

Mathtalks - mogućnosti i preduvjeti za uporabu diskusije u nastavi matematike

Lamešić, Ivana

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:813048>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-20**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**IVANA LAMEŠIĆ
DIPLOMSKI RAD**

**MATHTALKS – MOGUĆNOSTI I
PREDUVJETI ZA UPOTREBU
DISKUSIJE U NASTAVI MATEMATIKE**

Petrinja, rujan 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE
Petrinja

DIPLOMSKI RAD

Ime i prezime pristupnika: Ivana Lamešić

TEMA DIPLOMSKOG RADA: MathTalks – mogućnosti i preduvjeti za upotrebu
diskusije u nastavi matematike

MENTOR: doc. dr. sc. GORAN TRUPČEVIĆ

Petrinja, rujan 2019.

SADRŽAJ

| | |
|--|----|
| SAŽETAK | 5 |
| SUMARRY | 6 |
| 1. UVOD | 7 |
| 2. MATEMATIČKE DISKUSIJE | 9 |
| 2.1. POJAM I VAŽNOST MATEMATIČKIH DISKUSIJA | 9 |
| 2.2. STRATEGIJE I SREDSTVA ZA STVARANJE OZRAČJA KOJE POTIČE PRODUKTIVNE DISKUSIJE | 11 |
| 2.3. KAKO UVESTI U RAZRED MATEMATIČKU DISKUSIJU? | 15 |
| 2.4. DVA OBLIKA PRODUKTIVNOG RAZGOVORA | 18 |
| 3. ŠTO JE <i>MATH TALKS</i> ILI <i>NUMBER TALKS</i> I ZAŠTO JE VAŽAN? | 20 |
| 3.1. KAKO IZGLEDA <i>NUMBER TALKS</i> U PRAKSI | 22 |
| 3.2. PRIMJER: TRI OSNOVNA <i>NUMBER TALKS</i> -A | 23 |
| 3.2.1. Udvostručavanje nekog broja (posebno važno za zbrajanje ili množenje) | 23 |
| 3.2.2. Raspolavljanje nekog broja (posebno važno za dijeljenje) | 24 |
| 3.2.3. Nadopunjavanje nekog broja do veće dekadске jedinice (10, 100, 1000, ...) | 24 |
| 3.3. VODEĆA NAČELA ZA UVOĐENJE <i>NUMBER TALKS</i> AKTIVNOSTI U NASTAVU | 25 |
| 3.4. KAKO <i>NUMBER TALKS</i> UVESTI U RAZRED KAO NOVU RUTINU TJ. NOVI NAČIN RADA? | 27 |
| 4. ISTRAŽIVANJE: <i>NUMBER TALKS</i> – MOGUĆNOSTI I PREDUVJETI ZA UPOTREBU DISKUSIJE U NASTAVI MATEMATIKE | 30 |
| 4.1. AKTIVNOST <i>NUMBER TALKS</i> POMOĆU KARTICA S KRUGOVIMA I ZVJEZDICAMA PROVEDENA 10.4.2019. | 30 |
| 4.1.1. Očekivanja | 30 |
| 4.1.2. Postupak | 31 |
| 4.1.3. Ishodi | 39 |
| 4.2. AKTIVNOST <i>NUMBER TALKS</i> - MNOŽENJE BROJEM 7 PROVEDENA 12.4.2019. | 41 |
| 4.2.1. Očekivanja | 41 |
| 4.2.2. Postupak | 41 |
| 4.2.3. Ishodi | 50 |
| 4.3. AKTIVNOST <i>NUMBER TALKS</i> - MNOŽENJE BROJEM 9 PROVEDENA 15.4.2019. | 51 |
| 4.3.1. Očekivanja | 51 |

| | |
|--|----|
| 4.3.2. Postupak | 52 |
| 4.3.3. Ishodi | 55 |
| 4.4. POVRATNA INFORMACIJA UČENIKA O AKTIVNOSTI <i>NUMBER TALKS</i> | 56 |
| 4.5. DISKUSIJA O REZULTATIMA ISTRAŽIVANJA | 57 |
| 5. ZAKLJUČAK | 61 |
| Literatura | 62 |

SAŽETAK

Matematičke diskusije odnose se na rješavanje određenih matematičkih problema na način da učenici međusobno komuniciraju, dijele svoje ideje, mišljenja i spoznaje do kojih su došli u svom misaonom procesu. Oni ujedno međusobno analiziraju svoje ideje i spoznaje te nude uvjerljive argumente zašto baš te spoznaje i ta promišljanja imaju smisla. Prednosti ovakvog oblika poučavanja su u tome što učenici nisu fokusirani na davanje točnog odgovora koji se očekuje od njih, već uz praksu postaju usmjereni na rješavanje problema koji se stavlja pred njih. Time učenici prestaju biti roboti u koje se programira jedan način razmišljanja i usađuju principi na temelju kojih moraju postupati u skladu s očekivanjima svojih učitelja. Učenici postaju slobodni od straha da će im netko uputiti demotivirajuće riječi ili čak riječi koje mogu povrijediti njih kao osobe i napraviti veliku štetu na psihološkom ili emotivnom području njihova bića. Cilj ovog rada bio je istražiti razmišljaju li učenici šablonizirano, na načine kako učitelji od njih očekuju da misle. Zatim razumiju li postupke kojima se koriste prilikom rješavanja određenog matematičkog problema. Ujedno jesu li uopće svjesni postupaka koje čine da bi došli do rješenja zadanog problema. Isto tako jesu li učenici usmjereni na dobivanje točnog rezultata i imaju li strah od pogrešaka ili su usmjereni na rješavanje samog problema te su slobodni u svojim promišljanjima kako ih riješiti. Pri izradi rada korištena je relevantna stručna i znanstvena literatura te internetski izvori. Podaci u istraživačkom dijelu rada prikupljeni su prilikom provođenja aktivnosti *Math Talks* ili *Number Talks* u drugom razredu osnovne škole. Na taj je način dobiven uvid u stanje kakvo je učeničko razmišljanje i koliko su se snašli u novom obliku poučavanja. Postupak istraživanja je naveden u ovom radu prema redoslijedu kako se provodio. Imena učenika su izmišljena radi zaštite njihova identiteta. Rezultati istraživanja su ukazali da su se učenici snašli u novoj aktivnosti koja je provedena s njima. Također, sa svakim novim postavljenim matematičkim problemom učenicima je bilo jasnije što se od njih traži te su sukladno tome postajali slobodniji u svojim promišljanjima. Ujedno, rezultati su pokazali da se u učenicima probudila svijest da matematika ima logiku i da ta logika djeci ne mora biti daleka i nepoznata.

Ključne riječi: matematičke diskusije, rješavanje matematičkog problema, iznošenje ideja, analiziranje ideja, šablonizirano razmišljanje, aktivnost *Number talks*, logika

SUMARRY

Mathematical discussions are set on solving certain mathematical problems, in order for students to communicate and share ideas and opinions with each other, which they came up with through their thought process. Likewise, they have to analyze their own ideas and provide convincing arguments to their validity. The advantages of this style of teaching lie in the fact that students are no longer focused on providing an expected answer, rather they have to solve a problem that is put in front of them. Thus, students stop being robots, programmed in a certain way to act and think according to the principles their teachers implant into them. As a result, students become free of the fear of being demotivated, or hurt by their peers or teachers. Thus avoiding damage, which may have long lasting impact on their mental health. The goal of this paper was firstly to find out if students had a set way of thinking. The way their teachers expected them to. Secondly, to see if they understand the concepts they use while solving a certain mathematical problem. Likewise, to question them if they are even aware of the fact that they use these concepts. Furthermore, the issue of them being focused on the result of giving the correct answer to a problem, being laden with fear of failure, or if they are indeed able to solely focus on solving the problem at hand with the tools they possess, needed to be solved. This paper uses relevant scientific and professional literature, as well as internet sources. The data used in the research was collected during the activity Math Talks or Number Talks, in a second year classroom of primary school. This provides an insight into the cognitive processes of the students and their adaptation to the new style of teaching. The research process has been written chronically. All the names used are purely fictional, in order to safeguard the students' privacy. The results of the research show that the students were able to handle the activity well. Likewise, with each subsequent problem, they understood the task better and were able to express their ideas more freely. Furthermore, the results show that students became aware of the fact that mathematical processes have a certain logic behind them and that this logic does not have to be alien to them.

key words: mathematical discussions, solving a mathematical problem, presenting ideas, analyzing ideas, set way of thinking, activity Number Talks, logic

1. UVOD

Unatoč ustaljenom mišljenju da određena metoda ili oblik rada može usmjeriti i poboljšati proces učenja i poučavanja te podići njegovu kvalitetu i djelotvornost, svjedoci smo da nije uvijek baš tako (Terhart, 1989). Cindrić (2004) navodi dvojicu autora Fennimarea i Tinzmana koji su smatrali da proces učenja i poučavanja treba obuhvaćati kreativno i kritičko razmišljanje. Upravo to razmišljanje otkriva da već dulje vrijeme postoji žudnja za promjenama u školstvu te želji da se učini nešto više za učenike. Odnosno, da se učenicima ponudi oblik poučavanja koji će u njima probuditi zadovoljstvo, želju za znanjem te da će od učenika napraviti prave male intelektualce. Drugim riječima da se učenike odgoji u ljude koji znaju promišljati, pronalaziti rješenja, otkrivati novo i nepoznato, a ne da ih se tjera da zapamte gradivo koje im se daje napamet bez da ga razumiju. Liebeck (1990) otkriva da su još sedamdesetih godina prošlog stoljeća reformisti govorili kako je važnije da djeca razumiju matematičke strukture, nego da vješto računaju. No, unatoč tome prevagnula je suprotna strana. Upravo iz navedenih razloga pojavila se želja da se učenicima ponudi nešto drugačije, što će ih iz pasivnih promatrača preobraziti u aktivne pokretače.

Dakle, cilj ovog rada je istražiti kako učenici u osnovnoj školi prihvaćaju zadatke otvorenog tipa, u kojima je moguće ponuditi više načina rješavanja te kako se s učenicima može provoditi diskusija o ponuđenim rješenjima. Vidjeti pritom koliko im šablonizirane metode rada utječu na razmišljanje, odnosno na koji način dolaze do rješenja zadanih matematičkih problema. Također, cilj je istražiti jesu li učenici usredotočeni samo na točnost rješenja određenog zadatka ili su usmjereni i na same postupke prilikom rješavanja.

Ovaj rad sastoji se od 5 poglavlja koja su međusobno povezana u cjelinu. Drugo poglavlje sadrži teorijski pregled pojma „matematička diskusija“ i važnost istog u nastavi. Nakon pregleda pojma ponuđene su strategije koje pomažu u što uspješnijoj diskusiji u razredu te je svaka ukratko opisana. Dane su preporuke kako uvesti matematičke diskusije u nastavu te koji su sve potrebni koraci prije samog početka prakticiranja takvog oblika nastave. Zatim su opisana dva oblika produktivnog razgovora koji također učiteljima mogu olakšati pripremu prilikom uvođenja diskusije u nastavu. Treće poglavlje sadrži teorijski pregled pojma *Math*

Talks ili *Number Talks* te otkriva njegovu važnost. Zatim su dani primjeri *Number talks*-a kako bi se stekao bolji doživljaj kako aktivnost zapravo izgleda. Dalje se navode načela i preporuke za uvođenje aktivnosti *Number talks* u nastavu te četvrto poglavlje sadrži opis istraživanja, cilj, provedbu, rezultate istraživanja i povratnu informaciju učenika o aktivnosti *Number talks*. U petom dijelu nalaze se zaključna razmišljanja. Završetak rada sadrži popis literature, slika i tablica.

Pri izradi rada korištena je relevantna stručna i znanstvena literatura te internetski izvori. Podaci u istraživačkom djelu rada prikupljeni su u Osnovnoj školi Milana Langa Bregana gdje se aktivnost provodila s učenicima 2. razreda čiji roditelji su dobrovoljno dali suglasnost da njihova djeca sudjeluju u ovom istraživanju koje je provedeno u travnju 2019. godine.

2. MATEMATIČKE DISKUSIJE

2.1. POJAM I VAŽNOST MATEMATIČKIH DISKUSIJA

Suzanne Chapin (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013), profesorica matematičkog obrazovanja na Sveučilištu u Bostonu, ističe da su matematičke diskusije korisne učenicima i učiteljima. Učenici pomoću diskusija uče matematički razmišljati te uče kako svoja razmišljanja pretočiti u riječi. Učenici uočavaju da nečije mišljenje ima snagu ukoliko ta osoba dobro obrazloži svoje teze za koje se zalaže. Ujedno, poticanje učenika da izražavaju svoja mišljenja rezultira time da učenici počinju bolje razumjeti i shvaćati matematičke koncepte i probleme koji se stavljaju pred njih. Učenici to postižu na način da prilikom slušanja argumenata i objašnjenja svojih prijatelja kako su došli do rješenja, sami počinju razumijevati ono što im do tada nije bilo jasno. Na taj se način učenici međusobno bogate raznolikim promišljanjima i proširuju svoje načine razmišljanja. Učiteljica Powers navodi da unatoč tome što postoji mnogo raznih prihvatljivih strategija poučavanja, matematičke diskusije omogućuju da se mišljenje svakog učenika čuje te da bude cijenjeno, no ujedno i analizirano (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

Nancy Canavan Anderson ističe da matematičke diskusije potiču učenike u razumijevanju onoga što govore odnosno da učenici razvijaju sposobnost kvalitetno obrazložiti ideju, mišljenje ili tezu koju zastupaju (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013). Učiteljica Fournier pak navodi da se u praksi pokazalo da je učenicima puno zanimljivije suradničko učenje odnosno diskutirati o određenom matematičkom problemu međusobno, nego da im učiteljica iznosi nastavno gradivo koje je predviđeno da oni usvoje (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

Chapin, O'Connor i Anderson (2013) ističu da onog trenutka kada učitelji sami sebe potaknu na poučavanje svojih učenika s razumijevanjem, matematičke diskusije postaju ključan element u njihovom poučavanju. Stoga autorice navode pet glavnih razloga zašto su matematičke diskusije važne: diskusija može otkriti razumijevanje i nerazumijevanje učenika, diskusija razvija trajno učenje kroz jačanje pamćenja, diskusija razvija dublje prosuđivanje, diskusija potiče razvoj socijalnih vještina i diskusija potiče razvoj jezičnog izražavanja.

1. Diskusija može otkriti razumijevanje i nerazumijevanje učenika

Matematička diskusija može pokazati što učenici razumiju, a što im je ostalo nerazumljivo dok razgovaraju o postavljenom matematičkom problemu. Upravo to navodi učitelje u kojem smjeru treba ići njihovo poučavanje. Također, prednost diskusija je i ta što učenici nerijetko i sami otkriju što im je nejasno, a što jasno. Drugim riječima učitelji se koriste formativnim vrednovanjem kako bi imali jasniju sliku o napretku svojih učenika te kako bi mogli vidjeti koliko njihovi učenici razumiju, odnosno ne razumiju. No, ujedno formativno vrednovanje koristi i učenicima iz razloga što imajući svijest što razumiju, a što ne razumiju; omogućuje im se da s vremenom unaprijede svoje metakognitivne sposobnosti. Tada učenici znaju gdje se u matematici trebaju više potruditi i upotrijebiti dodatnu energiju za razumijevanje sadržaja koji im nisu jasni (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

2. Diskusija razvija trajno učenje kroz jačanje pamćenja

Kada učenici slušaju i razgovaraju o određenim konceptima, strategijama i postupcima koje koriste prilikom rješavanja zadanog matematičkog problema, njihov um zahtjeva veći stupanj aktivnosti. Učenici će biti koncentriraniji prilikom suradničkog učenja nego kod frontalnog pristupa učenju. Ukoliko jedan od učenika unutar razrednog odjela iznese određen zaključak te se ostali slože s njim ili iznesu argumente koji pokazuju da se ne slažu s njim, učenici će to bolje upamtiti nego da im povratnu informaciju daje učitelj. Također, nekolicina učenika može se za isti način rješavanja određenog matematičkog problema izraziti drugačije. Upravo to obogaćuje učenike, osobito one kojima je potrebno više vremena za procesuiranje vlastitih ideja (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

3. Diskusija razvija dublje prosuđivanje

Važnost matematičkih diskusija stoji i u tome što one potiču dublje prosuđivanje i razmišljanje, a za to je potrebno vrijeme. Učenici kao i odrasli trebaju vremena za logičko zaključivanje te sastavljanje uvjerljivih činjenica zašto je baš ta ideja logična i smisljena. Također, potrebno je često koristiti takav oblik rada, u kojem učenik može dati smislenu ideju i uvjerljiv argument te da zatim drugi mogu odgovoriti na ideju i argumente tog učenika iznoseći svoje uvjerljive stavove, kako bi on postao jedna rutina. Ujedno je od iznimne važnosti u učionici učenike voditi kroz

matematičke diskusije kako učenici ne bi odlutali od zadanog matematičkog problema (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

4. Diskusija potiče razvoj jezičnog izražavanja

Kada su diskusije intenzivno korištene u radu s učenicima, učenicima se bogati vokabular, bolje razumiju značenja određenih riječi i fraza i pravilnije koriste riječi prilikom obrazlaganja svojih vlastitih ideja. Može se primijetiti da učenici jako napreduju u korištenju gramatike kako u govoru tako i u čitanju (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

5. Diskusija potiče razvoj socijalnih vještina

Prilikom međusobnog dijeljenja ideja i strategija učenici uče uvažavati tuđa mišljenja i uče poštivati jedni druge. Učenicima se usađuje svijest da nekim učenicima treba više vremena za razumijevanje određenog matematičkog problema. S vremenom matematičke diskusije kao rezultat razvijaju kod učenika vještine poput strpljivosti, pozornosti i timskog rada (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

2.2. STRATEGIJE I SREDSTVA ZA STVARANJE OZRAČJA KOJE POTIČE PRODUKTIVNE DISKUSIJE

Chapin, i dr.(2013) ističu da bi svakom kvalitetnom učitelju trebala biti misija da stvore razredno ozračje u kojem bi produktivna diskusija bila omogućena. Da bi to postigao, učitelj najprije mora postaviti ciljeve. Određeni načini poučavanja i metode nemaju smisla ukoliko učitelj nema jasne ciljeve što želi postići kod učenika te kako bi im određeni načini poučavanja i metode mogle koristiti u ostvarivanju tih ciljeva. Proučavajući iskustva učitelja koji uspješno koriste diskusije prilikom poučavanja, Chapin, i dr. (2013) prepoznali su korake potrebne da ishod takvog poučavanja bude optimalan. Koraci odnosno ciljevi o kojima govore autorice Chapin, i dr. (2013) su: pomaganje učenicima razjasniti i izložiti njihove vlastite misli i ideje, pomaganje učenicima da slušaju druge dok iznose svoja mišljenja, pomaganje učenicima produbiti vlastito prosuđivanje te pomaganje učenicima da proučavaju i promišljaju o tuđim obrazloženjima. Niti jedan od ovih koraka ne provodi se sam za sebe, već su u integraciji svi jednako važni.

1. Pomaganje učenicima razjasniti i podijeliti njihove ideje

Da bi učenici sudjelovali u diskusiji moraju biti osposobljeni iznijeti vlastite misli i prosudbe na glas na način da su razumljive drugima. Ukoliko samo par učenika ima tu sposobnost, onda je nemoguće provoditi diskusije u razrednom odjelu jer će se one svesti na monolog ili dijalog učitelja i učenika. Čest je slučaj da učenici govore stvari koje su teško razumljive, a učitelji tada samo ignoriraju što su čuli te nastavljaju dalje s nastavom. Unatoč tome, dužnost učitelja je potruditi se doista razumjeti što je učenik htio reći, jer u protivnom će se dogoditi da ni učitelj ne razumije što je učenik htio reći, a ni učenici. Učenici tada neće moći napredovati u objašnjavanju svojih mišljenja i na kraju će misliti da učitelj zapravo ni ne želi znati što oni zapravo misle. Stoga je važno učenicima dati vremena i pažnje prilikom njihova iznošenja misli i ideja. Kako bi pomogle učiteljima u ostvarivanju ovog cilja Chapin, O'Connor i Anderson navode određene strategije koje mogu pomoći učenicima u lakšem prenošenju svojih misli u riječi. Neke od strategija su vrijeme čekanja, razgovor u paru, zapisivanje ideja, postavljanje pitanja učeniku želi li podijeliti svoje razmišljanje s razredom, traženje od učenika da kaže nešto više o tome što misli, učiteljevo ponavljanje učenikovog promišljanja (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.1. Strategija „Produljivanje vremena čekanja“

Vrijeme čekanja odnosi se na vrijeme koje učitelj daje učenicima za razmišljanje o postavljenom pitanju odnosno matematičkom problemu. Nerijetko je to vrijeme izrazito kratko, svega jednu do dvije sekunde. No ako se ono produlji na četiri ili pet sekundi, tada se može očekivati da će više učenika podići ruke. Naravno, ne događa se uvijek tako pa se, kao alternativa, može koristiti strategija razgovora u paru (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.2. Strategija „Razgovor u paru“

Učitelj najčešće poseže za ovim oblikom rada u trenutku kada na postavljeno pitanje nitko ne podiže ruku, odnosno nitko ne reagira. Neki učitelji u takvim situacijama učenicima daju 30 sekundi ili 1 minutu da poslože svoje misli i prenesu ih u riječi sa svojim susjedima iz klupe. Za to vrijeme učitelj obilazi razred i sluša što učenici međusobno razgovaraju kako bi dokučio kako razmišljaju. Zatim učitelj

može ponovo započeti diskusiju o postavljenom pitanju unutar cijelog razreda, nakon što su učenici imali priliku sažeti svoje misli u paru. Kada učitelj zatraži od učenika da iznesu ono što su zaključili u radu u paru, učenici se osjećaju sigurniji i pouzdaniji u iznošenju misli (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.3. Strategija „Zapisivanje ideja“

Neki učitelji vole koristiti zapisivanje kao strategiju pomoću koje učenici sažimaju svoje misli. Učenicima se da minuta vremena da razmisle i zapišu svoje ideje o mogućim metodama rješavanja zadanog matematičkog problema, nakon čega učitelj pokreće diskusiju. Učenici koji su neodlučni ili sramežljivi govoriti pred drugima, mogu pročitati ono što su zapisali (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.4. Strategija „Želiš li podijeliti svoje mišljenje s razredom?“

Dok učenici razgovaraju u paru ili zapisuju ideje, učitelj obilazi razred i sluša kako učenici razmišljaju. Za to vrijeme učitelji dobivaju povratne informacije o svojim učenicima te na temelju toga mogu ponuditi učenicima da iznose svoje razmišljanje pred cijelim razredom (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.5. Strategija „Reci više“

Kada učenik objašnjava nešto, ponekad je teško razumjeti što učenici žele reći jer upotrijebe premalo riječi. Stoga, kako bi učitelj potaknuo učenika da upotrijebi više riječi, može koristiti formulacije poput: „Reci nam nešto više o tome što misliš.“, „Bi li htio/la dati neki primjer?“, „Tko želi reći više?“ (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

1.6. Strategija „Ponavljanje razmišljanja učenika“

Pomoću ove strategije učitelj pokušava svojim riječima ponoviti sve ili dio onoga što je učenik rekao te zatim od učenika zahtijeva da potvrdi je li učitelj dobro shvatio što je on govorio ili ipak nije. Ova strategija ne predstavlja tek jednostavno ponavljanje onoga što je učenik rekao, nego je to pitanje namijenjeno učeniku pomoću kojeg dolazimo do odgovora što je učenik zapravo htio reći. Primjeri koje navode autorice Chapin, O'Connor i Anderson su sljedeći: „Dakle, zvuči kao da

želiš reći _____. Jesi li to htio reći?”, „Hajdemo vidjeti razumijem li te. Misliš li ti da _____?” (Chapin, O’Connor i Anderson, 2013).

2. Pomaganje učenicima da slušaju druge dok iznose svoja mišljenja

Chapin, i dr. (2013) navode da mnogi učitelji govore kako njihovi učenici nemaju problema u iznošenju svojih ideja, no nikako ne žele slušati druge dok iznose svoje ideje. Ukoliko učenik samo čeka kada će govoriti bez da u isto vrijeme sluša druge što govore i pokušava ih razumjeti, tada taj učenik nikada neće moći doprinijeti stvarnoj raspravi.

Ono što učitelj može učiniti kako bi bio siguran slušaju li se učenici međusobno je da im postavi pitanja sljedećih oblika: „Možeš li ponoviti ono što je Ana kazala?”, „Možeš li Ivanove ideje objasniti na svoj način?”. Ujedno ukoliko učitelj želi biti siguran da su se učenici međusobno slušali dok su izmjenjivali mišljenja u parovima, može postaviti pitanje poput: „Možeš li nam reći kako je tvoj par objasnio rješenje ovog problema?”

3. Pomaganje učenicima produbiti vlastito prosuđivanje

Svi učenici moraju znati objasniti zašto govore to što govore. Odnosno učenici moraju razumjeti zašto im rješenje koje nude za određeni matematički problem ima smisla. U mnogim učionicama, učenici s lakoćom daju odgovore na postavljena pitanja bez da dublje promisle kako su došli do tog odgovora. U takvim situacijama učitelj može pomoći učenicima na način da im postavi neka pitanja poput: „Zašto tako misliš?”, „Čime potvrđuješ svoju tvrdnju?”, „Što te uvjerilo da je baš to pravi odgovor?”, „Zašto misliš da će ta strategija funkcionirati?”, „Možeš li nam to dokazati?”, „Nisam siguran da te razumijem, možeš nam objasniti ponovno korak po korak?” (Chapin, O’Connor i Anderson, 2013).

4. Pomaganje učenicima da proučavaju i promišljaju o tuđim obrazloženjima

Završni korak odnosi se na to da učenici usvoje ideje i promišljanja drugih učenika i da ponude povratnu informaciju o tim promišljanjima i idejama. Ukoliko se to ostvari događa se jedna stvarna diskusija koja potiče trajno učenje. Ako učionica ima funkciju zajednice učenika koji uče jedni od drugih, onda bi oni trebali biti u mogućnosti učenja na međusobnim idejama dublje nego što je to samo na razini

slušanja i ponavljanja onoga što je izrečeno. Učitelj učenicima može pomoći u ovom koraku tako da im postavi neka od ovih pitanja: „Što ti misliš o ovoj ideji?“, „Slážeš li se ili se ne slážeš... Zašto?“, „Može li netko dopuniti ovu ideju ili dodati nešto?“ (Chapin, O’Connor i Anderson, 2013).

2.3. KAKO UVESTI U RAZRED MATEMATIČKU DISKUSIJU?

Kako bi uvođenje matematičke diskusije u razred bilo uspješno, potrebno je pružiti učenicima obrazloženje zašto se stavlja naglasak na diskutiranje i iznošenje vlastitih ideja ili mišljenja. Na početku školske godine može se učenicima prezentirati kako će izgledati nastava matematike u koju se uvode diskusije. Također, važno je da učitelj na početku postavi pravila koja će učenici trebati slijediti prilikom međusobnih diskusija. Učenici trebaju osvijestiti da učitelj od svih učenika očekuje ravnopravno i podjednako sudjelovanje u diskusijama (Chapin, O’Connor i Anderson, 2013).

Učeničova uvjerenja i predrasude o matematici kao nastavnom predmetu koje nosi u sebi mogu uvelike utjecati na njegov angažman prilikom diskusija. Ukoliko učenici misle da biti uspješan u matematici znači dati točan odgovor u kratkom vremenu, njima će diskusija kao novi oblik rada biti zbunjujuća. Ukoliko učenici misle da biti uspješan u matematici znači upamtiti i točno primijeniti pravila, onda oni nevoljko sudjeluju u oblikovanju pretpostavki ili ispitivanju tvrdnji. Stoga je iznimno važno da učenici čuju da je matematika usmjerena na prosuđivanje, rješavanje matematičkih problema i pronalaženje smisla. Važno je učenicima objasniti da će u učionici oni zajedno razgovarati o njihovim idejama, njihovim strategijama za rješavanje problema i njihovim generalizacijama odnosno uopćavanjima kao bi postali bolji matematički mislioci (Chapin, O’Connor i Anderson, 2013).

Na sudjelovanje u diskusijama može utjecati i učeničova socijalna ili kulturna sredina u kojoj živi ili iz koje dolazi. U razredu se mogu naći učenici koji imaju iskustva u raspravljanju o svojim idejama s odraslima. S druge strane također mogu postojati djeca u čijoj kulturi je nepristojno ne slagati se s odraslima. Mogu se naći i učenici koji dolaze iz sredine gdje djeca nisu uključena u razgovore o intelektualnim temama s odraslima. Zatim postoji mogućnost da nam dođu djeca imigranti kod kojih djeci u školama nije dopušteno govoriti. Upravo zbog raznolikosti odgoja djece,

njihovih sredina od kojih potječu i drugih usađenih pretpostavi i pravila koje nose od doma, važno ih je unaprijed pripremiti na nešto novo i drugačije kao što su diskusije u nastavi. Te im ujedno dati smjernice kako se ponašati prilikom takvog novog oblika rada. Učiteljevo postavljanje pravila i objašnjavanje očekivanja koja ima od svojih učenika, u učenicima će rezultirati osjećajima sigurnosti, samouvjerenosti, jasnoće. Time učitelj ujedno stvara ozračje za ravnopravnu, poštenu, prijateljsku diskusiju koja odiše poštovanjem. U učenicima nestaje strah da će im se drugi rugati, ali ujedno se i pojavljuje odgovornost da ne govore nešto što ni sami ne razumiju. Chapin, O'Connor i Anderson (2013) navode dva glavna cilja prilikom određivanja pravila za kvalitetnu diskusiju punu poštovanja, a to su govor pun poštovanja i ravnopravno sudjelovanje.

1. Govor pun poštovanja

Temeljna pravila moraju biti usmjerena na to da svaki učenik poštuje ono što kažu drugi. Konkretnije, učitelj mora jasno dati do znanja učenicima da prilikom diskusije nema pogrđnih riječi, neprikladnih i sramotnih zvukova ili opaski. Učenicima se mora skrenuti pažnja na to da učitelj od njih traži visoke kriterije. Učenici moraju znati da kršenje dogovora kojeg su zajedno sklopili, nosi sa sobom posljedice. Pravila, kao i kazne za nepoštivanje istih, moraju biti jasno definirana i usvojena, te u konačnici jednako primjenjivana. Jednom kada su pravila jasno postavljena, ona moraju vrijediti za sve učenike jednako. Ako u razrednom odjelu dođe do nepoštivanja prilikom diskusije, učitelj treba s učenicima pronaći rješenje tog problema. Učitelj može zadati učenicima da svakog tjedna odaberu jedan problem koji im se pojavljuje prilikom diskusija i ometa kvalitetu diskusija. Kada odaberu jedan problem učenici ga postavljaju na vidljivo mjesto te slijedi razgovor u kojem učitelj i učenici zajedno pokušavaju pronaći rješenje. Učitelju u ovakvom razgovoru nije cilj samo riješiti problem, već ga potpuno eliminirati, za što je potrebno vrijeme i često podsjećanje učenika na pravila koje su zajedno donijeli za što uspješniju komunikaciju. Također učitelj s učenicima može napraviti plakat s pravilima te ga objesiti u učionici na vidljivo mjesto (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

2. Ravnopravno sudjelovanje

Nakon što učenici usvoje pravila potrebna za uspješnu diskusiju punu poštovanja, važno je postaviti uvjete za potpuno uključivanje učenika u diskusije i ravnopravno sudjelovanje svih učenika. Dakle, svi učenici moraju imati mogućnost uključivanja u diskusiju, a ne samo oni koji imaju dobre ocjene. Učenici moraju znati da je cilj razgovora o našim matematičkim idejama da svaki učenik u razredu doprinese i sudjeluje. Važnost sudjelovanja je velika iz razloga što je čest slučaj da učitelji dozvoljavaju učenicima da samo slušaju ili čak samo šute ako tako žele. No, na taj način ne dobiva se povratna informacija razumije li učenik ono o čemu se raspravlja ili govori.

Ne očekuje se od svih učenika da prilikom svake diskusije moraju nešto reći odnosno iznijeti svoje stavove, mišljenja i ideje, nego da kroz dulji vremenski period budu uključeni svi učenici u diskusije. Važno je da učitelj pronađe načine kako da učenike zainteresira za diskusije te da u njima probudi ljubav i želju za takav oblik rada. Iznimno je važno vježbati se kako bi unaprijedili ravnopravno sudjelovanje svih učenika u diskusiji. Stoga Chapin, O'Connor i Anderson (2013) navode nekoliko vježbi koje mogu pomoću u poboljšanju ravnopravnog sudjelovanja u diskusiji.

Prvi primjer strategije je da učitelj da učeniku dovoljno vremena za razmišljanje o problemu. Ukoliko se ta strategija ne pokaže učinkovitom, učitelj bi trebao razgovarati s tim učenikom i pitati ga kako mu može pomoći da iznese svoje mišljenje. Drugi primjer strategije je da učitelj da vremena učenicima za pripremu na način da učenici razgovaraju u malim grupama ili u parovima. Zatim učitelj slučajnim odabirom odabire govornika da iznese izvještaj rada unutar svoje grupe ili para. Učitelj može koristiti i vježbu u kojoj potiče učenike da sami sebe kontroliraju koliko sudjeluju u diskusijama. To bi značilo da ukoliko određeni učenici stalno dižu ruke i uvijek imaju nešto za reći, s njima bi trebalo porazgovarati te ih podsjetiti da ste donijeli pravilo da svi moraju sudjelovati te ih iz tog razloga ne može učitelj prozvati već treba dati priliku i drugima da sudjeluju. Na taj način učitelj potiče učenika da prati koliko se često javlja kako bi mogao ostaviti prostora za govor i drugima. Može se također koristiti i vježba u kojoj učenicima ponudimo žetone te svatko u diskusiji mora iskoristiti barem jedan. Cilj tog žetona je da svakog učenika, osobito onog koji baš ne voli govoriti i javljati se, natjera da mora iskoristiti svoj žeton i da se mora javiti. Posljednja vježba koju autorice navode je tehnika „jedan od tri”. Ta tehnika ima za cilj potaknuti učenika koji ne želi sudjelovati u diskusijama da

odabere jedno od tri zaduženja koja mu učitelj ponudi. Učitelj takav oblik vježbe nudi učeniku individualno, a ne pred cijelim razredom. Zaduženja koja učitelj može predložiti učeniku su dobrovoljno komentiranje tijekom cijele diskusije, odgovaranje kada ga učitelj neočekivano prozove, postavljanje pitanja tijekom cijele diskusije i sl. (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

2.4. DVA OBLIKA PRODUKTIVNOG RAZGOVORA

Prilikom razmišljanja kako uvesti diskusiju u razred kako bi potpomognula učenicima u učenju, važno je osvijestiti različite oblike diskusije kojima raspolažemo, odnosno koji su nam dostupni. Chapin, O'Connor i Anderson (2013) ističu da su oblici diskusije zapravo drugačiji načini konfiguriranja interakcije unutar učionice i jedni su od glavnih sredstava koje učitelji koriste za ostvarivanje ciljeva poučavanja. Postoje dva oblika produktivnog razgovora. Jedan oblik je diskusija na razini cijelog razreda, a drugi oblik je diskusija u manjim grupama. Oba oblika diskusije imaju svoja vlastita pravila za kvalitetnu raspravu.

1. Diskusija unutar cijelog razreda

Unutar ovog oblika diskusije učiteljeva uloga je samo da učenike usmjerava u diskusiji kako ne bi odlutali do teme. Učitelj primarno nije u ulozi prenošenja informacija ili ispitivanja, već je u ulozi poticanja učenika da oni iznose svoje ideje, korake kojima su se koristili prilikom rješavanja problema te da se obogaćuju i diskutiraju na temelju međusobnih zaključaka i pretpostavki. Dakle, u središtu ovakvog oblika diskusije su učenikova promišljanja. Pomoću ovog oblika diskusije učenici postaju bolji matematički mislioci. Učitelj u ovakvom obliku rada ne odbacuje odmah pogrešan odgovor ili pogrešno promišljanje o zadanom problemu već potiče učenike da objasne kako su došli do takvog rješenja ili zaključka kako bi otkrili gdje su pogriješili u promišljanju (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

2. Diskusija unutar malih grupa

U ovakvom obliku diskusije učitelj najčešće zadaje učenicima matematički problem ili postavi pitanje za diskusiju o kojima oni razgovaraju u grupama od dvoje ili četvero učenika. Za to vrijeme učitelj obilazi učenike i asistira ukoliko učenici traže pomoć. Prilikom sastavljanja grupa učitelj mora paziti kako će učenike

posložiti jer se može dogoditi da učenici koji lakše savladavaju određene matematičke zadatke zasjone one kojima teže ide. Ujedno je važno da učitelj pazi poštuju li učenici u malim grupama pravila koja su donijeli zajedno za diskusiju unutar cijelog razreda. Važno je da pazimo jesu li se učenici odmakli od zadane teme u diskusiji ili nisu. To se može dogoditi ukoliko učenicima ostavimo previše vremena za diskusiju (Chapin, O'Connor i Anderson, 2013).

3. ŠTO JE MATH TALKS ILI NUMBER TALKS I ZAŠTO JE VAŽAN?

Math Talks ili *Number Talks* kako navode Cathy Humphreys i Ruth Parker (2015) predstavlja jedan način provođenja matematičkih diskusija. *Number talks* se provodi kao kratka dnevna vježba gdje učenici kognitivno rješavaju matematičke probleme i razgovaraju o svojim metodama rješavanja. Učenici pomoću tih kratkih aktivnosti mogu razumjeti matematiku i ponuditi čvrste argumente, iznositi konstruktivne kritike i međusobno graditi znanje na idejama koje ponude. Ovaj način poučavanja budi želju u učenicima da dublje istražuju matematiku i matematičke probleme. Kada *Number talks* postane rutina učenici često uživaju u toj aktivnosti pa kada učitelji ne stignu uvrstiti *Number talks* u sat, učenici znaju podsjećati učitelje na *Number talks* jer ne žele propustiti tu aktivnost. Takva aktivnost pomaže učenicima da stvore dobre temelje i uvjerljive predispozicije za sva matematička učenja koja su tek pred njima. Također, pomoću *Number talks*-a i učitelji i učenici postaju bolji u matematičkim promišljanjima. Pomoću *Number talks*-a razvijaju se osjećaj sigurnosti, duh istraživanja i proučavanja te žed za znanjem.

Humphreys i Parker (2015) navode da su desetljeća istraživanja utvrdila da su tradicionalni kurikulum i metode poučavanja u SAD-u rezultirali slabim vještinama i lošim znanjem učenika. Također, učenici su šablonizirano, bez razmišljanja rješavali zadatke. Učenici su često miješali različita pravila zbog previše informacija koje su bez logičkog razmišljanja morali upamtiti. Navedeno se može vidjeti iz sljedećeg primjera:

$$\begin{array}{r} 563 \\ - 27 \\ \hline 36 \end{array}$$

Slika 1. Način rješavanja zadataka jednog učenika

Izvor: Humphreys C., Parker R. (2015)

Učenik je svoj postupak računanja obrazložio na sljedeći način: „Ne možeš sedam oduzeti od tri, pa sam posudio jedan od šestice. Tako je šestica postala petica. Posuđenu jedinicu sam pridružio trojci i nastao je broj trinaest. Sada mogu oduzeti sedmicu od trinaestice i to je šest. Zatim sam oduzeo dvojku od petice i dobio tri.“

Učenici mogu dobiti točan rezultat ponašajući se prema brojevima kao stupcima znamenaka, zanemarujući njihove mjesne vrijednosti. Na taj način, kada su vrijednosti znamenaka negdje u pozadini, gubi se veza između količina. Brojka 6 predstavlja 60, no učenici to ne moraju znati da bi dobili točno rješenje. Također, ne možemo jednostavno pretvoriti 6 u 5. To zavarava učenike da mogu mijenjati brojeve kako im paše. Ujedno, u tom pukom manipuliranju brojeva gubi se i ideja da je $50 + 13 = 63$. Pri objašnjenju ovog postupka može biti stvoreno još novo pogrešno shvaćanje. Da bi učitelji učenicima pomogli, često kažu: „Ne možeš oduzeti 7 od 3“. To zapravo nije točna tvrdnja. Moguće je oduzeti 7 od 3 i rezultat je -4. Kada se takvo nešto nauči u drugom razredu i onda u sedmom se otkrije da to nije istina, matematička pravila se tada učeniku čine nevjerodostojnima. Takve štete se događaju jer učitelji poučavaju na način kako su bili sami poučavani. Stoga, *Number talks* upravo želi ponuditi drugačiji način poučavanja koji izlazi iz šablona i nudi učenicima mogućnost razvijanja kritičkog mišljenja. Učiteljima nudi način poučavanja koji u učenicima neće buditi zbunjenost već zainteresiranost i želju za učenjem. Također, ova aktivnost pretvara učenike u sigurne i samouvjerene matematičke mislioce (Humphreys i Parker, 2015).

3.1. KAKO IZGLEDA *NUMBER TALKS* U PRAKSI

Ova 15-ominutna aktivnost sastoji se od nekoliko koraka koji se ne smiju preskakati te za svaki od njih učitelj mora ostaviti dovoljno vremena učenicima. Svaki korak je jednako važan kako bi se aktivnost provela što uspješnije. Učenici mogu sjediti u polukrugu ili u klupama. Često učitelji nemaju dovoljno velike učionice, pa učenici sjede u klupama, no na taj način teže se mogu fokusirati na zadani problem, dok u polukrugu učenici ostavljaju sav pribor iza sebe i fokusirani su samo na dani zadatak. Dakle, prvo učenici moraju odložiti sav školski pribor te staviti šaku svoje ruke na prsa. Na taj način učenici učitelju daju znak da su spremni.

Učitelj zatim napiše problem na ploču ili postavi karticu na kojoj se nalazi zadatak. Učitelj piše probleme na ploču vodoravno kako bi učenike omelo od njihovog napamet naučenog načina rješavanja zadataka. Nakon toga učitelj promatra dok učenici mentalno rješavaju zadani problem. Kada učenici dođu do odgovora ili smatraju da im je dovoljno vremena dano za promišljanje, podignu palac šake prislonjene na prsa. Važno je učenicima dati dovoljno vremena za razmišljanje jer na taj način dobivaju snažnu poruku o matematici da nije točna tvrdnja da si dobar u matematici ako si brz. Ujedno, bez obzira koliko brzo su palčevi podignuti ili nisu to je dobar pokazatelj koliko je problem, koji im je zadan, zapravo težak. Također, podizanje palčeva ne odvlači učenikovu pažnju je li netko prije njega već našao rješenje ili ne.

Kada učitelj procjeni da je većina palčeva podignuta, učitelj pita učenike ima li netko tko bi htio s razredom podijeliti što misli da je odgovor na zadani problem. Učitelj zapisuje sve odgovore na ploču bez komentiranja te upita učenike ima li još netko drugačiji odgovor. Također učitelj napominje učenicima da nema komentiranja tuđih odgovora te iznošenja svojih mišljenja slažu li se s nekim odgovorom ili ne.

Nakon što učitelj na ploču zapiše sve ponuđene odgovore te je siguran da nitko više nema neki drugi odgovor za ponuditi; učitelj pita učenike tko bi htio objasniti kako je riješio zadani problem. Samo opisivanje postupka nije dovoljno, učenik mora objasniti zašto njegov način rješavanja problema ima smisla. Kada dobrovoljci počnu dijeliti svoje ideje kako su došli do rješenja problema prvo moraju reći koji odgovor od ponuđenih na ploči brane. Zatim dijele svoje ideje. Učitelj bilježi mišljenje svakog učenika koji dijeli svoj način rješavanja problema.

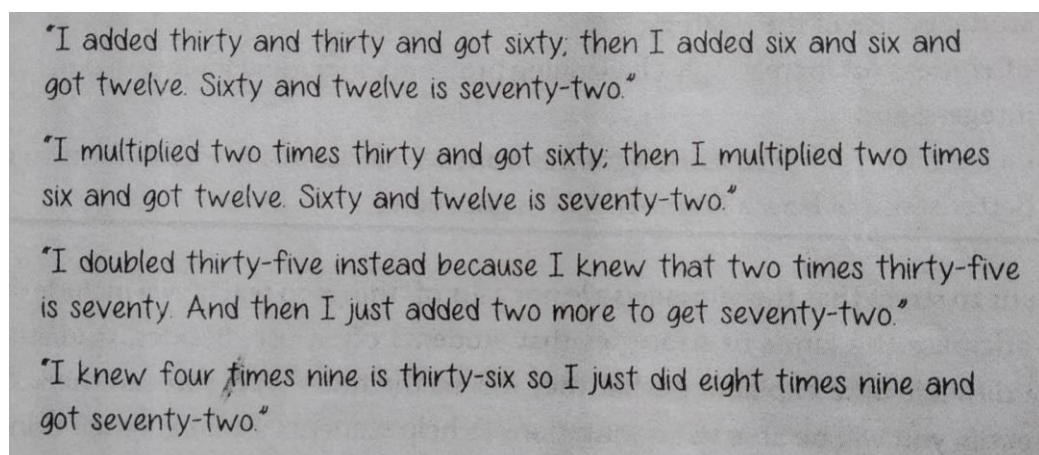
Nakon što učenici završe sa dijeljenjem svojih načina rješavanja problema, učitelj može postaviti određena pitanja kako bi se uvjerio da je svima jasno ono što se od njih tražilo u aktivnosti. Ukoliko je potrebno, ova aktivnost ne mora isključivo trajati 15 minuta već može potrajati onoliko koliko učitelj dozvoli te osjeti da je učenicima potrebno (Humphreys i Parker, 2015).

3.2. PRIMJER: TRI OSNOVNA *NUMBER TALKS*-A

Humphreys i Parker (2015) navode da postoje tri posebna slučaja aritmetičkih operacija, koje one nazivaju „osnovnim” *Number talks*-ima. Te osnove mogu biti izmiješane s ostalim aktivnostima *Number talks*-a. Te mogu pomoći učenicima da bolje promišljaju o brojevima prilikom računanja s njima. Kao u *Number talks*-u tako i u svakom od sljedećih slučajeva učiteljevo ispitivanje je važno za poticanje dijeljenja učenikova promišljanja s ostatkom razreda.

3.2.1. Udvostručavanje nekog broja (posebno važno za zbrajanje ili množenje)

U višim razredima učenikovo razmišljanje se unaprjeđuje na način da iz faze zbrajanja prelaze na množenje. Kada trebaju neki broj udvostručiti, učenici često koriste oboje. Stoga je važno da učenici zabilježe vezu između zbrajanja i množenja u računu koji su rješavali. Humphreys i Parker (2015) navode primjer kada su napisale na ploču broj 36 i zadale učenicima da ga udvostruče. Kada je većina palčeva bila podignuta, prvo su sakupile odgovore, potom su pitale za objašnjenja i ostalo što slijedi. Prenosim neke od primjera rješenja ovog problema koje su učenici ponudili:



Slika 2. Načini rješavanja zadatka četvorice učenika
Izvor: Humphreys i Parker (2015)

„Zbrojio sam trideset i trideset i dobio sam šezdeset, zatim sam zbrojio šest i šest i dobio sam dvanaest. Šezdeset i dvanaest su sedamdeset i dva.“

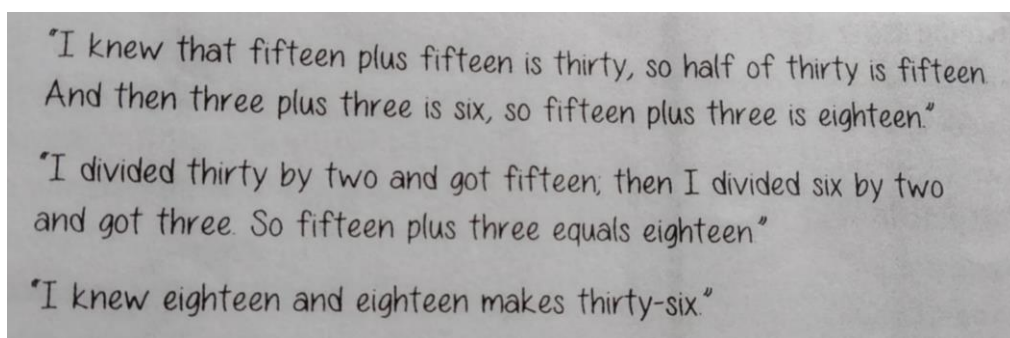
„Pomnožio sam dva puta trideset i dobio sam šezdeset, zatim sam pomnožio dva puta šest i dobio sam dvanaest. Šezdeset i dvanaest su sedamdeset i dva.“

„Odmah sam udvostručio trideset i pet zato što znam da je dva puta trideset i pet jednako sedamdeset. Zatim sam samo dodao još dva i dobio sam sedamdeset i dva.“

„Znao sam da je četiri puta devet jednako trideset i šest, pa sam pomnožio osam puta devet i dobio sam sedamdeset i dva.“

3.2.2. Raspolavljanje nekog broja (posebno važno za dijeljenje)

Učenicima se opet daju upute da će na ploči biti zapisan broj kojeg oni moraju prepоловити. Učitelj ih treba uputiti da podignu palčeve kada znaju koliko je pola od zadanog broja. Učitelj zapiše broj 36 na ploču i slijedi proces koji se odvijao kao i sa udvostručavanjem broja. Prilažem neka od rješenja koje su učenici ponudili (Humphreys i Parker, 2015).



Slika 3. Načini rješavanja zadataka trojice učenika

Izvor: Humphreys i Parker (2015)

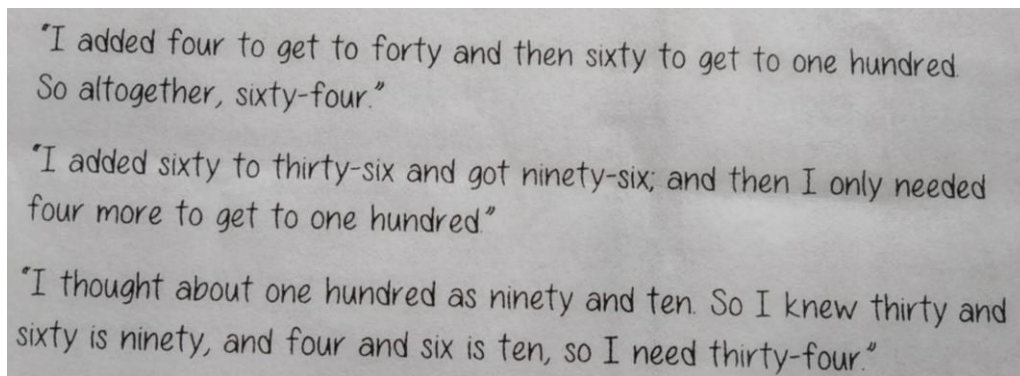
„Znao sam da je petnaest plus petnaest jednako trideset, dakle pola od trideset je petnaest. Zatim tri plus tri jednako je šest, pa petnaest plus tri jednako je osamnaest.“

„Podijelio sam trideset sa dva i dobio sam petnaest, zatim sam podijelio šest sa dva i dobio sam tri. Dakle, petnaest plus tri iznosi osamnaest.“

„Znao sam da je osamnaest plus osamnaest jednako trideset i šest.“

3.2.3. Nadopunjavanje nekog broja do veće dekadске jedinice (10, 100, 1000, ...)

Učitelj treba reći učenicima da će zapisati broj na ploču te da mu trebaju dati do znanja kada otkriju koji broj trebaju dodati da dobe broj 100 (ili 1000 i tako dalje). Zatim učitelj zapisuje broj 36 na ploču te se odvija cijeli proces kao i u prethodna dva slučaja. Priloženi su neki od učeničkih odgovora (Humphreys i Parker, 2015).



Slika 4. Načini rješavanja zadataka trojice učenika

Izvor: Humphreys i Parker (2015)

„Dodao sam četiri da bio došao do četrdeset, zatim šezdeset da bih došao do sto. Sve zajedno je šezdeset i četiri.“

„Dodao sam šezdeset broju trideset i šest i dobio sam devedeset i šest, zatim mi je trebalo još četiri da dođem do sto.“

„Promatrao sam broj sto kao devedeset i kao deset. Znao sam da su trideset i šezdeset jednako devedeset i da su četiri i šest jednako deset. Dakle, trebao sam trideset i četiri.“

Sva tri slučaja su imala za cilj da se učenike potakne na razgovor i promišljanje o brojevima. Ukoliko se s učenicima provodi često aktivnost *Number talks*-a, oni će s vremenom biti sposobni računati s bilo kojim brojevima, bez obzira radi li se o velikim brojevima ili o malim (Humphreys i Parker, 2015).

3.3. VODEĆA NAČELA ZA UVOĐENJE *NUMBER TALKS* AKTIVNOSTI U NASTAVU

Humphreys i Parker (2015) nude određena načela za rad sa učenicima svih razreda koja pomažu učiteljima prilikom odlučivanja za vrijeme uvođenja *Number talks* aktivnosti u njihove učionice. Ta načela pomažu učenicima da izgrade snažno razumijevanje matematike i da gledaju na sebe kao matematičke mislioce. Učitelj mora osvijestiti da svaki učenik ima ideju koja je vrijedna slušanja i upravo zato učitelj mora pomoći učeniku da se nauči jasno izražavati i prenositi svoje ideje ostalima. Dok učenici slušaju strategije drugih učenika i dok proučavaju i uočavaju odnose i veze između različitih mogućnosti, njihovo matematičko razumijevanje se produbljuje (Humphreys i Parker, 2015).

Kroz učiteljeva pitanja, učitelj zapravo pokušava razumjeti učenikovo razmišljanje. Osim pametno postavljenih pitanja, učitelj mora znati i pažljivo slušati što mu učenik govori. Za uspješno provedenu aktivnost važnije je slušati što učenik želi reći, nego što bi učitelj htio čuti. Ujedno, slušanje učitelja usmjerava koja pitanja dalje postavljati i u kojem smjeru ići s učenikovim idejama. Treba izbjegavati pitanja koja završavaju sa riječima koja traže potvrdne odgovore. To su pitanja koja na kraju imaju sintagmu „Je li tako?”. Učenicima se automatski signalizira da potvrdno odgovore na učiteljevo postavljeno pitanje. Učitelj ne može i ne smije od učenika očekivati da mu učenik ponudi objašnjenje koje je učitelju razumljivo ili da koristi metode za koje učitelj smatra da su lakše. Kada učitelj ima za cilj naučiti učenike da su njihove ideje vrijedne slušanja, važno je da su učiteljeva pitanja usmjerena da pomognu učenicima razumjeti matematiku na njihov vlastiti način. A to mogu postići tako da nauče izražavati svoje ideje samouvjereno i kompetentno (Humphreys i Parker, 2015).

Nije dovoljno da učenici samo znaju jasno izreći postupke koje su poduzeli prilikom rješavanja problema, nego je puno važnije da znaju objasniti zašto baš njihovi postupci imaju smisla. Učitelj može pomoći učeniku pitanjem poput „Zašto si...?”. Takav oblik pitanja pomaže učeniku da dublje sagleda postupke kojima se koristio ili kojima se ipak ne bi koristio. Valja poticati učenike da i oni međusobno postavljaju takva pitanja prilikom diskusije (Humphreys i Parker, 2015).

Učitelj svaku pogrešku koja se dogodi prilikom aktivnosti mora gledati kao priliku za naučiti nešto novo te takvo ozračje treba prenijeti na svoje učenike. To bi značilo da ukoliko učenik ponudi krivo rješenje na zadani problem, učeniku treba dati priliku da objasni kako je došao do tog rješenja. Upravo taj put može obogatiti ostale jer možda se nitko nije sjetio takvog načina rješavanja. *Number talks* nije aktivnost u kojoj učitelj želi postići da učenici misle kao on ili da razumiju na „najbolji” način. Bolje bi bilo reći da ova aktivnost ima za cilj ohrabriti učenike da razmišljaju na način koji ima smisla njima samima. Naravno, učitelj će predložiti učenicima da pokušaju promisliti o tuđim strategijama ili da analiziraju tuđe ideje, no neće očekivati od učenika da ih zapamte (Parrish, 2014).

Postoji mnogo razloga zašto neki učenik ne želi podijeliti svoje ideje. Možda je osoba sramežljiva, nesigurna u svoje izlaganje pred publikom ili smatra da se ne zna dovoljno dobro izražavati na standardnom jeziku. Štogod bilo po srijedi, dužnost učitelja je da se što više potruži stvoriti ozračje u razredu u kojem se svaki učenik

osjeća siguran da može iznijeti svoje mišljenje. Ujedno, učitelj mora biti oprezan da učeniku ne stvori pritisak u želji da mu pomogne podijeliti njegovu ideju s razredom (Parrish, 2014).

Humphreys i Parker (2015) navode da je na učitelju da *Number talks* uvede u razred na način da ta aktivnost bude sigurno mjesto za učenike gdje mogu pronalaziti i otkrivati nove ideje i dijeliti svoja razmišljanja kada su učenici spremni za to. Učenici sa razvijenim osjećajem za djelovanje prepoznaju da su važan dio jedne intelektualne zajednice u razredu, odnosno da imaju vrijedne ideje za podijeliti, da uče na temelju tuđih ideja te se tako izgrađuju i unapređuju svoje vještine i znanja. Takvi učenici su svjesni da su slobodni odlučivati i birati, no to u njima budi osjećaj odgovornosti za izbore koje odaberu. Dakle, mogu braniti svoje ideje ili promijeniti svoje mišljenje ukoliko su se uvjerali u nešto suprotno, ali sa dobrim argumentima.

Važno je da se učitelj neprestano podsjeća da se matematičko razumijevanje treba stalno unapređivati. Učenike treba upozoravati da su zbunjenost i borba s nerazumljivošću prirodne, moglo bi se reći da su čak i nužni i poželjni dio učenja matematike. Zbunjenost koja nastane zato što učitelj nije dobro ili dovoljno jasno postavio zadatak je loša, no zbunjenost koja nastane zbog matematičkih odnosa je dobra i treba učenike naučiti da ju cijene jer ih upravo ona pokreće da pronađu smisao određene matematičke ideje (Parrish, 2014).

Učitelj treba cijeliti i poticati raznovrsnost ideja. Učenici moraju znati da, bez obzira kakav je problem stavljen pred njih, neće svi taj problem riješiti na isti način. Učenici trebaju osvijestiti da je važno da se međusobno slušaju i da grade na idejama jedni od drugih. Trebaju istraživati moguće veze između određenih ideja, na taj način svatko razumije jasnije (Parrish, 2014).

3.4. KAKO *NUMBER TALKS* UVESTI U RAZRED KAO NOVU RUTINU T.J. NOVI NAČIN RADA?

Prije samog uvođenja ove aktivnosti u razred potrebno je da učitelj sam sebi, a i učenicima osvijesti da je važno testirati nove ideje, čak i ako nas navedu na pogrešan odgovor. Ujedno da taj pogrešan odgovor može biti jedna dobra prilika za izgrađivanje samopoštovanja, a ne da izaziva u učeniku osjećaj srama. Također, važno je da učitelj osvijesti da se pomoću ovog načina provođenja matematičke diskusije učenicima sve mijenja. Mijenja se način poučavanja i učenja na koji su

navikli do sada, oni odjednom ne moraju samo znati kako se dolazi do nekog odgovora nego i zašto. Stoga, u početku i učiteljima i učenicima to može biti teško i naporno dok im ova aktivnost ne postane rutina.

Svaki *Number talks* treba imati svrhu. Na temelju toga koliko učenici određenog razreda znaju i koje strategije koriste ili ne koriste, učitelj će planirati tijekom *Number talks*-a.

Nevažno u kojem razredu učitelj poučava, kao početak idealne su tzv. „dot“ kartice zato što učenici trebaju samo objasniti što vide, a ljudi vide na tisuću različitih načina. Također, prilikom proučavanja „dot“ kartica učenici su sposobni jasno se i razumljivo izjasniti što vide te je ujedno i svatko sposoban razumjeti kako je netko drugi vidio tu istu sliku na „dot“ kartici.

Prije samog početka provođenja *Number talks*-a u razredu, važno je da učitelj predvidi mogućnost da će puno vremena biti potrošeno za vrijeme koje učenicima treba da promisle o rješenju problema. Ako se to dogodi važno je da učitelj ostane smiren te da ne požuruje učenike.

Iznimno je važno da učitelj potiče učenike na objašnjenje njihovog promišljanja. Dakle, da učitelj pitanjima potiče učenika da se izrazi zašto ima smisla njegov način rješavanja problema, odnosno da svoje misli pretvori u riječi. No, ipak je važno da učitelj ne pretjera s pitanjima jer se može javiti kontraefekt. Također, ako učenik ne zna objasniti zašto baš njegov način rješavanja ima smisla, ne smije ga se forsirati pretjerano s pitanjima jer učeniku to može postati naporno i iritirajuće jer je naučio šablonizirano rješavati zadatke. To se najčešće događa kada se počnu koristiti brojevi u *Number talks*-u. Treba imati na umu da bi učenici izašli iz šabloniziranih načina rješavanja zadataka potrebno je vrijeme i puno vježbe. Stoga se u tim situacijama može posegnuti i za time da se pomoću par učiteljevih pitanja razredu pokrene zajedničko promišljanje. Tako bi učenici prvotno riješili zadatak s brojevima kako su naučili, no učitelj bi ih onda poticao da promišljaju svi zajedno kako se zadatak može još riješiti. Tada se skida teret s pojedinca te se stvara ozračje da je svatko jedna puzzle potrebna da bi se problem riješio. Također, ovim načinom učenici shvaćaju da učitelj vrednuje različite načine rješavanja više nego „ispravan“ način rješavanja.

Učitelj mora znati slušati kako bi *Number talks* bio što uspješniji. Dakle, važno je da učitelj bude siguran da je dobro razumio ono što mu učenik objašnjava

postavljajući mu pitanja. Važno je da učitelj sam ne stavlja učeniku riječi u usta odnosno da mu ne daje gotove odgovore koje bi učitelj htio čuti.

Jednom kada učitelj odluči primjenjivati *Number talks* u svom razredu važno je da to čini u nekom kontinuitetu iz razloga ako se *Number talks* provodi u razredu jednom ili dva puta tjedno učenici se neće moći sjetiti strategija koje su se koristile i teže će im *Number talks* postati rutina.

Prilikom provođenja *Number talks*-a važno je poticati učenike da koriste matematičke izraze prilikom dijeljenja svojih ideja s učenicima. Važno je zapisivati učenikova promišljanja, no prije toga je također važno otkriti koji način zapisivanja učenicima i učitelju najbolje odgovara.

Učitelj se ne smije previše isticati u provođenju *Number talks*-a, najbolje je da stoji negdje sa strane. Kada jedan učenik izrazi svoje mišljenje, važno je ostaviti prostora, možda se neki drugi učenik sam javi te odluči podijeliti svoju strategiju ili komentirati strategiju učenika koji je govorio prije njega. Učitelj treba osvijestiti da će biti ponuđeno više odgovora na postavljeni problem te na to treba gledati pozitivno jer je to odlična podloga za učenike da ostatak razreda uvjere da baš njihova strategija ima smisla. Učitelj treba poticati učenike da sami mogu jasno izraziti ono što misle. Učitelj to može postići tako da potiče učenike da jasno govore kako bi ih svi mogli čuti.

Također je važno da učitelj uvijek ima pripremljen još neki problem za učenike ukoliko se prvi napisan na ploču pokaže preteškim ili prejednostavnim (Humphreys i Parker, 2015).

Nakon što se učitelj pripremio te osvijestio moguće probleme i poteškoće s kojima bi se mogao susresti i ujedno proučio što bi im mogao ponuditi kao moguća rješenja na poteškoće koje bi se pojavile; može krenuti u samu realizaciju *Number talks*-a.

4. ISTRAŽIVANJE: *NUMBER TALKS* – MOGUĆNOSTI I PREDUVJETI ZA UPOTREBU DISKUSIJE U NASTAVI MATEMATIKE

Osnovni cilj ovog istraživanja bio je ispitati kako učenici 2. razreda osnovne škole prihvaćaju zadatke otvorenog tipa, u kojima je moguće ponuditi više načina rješavanja, te kako se s učenicima može provoditi diskusija o ponuđenim rješenjima. Ujedno, koliko im šablonizirane metode rada utječu na razmišljanje, odnosno na koji način dolaze do rješenja zadanih matematičkih problema.

Ispitivanje je provedeno u 2. razredu Osnovne škole Milana Langa Bregana u periodu od 3 dana, po jedan školski sat. Za istraživanje je pribavljeno odobrenje ravnatelja škole, učiteljice razreda u kojem se provodilo istraživanje te suglasnosti roditelja na čijoj djeci se provodilo istraživanje. U razredu je bilo 18 učenika, od toga 11 djevojčica i 7 dječaka.

U istraživanju je korištena aktivnost *Number talks*. Na prvome satu se od učenika tražilo da diskutiraju o tome što vide na „dot” kartici. Na drugom i trećem satu učenicima su dani zadaci vezani uz tablicu množenja. Pritom su im najprije bili postavljeni zadaci koje su već susretali kada su učili ($5 \cdot 7$ i $8 \cdot 7$), a zatim su im bili postavljeni zadaci koje još nisu učili ($7 \cdot 7$, $9 \cdot 7$, $9 \cdot 9$).

Prije svakog sata postavljena su očekivanja o tome kako će učenici reagirati na postavljene matematičke probleme kroz aktivnost *Number talks*-a te nakon svakog sata su ta očekivanja bila analizirana pomoću ishoda te se uspoređivalo u kojoj mjeri su predviđanja bila istinita ili nisu.

4.1. AKTIVNOST *NUMBER TALKS* POMOĆU KARTICA S KRUGOVIMA I ZVJEZDICAMA PROVEDENA 10.4.2019.

4.1.1. Očekivanja

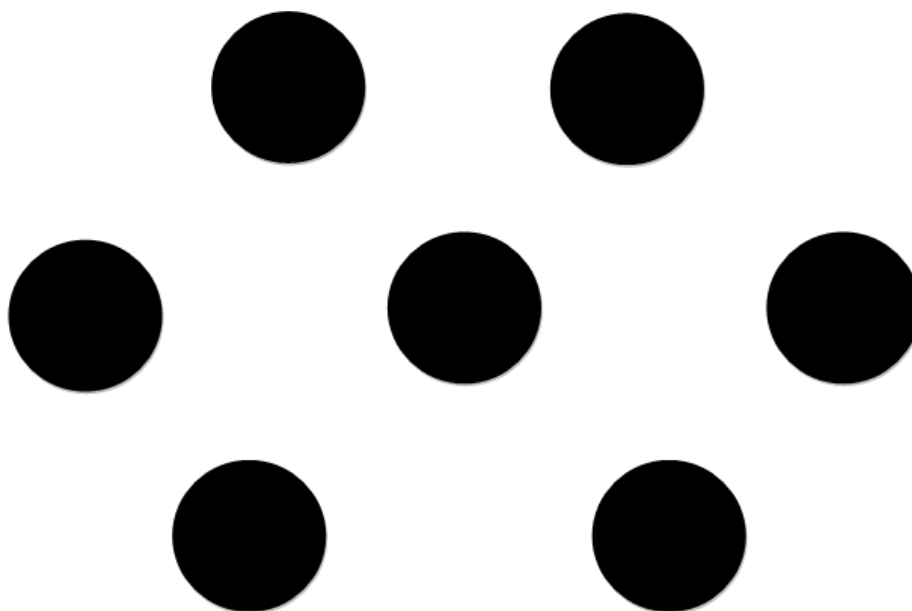
Prije sata postavljene su sljedeće hipoteze:

- Učenici će na početku biti jako zbunjeni jer se od njih tražilo da dižu palčeve, a ne ruke, te da ne komentiraju međusobno, nego da sami razmišljaju prilikom dobivanja rezultata.
- Pojedini učenici bojat će se izreći svoje mišljenje zbog toga jer misle da je njihov odgovor kriv ili su možda u prošlosti bili poniženi kada su izrekli svoje mišljenje.
- Učenicima će trebati puno više od 15 minuta za ovu aktivnost jer se s njom susreću prvi puta.
- Učenici neće znati objasniti tj. obraniti odgovor koji su ponudili, odnosno neće znati obrazložiti zašto njihov odgovor ima smisla nego će samo govoriti postupke koje su činili.
- Prilikom objašnjavanja učenici se neće dobro služiti matematičkim izrazima.
- Prilikom navođenja učenika na razmišljanje nema postavljanja sugestivnih pitanja koja upućuju učenike na odgovor koji studentica želi čuti
- Učenici će samo prebrojavati likove sa kartica koje će im biti postavljene na ploču.

4.1.2. Postupak

Na ploču sam postavila karticu s krugovima (vidi sliku 5).

Zadatak: Koliko ima krugova na kartici?



Slika 5. Kartica s matematičkim problemom

Izradila: Ivana Lamešić, 2019.

Učenici sjede u polukrugu i računaju u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike jednu minutu. Kada su svi palčevi bili podignuti prozvala sam jednog učenika.

Studentica (S): Adame, koliko ima krugova na kartici?

Adam: Prikazano je 7 krugova na kartici.

S: Ima li netko neko drugo rješenje?

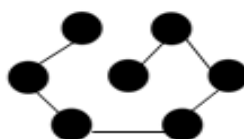
Nitko se nije javio.

S: Znači li da ste svi izračunali da je prikazano 7 krugova?

Učenici (U): Tako je. (Zborno odgovaraju.)

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Valentina: Prvo sam prebrojala vanjske krugove i onda ovaj u sredini. Povezivala sam ih crticama nevidljivim kako mi se ne bi dogodilo da slučajno kojeg izostavim.



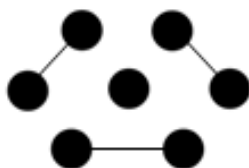
Slika 6. Valentinin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

S: Hvala ti Valentina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Sara: Podijelila sam ih u parove povezujući ih nevidljivim crticama i onda sam zbrojila koliko imam parova i dodala sam onaj još jedan krug koji nema para.



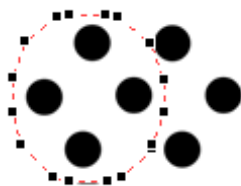
Slika 7. Sarin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$2+2+2+1=7$$

S: Hvala ti Sara što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petra: Grupirala sam ih u dvije skupine. U jednoj je 4 kruga, a u drugoj 3 i onda sam te dvije skupine zbrojila.



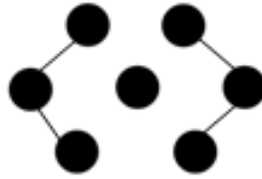
Slika 8. Petrin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$4+3=7$$

S: Hvala ti Petra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Adam: Zbrojio sam 3 s lijeve strane sa 3 s desne strane i dodao sam još ovaj 1 krug u sredini. Pomoću crtica sam si povezivao krugove da mi ne bi koji izostao.



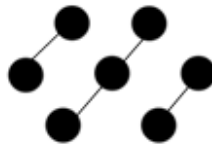
Slika 9. Adamov način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$3+3+1=7$$

S: Hvala ti Adame što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Karolina: Zbrajala sam ih na način da sam povlačila zamišljene crte kroz krugove na ovaj način:



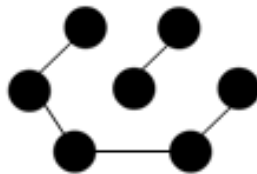
Slika 10. Karolinin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$2+3+2=7$$

S: Hvala ti Karolina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Tea: Povezala sam 5 krugova pomoću crta u glavi i onda sam povezala još 2. Zatim sam zbrojila 5 krugova s 2 kruga i dobila sam 7.



Slika 11. Tein način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$5+2=7$$

S: Hvala ti Tea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka ili općenito u vezi ove naše aktivnosti.

Nitko nije imao komentara.

Prilikom aktivnosti dogodilo se da samo jedna učenica nije shvatila zadatak. Ona je čekala da netko otkrije rješenje, a zatim je smišljala način kako da to rješenje pokaže na drugačiji način nego ostali. Nakon što je bilo poznato da se na kartici nalazi 7 krugova, učenica se javila i ponudila je sljedeći način kako je došla do rješenja: $1 \cdot 7 = 7$. Iz ovog računa se može primijetiti da je učenica računala da u jednom skupu ima 7 krugova. No, na temelju ovoga ne dobivamo odgovor kako je učenica došla do rješenja da je u tom jednom skupu 7 krugova. Uz navođenje učenice da ponudi način kako je došla do brojke 7, uspjela je izraziti ono što je mislila. Učenica je prvotno prebrojila koliko je krugova na kartici te je to odlučila zapisati računskom operacijom množenja. Dakle, kada je prebrojavanjem došla do saznanja da je na kartici 7 krugova, zapisala je to da se u jednom skupu nalazi 7 krugova te da je rezultat tog računa 7.

S: Sviđa li vam se ova naša aktivnost?

Na dječjim licima se pokazao osmijeh i zorno su odgovorili da im se jako sviđa.

S: Što vam se to najviše sviđa?

Razni učenički odgovori:

U: Sviđa mi se to što skoro svatko od nas je došao na drugačiji način do rješenja.

U: Neki učenici razmišljaju onako kako meni nikad ne bi palo na pamet.

U: Neki načini rješavanja su me skroz iznenadili.

U: Neki načini rješavanja mi se čine jednostavniji nego moj, upotrijebiti ću ih.

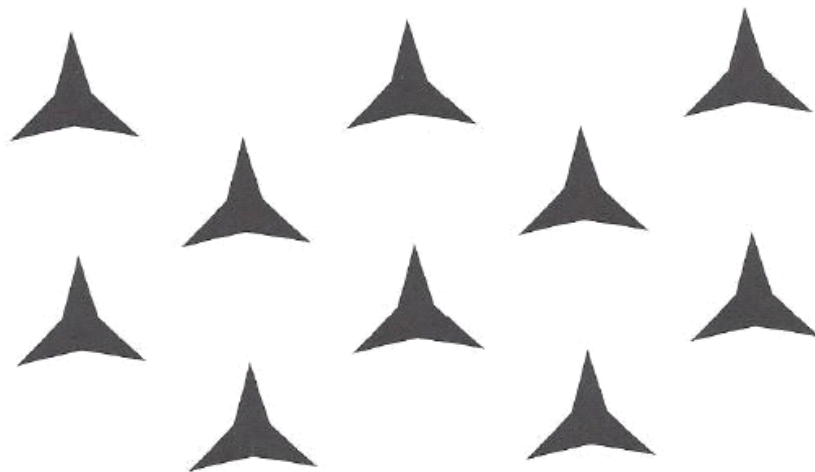
S: Meni se isto svidjelo kako kreativno i različito razmišljate i dolazite do odgovora. Jako sam ponosna na vas. Ono što bih vam htjela još napomenuti da ne morate koristiti samo računsku operaciju zbrajanje nego i ostale koje imamo. Koje su to?

U: Zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. (Učenici su se malo bunili oko naziva računskih operacija. Npr. za zbrajanje su govorili „zbroj“ ili „plus“, za množenje „puta“ itd.)

S: Tako je. Postoje te 4 računске operacije, stoga i njih možete koristiti.

Na ploču sam postavila karticu sa zvjezdicama.

Zadatak: Koliko ima zvjezdica na kartici?



Slika 12. Kartica s matematičkim problemom

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

Učenici su sjedili u polukrugu i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za od prilike minutu. Kada su svi palčevi bili podignuti prozvala sam jednog učenika.

S: Maja, koliko ima zvjezdica na kartici?

Maja: Prikazano je 10 zvjezdica na kartici.

S: Ima li netko neko drugo rješenje?

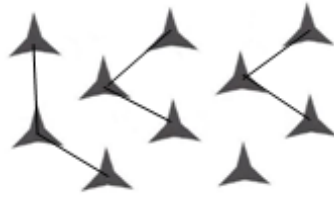
Nitko se nije javio.

S: Znači li da ste svi izračunali da je prikazano 10 zvjezdica?

U: Tako je. (Zbornu odgovaraju.)

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Adam: Grupirao sam zvjezdice po 3 tako da sam ih spajao s crticama u glavi kako ne bih koju preskočio i onda mi je ostala još jedna koju nisam imao s čim povezati te sam je samo na kraju pribrojio.



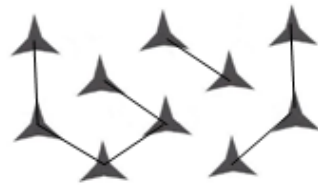
Slika 13. Adamov način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$3+3+3+1=10$$

S: Hvala ti Adame što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Valentina: Ja sam ih grupirala pomoću crtica prvo 5 zvjezdica, pa 2 zvjezdice i onda još 3 zvjezdice i to na ovaj način:



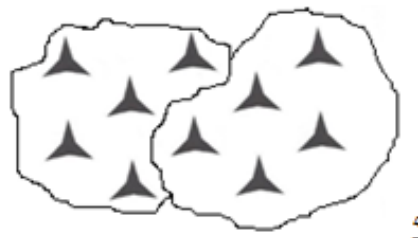
Slika 14. Valentinin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$5+2+3=10$$

S: Hvala ti Valentina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petar: Grupirao sam ih u dvije skupine po 5 i onda sam zbrojio zbroj zvjezdica u svakoj skupini.



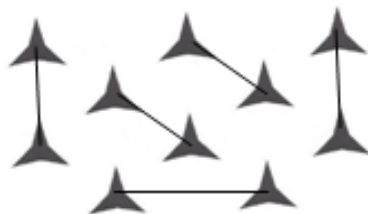
Slika 15. Petrov način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$5+5=10$$

S: Hvala ti Petre što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Filipa: Povezivala sam zvjezdice u parove i onda sam zbrojila parove.



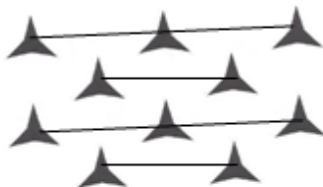
Slika 16. Filipin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$2+2+2+2+2=10$$

S: Hvala ti Filipa što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Tea: Ja sam brojila koliko ima zvjezdica u svakom redu i onda sam zbrojila zvjezdice iz svakog reda, na ovaj način:



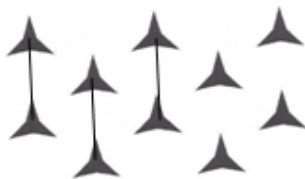
Slika 17. Tein način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$3+2+3+2=10$$

S: Hvala ti Tea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja? No, zanima me ako je netko došao do rješenja nekom drugom računskom operacijom. Da nije samo zbrajanje?

Luka: Grupirao sam 3 para i njima sam pribrojio preostale 4 zvjezdice.



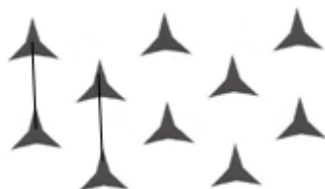
Slika 18. Lukin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$3 \cdot 2 + 4 = 10$$

S: Hvala ti Luka što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Sara: Grupirala sam 2 para i pribrojila još prestale zvjezdice.



Slika 19. Sarin način rješavanja

Izradila: Ivana Lamešić, 2019

$$2 \cdot 2 + 6 = 10$$

S: Hvala ti Sara što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

S: Dragi učenici hvala vam na ovom lijepom matematičkom druženju. Je li vam se svidjelo?

U: Zbornu odgovaraju da im se svidjelo i jedva čekaju da im opet dođem.

4.1.3. Ishodi

Na temelju hipoteza koje su postavljene prije održavanja aktivnosti, donosim ishode koji su dobiveni nakon održavanja aktivnosti:

Tablica 1. Očekivanja prilikom provođenja *Number talks* aktivnosti u razredu 10.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja

| Očekivanja | Ishodi |
|---|---|
| Učenici će na početku biti jako zbunjeni jer se od njih tražilo da dižu palčeve, a ne ruke, te da ne komentiraju međusobno, nego da sami razmišljaju prilikom dobivanja rezultata | Učenici su jako brzo usvojili pravila poput toga da drže šake na srcu te dižu palčeve kada znaju odgovor. No, s vremena na vrijeme sam ih trebala podsjećati na to. Sjedili smo u polukrugu te prilikom razmišljanja o rezultatu nisu gledali jedni druge je li njihov prijatelj već izračunao. Bili su usredotočeni na sliku koja se nalazila ispred njih. |
| Pojedini učenici bojat će se izreći svoje mišljenje zbog toga jer misle da je njihov odgovor kriv ili su možda u prošlosti bili poniženi kada su izrekli svoje mišljenje. | Svi učenici su bili aktivni i jako brzo su riješili zadatke odnosno jako brzo su palčevi bili podignuti. Kada je netko od učenika iznosio svoj način rješavanja drugi učenici mu nisu upadali u riječ ili dobacivali obeshrabrujuće komentare. |
| Učenicima će trebati puno više od 15 minuta za ovu aktivnost jer se s njom susreću prvi puta. | Učenici su u 20 minuta riješili oba dva zadatka koja sam im zadala. |
| Učenici neće znati objasniti tj. obraniti odgovor koji su ponudili, odnosno neće znati obrazložiti zašto njihov odgovor ima smisla nego će samo govoriti postupke koje su činili. | Svoje odgovore su jako dobro znali obrazlagati i načini rješavanja su bili iznimno različiti. |
| Prilikom objašnjavanja učenici se neće dobro služiti matematičkim izrazima | Neki učenici su se bunili u nazivima računskih operacija. |
| Učenici će samo prebrojavati likove sa kartica koje će im biti postavljene na ploču. | Svi učenici su koristili računsku operaciju zbrajanje prilikom rješavanja ova dva zadatka. Stoga sam im morala malo sugerirati da pokušaju doći do rješenja nekim drugim računskim |

| | |
|---|--|
| | operacijama. Neki učenici su se malo bunili u nazivima računskih operacija. |
| Prilikom navođenja učenika na razmišljanje nema postavljanja sugestivnih pitanja koja upućuju učenike na odgovor koji studentica želi čuti. | Učenicima se nisu postavljala sugestivna pitanja, već ih se navodilo da sami zaključuju. |

4.2. AKTIVNOST *NUMBER TALKS* - MNOŽENJE BROJEM 7 PROVEDENA 12.4.2019.

4.2.1. Očekivanja

Prije sata postavljene su sljedeće hipoteze:

- Učenike će trebati podsjetiti na pravila koja smo se dogovorili zadnji puta te da ću ih tokom aktivnosti trebati povremeno podsjetiti na to da ne dižemo ruke nego palčeve i da ne komentiramo tuđe rezultate.
- Učenici će znati objasniti na koji način su došli do svojih rješenja uz možda minimalnu pomoć s potpitanjima te učenici će biti slobodni u iznošenju svojih mišljenja o načinu rješavanja.
- Učenicima će 15 minuta biti sasvim dovoljno za aktivnost, osvrćući se na prošli puta te da učenici će znati objasniti na koji način su došli do svojih rješenja uz možda minimalnu pomoć s potpitanjima.
- Učenici će dolaziti do odgovora napamet, odnosno bez da promišljaju o načinu rješavanja jer se od njih očekuje da tablicu množenja znaju rutinski.

4.2.2. Postupak

Učenicima sam zadala 4 zadatka množenja s brojem 7. Ostali zadaci množenja s brojem 7 poznati su im od prije, jer paralelno uče i zamjenu mjesta faktorima. Dakle, kada su učili množenje s brojevima 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 8. Učili su i zamjenu faktora prilikom množenja s tim brojevima npr. $7 \cdot 5 = 35$ i $5 \cdot 7 = 35$. Prva dva zadatka su oni već naučili upravo preko zamjene mjesta faktorima. Druga dva su bila potpuno nova, koja još nisu naučili.

Postavila sam karticu $5 \cdot 7$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u polukrugu i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike jednu minutu. Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultati koje su mi učenici ponudili: 30, 35

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Luka se javio.

S: Luka, koju tvrdnju braniš?

Luka: Branim tvrdnju da je rezultat 35. Zbrajao sam broj 5 sedam puta. U glavi sam si zbrajao $5 + 5 + 5\dots$, a na prstima sam brojao da 7 puta zbrojim broj 5. Račun izgleda ovako:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$$

S: Zašto si baš zbrajao broj 5 sedam puta. Ako je zadano da se 5 puta po 7 zbraja ako želiš zbrajati?

Luka: Možemo oba načina, rezultat će ostati isti. Zato što smo samo zamijenili mjesta faktorima. To se smije raditi kod množenja i može se zamijeniti mjesta pribrojnicima kod zbrajanja.

S: Hvala ti Luka što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javio se Tin.

S: Tin, koju tvrdnju braniš?

Tin: Branim tvrdnju da je rezultat 35. Zbrajao sam broj 7 pet puta. U glavi sam si zbrajao $7 + 7 + 7\dots$, a na prstima sam brojao da 5 puta zbrojim broj 7. Račun izgleda ovako:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$$

S: Hvala ti Tin što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javila se Valentina.

S: Valentina, koju tvrdnju braniš?

Valentina: Branim tvrdnju da je rezultat 35. Izračunala sam $5 \cdot 6$ jer mi je to poznato od prije. To smo već naučili i znam da je to 30. I znam da mi nedostaje još jedna petica da bi imala $5 \cdot 7$, pa sam broju 30 dodala još jednu peticu. Račun izgleda ovako:

$$5 \cdot 6 = 30$$

$$30 + 5 = 35$$

S: Hvala ti Valentina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javio se Alen.

S: Alene, koju tvrdnju braniš?

Alen: Branim tvrdnju da je rezultat 35. Prvo sam izračunao $5 \cdot 5$ jer to znam od prije. I Znam da je to 25, zatim znam da mi nedostaju još dvije petice da bi dobio $5 \cdot 7$. A znam da je $5 + 5 = 10$. Pa sam onda zbrojio $25 + 10$. I dobio da je to 35. Račun izgleda ovako:

$$5 \cdot 5 = 25$$

$$25 + 10 = 35$$

S: Hvala ti Alene što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javio se Petar.

S: Petre, koju tvrdnju braniš?

Petar: Branim tvrdnju da je rezultat 35. Prvo sam izračunao $4 \cdot 7$ jer mi je to poznato od prije. Znam da je to 28 i znam da mi do $5 \cdot 7$ nedostaje jedna sedmica, pa sam pribrojio tu sedmicu broju 28. Račun izgleda ovako:

$$4 \cdot 7 + 7 = 28 + 7 = 35$$

S: Hvala ti Petre što si nam pokazao svoj način rješavanja. Tko bi mi htio obraniti tvrdnju da je rezultat 30?

Javila se Tea.

Tea: Branim tvrdnju da je rezultat 30. Računala sam tako da sam zbrajala po 5 i tako 7 puta i došla sam do broja 30. Račun izgleda ovako:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$$

S: Hajde nam zbroji sada kada imaš zapisan račun na ploču.

Tea: $5 + 5$ jednako je 10. $10 + 5$ jednako je 15. $15 + 5$ jednako je 20. $20 + 5$ jednako je 25. $25 + 5$ jednako je 30.

S: Provjeri koliko puta si broj 5 zbrojila.

Tea provjerava i zaključuje: Zbunila sam se. Tu sam zbrojila samo 6 puta broj 5, trebam još jednom da bih to bilo onda $7 \cdot 5$.

S: Hajde sad još jednom riješi zadatak.

Tea: $5 + 5$ jednako je 10. $10 + 5$ jednako je 15. $15 + 5$ jednako je 20. $20 + 5$ jednako je 25. $25 + 5$ jednako je 30. $30 + 5$ jednako je 35.

S: Tvrdiš li još uvijek da je tvoj rezultat 30.

Tea: Ne tvrdim. Zbunila sam se prilikom zbrajanja.

S: Hvala ti Tea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

Navodimo dva primjera u kojima je vidljivo da su učenici fokusirani na rezultat, a ne na proces računanja:

Sara: $10 + 10 + 10 + 5 = 35$

Petra: $2 \cdot 10 + 15 = 20 + 15 = 35$

U razgovoru su učenice rekle da su počele razmišljati kako da prikažu broj 35 nakon što su čule od drugih učenika da je to rješenje. Iz ovih primjera se vidi da su učenice čekale da netko od njihovih prijatelja iz razreda ponudi rješenje postavljenog problema te su nakon toga razmišljale kako da na što kreativniji način prikažu taj rezultat.

Postavila sam karticu $8 \cdot 7$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u polukrugu i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike jednu minutu. Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultati koje su mi učenici ponudili: 56, 64

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petra se javila.

S: Petra, koju tvrdnju braniš?

Petra: Branim tvrdnju da je rezultat 56. Zbrajala sam broj 8 sedam puta. U glavi sam si zbrajala $8 + 8 + 8\dots$, a na prstima sam brojala da 7 puta zbrojim broj 8. Račun izgleda ovako:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 56$$

S: Zašto si baš zbrajala broj 8 sedam puta. Ako je zadano da se 8 puta po 7 zbraja ako želiš zbrajati?

Petra: Isto je kao što je i Luka zbrajao u prošlom zadatku. Možemo oba načina, rezultat će ostati isti. Zato što smo samo zamijenili mjesta faktorima.

S: Hvala ti Petra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Luka se javio.

S: Luka, koju tvrdnju braniš?

Luka: Branim tvrdnju da je rezultat 56. Računao sam tako da sam izračunao prvo $6 \cdot 8 = 48$ i onda sam dodao jednu 8 kako bih imao $7 \cdot 8$. I onda sam 48 zbrojio sa 8 i dobio 56. Račun izgleda ovako:

$$6 \cdot 8 + 8 = 48 + 8 = 56$$

S: Hvala ti Luka što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Karolina se javila.

S: Karolina, koju tvrdnju braniš?

Karolina: Branim tvrdnju da je rezultat 64. Zbrajala sam broj 8 sedam puta. U glavi sam si zbrajala $8 + 8 + 8\dots$, a na prstima sam brojila da 7 puta zbrojim broj 8. Račun izgleda ovako:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 64$$

S: Hajde nam zbroji sada kada imaš zapisan račun na ploču.

Karolina: $8 + 8$ jednako je 16. $16 + 8$ jednako je 24. $24 + 8$ jednako je 32. $32 + 8$ jednako je 40. $40 + 8$ jednako je 48. $48 + 8$ jednako je 56. $56 + 8$ jednako je 64.

S: Provjeri koliko puta si broj 8 zbrojila.

Karolina provjerava i zaključuje: Zbunila sam se. Tu sam zbrojila 8 puta broj 8, trebam jednom manje da bih to bilo onda $7 \cdot 8$.

S: Hajde sad još jednom riješi zadatak.

Karolina: $8 + 8$ jednako je 16. $16 + 8$ jednako je 24. $24 + 8$ jednako je 32. $32 + 8$ jednako je 40. $40 + 8$ jednako je 48. $48 + 8$ jednako je 56.

S: Tvrdiš li još uvijek da je tvoj rezultat 64?

Karolina: Ne tvrdim. Zbunila sam se prilikom zbrajanja.

S: Hvala ti Karolina što si nam pokazala svoj način rješavanja i mogućnost gdje se možemo zabuniti. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Sandra se javila.

S: Sandra, koju tvrdnju braniš?

Sandra: Branim tvrdnju da je rezultat 56. Izračunala sam prvo $5 \cdot 8$ jer mi je to poznato. I znam da je to 40 i znam da mi do $7 \cdot 8$ nedostaju još 2 osmice, a $8 + 8 = 16$, pa sam 40 zbrojila sa 16 i dobila 56. Račun izgleda ovako:

$$5 \cdot 8 + 16 = 40 + 16 = 56$$

S: Hvala ti Sandra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petar se javio.

S: Petre, koju tvrdnju braniš?

Petar: Branim tvrdnju da je rezultat 56. Pomnožio sam $8 \cdot 8$ jer smo to već učili i to je 64. Ja znam da trebam imati $7 \cdot 8$. Jedna mi je osmica previše pa sam od 64 oduzeo 8 i dobio 56. Račun izgleda ovako:

$$8 \cdot 8 - 8 = 64 - 8 = 56$$

S: Hvala ti Petre što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

Postavila sam karticu $7 \cdot 7$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u klupama i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za od prilike za par minuta. Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultati koje su mi učenici ponudili: 49, 48

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Karolina se javila.

S: Karolina, koju tvrdnju braniš?

Karolina: Branim tvrdnju da je rezultat 49. Pomnožila sam prvo $8 \cdot 7$ jer smo to naučili i znam da je to 56. No, znam da meni treba $7 \cdot 7$ i da zato imam jednu sedmicu previše. Pa sam oduzela od 56 jednu sedmicu. Račun izgleda ovako:

$$8 \cdot 7 - 7 = 56 - 7 = 49$$

S: Hvala ti Karolina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Maja se javila.

S: Majo, koju tvrdnju braniš?

Maja: Branim tvrdnju da je rezultat 48. Zbrajala sam broj 7 sedam puta. Račun izgleda ovako:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 48$$

S: Hajde sad još jednom riješi zadatak kada ti je zapisan na ploči.

Maja: $7 + 7$ jednako je 14. $14 + 7$ jednako je 21. $21 + 7$ jednako je 28. $28 + 7$ jednako je 35. $35 + 7$ jednako je 42. $42 + 7$ jednako je 49.

Maja: Primijetila sam da sam krivo zbrojila. $42 + 7$ je 49, a ne 48.

S: Hvala ti Majo što si nam pokazala svoj način rješavanja i mogućnost gdje možemo pogriješiti. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petra se javila.

S: Petra, koju tvrdnju braniš?

Petra: Branim tvrdnju da je rezultat 49. Izračunala sam ono što znam od prije, a to je da je $6 \cdot 7 = 42$ i znam da mi fali još jedna sedmica da bih imala $7 \cdot 7$, pa sam broju 42 pribrojila broj 7 i dobila rezultat 49. Račun izgleda ovako:

$$6 \cdot 7 + 7 = 42 + 7 = 49$$

S: Hvala ti Petra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

Postavila sam karticu $9 \cdot 7$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u klupama i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike za par minuta. Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultati koje su mi učenici ponudili: 63, 61

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Alen se javio.

S: Alene, koju tvrdnju braniš?

Alen: Branim tvrdnju da je rezultat 61. Pomnožio sam ono što sam naučio sada. $7 \cdot 7$ je 49. Znam da mi do $9 \cdot 7$ nedostaju još 2 sedmice, pa sam njih zbrojio broju 49 i dobio 61. Račun izgleda ovako:

$7 \cdot 7 + 7 + 7 = 49 + 14 = \dots$ Joj, sad vidim da sam se zbunio. $49 + 14$ je 63, a ne 61. Znači, rezultat je 63, a ne 61. Promijenio sam mišljenje.

S: Alene, hvala ti što si podijelio s nama svoje razmišljanje te nas upozorio da moramo paziti kako zbrajamo dvoznamenkaste brojeve. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javila se Tea.

S: Tea, koju tvrdnju braniš?

Tea: Branim tvrdnju da je rezultat 63. Računala sam isto kao i Alen samo što sam malo drugačije zapisala:

$$7 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = 49 + 14 = 63$$

S: Hvala ti Tea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javio se Tin.

S: Tin, koju tvrdnju braniš?

Tin: Branim tvrdnju da je rezultat 63. Izračunao sam prvo koliko je $8 \cdot 7$ jer to znam od prije. To je 56 i znam da mi nedostaje još jedna sedmica da mi bude $9 \cdot 7$, pa sam nju pribrojio broju 56. Račun izgleda ovako:

$$8 \cdot 7 + 7 = 56 + 7 = 63$$

S: Hvala ti Tin što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javila se Rea.

S: Rea, koju tvrdnju braniš?

Rea: Branim tvrdnju da je rezultat 63. Množila sam prvo ono što mi je poznato od prije $5 \cdot 7$ i znam da je to 35. Znam da mi nedostaju još 4 sedmice da mi bude $9 \cdot 7$, pa sam još pomnožila $4 \cdot 7$, a to mi je isto poznato od prije i znam da je to 28. I onda sam zbrojila 35 i 28 i dobila sam 63. Račun izgleda ovako:

$$5 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = 35 + 28 = 63$$

S: Hvala ti Rea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Javila se Petra.

S: Petra, koju tvrdnju braniš?

Petra: Branim tvrdnju da je rezultat 63. Izračunala sam koliko je $10 \cdot 7$, to znam od prije da je 70. Znam da meni treba $9 \cdot 7$, pa mi je onda jedna sedmica previše. Pa sam oduzela od 70 jednu sedmicu. Račun izgleda ovako:

$$10 \cdot 7 - 7 = 70 - 7 = 63$$

S: Hvala ti Petra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

S: Kako vam se činila današnja aktivnost?

U: Malo nam je bilo naporno. Ali se veselimo kada ćete nam opet doći.

4.2.3. Ishodi

Tablica 2. Očekivanja prilikom provođenja *Number talks* aktivnost u razredu 12.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja

| Očekivanja | Ishodi |
|--|---|
| Učenike će trebati podsjetiti na pravila koja smo se dogovorili zadnji puta te da ću ih tokom aktivnosti trebati povremeno podsjetiti na to da ne dižemo ruke nego palčeve i da ne komentiramo tuđe rezultate. | Učenici su se odmah prisjetili pravila poput toga da drže šake na srcu te dižu palčeve kada znaju odgovor i da ne komentiraju tuđe odgovore. No, s vremena na vrijeme sam ih trebala podsjećati na to. |
| Učenici će znati objasniti na koji način su došli do svojih rješenja uz možda minimalnu pomoć s potpitanjima te učenici će biti slobodni u iznošenju svojih mišljenja o načinu rješavanja. | Prilikom razmišljanja o rezultatu učenici nisu gledali jedni druge je li njihov prijatelj već izračunao. Bili su usredotočeni na karticu koja se nalazila ispred njih. No, bilo je ponekad obeshrabrujućih komentara na neke načine rješavanja. |
| Učenicima će 15 minuta biti sasvim dovoljno za aktivnost | Aktivnost je trajala dva školska sata. Razlog tome je bio taj što je aktivnost bila složenija nego prvi puta. Dakle, u prvoj aktivnosti su morali prepoznati koliko se čega nalazi na kartici. U ovoj drugoj aktivnosti učenici su se morali puno dublje zamisliti pred matematičkim problemom. Učenicima je trebalo više vremena da pronađu rješenje te da verbalno izraze svoje razmišljanje. |
| Učenici će dolaziti do odgovora napamet, | Većina učenika je bilo aktivno. Prilikom |

| | |
|---|---|
| odnosno bez da promišljaju o načinu rješavanja jer se od njih očekuje da tablicu množenja znaju rutinski. | rješavanja $5 \cdot 7$ i $8 \cdot 7$ učenici su bili brži, no prilikom rješavanja $7 \cdot 7$ i $9 \cdot 7$ su malo zablokirali i zbunili se. I prvi komentar koji su imali bio je: „Ali mi to nismo učili“. Svoje odgovore su dobro znali obrazlagati i načini rješavanja su bili donekle različiti. Svi učenici su koristili samo računsku operaciju zbrajanja na početku. Stoga sam im morala malo sugerirati da pokušaju doći do rješenja nekim drugim računskim operacijama. |
| Prilikom navođenja učenika na razmišljanje nema postavljanja sugestivnih pitanja koja upućuju učenike na odgovor koji studentica želi čuti. | Učenicima se nisu postavljala sugestivna pitanja, već ih se navodilo da sami zaključuju. |

4.3. AKTIVNOST *NUMBER TALKS* - MNOŽENJE BROJEM 9 PROVEDENA 15.4.2019.

4.3.1. Očekivanja

Prije sata postavljene su sljedeće hipoteze:

- Učenike će trebati podsjetiti na pravila koja smo se dogovorili zadnji puta te da ću ih tokom aktivnosti trebati povremeno podsjetiti na to da ne dižemo ruke nego palčeve i da ne komentiramo tuđe rezultate.
- Učenici će znati objasniti na koji način su došli do svojih rješenja uz možda minimalnu pomoć s potpitanjima te učenici će biti slobodni u iznošenju svojih mišljenja o načinu rješavanja.
- Učenike će trebati i podsjetiti da su važne njihove ideje i načini kako su došli do rješenja, a ne da čekaju da netko kaže rješenje pa da oni izmišljaju kako da to rješenje prikažu.

- Učenicima će biti potrebno malo više od 15 minuta, no ne cijeli sat jer ću smanjiti opseg aktivnosti u odnosu na množenje brojem 7.
- Učenici će dolaziti do odgovora pomoću već od prije poznatih množenja pomoću nekih drugih brojeva te zbrajanjem i oduzimanjem.

4.3.2. Postupak

Postavila sam karticu $7 \cdot 9$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u klupama i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike 2 minute. Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultat koji su mi učenici ponudili: 63

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Tea: Zbrajala sam broj 7 devet puta. U glavi sam si zbrajala $7 + 7 + 7\dots$, a na prstima sam brojala da 9 puta zbrojim broj 7. Račun izgleda ovako:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 63$$

S: Zašto si baš zbrajala broj 7 devet puta, ako je zadano da se zbraja 7 puta po 9?

Tea: Možemo oba načina, rezultat će ostati isti. Zato što smo samo zamijenili mjesta faktorima. To se smije raditi kod množenja i može se zamijeniti mjesta pribrojnicima kod zbrajanja.

S: Hvala ti Tea što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Luka: Pomnožio sam $7 \cdot 10$ jer mi je to poznato od prije. Znam da je to 70. I znam da ja imam $7 \cdot 9$ u zadatku. Što znači da mi je jedna sedmica previše. Onda sam od 70 oduzeo 7 i dobio sam 63. Račun izgleda ovako:

$$7 \cdot 10 - 7 = 70 - 7 = 63$$

S: Hvala ti Luka što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Filipa: Zbrajala sam broj 9 sedam puta. Račun izgleda ovako:

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 63$$

S: Hvala ti Filipa što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Sandra: Prvo sam izračunala $7 \cdot 8$ jer to znam od prije. Znam da je to 56, zatim znam da mi nedostaje još jedna sedmica da bih dobila $7 \cdot 9$. Pa sam onda zbrojila $56 + 7$. I dobila da je to 63. Račun izgleda ovako:

$$7 \cdot 8 + 7 = 56 + 7 = 63$$

S: Hvala ti Sandra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Sara: Ja sam sve isto kao i Sandra samo što sam zamijenila mjesto faktorima. Račun izgleda ovako:

$$8 \cdot 7 + 7 = 56 + 7 = 63$$

S: Hvala ti Sara što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Matko: Izračunao sam prvo $7 \cdot 7$ i znam da je to 49. Znam da mi nedostaju još dvije sedmice da bih imao $7 \cdot 9$, pa sam svom računu dodao još $7 \cdot 2$. Pa sam na kraju ta dva računa samo zbrojio i došao sam do rezultata 63. Račun izgleda ovako:

$$7 \cdot 7 + 7 \cdot 2 = 49 + 14 = 63$$

S: Hvala ti Matko što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Šimun: Prvo sam izračunao $5 \cdot 9$ i znam da je to 45. Znam da mi nedostaju još dvije devetke da dođem do $7 \cdot 9$. Pa sam to u glavi izračunao da je to 18 i onda sam pribrojio tih 18 broju 45. Račun izgleda ovako:

$$5 \cdot 9 + 18 = 45 + 18 = 63$$

S: Hvala ti Petre što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

Postavila sam karticu $9 \cdot 9$ na ploču.

Zadatak: Koje je rješenje?

Učenici su sjedili u klupama i računali su u sebi imajući ruku na srcu. Palčevi su se podigli za otprilike 3 minute. Učenicima se na licima moglo vidjeti da su malo zabrinuti. Pretpostavljala sam da je to zato jer im se činilo jako teško za izračunati.

Prozivala sam učenike da mi daju rezultate.

Rezultat koji su mi učenici ponudili: 81

S: Tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Tin: Prvo sam pomnožio $7 \cdot 9$, jer to znam od prije da je 63. Znam da mi nedostaju još 2 devetke da bih došao do računa $9 \cdot 9$. Stoga sam još pomnožio $2 \cdot 9$. Nakon toga sam zbrojio ta dva umnoška. Račun izgleda ovako:

$$7 \cdot 9 + 2 \cdot 9 = 63 + 18 = 81$$

S: Hvala ti Tin što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petar: Pomnožio sam prvo $8 \cdot 9$ jer to znam od prije i znam da mi fali još jedna devetka pa sam nju pribrojio svom računu. Račun izgleda ovako:

$$8 \cdot 9 + 9 = 72 + 9 = 81$$

S: Hvala ti Petre što si nam pokazao svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Petra: Računala sam tako da sam izračunao prvo $10 \cdot 9 = 90$ i onda sam oduzela jednu 9 kako bih imala $9 \cdot 9$. I onda sam od 90 oduzela 9 i dobila 81. Račun izgleda ovako:

$$10 \cdot 9 - 9 = 90 - 9 = 81$$

S: Hvala ti Petra što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Rea: Zbrajala sam broj 9 devet puta. U glavi sam si zbrajala $9 + 9 + 9 \dots$, a na prstima sam brojila da 9 puta zbrojim broj 9. Račun izgleda ovako:

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 81$$

S: Hvala ti Rea što si nam pokazala svoj način. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Karolina: Izračunala sam prvo $9 \cdot 5$ jer mi je to poznato. I znam da je to 45 i znam da mi do $9 \cdot 9$ nedostaju još 4 devetke, pa sam pomnožila još $9 \cdot 4$ i dobila sam 36, pa sam 45 zbrojila sa 36 i dobila 81. Račun izgleda ovako:

$$9 \cdot 5 + 9 \cdot 4 = 45 + 36 = 81$$

S: Hvala ti Karolina što si nam pokazala svoj način rješavanja. Ima li još netko tko bi htio podijeliti s nama svoj način dolaska do rješenja?

Nitko se nije javio.

S: Imate li pitanja u vezi ovog zadatka?

Nitko nije imao komentara.

Navodimo još dva primjera u kojima je vidljiva usmjerenost učenika na rezultat, a ne na proces računanja.

Jedan je učenik, nakon što je čuo da je rezultat ovog problema 81, odlučio to prikazati na sljedeći način $81 : 9 \cdot 9 = 81$. U razgovoru je učenik rekao da je čekao da netko kaže odgovor te da je na temelju toga pokušao taj broj prikazati na što zanimljiviji način. Na sličan način je jedna učenica prikazala rješenje postavljenog problema $7 \cdot 9$. Ona je ponudila sljedeće $63 : 7 = 9$. U razgovoru je došla do zaključka da nije bilo važno da rješenje problema pokaže na što kreativniji način već da je važan način razmišljanja kako je došla do rješenja tog problema te je rekla da je prvo pomnožila ono što joj je od prije poznato, a to je $7 \cdot 10$. Zna da je to 70 te je od tog broja oduzela jednu sedmicu i dobila je 63. Zatim je na temelju tog saznanja išla prikazati broj 63 na što kreativniji način.

4.3.3. Ishodi

Tablica 3. Očekivanja prilikom provođenja *Number talks* aktivnost u razredu 15.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja

| Očekivanja | Ishodi |
|--|--|
| Učenike će trebati podsjetiti na pravila | Učenici su se odmah prisjetili pravila |

| | |
|--|--|
| koja smo se dogovorili zadnji puta te da ću ih tokom aktivnosti trebati povremeno podsjetiti na to da ne dižemo ruke nego palčeve i da ne komentiramo tuđe rezultate. | poput toga da drže šake na srcu, da dižu palčeve kada znaju odgovor te da ne komentiraju tuđe odgovore. Nekada kada bi podigli ruku, sami sebe bi ispravljali, pa brzo podigli palčeve. |
| Učenici će znati objasniti na koji način su došli do svojih rješenja uz možda minimalnu pomoć s potpitanjima te učenici će biti slobodni u iznošenju svojih mišljenja o načinu rješavanja. | Učenici su bili usredotočeni na karticu koja se nalazila ispred njih. Nije bilo puno učenika aktivno. Učinilo mi se kao da ih se u pola manje javljalo nego prijašnja dva puta. Svoje odgovore su dobro znali obrazlagati i načini rješavanja su bili različiti. |
| Učenike će trebati i podsjetiti da su važne njihove ideje i načini kako su došli do rješenja, a ne da čekaju da netko kaže rješenje pa da oni izmišljaju kako da to rješenje prikažu. | Učenike je trebalo poticati da iznose svoja razmišljanja i ideje o postavljenom matematičkom problemu. No, nisu čekali da saznaju točno rješenje te potom izmišljali kako da to rješenje prikažu. |
| Učenicima će biti potrebno malo više od 15 minuta, no ne cijeli sat jer ću smanjiti opseg aktivnosti u odnosu na množenje brojem 7. | Aktivnost je trajala 30 minuta. Učenici su bili brzi, ali ih se puno manje javljalo. |
| Učenici će dolaziti do odgovora pomoću već od prije poznatih množenja pomoću nekih drugih brojeva te zbrajanje i oduzimanjem. | Nije bilo potrebno učenicima sugerirati da mogu koristiti različite računske operacije, već su ih koristili sami bez poticaja izvana. |

4.4. POVRATNA INFORMACIJA UČENIKA O AKTIVNOSTI *NUMBER TALKS*

Učenicima se na kraju istraživanja postavilo par pitanja usmjerenih na davanje povratnih informacija kako se njima svidjela ova aktivnost. Na temelju sljedećih učenčkih odgovora može se zaključiti da učenici sami osjećaju da se njihov način razmišljanja promijenio:

- Tin: „Ja sam počeo razmišljati kako bih mogao riješiti neki zadatak. Prije ne bih razmišljao kako rješavam, nego bih samo razmišljao jesam li dobio točan rezultat.“
- Petra: „Meni se baš svidjelo kako moji prijatelji imaju zanimljive načine rješavanja.“
- Karolina: „Iznenadila sam se kako razmišljaju neki moji prijatelji. Mislila sam da svi mislimo isto i da je samo jedan odgovor točan.“

Više nisu samo usmjereni jesu li dobili točan rezultat odnosno rezultat koji učiteljica očekuje od njih, nego su počeli razumijevati na koji način rješavaju određene zadatke i zašto baš takav način ima smisla. Dakle, učenicima je skrenuta pozornost na to kako rješavaju zadatke, dok je prije ove aktivnosti njihova pažnja bila usmjerena samo ka tome rješavaju li točno zadatke.

Također, učenici djeluju zadovoljnije na satovima matematike. Pričaju s uzbuđenjem o tome kako su oduševljeni s time što ne misle svi jednako, a mislili su da svi misle isto. Učenici su bili uvjereni da ako ne misle kao drugi, onda ne razmišljaju na ispravan način te su prepoznali da to nije istina i da je to kriva pretpostavka.

4.5. DISKUSIJA O REZULTATIMA ISTRAŽIVANJA

Nakon provedenog istraživanja može se zaključiti da učenici nisu shvatili odmah kako funkcionira aktivnost *Number talks*. Prvog dana provođenja aktivnosti većina učenika je pronašla svoj način prebrojavanja krugova i/ili svemirskih tijela. Učenici su bili oduševljeni kako međusobno razmišljaju. U razredu je zavlдалa atmosfera kao da su učenici dublje upoznali jedni druge, odnosno da su otkrili jedni u drugima nešto što do sad nisu primjećivali. Cijelu učionicu je preplavio osjećaj poštovanja i divljenja jednih prema drugima. Djelovalo je kao da su se svi osjećali ponosno kako na sebe tako i jedni na druge.

Drugog dana provođenja aktivnosti puno više učenika nije dobro shvatilo što se tražilo od njih u odnosu na prethodni put kada su prebrojavali krugove i svemirska tijela. Razlog zašto se to dogodilo je taj što su se našli pred računskim zadacima. Tada se pokazalo i da su mnogi učenici bili fokusirani na točan rezultat i da je bio prisutan strah od pogreške. Poneki učenici su prvo čekali da se izgovori točan rezultat, pa su zatim smišljali kako da taj rezultat prikažu pomoću različitih računskih

operacija. Na kraju je takav način rada rezultirao time da se postavljeni zadatak stavio u drugi plan, a učenicima je fokus bio na rezultatu do kojeg su morali doći na neki način. Što je aktivnost primicala kraju to su se učenici više usmjeravali na promišljanje i rješavanje zadanog problema.

Trećeg dana provođenja aktivnosti skoro svi učenici su bili usmjereni na rješavanje problema, a ne na dobivanje točnog rezultata kao što je to bio slučaj u aktivnosti množenja s brojem 7. Za vrijeme cijele aktivnosti samo je jedan učenik čekao da njegovi prijatelji iz razreda ponude točno rješenje, pa je on na temelju toga pokušao osmisliti što kreativniji način da prikaže to rješenje.

Očekivanja vezana za usvajanje i pridržavanje pravila, trajanje aktivnosti, kvalitete diskusije, načine rješavanja matematičkih problema i ulogu učitelja, koja su se postavljala prije samih aktivnosti, ostvarila su se tijekom provođenja aktivnosti *Number talks*-a. Kvaliteta diskusije podizala se na viši nivo kada je učenicima ta aktivnost postala jasnija, odnosno kada su shvatili što se od njih traži u aktivnosti. U početku uloga učitelja je bila da učenike navodi na promišljanje i da ih se potiče da razmišljaju o matematičkom problemu, a ne koji je rezultat tog problema. Kasnije je učiteljeva uloga bila minimalna, učenici su sami međusobno počeli argumentirano diskutirati o svojim promišljanjima. Učenici su pravila ponašanja usvojili odmah. Svidjelo im se što ne podižu ruke, već palčeve. No, trebalo ih je s vremena na vrijeme podsjećati da nije dozvoljeno dobacivati ružne komentare svojim prijateljima. Načini rješavanja matematičkih problema su od početka bili raznoliki što je bilo iznenađujuće, iako su pojedini učenici čekali rješenje matematičkog problema te su na temelju rješenja išli smišljati kako da to rješenje prikažu na drugačiji način nego što su to prikazali njihovi prijatelji iz razreda.

Nakon provedenog istraživanja može se zaključiti da aktivnost *Number talks* doista pomaže učenicima da s vremenom postanu bolji matematički mislioci. Osim u unaprjeđenju kritičkog promišljanja, ona im također pomaže i u odgojnoj sferi. Učenici postaju samouvjereni, slobodniji u iznošenju stavova i promišljanja, kreativni, strpljivi, uvažavaju i poštuju tuđa promišljanja i raspravljaju argumentirano.

Prije početka korištenja aktivnosti *Number talks* u nastavi, važno je da učitelj objasni učenicima zašto je odlučio koristiti novu metodu rada te koji joj je cilj. Učenici će biti zainteresirani za aktivnost ukoliko jasno znaju što se od njih traži prilikom te aktivnosti. Također, učitelj mora postaviti jasna pravila, poput toga da se

učenici koriste govorom punim poštovanja prema drugima i da svi učenici imaju jednako pravo sudjelovati u diskusijama, kojih se mora on i njegovi učenici dosljedno pridržavati tokom provođenja aktivnosti *Number talks*-a. Učitelj mora dobro promisliti prije svake aktivnosti *Number talks*-a, kako će ona izgledati, hoće li se provoditi kao diskusija unutar cijelog razreda ili unutar manjih grupa. Učitelj treba biti svjestan mogućih poteškoća te razmišljati o načinima kako da pomogne učenicima u prevladavanju poteškoća. Valjalo bi uvoditi aktivnost *Number talks* u nastavu postepeno, odnosno početi s „dot“ karticama gdje učenici trebaju prepoznati što se nalazi na kartici te s vremenom nuditi složenije zadatke koji od učenika više ne traže samo prepoznavanje, već i dublje promišljanje kako bi se došlo do odgovora na postavljeni matematički problem. Provedeno istraživanje je jedan primjer kako bi se moglo početi s aktivnosti *Number talks*. Bilo bi dobro da učenici počnu primjenjivati aktivnost *Number talks* čim počnu učiti neko gradivo. Uzmimo za primjer tablicu množenja. U istraživanju je aktivnost provedena kroz množenje s brojevima 5, 7 i 9. Kada bi se aktivnost *Number talks*-a primjenjivala u nastavi onda bi bilo dobro koristiti ju čim učenici počnu učiti tablicu množenja. Takav način poučavanja bi rezultirao time da bi učenici usvojili tablicu množenja na posve nov način, odnosno ne bi morali znati tablicu množenja napamet bez da razumiju to što su naučili. Kao primjer može se navesti tema komutativnosti množenja, odnosno zamjene mjesta faktora. U prvoj aktivnosti *Number talks*-a učitelj može na ploču postaviti „dot“ karticu na kojoj su kružići poredani u 2 retka i 3 stupca i postaviti pitanje koliko ima kružića na kartici. Učenici trebaju iznijeti svoje ideje i razmišljanja kako su došli do rješenja te slijedi diskusija o istima. U drugoj aktivnosti učitelj može postaviti na ploču drugu „dot“ karticu na kojoj su kružići poredani u 3 retka i 2 stupca te slijedi isti postupak kao i u prvoj aktivnosti. U trećoj aktivnosti *Number talks*-a učitelj može staviti na ploču „dot“ karticu na kojoj su kružići poredani u 3 retka i 4 stupca, također slijedi isti postupak kao u prethodne dvije aktivnosti. Nakon što završi i treća aktivnost *Number talks*-a učitelj može na ploču postaviti prvu i drugu „dot“ karticu koje je koristio, te pokrenuti diskusiju postoje li sličnosti i razlike između ta dva matematička problema i rješenja koja su učenici dobili. Zatim učitelj može postaviti na ploču prvu i treću „dot“ karticu te ponovno pokrenuti diskusiju postoje li između njih sličnosti i razlike. Na temelju tih diskusija učenici mogu zaključiti da vrijedi zamjena mjesta faktora i da kada je zadan izraz $a \cdot b$ može ga se shvatiti kao da je nešto složeno u a stupaca i b redaka, ali i u b stupaca i a redaka.

Prilikom provođenja aktivnosti *Number talks* važno je pomoći učenicima razjasniti i podijeliti njihove ideje i promišljanja, što učitelj postiže upotrebom različitih strategija. Ukoliko odabrana strategija ne bude učinkovita, učitelj može posegnuti za drugom strategijom. Uzmimo za primjer kada učitelj strategijom „Produljivanje vremena čekanja“ i dalje ne vidi u razredu podignute palčeve, to učitelju ukazuje ili da je zadatak pretežak ili da učenici ne mogu sami razjasniti i podijeliti svoje ideje. Stoga učitelj tada može posegnuti za strategijom „Razgovor u paru“ gdje učenici u intimnijoj atmosferi mogu biti slobodniji izreći što misle te razmišljanja oba učenika unutar para mogu dovesti učenike do zaključka ili odgovora na postavljeni matematički problem.

5. ZAKLJUČAK

Iako je uloga učitelja ključna u provođenju matematičkih diskusija te je potreban njihov veliki angažman, pomaci koji se uoče u matematičkom promišljanju učenika nemaju cijenu te su odličan motiv da se učitelj ne odustane truditi učenicima ponuditi što kvalitetniji način rada. *Number talks* su 15-ominutne aktivnosti gdje učenici svih uzrasta imaju mogućnost učenja ne samo o brojevima nego i o drugim matematičkim idejama koje su vrijedne slušanja. Također su to aktivnosti koje omogućuju razumijevanje određenih matematičkih koncepata na učeniku svojstven način. Matematičke diskusije koje se razvijaju prilikom učeničkih iznošenja ideja kako su riješili određeni problem produbljuju matematičko razumijevanje svakog učenika, a ujedno i učitelja. Pomoću aktivnosti *Number talks* učenicima se ruše pretpostavke da su loši u matematici i da ne znaju misliti matematički. Upravo to se događa iz razloga što učenici u aktivnosti *Number talks*-a jedino moraju moći zaključiti što vide. Tijekom diskusije, kada učenici uoče na koji način njihovi prijatelji promišljaju, shvate da svatko ima drugačiji način promišljanja i drugačiju putanju prilikom rješavanja problema. Upravo zbog toga nauče obrazložiti zašto baš njihov način razmišljanja ima smisla. Učenici i učitelji nakon što im ovakva aktivnost postane rutina, postaju zadovoljniji i sretniji. U učenicima nestaje strah i odbojnost prema matematici, a učitelji izvode nastavu matematike na kreativniji način. Zadovoljstvo učenika i same učitelje čini zadovoljnima jer vide napredak kod učenika.

Na temelju citata Ruth Parker, osobe koja je glavni krivac za nastanak *Number talks*-a:

„Živim u uvjerenju da moj posao nije učiti učenike da vide ono što ja vidim. Moj posao je naučiti ih da sami gledaju.“ (Humphreys i Parker, 2015)

može se zaključiti da je doista vizija aktivnosti *Number talks* osposobiti učenike da postanu pravi istraživači matematičkih principa i procedura te da se razvijaju u ljude koji na spomen matematike osjećaju ushit i zadovoljstvo.

Literatura

Chapin, S. H., O'Connor, C., Anderson N. C. (2013). *Talk Moves: a teacher's guide for using classroom discussions in math*. United States of America: Math Solutions.

Čudina – Obradović, M., Brajković, S. (2009). *Integrirano poučavanje*. Zagreb: Pučko otvoreno učilište Korak po korak.

Devidé, V. (1991). *Matematička čitanka*. Zagreb: Školska knjiga.

Grupa autora, (2004). *Timska nastava u školskoj praksi*. Zagreb: Školska knjiga

Humphreys, C., Parker, R. (2015). *Making Number talks metter*. Portland: Stenhouse Publishers

Jensen, E. (1995). *Super-nastava: nastavne strategije za kvalitetniju školu i uspješno učenje*. Zagreb: Educa

Lambert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. United States of America: Yale University

Liebeck, P. (1990). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa

Parrish, S. (2014). *Number talks: whole number computation: grades K-5*. United States of America: Math Solutions

Terhart, E. (1989). *Metode poučavanja i učenja*. Zagreb: Educa

Internetski izvori:

Intervju s Ruth Parker i Cathy Humphreys prilikom izdavanja knjige „*Making Number Talks Metter*“

<https://www.youtube.com/watch?v=Hmh8pwL1sLg&fbclid=IwAR3omfkAHWfrUo uzcETIf0bXlp7hzhePhrhm-0UdpBqkkYu55Y0ErxEQnME> (30.7.2019.)

Intervju s Ruth Parker prilikom izdavanja knjige „*Making Number Talks Matter*“
https://www.youtube.com/watch?v=oJCKHtQ6PZE&fbclid=IwAR1a_poeE62wQrhyhu4njgWAwKCp3NnE9bF7HyEwTjcxmALJhHRJieUzI9k(30.7.2019.)

Matematička diskusija u razredu
https://www.youtube.com/watch?v=n0_xDd5UyAU&fbclid=IwAR2YTvV7caeUo5kfjuR5RTePszkZD1hlDi7rbC-pyHw6FmoM8e3miIBT06c (8.4.2019.)

Math Mammoth https://www.mathmammoth.com/lessons/number_talks.php
(25.7.2019.)

Parrish, Sherry: Number Talks – Building Numerical Reasoning
<https://www.youtube.com/watch?v=twGipANcIqg> (28.7.2019.)

Primjer *Number talksa* u razredu
<https://www.youtube.com/watch?v=X18cQkKMIhs&fbclid=IwAR2pCkIq40nbA3b--y97gpI0luCgTTfHHkFtiLrZHAQp5JF0NvJarwXUIAE> (5.4.2019.)

Popis slika:

| | |
|--|----|
| Slika 1. Način rješavanja zadataka jednog učenika | 21 |
| Slika 2. Načini rješavanja zadataka četvorice učenika..... | 23 |
| Slika 3. Načini rješavanja zadataka trojice učenika | 24 |
| Slika 4. Načini rješavanja zadataka trojice učenika | 25 |
| Slika 5. Kartica s matematičkim problemom..... | 32 |
| Slika 6. Valentinin način rješavanja..... | 33 |
| Slika 7. Sarin način rješavanja | 33 |
| Slika 8. Petrin način rješavanja | 33 |
| Slika 9. Adamov način rješavanja..... | 34 |
| Slika 10. Karolinin način rješavanja | 34 |
| Slika 11. Tein način rješavanja | 34 |
| Slika 12. Kartica s matematičkim problemom..... | 36 |
| Slika 13. Adamov način rješavanja..... | 37 |
| Slika 14. Valentinin način rješavanja..... | 37 |
| Slika 15. Petrov način rješavanja | 37 |
| Slika 16. Filipin način rješavanja | 38 |
| Slika 17. Tein način rješavanja | 38 |
| Slika 18. Lukin način rješavanja | 39 |
| Slika 19. Sarin način rješavanja | 39 |

Popis tablica:

| | |
|---|----|
| Tablica 1. Očekivanja prilikom provođenja <i>Number talks</i> aktivnost u razredu 10.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja | 40 |
| Tablica 2. Očekivanja prilikom provođenja <i>Number talks</i> aktivnost u razredu 12.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja | 50 |
| Tablica 3. Očekivanja prilikom provođenja <i>Number talks</i> aktivnost u razredu 15.4.2019. i ishodi na temelju postavljenih očekivanja | 55 |

Izjava o samostalnoj izradi diplomskog rada

Ja, Ivana Lamešić, studentica 5. godine Učiteljskog fakulteta – Odsjek u Petrinji, izjavljujem da sam diplomski rad pod naslovom „*MathTalks* – mogućnosti i preduvjeti za upotrebu diskusije u nastavi matematike“ izradila samostalno, služeći se stečenim znanjem i literaturom koja je navedena u radu.

Zahvaljujem mentoru doc. dr. sc. Goranu Trupčeviću na pomoći prilikom odabira teme i literature. Ujedno, zahvaljujem mu na svim savjetima koji su mi bili od velike pomoći u pisanju ovog rada, na strpljenju i vremenu za moja mnogobrojna pitanja.

Veliku zahvalnost iskazujem svojoj široj i užoj obitelji te prijateljima koji su me uvijek podržavali, bodrili i bili uz mene. Posebno hvala mojoj djeci što su mi bila snaga i upornost da zajedno uspijemo preživjeti sve teške dane prilikom studiranja i pisanja ovog rada.

Najveće hvala Onome koji je dopustio da sve ovo započne te bez Kojega ništa ne bi moglo biti ni dovršeno. Hvala Mu što je kroz ove godine pokazao koliko su Njegova djela velika!