina, astronomija, genetika, mjerenje, kao i sam svijet matematike“ (NCVVO, 2023, str. 6).

Glasnović Gracin (2007a) spominje tri vrste konteksta prema PISA istraživanju: kontekst nultog reda, kontekst prvog reda i kontekst drugog reda. Kontekst se razlikuje s obzirom na mogućnost matematizacije. Ovčar (1987) proces matematizacije stvarnosti opisuje kao proces prevođenja veličina koje su izrečene svakodnevnim jezikom u matematički jezik. Prva vrsta konteksta je kontekst nultog reda. To je lažni kontekst koji zadatak samo čini sličnijim svakodnevici, ali joj ne doprinosi i može zbuniti čitatelja. Glasnović Gracin (2007a) navodi da ovaj kontekst treba izbjegavati jer samo konteksti prvog i drugog reda dovode do matematizacije. Nadalje, opisuje se kontekst prvog reda koji se odnosi na zadatke koji su zadani matematičkim jezikom. U takvim zadacima je kontekst potreban da bi se došlo do rješenja ili

za prosudbu odgovora. Matematičke situacije takvih zadataka su znanstvene, a zadaci „se odnose samo na matematičke objekte, simbole i strukture, i koji ne izlaze izvan matematičkog svijeta“ (Glasnović Gracin, 2007, str. 163). Naglasak na proces matematizacije je u zadacima konteksta drugog reda. Kontekst drugog reda navodi učenika na matematizaciju problema kako bi riješio zadatak i promišljanje o odgovoru tijekom prosuđivanja o točnosti odgovora. Takvi su zadaci ekstra-matematički, dio su konteksta. Da bi ih učenik procesom matematizacije riješio, treba zadatak prevesti u matematički oblik (Glasnović Gracin, 2007a). S druge strane, intra-matematički zadaci (odnose se na kontekst prvog reda) „ne izlaze izvan matematičkog svijeta“ (Glasnović Gracin, 2007a, str. 163) i odnose se na matematičke objekte, strukture i simbole. Van den Heuvel-Panhuizen (2005) spominje sličnu podjelu konteksta autora De Langea. Kontekst prvog reda je identičan u obje podjele. Konteksti drugog i trećeg reda koji su opisani u Van den Heuvel-Panhuizen (2005) nude priliku za proces matematizacije, no razlikuju se u tome što posljednja vrsta konteksta omogućuje učenicima otkrivanje novih matematičkih pojmova.

Kos i Glasnović Gracin (2012) razlikuju dvije vrste tekstualnih zadataka s obzirom na kontekst. „Tekstualni zadaci bez konteksta su zadaci zadani riječima, ali koji nisu stavljeni u određenu situaciju iz svakodnevice“ (Kos i Glasnović Gracin, 2012, str. 6). Tekstualni zadaci bez konteksta se odnose na unutarmatematičke situacije u kojima je težište na odnosima među brojevima. Kos i Glasnović Gracin (2012, str. 6) navode sljedeći primjer: „Od zbroja brojeva 14 i 5 oduzmi njihovu razliku.“

Tekstualni zadaci s obzirom na kontekst su oblikovni tako da se matematički koncepti povezuju sa stvarnošću. „Tekstualni zadatak s kontekstom ili situacijski zadatak je zadatak stavljen u određeni kontekst, tj. realističnu ili autentičnu situaciju“ (Kos, Glasnović Gracin, 2012, str. 6). S obzirom na vrstu konteksta, razlikuju se realistični zadaci i autentični tekstualni zadaci. Kao cilj rješavanja realističnih i autentičnih zadataka, autorice smatraju rješavanje problemske situacije koristeći odgovarajući matematički alat, poticanje razvoja strategija za rješavanje problema unutar zadatka te poboljšanje vještina matematičkog izražavanja. Slično tvrde Wyndhamn i Säljö (1997) koji izdvajaju vještinu rješavanja problema u nastavi matematike kao preduvjet za rješavanje problema u stvarnim životnim situacijama. Kada se učenici susreću sa stvarnim životnim problemom, primjenjuju matematičke vještine i svoje znanje, a ne izvode samo niz apstraktnih vježbi koje se mogu rješavati na algoritamski način. „Poznavanje matematičkih relacija i operacija, ljudima služe kao alati za rješavanje značajnih problema s kojima će se vjerojatno susresti“ (Wyndhamn i Säljö, 1997, str. 362).

Realistični tekstualni matematički zadaci su takvi koji imitiraju autentičnu situaciju i sadrže izmišljene podatke (Kos i Glasnović Gracin, 2012). Primjer zadatka s realističnom situacijom je: Karlo ima 9 godina, a njegova baka Ivanka 64 godine. Koliko je godina Karlova baka starija od njega? U ovom zadatku je situacija takva da imitira onu koja je moguća u svakodnevnom životu, a osobe i njihova godišta su izmišljeni. Markovac (1990) također naglašava poistovjećivanje tekstualnih zadataka sa stvarnošću kao vrijednu karakteristiku. Učenici se tako paralelno s rješavanjem tekstualnih zadataka upoznaju sa značajkama stvarnog života.

Autentičan kontekst se odnosi na situacije koje se temelje na stvarnom životu. Primjer tekstualnog matematičkog zadatka s autentičnim kontekstom je: Izračunaj koliko je godina tvoja baka starija od tebe. Više o autentičnim zadacima će biti riječi u sljedećem poglavlju.

Glasnović Gracin (2007a) izdvaja još dvije vrste konteksta s obzirom na stupanj realnosti situacije u kontekstualnom zadatku. To su virtualan kontekst i umjetni kontekst. „Virtualni kontekst sadrži elemente koji nisu opisani bilo kojom fizikalnom, socijalnom, praktičnom ili znanstvenom stvarnošću“ (Glasnović Gracin, 2007a, str. 163). Primjer zadatka s virtualnim kontekstom se nalazi na slici 6. Na slikovnom prikazu se nalazi ulica grada koja nije stvarna ni autentična, već virtualna. Jedino stvarno u zadatku, a povezano je s prometom, je riječ „ulica“.

10.

U nekoj je ulici posljednji kućni broj 37. Pomoću učiteljice/učitelja odredi koliko je kuća na desnoj, a koliko na lijevoj strani ulice.

Na desnoj je strani ulice _____ kuća.

Na lijevoj je strani ulice _____ kuća.

A colorful illustration of a street scene. On the left side of the street, there are houses with house numbers 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, and 37. On the right side, there are houses with house numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37. There are two cars on the street, one red and one blue. The scene is set in a town with a blue sky and green trees.

Slika 6. Primjer zadatka s virtualnim kontekstom (Markovac i Vrgoč, 2023, str. 55)

Druga vrsta je umjetni kontekst koji uključuje bajke, nepostojeće stvari, događaje, osobe i konstrukcije. Iako se umjetni kontekst može lakše odvojiti od stvarnosti, treba biti oprezan u njegovom korištenju jer se učenici neće „moći uvijek uživjeti u takve fantazije unutar umjetne

postavke zadatka ili se uklopiti u svijet koji očito nije stvaran“ (Glasnović Gracin, 2007a, str. 163).

3.4. Autentični zadaci

Vos (2011) govori o različitim opisima autentičnosti pa stoga i autentičnih zadataka. Spominje da razni autori autentičnost poistovjećuju s kopijama, dok rječnici opisuju autentičnost kao suprotnu od kopije. Hrvatski jezični portal (n.d.) daje dvije definicije riječi „autentičan“: „1.koji je izvoran, koji zaista potječe od onoga kome se pripisuje [autentični Picasso; autentičan tekst]; istinit, nepatvoren, vjerodostojan; 2. pov. kojem je poznato mjesto i vrijeme nastanka (o povijesnom dokumentu), usp. autentičnost (2)“. Prva definicija također potvrđuje da je autentičan onaj koji nije kopija. Vos (2011) izdvaja korištenje autentičnosti kao sinonim za stvarno („realistic“), vrijedno („worthwhile“) i značajno („relevant“). Ukazujući na probleme s definiranjem autentičnosti, autor ističe korištenje stvarnih konteksta kako bi se povećala učinkovitost nastave matematike, a posebno nastave matematičkog modeliranja. Također, kritizira nazive kao što je „autentičan zadatak“ jer „zadatak može imati neke autentične karakteristike, dok su ostale uključene samo zbog edukacijskih razloga“ (Vos, 2011, str. 721).

Palm (2008; prema Mailizar i Fan, 2014) autentičan zadatak opisuju kao onaj u kojem je situacija u zadatku iz stvarnog života ili koja bi se mogla dogoditi u stvarnom životu. Dakle, opisana situacija predstavlja probleme stvarnog života. Mailizar i Fan (2014) su prema spomenutoj definiciji autentičnog zadatka podijelili autentične zadatke na realistične i autentične. U svojem istraživanju realistične nazivaju „semi-authentic“, a autentične „real-authentic“ (Mailizar i Fan, 2014, str. 321). Realistične autentične zadatke opisuju kao one u kojima je matematički problem smješten u izmišljen kontekst stvarnog života. Ovaj opis sličan je i opisu realističnog zadatka prema Kos i Glasnović Gracin (2012) spomenutom u prijašnjem poglavlju. Autentični zadaci su oni koji sadrže izvorne podatke, u kojima učenici sami skupljaju podatke ili čine aktivnost. Rezultati njihovog istraživanja, čiji je cilj bio odrediti zastupljenost autentičnih zadataka u matematičkim udžbenicima, su pokazali da je udio realističnih zadataka („semi-authentic“) veći od autentičnih zadataka („real-authentic“). U radu upozoravaju na mali udio autentičnih zadataka („real-authentic“) u udžbenicima.

Autori Wyndhamn i Säljö (1997) također ističu važnost autentičnih zadataka. Upozoravaju da se rješavanje matematičkih problema s kontekstom svodi na upotrebu stereotipnih obrazaca. Učenici lakše rješavaju problem, no ne razumiju zašto je odabrano rješenje prikladno za taj problem. Autori u svojem radu „Word problems and mathematical reasoning – a study of children’s mastery of reference and meaning in textual realities“ spominju istraživanje koje je pokazalo da „kada je riječ o zadacima riječima, učenici rijetko primjenjuju ono što se opisuje kao 'realistično razmišljanje“ (Wyndhamn i Säljö, 1997, str. 365). Da bi se izbjegao problem nerazumijevanja matematičkih problema i podigla svijest učenika o osnovnim aritmetičkim pravilima i metodama, problemi u matematičkoj edukaciji trebaju biti povezani s autentičnim ili mogućim situacijama iz svakodnevnog konteksta. To se može postići uporabom autentičnih matematičkih zadataka. „Matematički problemski zadaci namijenjeni su da prikažu učeniku kako se matematika primjenjuje u rješavanju stvarnih životnih problema“ (Posokhova, 2001, str. 235).

Kos i Glasnović Gracin (2012) kao primjer autentičnog zadatka navode „Izračunaj koliko godina je tvoja majka starija od tebe“ (str. 6). Takav zadatak zahtjeva autentične podatke iz učenikove stvarnosti. Učenicova majka i on sam su dio stvarnog učenikovog konteksta.

Palm (2008) piše da školski zadatak nikada u potpunosti ne može dostići taj stupanj autentičnosti kao stvarna neponovljiva situacija u kojoj se učenik može zateći. Autor spominje pet polazišta prilikom odabira autentičnih zadataka. Prva karakteristika od koje se mora krenuti je događaj opisan u zadatku. Događaj u matematičkom zadatku kojeg učenici rješavaju mora biti takav da postoji mogućnost da učenici mogu biti sudionici u takvom događaju. Özgün-Koca i sur. (2019) se slažu obraćajući pozornost na značajnost događaja jer „Mnogi problemi zadani učenicima nisu važni i nemaju pravu svrhu za matematička pitanja 21. stoljeća, čak i ako je kontekst prilagođen učenicima“ (Özgün-Koca i sur., 2019, str. 17). Drugo polazište je pitanje koje treba biti usklađeno s onim iz situacije koja se može dogoditi izvan školskog okruženja (Palm, 2008). Drugim riječima, kada je pitanje u školskom zadatku zasnovano na stvarnom događaju, bitno je da postoji odgovarajuća situacija iz stvarnog života koja odražava taj problem. To je preduvjet za uspješno simuliranje situacije učenja. Posokhova (2001) tu naglašava i ispravno postavljanje pitanja. Da bi se izbjegli problemi u shvaćanju pitanja, tj. onoga što se od učenika u zadatku očekuje, on treba dobro poznavati tehniku prevođenja aritmetičkih koncepata s hrvatskih jezičnih izraza u matematičke problemske situacije. Također, učenik neće prepoznati značenje matematičkih formula u stvarnom životu ako ne može matematičke koncepte prevesti na materinji (hrvatski jezik). Prikladnost zadataka ovisi o

svrsi pronalaska odgovora. Özgün-Koca i sur. (2019) spominju rješenje problema kao ono koje treba nuditi stvarnu prednost. To će biti slučaj u onim zadacima u kojima je rješavanje problema i odgovaranje na pitanje lakše, izravnije ili točnije od drugih načina rješavanja problema“ (Özgün-Koca i sur., 2019, str. 17). Palm (2008) tvrdi da svrha rješavanja autentičnog zadatka treba učenicima biti jasna u školskoj situaciji kao što bi bila u odgovarajućoj stvarnoj životnoj situaciji. Posokhova se slaže tvrdeći da „stvarni problemski zadaci proizlaze iz stvarnoga svijeta. U stvarnom svijetu problemi nisu jasno definirani i njihov sadržaj je veći od samog problema“ (2001, str. 75). Budući da u stvarnom životu problemi nisu samo matematički, zadaci kojima se učenici bave trebaju sadržavati više vrsta problema, a podaci trebaju biti prikladni dobi učenika. Jezik kojim je formuliran matematički zadatak treba biti učenicima jasan i razumljiv te primjeren njihovom uzrastu. Zadnja karakteristika se odnosi na informacije na kojima se temelji rješenje zadatka. Informacije podrazumijevanju njihovu izvornost, ali i potrebnu količinu podataka dostupnih u stvarnoj situaciji te u školskom zadatku. Palm govori da se problemi javljaju ako neke informacije koje su bitne za problem nisu dostupne za školski zadatak ili ako su u školskom zadatku dodane dodatne informacije. Također, vrijednosti u zadatku trebaju biti autentične i konkretne (Palm, 2008). Özgün-Koca i sur. (2019) nude sljedeća pitanja prilikom odabira autentičnih zadataka u nastavi matematike: „Ima li postavljeni problem autentičnu namjenu? Hoće li učenici smatrati kontekst problema relevantnim? Ima li svrhe u matematiziranju konteksta problema? Potiče li problem raspravu?“ (str. 19).

U 3. poglavlju ovog diplomskog rada je predstavljen tekstualni matematički zadatak, proces rješavanja prema dvojici autora te dvije podjele tekstualnih zadataka. Isticana je važnost konteksta kao i različite vrste prema nekoliko autora. Prema navedenom se može zaključiti da je autentičan kontekst u matematičkim zadacima od iznimne važnosti za učenike kako bi usvojeno znanje mogli primijeniti na svakodnevne probleme. U sljedećem poglavlju će biti riječ o važnosti autentičnih zadataka u kurikulu te kako su oni tamo predstavljeni.

4. AUTENTIČNI ZADACI U KURIKULU

Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj donesen je 2019. godine i sadrži dijelove koji se odnose na realistični i autentični kontekst. U dijelu A. *SVRHA I OPIS PREDMETA*, matematika se navodi kao jedan od čimbenika tehnološkog napretka društva i element poboljšanja kvalitete života. Matematika je

ključna za svakodnevne aktivnosti pojedinca te doprinosi razvoju vještina i znanja koje će nam koristiti u različitim aspektima života, od osobnih izazova do profesionalnih dostignuća. „Učenje i poučavanje predmeta Matematika potiče kreativnost, preciznost, sustavnost, apstraktno mišljenje i kritičko promišljanje koje pomaže pri uočavanju i rješavanju problema iz svakodnevice i društvenoga okružja“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO], 2019, str. 243). Ističe se važnost učenja matematike navodeći korištenje matematičkih kompetencija u stvarnom životu. „Takvim načinom, stalnim korelacijama i integracijom unutar kurikuluma tijekom cijeloga školovanja učenici matematiku prihvaćaju kao dio okružja, a matematičke kompetencije primjenjuju u različitim aspektima učenja i života“ (MZO, 2019, str. 244). Svi odgojno-obrazovni ciljevi učenja i poučavanja predmeta su usmjereni na primjenu matematičkih znanja, vještina i procesa u svakodnevnom životu. No, odgojno-obrazovni cilj koji baš spominje matematički i stvarni kontekst je sljedeći: „primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu“ (MZO, 2019, str. 245).

Matematički procesi koji se prožimaju kroz sve domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika su organizirani u pet skupina: prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije. Povezivanje matematike s vlastitim iskustvom, učenicima omogućuje prepoznavanje u primjerima i sadržajima ostalih predmeta i životom tijekom procesa cjeloživotnoga učenja. Logičkim mišljenjem, argumentiranjem i zaključivanjem „primjenjuju poznato u nepoznatim situacijama i prenose učenje iz jednoga konteksta u drugi“ (MZO, 2019, str. 247). Stečena matematička znanja učenicima omogućuju efikasno rješavanje problema i donošenje odluka u svakodnevnom životu. Rješavanjem problema i matematičkim modeliranjem se razvijaju karakterne osobine poput upornosti, hrabrosti i otvorenosti za suočavanje s novim i nepoznatim izazovima.

Domene nastavnog predmeta Matematika su sljedeće: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i vjerojatnost.

„Važno je naglasiti da se odabirom primjerenih strategija poučavanja te kreativnim načinima izvedbe nastavnoga procesa može uvelike utjecati na razinu usvojenosti znanja i stjecanje vještina i stavova. U svim domenama matematika se povezuje sa stvarnim situacijama, a njezina

svakodnevna primjena čini je važnom i nezamjenjivom za razvoj društva u cjelini“ (MZO, 2019, str. 248).

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda koji se odnose na autentične matematičke zadatke za prvi, drugi, treći i četvrti razred osnovne škole su prikazani u tablicama koje slijede. *Tablica 1* uključuje odgojno-obrazovne ishode i razradu ishoda za prvi razred osnovne škole, *Tablica 2* za drugi razred, *Tablica 3* za treći razred, a *Tablica 4* za četvrti razred osnovne škole. Tablice sadrže po tri stupca, prvi stupac se odnosi na razred, stupac „odgojno-obrazovni ishod“ uključuje ishod za pripadajući razred, a stupac „razrada ishoda“ opisuje razradu odgovarajućeg ishoda. Redak „domene“ sadrži domene kurikula nastavnog predmeta Matematika, a svaka domena ima svoju oznaku velikog školskog formalnog slova. Svaki ishod ima svoju šifru koja uključuje naziv nastavnog predmeta, domenu, razred i broj ishoda za osnovnu ili srednju školu. Primjerice, ishod „MAT OŠ A.1.5.“ označava peti ishod za prvi razred iz domene Brojevi za nastavni predmet Matematika u osnovnoj školi.

Tablica 1

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda koji se odnose na autentične matematičke zadatke za prvi razred osnovne škole

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
razred	odgojno-obrazovni ishod	razrada ishoda
1.	MAT OŠ A.1.5. Matematički rasuđuje te matematičkim jezikom prikazuje i rješava različite tipove zadataka.	Postavlja matematički problem (određuje što je poznato i nepoznato, predviđa/istražuje i odabire strategije, donosi zaključke i određuje moguća rješenja). Koristi se stečenim spoznajama u rješavanju različitih tipova zadataka (računski zadatci, u tekstualnim zadatcima i problemskim situacijama iz svakodnevnoga života).
	MAT OŠ D.1.2.	Prepoznaje hrvatske kovanice i novčanice vrijednosti: 1 kuna, 2 kune, 5 kuna, 10 kuna i

	Služi se hrvatskim novcem u jediničnoj vrijednosti kune u skupu brojeva do 20.	20 kuna. Služi se kunama i znakom jedinične vrijednosti kuna.
		Uspoređuje vrijednosti kovanica i novčanica te računa s novcem u skupu brojeva do 20.
		Objašnjava svrhu i korist štednje.

Ishod MAT OŠ A.1.5. uključuje rješavanje autentičnih matematičkih zadataka. Da bi učenik mogao riješiti autentičan matematički zadatak, čiji je kontekst povezan sa situacijama svakodnevnog života, treba prepoznati matematički problem u zadatku i matematičkim jezikom ga zapisati. Zadatak „Svoje godine zbroji s godinama svojeg prijatelja u klupi.“ je autentičan zadatak jer zahtjeva podatke iz učenikovog života. Nije dovoljno da učenik zna koliko godina imaju njegov prijatelj i on, već te podatke treba znati zapisati matematičkim znakovima i riješiti. U preporukama za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda MAT OŠ D.1.2. piše: „U svrhu financijske pismenosti i potrebe uporabe novca u stvarnome životu, učenik u prvome razredu upoznaje osnovnu jediničnu vrijednost hrvatskoga novca, kunu, s kojom može i računati u skupu brojeva do 20“ (MZO, 2019, str. 22). Euro je 1. siječnja 2023. godine postao službena valuta u Republici Hrvatskoj te time zamijenio hrvatsku kunu. Iako se u ishodu spominju hrvatske kune, ishod se može primijeniti na euro jer je postavši zakonsko sredstvo plaćanja u našoj zemlji postao dio autentične stvarnosti. Da bi se učenik znao koristiti novcem u stvarnom životu, jedna od priprema su autentični zadaci. „Poželjno je što više koristiti se modelima novca kako bi učenici razvili vještinu služenja njime. Učenike je dobro potaknuti na štednju i uviđanje njezine koristi, kao i razumno upravljanje novcem u problemskim situacijama važnima za život (može se spomenuti i negativan utjecaj reklama u kontroliranome raspolaganju novcem)“ (MZO, 2019, str. 22). U stupcu razrade ishoda u *Tablica 1* su podebljane dvije razrade ishoda. Podebljanje razrade jasno i nedvosmisleno govore o autentičnim situacijama. Dakle, spominje se svakodnevni život i znanje o hrvatskom novcu što izravno upućuje na autentičan kontekst.

Tablica 2

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda koji se odnose na autentične matematičke zadatke za drugi razred osnovne škole

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E –
Podatci, statistika i vjerojatnost**

razred	odgojno-obrazovni ishod	razrada ishoda
2.	MAT OŠ A.2.3. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 100.	Procjenjuje rezultat zbrajanja i oduzimanja. Zbraja i oduzima više brojeva. Rješava tekstualne zadatke.
	MAT OŠ A.2.4. Množi i dijeli u okviru tablice množenja.	Rješava tekstualne zadatke.
	MAT OŠ A.2.6. Primjenjuje četiri računске operacije te odnose među brojevima.	Primjenjuje usvojene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju različitih tipova zadataka u svakodnevnim situacijama.
	MAT OŠ D.2.1. Služi se jedinicama za novac.	Prepoznaje hrvatske novčanice i kovanice. Poznaje odnos veće i manje novčane jedinice. Služi se jedinicama za novac i znakovima njegovih jediničnih vrijednosti. Računa s jedinicama za novac (u skupu brojeva do 100).
	MAT OŠ E.2.1. Koristi se podacima iz neposredne okoline.	Razvrstava prikupljene podatke i prikazuje ih jednostavnim tablicama ili piktogramima. Provodi jednostavna istraživanja te analizira i prikazuje podatke.
	MAT OŠ E.2.2. Određuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.	U različitim situacijama predviđa moguće i nemoguće događaje. Objašnjava zašto je neki događaj (ne)moguć.

Autentičan matematički zadatak je vrsta tekstualnog matematičkog zadatka prema kontekstu. Razrade ishoda MAT OŠ A.2.3. i MAT OŠ A.2.4. spominju rješavanje tekstualnih

matematičkih zadataka pa se samim time odnose i na autentične zadatke. Različite životne situacije ponekad zahtijevaju što točniju procjenu. To je vještina koju treba usavršavati. Ako je procjena dio autentičnog zadatka učenici će razvijati „logičko mišljenje i preduvjet za primjenu zbrajanja i oduzimanja u stvarnim situacijama (npr. tijekom kupnje)“ (MZO, 2019, str. 25). Ishod MAT OŠ A.2.6. će biti ispunjen kada učenici rješavanjem autentičnih zadataka budu sposobni znanje upotrijebiti u svakodnevnom životu. Ishod MAT OŠ D.2.1. se nadograđuje na ishod MAT OŠ D.1.2. iz prvog razreda. Učenici su već usvojenim znanjem o novcu spremni na računanje s kovanicama i novčanicama do 100 u autentičnim zadacima. Uporabom autentičnih zadataka će se ispuniti ishodi MAT OŠ E.2.1. i MAT OŠ E.2.2. jer učenik treba prikupiti i prikazati podatke te odrediti mogućnost događaja iz autentičnog konteksta. *Tablica 2* sadrži četiri podebljane razrade ishoda za pojedine odgojno-obrazovne ishode. Podebljane razrade spominju korištenje matematičkih znanja u svakodnevnom životu, uporabu hrvatskog novca i predviđanje mogućnosti da se neki događaj dogodi ili ne. Navedene razrade se odnose na svakodnevicu učenika pa stoga jasno upućuju na autentičan kontekst.

Tablica 3

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda koji se odnose na autentične matematičke zadatke za treći razred osnovne škole

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
razred	odgojno-obrazovni ishod	razrada ishoda
3.	MAT OŠ A.3.2. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 1 000.	Rješava tekstualne zadatke.
	MAT OŠ A.3.3. Dijeli prirodne brojeve do 100 s ostatkom.	Rješava tekstualne zadatke.
	MAT OŠ A.3.5.	Rješava različite vrste zadataka.

Izvodi više računskih operacija.	
MAT OŠ A.3.6. Primjenjuje četiri računске operacije i odnose među brojevima u problemskim situacijama.	Primjenjuje stečene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju svakodnevnih problemskih situacija.
MAT OŠ E.3.1. Služi se različitim prikazima podataka.	Služi se različitim prikazima podataka.

Ishodi MAT OŠ A.3.2. i A.3.3. se odnose na rješavanje tekstualnih matematičkih zadataka, što uključuje i rješavanje autentičnih matematičkih zadataka. Ishod MAT OŠ A.3.5. govori o rješavanju različitih vrsta zadataka, a budući da su autentični zadaci vrsta tekstualnih zadataka s obzirom na kontekst, ovaj ishod se može primijeniti i na autentične zadatke. Znanje o osnovnim računskim operacijama je važno za funkcioniranje u svakodnevnom životu. Autentični zadaci koji uključuju takav matematički sadržaj će pripremiti učenike za rješavanje svakodnevnih problemskih situacija. U kurikulumu se navodi sljedeća preporuka za ostvarivanje ishoda MAT OŠ E.3.1.: „Tablica kao reprezentativni oblik može se upotrebljavati u različitim predmetima i različitim područjima života, stoga je poželjno, služeći se tablicama, povezivati matematiku s njima“ (MZO, 2019, str. 43). Iz navedenog se može zaključiti da će autentični zadaci koji zahtijevaju različite prikaze podataka pripremiti učenike za korištenje tablice u svakodnevnom kontekstu. U tablici je podebljana i razrada ishoda za ishod MAT OŠ A.3.6. Razrada upućuje na primjenu matematičkih znanja u rješavanju svakodnevnih problema. Upravo zato što se spominje svakodnevne situacije, ova razrada se odnosi na autentične situacije.

Tablica 4

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda koji se odnose na autentične matematičke zadatke za četvrti razred osnovne škole

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E –
Podatci, statistika i vjerojatnost**

razred	odgojno-obrazovni ishod	razrada ishoda
4.	MAT OŠ A.4.2. Pisano zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do milijun.	Rješava tekstualne zadatke.
	MAT OŠ A.4.3. Pisano množi i dijeli dvoznamenkastim brojevima u skupu prirodnih brojeva do milijun.	Primjenjuje postupak pisanoga množenja i dijeljenja dvoznamenkastim brojem u različitim tipovima zadataka.
	MAT OŠ A.4.4. Primjenjuje četiri računske operacije i odnose među brojevima u problemskim situacijama.	Rješava problemske zadatke sa uporabom i bez uporabe zagrada. Procjenjuje rezultat.
	MAT OŠ E.4.1. Provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke.	Osmišljava i provodi jednostavna istraživanja u svojoj neposrednoj okolini.

Razrada ishoda MAT OŠ A.4.2. spominje rješavanje tekstualnih zadataka što uključuje i rješavanje autentičnih matematičkih zadataka. MAT OŠ A.4.3. govori o različitim tipovima zadataka pa se stoga može primijeniti i na autentične zadatke koji su vrsta tekstualnih zadataka. Problemski i tekstualni matematički zadaci nisu sinonimi, već je tekstualni zadatak vrsta problemskog zadatka. Stoga problemski zadatak može biti i autentičan zadatak te se korištenjem autentičnih zadataka u nastavi može ostvariti ishod MAT OŠ A.4.4. Razrada ishoda MAT OŠ E.4.1. spominje neposrednu okolinu učenika, a neposredna okolina je učenikov autentičan kontekst. Stoga je u *Tablica 4* podebljana razrada navedenog ishoda jer jasno iskazuje autentičnu situaciju. Preporuka za razradu odgojno-obrazovnog ishoda MAT OŠ E.4.1. govori da učenici „mogu istraživati problem koji ne mora biti matematički, ali će podatke

upisivati i ucrtavati u tablice ili dijagrame“ (MZO, 2019, str. 51). Kao primjer zadatka koji je autentičan se navodi sljedeći: „Koliko se vremena posvećuje čitanju, a koliko gledanju televizije? Pratiti i bilježiti rezultate tijekom tjedan dana, a zatim ih objediniti, prikazati i donijeti zaključke“ (MZO, 2019, str. 51).

U ovom poglavlju su predstavljeni ishodi, zahtjevi i preporuke kurikula kroz više domena da se autentični zadaci uključe u nastavu matematike. Postavlja se pitanje kako je navedeno ostvareno u matematičkim udžbenicima. Upravo to je tema sljedećeg poglavlja ovog diplomskog rada.

5. AUTENTIČNI ZADACI U UDŽBENICIMA

U prethodnim poglavljima je istaknuta važnost autentičnih matematičkih zadataka, kako u teoriji metodike matematike, tako i u matematičkom kurikulu. Rješavanjem autentičnih zadataka učenici najbolje usvajaju matematički sadržaj jer je zadatak stavljen u kontekst jedinstven za svakog pojedinačno. Najveći izvori matematičkih zadataka, pa tako i autentičnih matematičkih zadataka, su za učenike matematički udžbenici.

„Udžbenik je temeljno nastavno sredstvo; knjiga namijenjena učenju i stjecanju znanja, pisana na osnovi nastavnoga plana i programa, u kojoj su znanstveni i stručni sadržaji didaktičko-metodički oblikovani“ (Hrvatska enciklopedija, 2014.). U nastavi matematike, udžbenici imaju veliku ulogu te „uvelike utječu na odluke nastavnika o tome što će učenik raditi na satu ili kod kuće“ (Glasnović Gracin, 2020, str. 3). Rezultati istraživanja autorica Glasnović Gracin i Domović (2009) su pokazali da su u nastavi matematike u Republici Hrvatskoj udžbenici vrlo dominantni. Također, „Nastavnici se najviše koriste udžbenikom za pripremu za nastavu, a učenici se najviše udžbenikom koriste za vježbanje“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 237). Glasnović Gracin (2018) kao rezultate svog istraživanja navodi da su zadaci u udžbenicima računski, unutar matematički, zatvoreni i s niskom razinom kognitivnih zahtjeva. U istraživanim udžbenicima otvoreni zadaci, zadaci refleksije i autentični zadaci nisu uključeni. O tome jesu li još uvijek autentični zadaci izostavljeni iz matematičkih udžbenika će biti riječi u sljedećem dijelu ovog poglavlja.

5.1. Cilj istraživanja i istraživačka pitanja

Cilj ovog diplomskog rada je analizirati autentične matematičke zadatke u dvama najzastupljenijim matematičkim udžbeničkim kompletima u školskoj godini 2023./24. od prvog do četvrtog razreda osnovne škole. Istraživanjem se nastojalo odgovoriti na sljedeća pitanja:

1. Kolika je zastupljenost autentičnih zadataka u matematičkim udžbenicima?

2. Koje podatke iz svoje stvarnosti učenik treba istražiti da bi riješio autentičan matematički zadatak (npr. godine majke i oca, godine brata ili sestre, vrijeme provedeno igrajući se i sl.) te o kojim domenama se radi?

5.2. Metoda

U ovom radu je provedena analiza autentičnih matematičkih zadataka u dvama najzastupljenijim udžbeničkim kompletima od prvog do četvrtog razreda osnovne škole. Prilikom analize zadataka u obzir su uzeti svi matematički zadaci koji od učenika traže za istraže, prikažu, izračunaju ili analiziraju podatke vezane uz autentičan kontekst.

Analizirano je osam udžbenika od prvog do četvrtog razreda osnovne škole, odnosno njihove digitalne verzije dostupne na platformama izdavačkih kuća. Svi analizirani udžbenici su izdani 2023. godine. Ministarstvo znanosti i obrazovanja je odobrilo uporabu analiziranih udžbenika u nastavi pa stoga udžbenici slijede Kurikulum za nastavni predmet Matematika (MZO, 2019).

U radu će se za udžbenike koristiti sljedeće oznake A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3 i B4.¹ Oznaka „A“ označava naziv udžbenika jedne skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće. Oznaka „B“ označava naziv udžbenika druge skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće. Brojevi 1, 2, 3 i 4 uz oznake „A“ ili „B“ označavaju razred za koji je napisan udžbenik, pa tako „1“ označava prvi razred, „2“ označava drugi razred, treći razred je „3“, a „4“ označava četvrti razred.

¹ Podaci o analiziranim udžbenicima mogu se dobiti kod autorice ovog diplomskog rada.

Tablica 5*Oznake udžbenika i njihova značenja*

Udžbenici analizirani u radu	
oznaka	značenje
A1	udžbenik za prvi razred osnovne škole jedne skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
A2	udžbenik za drugi razred osnovne škole jedne skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
A3	udžbenik za treći razred osnovne škole jedne skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
A4	udžbenik za četvrti razred osnovne škole jedne skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
B1	udžbenik za prvi razred osnovne škole druge skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
B2	udžbenik za drugi razred osnovne škole druge skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
B3	udžbenik za treći razred osnovne škole druge skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće
B4	udžbenik za četvrti razred osnovne škole druge skupine autora i pripadajuće izdavačke kuće

Analiza udžbenika je provedena u svibnju 2024. godine. Svaki udžbenik je detaljno analiziran kvalitativnom tekstualnom analizom tako da su prvo bili izdvojeni svi zadaci koji od učenika traže da za rješenje upotrijebe podatke i informacije iz njihove autentične stvarnosti, a zatim je svaki od izdvojenih zadataka dodatno kvalitativno analiziran prema drugom istraživačkom pitanju. Prikupljeni podaci su analizirani deskriptivnom analizom kako bi se odgovorilo na postavljena istraživačka pitanja.

5.3. Rezultati i rasprava

Rezultati istraživanja s raspravom su podijeljeni u dva dijela. U prvom dijelu se donose rezultati i odgovor na prvo istraživačko pitanje, to jest zastupljenost autentičnih zadataka u odabranim matematičkim udžbenicima. Drugi dio rezultata se odnosi na drugo istraživačko pitanje, odnosno na podatke koji su učenicima potrebni da bi riješili autentičan zadatak te koji broj zadataka pripada pojedinoj domeni.

5.3.1. Zastupljenost autentičnih zadataka u matematičkim udžbenicima od prvog do četvrtog razreda osnovne škole

Svrha prvog istraživačkog pitanja je bila utvrditi u kojoj su mjeri autentični matematički zadaci zastupljeni u udžbenicima. Analiza u udžbenicima se odnosila na sve lekcije od prvog do četvrtog razreda. U analizu zadataka su ubrojani svi samostalni autentični zadaci i svi zadaci koji u nekom od svojih dijelova traže od učenika da riješi autentični zadatak. U tablici 6 je prikazana zastupljenost autentičnih zadataka u udžbenicima.

Tablica 6

Zastupljenost autentičnih zadataka u udžbenicima

ZASTUPLJENOST AUTENTIČNIH PODATAKA			
udžbenik	broj autentičnih zadataka	ukupan broj zadataka	udio autentičnih zadataka
A1	23	846	2,72 %
A2	80	958	8,35 %
A3	96	860	11,16 %
A4	109	685	15,91 %
B1	20	405	4,94 %

B2	20	469	4,26 %
B3	24	564	4,26%
B4	37	467	7,92 %

Iz tablice 6 je vidljiva mala zastupljenost autentičnih matematičkih zadataka u osam analiziranih udžbenika od prvog do četvrtog razreda osnovne škole. Autentični matematički zadaci su najviše zastupljeni u A4 udžbeniku za četvrti razred osnovne škole, a najmanje su zastupljeni u B1 udžbeniku za prvi razred. Rezultati zastupljenosti autentičnih zadataka pokazuju da se broj autentičnih zadataka povećava od prvog prema četvrtom razredu. Najmanja zastupljenost autentičnih zadataka u udžbeničkom kompletu A je u A1 udžbeniku i iz tablice je vidljivo da ona iznosi tek 2,72 %. Može se uočiti velika razlika zastupljenosti u A1 udžbeniku u odnosu na A2, A3 i A4 udžbenik (*Tablica 6*), dok međusobna razlika u postotku zastupljenosti između spomenuta tri udžbenika nije velika. Mala zastupljenost autentičnih zadataka u A1 udžbeniku se može pripisati dobi učenika i sadržaju s kojim se prvi puta susreću. U cijelom udžbeničkom kompletu B je uočljiva niska zastupljenost autentičnih zadataka iako jedan od odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja nastavnog predmeta Matematika govori o primjeni naučenog matematičkog znanja i u stvarnom životu. „Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa: primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu“ (MZO, 2019, str. 9). Zanimljivo je zapitati se jesu li ukupno 92 autentična zadatka u četiri matematička udžbenika kompleta B dovoljna kako bi učenici mogli uopće spoznati da se matematička znanja mogu primijeniti u svakodnevnom životu. Nadalje, uočljivo je da četiri udžbenika kompleta B imaju zajedno 92 autentična zadatka, dok s druge strane A3 i A4 udžbenici imaju samostalno veći broj autentičnih zadataka.

A1 je udžbenik za prvi razred osnovne škole u kojem su uključena 23 autentična zadatka. Zastupljenost autentičnih zadataka je 2,72 % pa je stoga taj udžbenik onaj s najmanjim brojem autentičnih zadataka u A udžbeničkom kompletu. Udžbenik A2 je udžbenik za drugi razred osnovne škole. Broj autentičnih zadataka je 80, a zastupljenost iznosi 8,35 %. Uočljiv je veliki skok od 57 zadataka više u odnosu na udžbenik za prvi razred. S druge strane, niti jedan

od udžbenika B udžbeničkog kompleta nema niti približan broj autentičnih zadataka tom broju. B udžbenici imaju ukupno približno upola manje zadataka u odnosu na A udžbenike. S toga je postotak zastupljenosti zadataka u B1 udžbeniku veći od A1 udžbenika. A4 i B4 su udžbenici s najvećim brojem autentičnih zadataka u sklopu pripadajućih udžbeničkih kompleta, iako je između ta dva udžbenika uočljiva razlika u čak 78 autentična zadatka, odnosno 9,28 %.

Vos (2018) u svojem radu spominje različite aspekte autentičnosti koje zadatak može sadržavati. Nabroja autentične simbole, doživljena iskustva, autentične objekte pa i rješavanje problema uporabom matematičkih znanja. Slična klasifikacija zadataka se nalazi i u analiziranim udžbenicima. Zadaci u navedenim udžbenicima su bili takvi da se mogu klasificirati kao samostalni autentični zadaci, kao što je prikazano na slici 7, te kao zadaci koji su nekim svojim dijelom autentični. Primjer zadatka koji je jednim svojim dijelom autentičan se nalazi na slici 8. U zadatku je autentičan samo dio „Istraži koja je najdraža životinja u tvojoj obitelji. Kao i Marko, u pravokutnike napiši članove obitelji.“ zato što učenik treba prikazati podatke iz svoje stvarnosti, točnije osobne podatke. Drugi dio ovog zadatka je autentičan za svakog učenika i bit će drugačiji. Ukupan broj samostalnih autentičnih zadataka u udžbeničkom kompletu B je 85, dok je 16 autentičnih zadataka koji se jednim svojim dijelom odnose na autentičan kontekst. Od ukupno 308 autentična zadataka u udžbeničkom kompletu A, 77 je autentičnih zadataka koji su jednim svojim dijelom autentični.

U KOJOJ SE ULICI I NA
KOJEMU KUĆNOM BROJU
NALAZI TVOJ DOM?
ZNAŠ LI ULICU I KUĆNI
BROJ SVOJE ŠKOLE?

Slika 7. Primjer autentičnog zadatka (Jakovljević Rogić i sur., 2023., str. 95)

5. OBJASNI SLIKU I ISTRAŽI.

NAJDRAŽA ŽIVOTINJA
MARKOVE OBITELJI:

3	MARKO	
2	TATA	
1	MAMA	SEKA BAKA

ISTRAŽI KOJA JE NAJDRAŽA ŽIVOTINJA U TVOJOJ
OBITELJI. KAO I MARKO, U PRAVOKUTNIKE NAPIŠI
ČLANOVE SVOJE OBITELJI.

3				
2				
1				

Slika 8. Primjer autentičnog zadatka koji je jednim svojim dijelom autentičan (Glasnović Gracin i sur., 2023., str. 38)

5.3.2. Podaci iz učenikove stvarnosti potrebni za rješenje autentičnog zadatka

Drugo istraživačko pitanje ovog diplomskog rada je bilo „Koje podatke iz svoje stvarnosti učenik treba istražiti kako bi riješio autentičan matematički zadatak (npr. godine majke i oca, godine brata ili sestre, vrijeme provedeno igrajući se i sl.) te o kojim domenama se radi?“. Cilj ovog istraživačkog pitanja je utvrditi koji podaci su potrebni da bi učenik riješio autentične zadatke u osam analiziranih udžbenika od prvog do četvrtog razreda. Dobiveni podaci su organizirani u pet kategorija: (1) *osobni podaci*, (2) *obiteljski podaci*, (3) *školski podaci*, (4) *podaci iz Prirode i društva* te (5) *ostali podaci*. Svaka kategorija uključuje podvrste podataka.

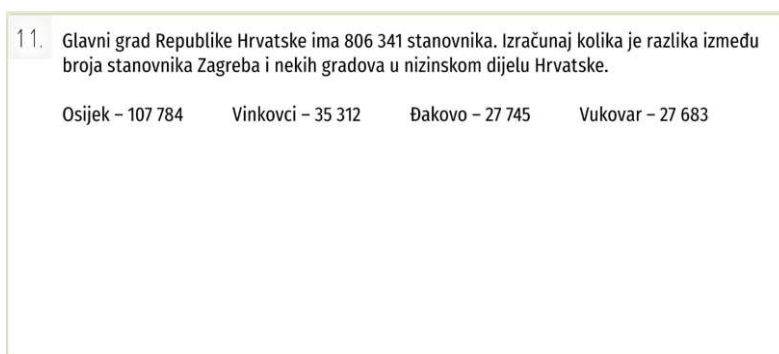
Osobni podaci se odnose na podatke o učeniku kao što su najdraže voće, godine rođenja, mišljenje o štednji, informacije o broju slova imena, najdraže igre, sposobnost stajanja na jednoj nozi i trajanje govorenja glasa „a“, tjedne obveze, bavljenje sportom, broj riješenih zadataka, duljinu kose i nokta, visinu i masu, osmišljavanje recepta za prijatelje. *Obiteljski podaci* uključuju prikaz najdraže životinje članova obitelji, adresu i kućni broj, težinu ukućana i kućnih ljubimaca, količinu vode u litrama koju svaki član obitelji popije kroz određeno vrijeme, godine rođenja članova obitelji, primjere predmeta u obiteljskom okruženju. Primjeri iz učionice, duljina učionice, podaci o prijatelju iz škole, broj učenika u razredu i školi, broj razreda u školi, usporedba broja razreda s ostalim školama, broj bodova drugih učenika u razredu, boja očiju učenika, datumi rođendana učenika, period potreban da se dođe od škole do kuće se nalaze u kategoriji *školski podaci*. Podaci o udaljenosti između hrvatskih gradova, duljina hrvatskih rijeka, visina planina, visina svjetskih građevina, vremenske prilike, broj stanovnika, podaci o praznicima u kalendaru te određivanje vremena na satu, označavanje godina na lenti vremena (brojevnom pravcu), hrvatski novac pripadaju kategoriji *podaci iz Prirode i društva*. Posljednja kategorija su *ostali podaci*. U toj kategoriji se nalaze svi podaci koji ne pripadaju ni jednoj od navedene četiri kategorije. U tu kategoriju su ubrajani podaci o mogućnosti događaja, mjerenje raznih predmeta i duljina predmeta, istraživanje podataka u enciklopedijama i na internetu, podaci o svakodnevnom životu, cijene predmeta. *Tablica 7* sadrži točan broj autentičnih zadataka u pojedinom udžbeniku s obzirom na vrstu podataka.

Tablica 7*Broj autentičnih zadataka s obzirom na vrstu podataka*

Broj autentičnih zadataka s obzirom na vrstu podataka								
	udžbenik							
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
vrsta podataka								
osobni podaci	11	17	19	17	5	2	1	4
obiteljski podaci	1	0	8	1	1	0	1	3
školski podaci	2	10	17	21	0	3	4	10
podaci iz Prirode i društva	5	32	19	37	2	12	6	3
ostali podaci	4	21	33	33	12	3	12	17

Prema dobivenim podacima prikazanim u tablici 7, pet od osam matematičkih udžbenika sadrže zadatke sa svim vrstama autentičnih podataka. To su udžbenici A1, A3, A4, B3 i B4. Osobni podaci, školski podaci, podaci iz Prirode i društva te ostali podaci se nalaze u svim analiziranim udžbenicima. 76 autentičnih zadataka koji zahtijevaju osobne podatke učenika se nalaze u osam analiziranih udžbenika. Najviše ih je u A3 udžbeniku, 19 zadataka, što je suprotno od B3 udžbenika za isti razred u kojem je samo jedan takav zadatak. U tom udžbeniku je najmanje autentičnih zadataka s osobnim podacima. Broj zadataka s osobnim, obiteljskim i školskim podacima je manji od podataka iz Prirode i društva te ostalih podataka iako su ti podaci učenicima najbliži i s njima se svakodnevno susreću. Bez obzira na to što je obiteljska okolina učenicima najpoznatija, samo je 15 zadataka s obiteljskim podacima u svim analiziranim udžbenicima, s time da A i B udžbenici za drugi razred oba udžbenička kompleta ne sadrže niti jedan takav autentičan zadatak. Autentičnih zadataka s ostalim podacima je najviše u A3 i A4 udžbenicima, po 33, a samo su tri u B2 udžbeniku. Jedna od povezanosti Matematike i ostalih nastavnih predmeta govori o učenju i poučavanju matematičkih sadržaja

na primjerima iz svijeta koji nas okružuje (MZO, 2019). Kostović-Vranješ i Šolić u svojem istraživanju iz 2011. godine o interdisciplinarnom poučavanju nastavnog predmeta Priroda i društvo upućuju na nedovoljnu povezanost sadržaja Prirode i društva s matematičkim sadržajem. Iako nema novijih podataka o napretku u povezivanju sadržaja ovih dvaju nastavnih predmeta, broj od 115 autentičnih zadataka s podacima iz Prirode i društva u analiziranim udžbenicima potiče na međupredmetnu korelaciju Matematike i Prirode i društva. „Kurikulum nastavnog predmeta Priroda za osnovne škole“ i ističe povezanost matematičkih i prirodnih sadržaja. „Povezanost s matematičkim područjem ostvaruje se primjenom temeljnih matematičkih znanja i vještina pri rješavanju problema i obradi podataka istraživanja“ (MZO, 2019, str. 25). U A4 udžbeniku je najviše zadataka koji uključuju podatke o Republici Hrvatskoj, a primjer autentičnog zadatka s podacima iz Prirode i društva se nalazi na slici 9. Najviše je takvih zadataka u A4 udžbeniku.



11. Glavni grad Republike Hrvatske ima 806 341 stanovnika. Izračunaj kolika je razlika između broja stanovnika Zagreba i nekih gradova u nizinskom dijelu Hrvatske.

Osijek – 107 784 Vinkovci – 35 312 Đakovo – 27 745 Vukovar – 27 683

Slika 9. Primjer autentičnog zadatka s podacima iz Prirode i društva (Glasnović Gracin i sur., 2023., str. 120)

Osim što se drugim istraživačkim pitanjem željelo odgovoriti na pitanje o vrstama autentičnih podataka u zadacima u udžbenicima, cilj je bio i odrediti koja matematička domena (MZO, 2019) uključuje najveći broj takvih zadataka. Podaci o broju zadataka određene domene se nalaze u tablici 8.

Tablica 8

Zastupljenost autentičnih zadataka po domenama u analiziranim udžbenicima

Zastupljenost autentičnih zadataka po domenama u analiziranim udžbenicima

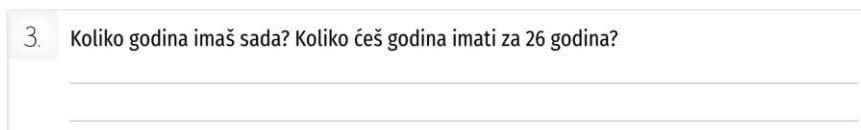
	udžbenik							
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4
domena								
Brojevi	3	8	3	5	3	3	2	0
Algebra i funkcije	2	10	26	40	0	2	9	9
Oblik i prostor	6	3	9	22	10	0	1	7
Mjerenje	4	43	46	20	5	14	7	9
Podatci, statistika i vjerojatnost	8	16	12	22	2	1	5	12

Tablica 9 prikazuje broj autentičnih zadataka po domenama u analiziranim udžbenicima. Prikazani su podaci za osam udžbenika tih pet domena: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost. „U domeni Brojevi učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka“ (MZO, 2019, str. 12). Najveća zastupljenost autentičnih zadataka domene Brojevi je u udžbeniku A2 s osam zadataka, a najmanja u udžbeniku B3 sa šest zadataka manje. Poglavlje o domenama u Kurikulumu govori da je ova domena temelj za usvajanje matematičkih sadržaja te primjenu u stvarnom životu. „Koncepti iz domene Brojevi osnova su svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okružju“ (MZO, 2019, str. 12). Prema podacima se može zaključiti da u udžbenicima postoji niska zastupljenost zadataka iz domene Brojevi, a važno je naglasiti da jedan od analiziranih udžbenika uopće ne sadrži zadatke iz ove domene. Ovi nalazi nisu u skladu sa zahtjevima iz matematičkog kurikula. Nadalje, iz navedenog se može postaviti pitanje je li ukupno 27 autentičnih zadataka u analiziranim udžbenicima domene Brojevi dovoljno da se postavi temelj za usvajanje i nadograđivanje matematičkih sadržaja.

Najveća zastupljenost autentičnih zadataka domene Algebra i funkcije je u udžbeniku A4 s 40 zadataka. Udžbenici A1 i B1 imaju minimalnu zastupljenost s time da od ukupno dva zadatka u oba udžbenika, B1 ne sadrži niti jedan zadatak. Domena Algebra i funkcije se odnosi na istraživanje nepoznanica te rješavanje jednadžbi i nejednadžbi primjenjujući odgovarajuće algebarske postupke, koristeći grafičke metode i tehnologiju kako bi pronašli njihove vrijednosti i interpretirali ih u zadanom kontekstu (MZO, 2019). Iako se algebra odnosi na unutarmatematički kontekst, spomenuti kontekst u kurikulu može uključivati i autentičan kontekst, pogotovo u razrednoj nastavi. Uz navedeno, razrade određenih ishoda potvrđuju korištenje autentičnih zadataka koji pripadaju ovoj domeni. To su sljedeće razrade:

- „Primjenjuje usvojene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju različitih tipova zadataka u svakodnevnim situacijama.“ (MZO, 2019, str. 27)
- „Prepoznaje hrvatske novčanice i kovanice.“ (MZO, 2019, str. 30)
- „Poznaje odnos veće i manje novčane jedinice.“ (MZO, 2019, str. 30)
- „U različitim situacijama predviđa moguće i nemoguće događaje. Objasnjava zašto je neki događaj (ne)moguć.“ (MZO, 2019, str. 32).

Autentičan zadatak domene Algebra i funkcije s osobnim podacima se nalazi na slici 10.



3. Koliko godina imaš sada? Koliko ćeš godina imati za 26 godina?

Slika 10. Primjer autentičnog zadatka domene Algebra i funkcije s osobnim podacima (Glasnović Gracin i sur., 2023., str. 71)

„Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa“ (MZO, 2019, str. 13). Kroz povezanost s ostalim matematičkim područjima učenici koriste geometrijska znanja u svakodnevnom kontekstu te ih koriste za opisivanje i analiziranje svijeta oko sebe (MZO, 2019). Slani i Tomić (2022) spominju geometriju i aritmetiku kao najvažnije grane matematike zaslužne za njen razvoj. „Razvoji tih grana u Starome svijetu pak vezani su uz prelazak na sjedilački način života i poljodjelstvo, potrebu za preciznim mjerenjima radi jasnih određivanja granica vlasništva, pravednijeg oporezivanja i većih mogućnosti trgovine“ (str. 2). Prema spomenutim primjerima autentične stvarnosti

autorica Slani i Tomić, može se zaključiti da ova domena direktno upućuje na rješavanje autentičnih zadataka koji će pomoći učenicima u snalaženju u životu, kao što je pomoglo čovječanstvu u povijesti. Ipak suprotno navedenom, zastupljenost takvih zadataka u udžbenicima je mala i neujednačena (Tablica 8). Udžbenik A4 ima najveću zastupljenost s 22 zadatka, udžbenik B2 nema zadataka iz ove domene, najmanje ovakvih zadataka je u B3 udžbeniku, a u ostalim udžbenicima se broj zadataka kreće od tri do deset.

Domena Mjerenje je dobro zastupljena u većini udžbenika, a posebice u udžbeničkom kompletu A za 2. i 3. razred. Upravo je zadataka ove domene najviše, gledajući ukupan broj zadataka. Najveća zastupljenost je u udžbeniku A3 s 46 zadataka, a udžbenik B1 ima samo pet takvih zadataka. Ishodi domene Mjerenje koji direktno upućuju na autentičan kontekst su *MAT OŠ D.1.2. Služi se hrvatskim novcem u jediničnoj vrijednosti kune u skupu brojeva do 20.* i *MAT OŠ D.2.1. Služi se jedinicama za novac.* Može se zaključiti da u udžbeničkom kompletu B ima najviše zadataka ove domene u udžbeniku za drugi razred upravo zbog ishoda *MAT OŠ D.2.1. Služi se jedinicama za novac.* Matematički sadržaji iz domene Mjerenje omogućuju učenicima povezivanje matematike s vlastitim kontekstom tj. autentičnim iskustvom i životom. Standardne mjerne jedinice za duljinu, masu, volumen, površinu, brzinu, kut, temperaturu i novac su matematička znanja koja su neizbježna u životu.

Domena Podatci, statistika i vjerojatnost je najviše zastupljena u zadacima udžbenika A2 sa 16 zadataka, a udžbenici B1 i B2 imaju minimalnu zastupljenost s 1 i 2 zadatka. Primjer zadatka ove domene je „: Prikazano je voće koje učenici iz jednoga razreda najviše vole. Koliko učenika najviše voli banane? Koliko naranče? Koje voće djeca najradije jedu?“ (MZO, 2019, str. 23). Primjer sličnog zadatka je prikazan na slici 11. S obzirom na ubrzani razvoj društva i veliku količinu ponuđenih podataka u stvarnom, ali i virtualnom svijetu, zadaci ove domene bi trebali biti zastupljeniji u udžbenicima kako bi učenici, osim učenja o vrstama podataka i vjerojatnosti, i logički zaključivali te naučili argumentirati svoje stavove.

8. ISPOD SVAKOG STUPCA NACRTAJ VOĆE ILI POVRĆE. ZNAKOM ✕ OZNAČI KOLIKO SI IH PUTA JELA/JEO TIJEKOM JEDNOG TJEDNA.

RAZMISLI, JEDEŠ LI DOVOLJNO VOĆA I POVRĆA? OBJASNI.

8				
7				
6				
5				
4				
3				
2				
1				



Slika 11. Primjer autentičnog zadatka domene Podatci, statistika i vjerojatnost (Glasnović Gracin i sur., 2023., str. 109)

5.4. Zaključak istraživanja

Analizom autentičnih zadataka u najzastupljenijim udžbenicima od prvog do četvrtog razreda na tržištu se nastojala utvrditi zastupljenost autentičnih zadataka, odrediti podatke koji su učeniku potrebni da riješi autentičan zadatak te dominantnost domena kojima zadaci pripadaju.

Analiza je pokazala da se autentični zadaci nalaze u gotovo svim analiziranim udžbenicima, no da je postotak zastupljenosti izrazito malen. Udžbenik s najvećim postotkom zastupljenosti autentičnih zadataka je A4 udžbenik za četvrti razred osnovne škole, a postotak zastupljenosti iznosi 15,91 % što je 109 autentičnih zadataka u cijelom udžbeniku. Udžbenik s najmanjim postotkom zastupljenosti autentičnih zadataka su udžbenici za prvi i drugi razred osnovne škole druge skupine autora i druge izdavačke kuće. U udžbenicima se nalazi 20 zadataka, a zastupljenost u B1 iznosi 4,94 %, a u B2 4,26 %. Nadalje, analizom se otkrilo da se autentični zadaci mogu svrstati u jednu od pet vrsta potkonteksta. To su osobni podaci, obiteljski podaci, školski podaci, podaci iz Prirode i društva te ostali podaci. Najzastupljeniji podaci su ostali podaci s 91 zadatakom u udžbeničkom kompletu A i 44 zadatka u udžbeničkom kompletu B, a najzastupljenija je domena Mjerenje. Autentičnim zadacima te domene učenici usvajaju znanja o vremenu koja su ključna za organizaciju svakodnevnih aktivnosti, o mjerenju kako bi ih mogli primijeniti u izradi projekata, o preciznosti koja je važna u područjima poput inženjerstva i arhitekture, o procjenjivanju životnih situacija i rješavanju problema, o financijskoj pismenosti kako bi razumjeli koncept štednje te razumno raspolagali novcem. Domena Mjerenje je ključna za snalaženje i organizaciju života stoga je opravdana njena zastupljenost u autentičnim zadacima.

Nastavni sadržaj i matematički zadaci koje učenici rješavaju trebaju biti osmišljeni tako da poboljšaju razumijevanje matematičkih sadržaja, razvijaju vještine rješavanja problema za svakodnevni kontekst te potiču dublji uvid u primjenu naučenih znanja u stvarnom životu (de Lange, 2015). Iako spomenuto upućuje na rješavanje zadataka koji su povezani s učenikovom autentičnom stvarnošću, dakle sa svakodnevnim životom i primjerima iz okoline ili osobnim primjerima, rezultat analize je pokazao da su takvi zadaci, autentični zadaci, prilično rijetki u

ispitanim matematičkim udžbenicima. Stoga rezultati ukazuju na potrebu snažnijeg uključivanja autentičnih zadataka u nastavu matematike.

6. ZAKLJUČAK

U nastavni matematike kontekst zadataka je od velike važnosti za učenike jer im olakšava usvajanje matematičkih koncepata (Sullivan i sur., 2003). Matematički zadaci se smatraju osnovnim objektom za učenje matematike i podijeljeni su u različite kategorije. Najvažnije podjele matematičkih zadataka su matematički zadaci prema složenosti, težini i cilju, prema mjestu i ulozi u nastavnom procesu, prema aktivnosti, prema vrsti odgovora i prema namjeni i načinu oblikovanja. Neke od navedenih kategorija imaju i svoje podvrste. Tako se matematički zadaci prema namjeni i načinu oblikovanja dijele na numeričke, zadatke s veličinama, geometrijske zadatke, slikovne, kombinirane i tekstualne zadatke. Tekstualni zadaci s autentičnim kontekstom učenike pripremaju na primjenu usvojenih matematičkih koncepata na svakodnevni život. Palm (2008; prema Mailizar i Fan, 2014) za autentičan zadatak kaže da je opisana situacija ona iz stvarnog života ili koja bi se mogla dogoditi u stvarnom životu. Rješavanjem autentičnih matematičkih zadataka učenici stječu iskustvo za samostalan život, takvi zadaci učenicima ukazuju na važnost primjenjivanja matematike u stvarnom životu jer potiču dublje razumijevanje, poboljšavaju sposobnosti rješavanja problema i izgrađuju vještine za snalaženje u životu.

U radu je analizirano osam udžbenika od prvog do četvrtog razreda osnovne škole. Za analizu su odabrani udžbenici od prvog do četvrtog razreda osnovne škole zato što se učenici s autentičnim kontekstom trebaju upoznavati od početka usvajanja matematičkih sadržaja, što je u skladu s kurikulskim zahtjevima. Kao rezultat analize je otkrivena prisutnost autentičnih zadataka u svim analiziranim udžbenicima, ali postotak takvih zadataka je izrazito malen. Najveći postotak zastupljenosti autentičnih zadataka pronađen je u udžbeniku A4 za četvrti razred osnovne škole, s 15,91 % (109 autentičnih zadataka). Najmanji postotak zastupljenosti autentičnih zadataka imaju udžbenici B1 za prvi razred i B2 za drugi razred, s postotcima od 4,94 % i 4,26 % , oba iz druge skupine autora i izdavačke kuće. Autentični zadaci koji se nalaze u udžbenicima su bogati podacima i od učenika se očekuje da istražuje podatke iz autentične stvarnosti, svoje okoline, i prikaže rezultate dobivene istraživanjem. Najzastupljenija vrsta

potkonteksta su ostali podaci s 91 zadatkom u udžbeničkom kompletu A i 44 zadatka u udžbeničkom kompletu B, a najdominantnija domena je Mjerenje.

Smatram da u nastavnom procesu, radnim udžbenicima, radnim bilježnicama, zbirkama zadataka i nastavnim listićima treba biti više autentičnih zadataka. Autentični zadaci učenike potiču da istražuju svoju svakodnevicu, da primjenjuju naučena matematička znanja na probleme u stvarnom životu, da kritički promišljaju o svakoj situaciji i povezuju. Autentični matematički zadaci su upravo ti zadaci koji sve to omogućavaju učenicima i odmiču nastavu matematike od uzastopnog rješavanja zadataka bez obzira na to razumiju li učenici što rješavaju i shvaćaju li mogućnost primjene znanja na svakodnevni život. Uz spomenuto, ovi rezultati naglašavaju važnost integracije autentičnih zadataka u udžbenike kako bi se učenicima omogućilo bolje razumijevanje i primjena matematičkih koncepata u stvarnom životu.

LITERATURA

1. Dakić, B. (2009). Zabavna matematika i nastava matematike. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 48(10), 106–111.
2. de Lange, J. (2015). There is, probably, no need for this presentation. In *Task Design in Mathematics Education: An ICMI Study 22*, 287–308.
3. Glasnović Gracin, D. (2007a). Matematička pismenost 1. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(39), 155–163.
4. Glasnović Gracin, D. (2007b). Matematička pismenost 2. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(39), 202–210.
5. Glasnović Gracin, D. i Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole. *Odgojne znanosti*, 11(2), 297–317.
6. Glasnović Gracin, D. (2010). Austrijski matematički standardi. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 12(53), 112–117.
7. Glasnović Gracin, D. (2014). Mathematics textbook as an object of research. *Croatian Journal of Education*, 16(Sp.Ed.3), 211–237. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/129523>.
8. Glasnović Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: A five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003–1024.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431849>
9. Glasnović Gracin, D. (2019). *Matematički zadatak*. Metodika matematike 1 [PowerPoint prezentacija]. Učiteljski fakultet u Zagrebu.
10. Glasnović Gracin, D. (2020). Matematički udžbenik – kakva je to knjiga? *Matematika i škola*, 106(3), 3–7.
11. Glasnović Gracin, D. i Krišto, A. (2022). Differences in the requirements of digital and printed mathematics textbooks: Focus on geometry chapters. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 12(2), 95–117.
12. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 1: Radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole, prvi dio*. Alfa d.d.
13. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 1: Radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole, drugi dio*. Alfa d.d.
14. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 2: Radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole, prvi dio*. Alfa d.d.

15. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 3: Radni udžbenik iz matematike za treći razred osnovne škole, prvi dio*. Alfa d.d.
16. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 4: Radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole, prvi dio*. Alfa d.d.
17. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2023). *Otkrivamo matematiku 4: Radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole, drugi dio*. Alfa d.d.
18. Gusić, M. (2016). Uloga nastavnika pri formiranju matematičkih koncepata kod učenika. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 67, 63–71.
19. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D. i Prtajin, G. (2023). *Moj sretni broj 1 – - radni udžbenik za pomoć u učenju matematike u prvom razredu osnovne škole*. Školska knjiga.
20. Kadum, V. (2005). Utjecaj učenja rješavanjem problemskih zadataka na obrazovni učinak u elementarnoj nastavi matematike. *Metodički ogleđ*, 12, 34–60.
21. Koritnik, Lj. i Koritnik, M. (2019). Zadatci otvorenog tipa. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 3(102), 56–60.
22. Kos, D. i Glasnović Gracin, D. (2012). Problematika tekstualnih zadataka. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 14(66), 5–8.
23. Kostović-Vranješ, V. i Šolić, S. (2011). Nastavni sadržaji Prirode i društva – polazište za interdisciplinarno poučavanje u razrednoj nastavi. *Život i škola*, 25(1), 207–216.
24. Krljan, I. (2023). *Sadržaji statistike i vjerojatnosti u matematičkim udžbenicima u primarnom obrazovanju* (Diplomski rad). Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet. Preuzeto s <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:147:660281> .
25. Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2(7), 51–58.
26. Kurnik, Z. (2002). Problemska nastava. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 15(3), 156–202.
27. Kurnik, Z. (2006). Jezik u nastavi matematike. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 33(7), 99–105.
28. Kurnik, Z. (2010). *Posebne metode rješavanja matematičkih problema*. Element.
29. Kurnik, Z. (2013). *Oblici matematičkog mišljenja*. Element.
30. Mailizar, M. i Fan, L. (2014). Assessing a new Indonesian secondary mathematics textbook: How does it promote authentic learning? In *Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)* (p. 319).
31. Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Školska knjiga.

32. Markovac, J. i Lović Štenc, I. (2023). *Matematika 1: prvi dio – Radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole*. Alfa d.d.
33. Markovac, J. i Vrgoč. D. (2023). *Matematika 2: drugi dio – Radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole*. Alfa d.d.
34. Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije*.
https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html
35. Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2019). *Kurikulum nastavnog predmeta Priroda i društvo za osnovne škole*.
https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_147.html
36. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja [NCVVO]. (2023). *Primjeri zadataka iz matematičke pismenosti u probnom i glavnom istraživanju PISA 2022*. Zagreb: NCVVO.
https://pisa.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2023/12/PISA2022_Primjeri-zadataka_matematika.pdf
37. Ovčar, S. (1987). Tekstualni zadaci u početnoj nastavi matematike. *Istraživanja odgoja i obrazovanja*, 7, 23–39.
38. Özgün-Koca, S. A., Chelst, K., Edwards, T. i Lewis, J. (2019). A framework for authentic mathematics problems. *Mathematics Teaching*, 267, 17–20.
39. Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37–58. <http://www.jstor.org/stable/40284639>
40. Pavlin-Bernardić, N., Rován, D. i Vlahović-Štetić, V. (2011). Kad u matematici „više“ zapravo znači „manje“: Analiza uspješnosti u rješavanju problemskih zadataka usporedbe. *Psihologijske teme*, 20(1), 115–130.
41. Polya, G. (1966). *Kako ću riješiti matematički zadatak*. Školska knjiga.
42. Požgaj, V. (2018). Tekstualni zadatci s kontekstom u razrednoj nastavi matematike (Diplomski rad). Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet. Preuzeto s <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:147:441926>
43. Sharma, M. C. (2001). *Matematika bez suza – kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Ostvarenje d.o.o.
44. Slani, N., & Tomić, T. (2022). Oblik i prostor u ranom učenju matematike. U N. Macanović (Ur.), *Poremećaji u ponašanju djece i mladih* (str. 632–642). Centar Modernih Znanja.

45. Sullivan, P., Knott, L. i Yang, Y. (2015). The relationships between task design, anticipated pedagogies, and student learning. In *Task Design in Mathematics Education: An ICMI Study 22*, 83–114.
46. Sullivan, P., Zevenbergen, R. i Mousley, J. (2003). The contexts of mathematics tasks and the context of the classroom: Are we including all students? *Mathematics Education Research Journal*, 15(2), 107–121.
47. udžbenik. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2013. – 2024. Pristupljeno 15.6.2024. <https://www.enciklopedija.hr/clanak/udzbenik> .
48. Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the learning of mathematics*, 25(2), 2–23.
49. Vos, P. (2011). What is ‘authentic’ in the teaching and learning of mathematical modelling?. *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA14*, 713–722.
50. Vos, P. (2018). “How real people really need mathematics in the real world”—Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, 8(4), 195.
51. Watson, A. i Ohtani, M. (2015). *Task design in mathematics education: An ICMI study 22* (p. 339). Springer Nature.
52. Wyndhamn, J. i Säljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning: A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, 7, 361–382.
53. Zhu, Y. i Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 609–626.

Izjava o samostalnoj izradi rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)