

Dodatna nastava iz matematike u 4. razredu osnovne škole

Rakonić, Tena

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:603448>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-06-26**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**TENA RAKONIĆ
DIPLOMSKI RAD**

**DODATNA NASTAVA IZ
MATEMATIKE U 4. RAZREDU
OSNOVNE ŠKOLE**

Zagreb, srpanj 2020.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE
Čakovec**

DIPLOMSKI RAD

Ime i prezime pristupnika: Tena Rakonić

**TEMA DIPLOMSKOG RADA: Dodatna nastava iz matematike u
4. razredu osnovne škole**

MENTOR: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, srpanj 2020.

Zahvala

Zahvaljujem doc. dr. sc. Dubravki Glasnović Gracin na prihvaćanju mentorstva. Veliko hvala Matei Gusić mag. educ. math. na stručnom vođenju tijekom pisanja ovog diplomskog rada, danoj pomoći i savjetima, strpljenju i vremenu za moje brojne upite.

Posebnu zahvalnost iskazujem svojoj obitelji, prijateljima i prijateljicama koji su me uvijek podržavali, bili uz mene i bez kojih cijeli ovaj proces mog studiranja ne bi prošao tako lako.

SADRŽAJ

SAŽETAK.....	6
SUMMARY	7
1. UVOD	1
2. NASTAVA MATEMATIKE U 4. RAZREDU	3
2.1. Nastava matematike u 4. razredu prema Nastavnom planu i programu	3
2.2. Nastava matematike u 4. razredu prema Nacionalnom kurikulumu Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje	4
3. DODATNA NASTAVA MATEMATIKE	8
3.1. Zabavna matematika u dodatnoj nastavi matematike	8
3.2. Matematička natjecanja	12
3.2.1. Zadatci na matematičkim natjecanjima	13
3.2.2. Natjecanja za popularizaciju matematike	16
3.3. Uloga učitelja pri organizaciji dodatne nastave matematike	19
4. ANALIZA TRI DESETLJEĆA ŽUPANIJSKIH MATEMATIČKIH NATJECANJA U REPUBLICI HRVATSKOJ	21
4.1. Kriteriji analize zadataka sa županijskih natjecanja	21
4.1.1 Matematička aktivnost	22
4.1.2. Domena.....	23
4.1.3. Prikaz zadataka	24
4.1.4. Matematički kontekst	25
4.2. Rezultati analize zadataka sa županijskih natjecanja	26
4.2.1. Rezultati analize zadataka s obzirom na aktivnost.....	27
4.2.2. Rezultati analize zadataka s obzirom na domenu	31
4.2.3. Analiza zadataka s obzirom na prikaz zadataka	34
4.2.4. Analiza zadataka s obzirom na kontekst	36
4.3. Diskusija i zaključak	38
5. ZAKLJUČAK.....	47

LITERATURA	49
Kratka biografska bilješka.....	55
Izjava o samostalnoj izradi rada	56

SAŽETAK

Tema ovog diplomskog rada je *Dodatna nastava iz matematike u 4. razredu osnovne škole*. Rad nudi prikaz nastavnog sadržaja koji se usvaja u 4. razredu osnovne škole iz matematike prema kurikularnim dokumentima *Nastavnom planu i programu* i *Nacionalnom kurikulumu za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje*. U radu je opisana uloga i organizacija dodatne nastave matematike koja obuhvaća zabavne zadatke i zadatke potrebne za pripremu učenika za matematička natjecanja. Rad nudi detaljan prikaz zadataka koji se pojavljuju na županijskim natjecanjima za 4. razred osnovne škole u Republici Hrvatskoj. Zadatci su klasificirani adaptacijom postojećeg modela za analizu matematičkih udžbenika. Cilj analize bio je razmotriti zadatke koji se pojavljuju na županijskim natjecanjima u Republici Hrvatskoj s namjerom kvalitetne pripreme učenika za buduća natjecanja. Analizom su se razmatrali zadatci s obzirom na aktivnost, domenu, prikaz zadataka i kontekst. Rezultati analize pokazali su kako se kod dosadašnjih županijskih natjecanja iz matematike od učenika najviše očekivala aktivnost računanja i to unutar domene brojevi i jednadžbe. Prikaz zadataka sa županijskih natjecanja je većinom tekstualan, a s obzirom na kontekst najviše je zadataka bez konteksta, odnosno zadataka s unutarmatematičkim kontekstom.

KLJUČNE RIJEČI: dodatna nastava matematike, županijsko natjecanje, matematički zadatci, analiza zadataka

SUMMARY

The topic of this diploma thesis is *Additional Mathematics Class in the 4th Grade of Primary School*. The paper offers an overview of the teaching content that is adopted in the 4th grade of primary school in mathematics according to the Teaching Plan and Programme and the National Curriculum for Preschool, Primary and Secondary Education. The paper describes the role and organization of Additional Mathematics Class, which includes fun tasks, as well as tasks that are necessary to prepare students for mathematics competition. The paper offers a detailed overview of tasks that appear at county competitions for the 4th grade of primary school in the Republic of Croatia. The tasks are classified by adapting the existing model for the analysis of mathematical textbooks. The aim of the analysis was to examine the tasks that appear at county competitions in the Republic of Croatia to better prepare students for future competitions. The tasks were examined with respect to activity, domain, task presentation, and context. The results of the analysis showed that in the previous county competitions in mathematics, students were most expected to do activities related to calculations within the domain of numbers and equations. The presentation of tasks from county competitions is mostly textual, and considering the context, most of the tasks are without context or with intra-mathematical context.

KEY WORDS: Additional Mathematics Class, county competition, mathematical tasks, task analysis

1. UVOD

Važnost učenja matematike očituje se u napretku suvremenog društva, posebice tehnološkom. Primjenom svih matematičkih područja omogućuje se poboljšana kvaliteta življenja. Osim što je važna za napredak društva, matematika je važna za pojedinca. Ona pruža razvoj preciznosti, kreativnosti i kritičkog promišljanja koje je iznimno važno za prepoznavanje i rješavanje problema svakodnevnog života te razumijevanje svijeta. (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019b). Razvoj znanosti, gospodarstva i novih tehnologija možemo pripisati mladim obrazovanim ljudima. Zato je bitno njegovati svaku vrstu darovitosti i usmjeravati učenike na inovativnost, kritičnost i kreativnost.

Svaki učitelj, kao i sustav obrazovanja, želi svojim učenicima omogućiti podršku u znanju i daljnjem razvoju (Burušić i Šerepac, 2019). Glavno težište suvremene nastave matematike je u razvijanju samostalnog i stvaralačkog učenikova proučavanja matematike i stvaranje temelja za uspješno korištenje tih znanja matematike (Kurnik, 2000). Darovitim učenicima treba pružiti poticaj pri širenju njihovih kompetencija izvan redovitog sadržaja, odnosno izvan redovite nastave (Burušić i Šerepac, 2019). Takva se vrsta poticaja, između ostalog, može provesti kroz dodatnu nastavu.

Upravo je dodatna nastava matematike u 4. razredu osnovne škole tema ovog diplomskog rada. Cilj rada je upoznati učenike, ali i učitelje, sa zadacima koji se pojavljuju na županijskim natjecanjima iz matematike. Prikazivanje zadataka koji dolaze na županijskim natjecanjima služi kvalitetnijoj pripremi naših učenika za natjecanja i razvijanju njihovog logičkog mišljenja.

Rad započinje poglavljem u kojem je opisana nastava matematike u 4. razredu osnovne škole prema Nastavnom planu i programu i Nacionalnom kurikulumu Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje. U navedenom poglavlju se uspoređuju ova dva kurikularna dokumenta i izvodi se zaključak o pojedinim odstupanjima ili novinama. U trećem poglavlju opisana je uloga i organizacija dodatne nastave matematike koja obuhvaća zabavne zadatke i zadatke za pripremu matematičkih natjecanja. Opisana je i uloga učitelja prilikom organizacije dodatne nastave matematike. Četvrto poglavlje donosi analizu zadataka županijskih natjecanja za 4. razred osnovne škole u posljednja tri desetljeća

koja su održavana u Republici Hrvatskoj s ciljem ispitivanja zastupljenosti pojedine vrste zadataka.

2. NASTAVA MATEMATIKE U 4. RAZREDU

Razredna se nastava u Republici Hrvatskoj u školskoj godini 2019./2020. odvija prema dva kurikularna dokumenta. To su *Nastavni plan i program za osnovnu školu* (2006) i *Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje* (2019b). Učenici 1. i 5. razreda osnovne škole te učenici 1. razreda gimnazije rade prema Nacionalnom kurikulumu. Učenici ostalih razreda osnovne škole i gimnazije još uvijek rade prema *Nastavnom planu i programu za osnovnu školu* (2006). Nadalje, za učenike 2., 3., 6. i 7. razreda osnovne škole i za učenike 2. i 3. razreda gimnazije, Nacionalni kurikulum će stupiti na snagu školske godine 2020./2021. Tek će se u školskoj godini 2021./2022. ovaj dokument primjenjivati kod učenika 4. razreda osnovne škole i 4. razreda gimnazije. (MZO, 2019b). Zato je važno proučiti oba kurikularna dokumenta za 4. razred što je napravljeno u nastavku.

2.1. Nastava matematike u 4. razredu prema Nastavnom planu i programu

Nastavni plan i program za osnovnu školu (nadalje se u radu referira na dokument kao „Nastavni plan i program“) službeni je dokument izdan 2006. godine od strane Ministarstva obrazovanja, znanosti i sporta. Ovaj dokument sadržajno donosi nastavne planove i nastavne programe. Između ostalog, nastavni plan uključuje plan nastavnog rada po predmetima i razredima, kao i plan dodatnog i dopunskog rada (MZOS, 2006).

Nastavni plan i program za osnovnu školu (2006) u 4. razredu osnovne škole, obuhvaća dvadeset i dvije teme. Vidljiva je velika zastupljenost geometrijskog sadržaja. Naime, čak je trinaest tema posvećeno geometriji. U 4. se razredu osnovne škole, iz sadržaja geometrije, usvajaju nastavni sadržaji kuta i vrsta kutova (pravi, tupi i šiljasti), trokuta i vrste trokuta s obzirom na duljinu stranica (raznostraničan, jednakostraničan i jednakokračan), kao i opseg trokuta te pravokutni trokut. Također, učenici uče o pravokutniku i kvadratu te izračunavaju njihove opsege i površine. Upoznaju se s pojmovima kvadra i kocke te mjerenjem obujma kocke (MZOS, 2006). Aritmetika je zastupljena s devet od dvadeset i dvije teme. Iz aritmetike se usvajaju nastavni sadržaji iz brojeva do milijun, pisano zbrajanje i oduzimanje,

pisano množenje višeznamenkastog broja jednoznamenkastim, a kasnije i dvoznamenkastim brojem. Također se usvaja i pisano dijeljenje višeznamenkastog broja jednoznamenkastim, a kasnije i dvoznamenkastim brojem. Očekuje se da će učenici na kraju 4. razreda osnovne škole znati računati zadatke koji sadržavaju više računskih radnji (MZOS, 2006).

2.2. Nastava matematike u 4. razredu prema Nacionalnom kurikulumu Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje

Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje (nadalje se u radu referira na dokument kao „Nacionalni kurikulum“) službeni je dokument izdan 2019. godine od strane Ministarstva znanosti i obrazovanja. Kurikulumom nastavnih predmeta određene su svrha i ciljevi učenja i poučavanja, struktura pojedinog predmeta, odgojno–obrazovni ishodi, opisi razina usvojenosti ishoda, učenje i poučavanja, te vrednovanje (MZO, 2019b).

Za predmet matematike, važno je istaknuti da stjecanju matematičkih kompetencija doprinose dvije dimenzije: matematički procesi i domene. Povezivanjem upravo matematičkih procesa (Prikazivanje i komunikacija, Povezivanje, Logičko mišljenje, Argumentiranje i zaključivanje, Rješavanje problema i matematičko modeliranje, Primjena tehnologije) i domena (Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje, te Podatci, statistika i vjerojatnost) ostvaruje se učenje i poučavanje nastavnog predmeta matematike (MZO, 2019b).

Nadalje će se govoriti o usporedbi Nastavnog plana i programa koji je zadan temama, ključnim pojmovima i obrazovnim postignućima i Nacionalnog kurikulumu zadanog odgojno – obrazovnih ishoda, razradom ishoda, sadržajem na koji se ishod odnosi i preporukama za ostvarivanje ishoda.

Analizom *Nacionalnog kurikulumu* (2019b.) u 4. razredu osnovne škole, vidljivo je četrnaest odgojno – obrazovnih ishoda sa njihovom razradom koji se protežu kroz pet domena. Tako su domeni „A – Brojevi“ namijenjena četiri ishoda koja se

sadržajno poklapaju s Nastavnim planom i programom. Domena „B – Algebra i funkcije“ ima propisan samo jedan ishod što je vidljivo Slikom 1.

<p>MAT OŠ B.4.1. Određuje vrijednost nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima.</p>	<p>Razlikuje jednakosti i nejednakosti. Koristi se slovom kao oznakom za nepoznati broj u jednakostima i nejednakostima. Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija. Korelacija s Informatikom.</p>	<p>Određuje vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija.</p>
---	---	--

Slika 1. Ishod MAT OŠ B.4.1. za 4. razred osnovne škole iz Nacionalnog kurikulumu (MZO, 2019b, str. 18)

Najviše je zastupljena u 4. razredu osnovne škole domena „C - Oblik i prostor“ koja sadrži čak pet ishoda. U ovoj se domeni među odgojno-obrazovnim ishodima za nastavni predmet matematike očituje promjena u odnosu na Nastavni plan i program. Naime, umetnut je novi ishod (Slika 2) gdje učenik „Opisuje i konstruira krug i njegove elemente“, dok je ista tema prema Nastavnom planu i programu predviđena u 3. razredu.

<p>MAT OŠ C.4.3. Opisuje i konstruira krug i njegove elemente.</p>	<p>Opisuje i konstruira krug i njegove elemente (kružnica, polumjer i središte). Opisuje odnos kruga i kružnice. Prepoznaje polumjer i središte kruga i kružnice.</p>	<p>Prepoznaje i navodi točke koje (ne)pripadaju krugu ili kružnici.</p>
---	--	---

Slika 2. Ishod MAT OŠ C.4.3. za 4. razred osnovne škole iz Nacionalnog kurikulumu (MZO, 2019b, str. 19)

Također, Nastavni plan i program spominje samo crtanje geometrijskih likova (Slika 3), dok s druge strane Nacionalni kurikulum naglašava i konstrukciju (Slika 4), točnije da će učenik moći konstruirati jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute (MZO, 2019b).

11. Vrste trokuta s obzirom na stranice

Ključni pojmovi: raznostraničan, jednakokračan i jednakostraničan trokut.

Obrazovna postignuća: uspoređivati duljine stranica trokuta; razlikovati, crtati i imenovati trokute s obzirom na duljinu stranica.

Slika 3. Nastavna tema Vrste trokuta s obzirom na stranice za 4. razred osnovne škole iz Nastavnog plana i programa za osnovne škole (MZOS, 2006, str. 243)

MAT OŠ C.4.4. Crti i konstruira geometrijske likove.	Geometrijskim priborom crta osnovne geometrijske likove (raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat). Konstruira jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute.	Crti pravokutnik, kvadrat i pravokutni trokut uz manju nesigurnost.
---	--	---

Slika 4. Ishod MAT OŠ C.4.4. za 4. razred osnovne škole iz Nacionalnog kurikulumu (MZO, 2019b, str. 19)

Još jedna promjena u domeni Oblik i prostor je ta što se u 4. razredu osnovne škole prema Nacionalnom kurikulumu više ne usvaja nastavni sadržaj obujma kocke, već je ovaj ishod pomaknut za 5. razred osnovne škole.

Domena „D – Mjerenje“ navodi dva ishoda koji se sadržajno poklapaju s Nastavnim planom i programom. Osim pomicanja pojedinih ishoda u druge razrede, vidljiva je razlika u dodavanju nove domene „E - Podatci, statistika i vjerojatnost“, čiji sadržaj ukazuje na prikupljanje, razvrstavanje i prikazivanje podataka kroz tablice i dijagrame te opis vjerojatnosti događaja. Ovoj su domeni namijenjena dva ishoda. Svrha domene je da učenici nauče čitati podatke iz tablica i jednostavnih dijagrama što je ujedno i priprema za više razrede. Osim toga, učenik može istraživati problem koji ne mora biti matematički, ali će se služiti upravo tablicama i dijagramima kada će upisivati ili ucrtavati dobivene rezultate istraživanja. Uz to, očekuje se da će učenik razumjeti razliku između sigurnog, mogućeg i nemogućeg ishoda, vezano uz vjerojatnost događaja (MZO, 2019b).

Državni pedagoški standard osnovnoškolskog sustava odgoja i obrazovanja uz redovitu nastavu propisuje iduće oblike nastave: predmetna, izvannastavna, dopunska i dodatna nastava (MZO, 2019a). Za potencijalno darovite učenike u školi se organizira dodatni oblik rada, a to je upravo dodatna nastava (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Ovaj oblik rada organizira se prema nastavnom planu za provedbu

nastavnog programa koji dodatnoj nastavi predviđa jedan sat tjedno, što u školskoj godini iznosi trideset i pet sati za svaki razred (MZOS, 2006). Upravo će o dodatnoj nastavi matematike biti riječi u idućem poglavlju.

3. DODATNA NASTAVA MATEMATIKE

Glavna uloga dodatne nastave je proširivanje ili produbljivanje znanja učenika iz pojedinog područja (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Mogućnosti obogaćivanja programa za učenike koji žele znati više su raznovrsne. Bitno je osvrnuti se na svakog učenika i gledati na njegove individualne potrebe, te ga kroz cijelo vrijeme znati motivirati (MZOS, 2006). U redovitoj se nastavi kombiniraju uobičajeni zadatci koji se prema propisanom kurikulumu moraju izvršiti. Kako bi potaknuli učenike da se sjete i koriste nove metode za rješavanje zadataka i produktivnije razmišljaju, pred njih treba staviti problemske zadatke. Za rješavanje problemskog zadatka, koji je zapravo kognitivni proces, učenik treba povezivati pojmove iz više različitih područja (Burušić i Šerepac, 2019). Zato se programi dodatne nastave trebaju odnositi na sva odgojno-obrazovna područja, dok sadržaji svakako moraju biti dublji i individualni, te je poželjna korelacija s ostalim područjima. Dodatna nastava služi i kao poticaj uključivanja učenika na razna natjecanja ili smotre (MZOS, 2006).

Prema Mišurac-Zorica i Rožić (2016, str. 28), dodatna nastava matematike „poseban je oblik nastave organiziran za učenike koji su savladali program matematike u redovnoj nastavi i pokazuju izrazite sklonosti i interese za matematičkim sadržajima“. Dakle, svakom je učeniku omogućeno razvijanje osobnih interesa i sklonosti. Glavni je cilj ovakvog oblika nastave motivirati učenika da se bavi matematikom te da sva svoja znanja može upotrijebiti u rješavanju problema iz svakodnevnog života (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Dodatna nastava matematike obuhvaća rješavanje dviju vrsta zadataka: zadaci iz zabavne matematike i zadaci koji su priprema za matematička natjecanja.

3.1. Zabavna matematika u dodatnoj nastavi matematike

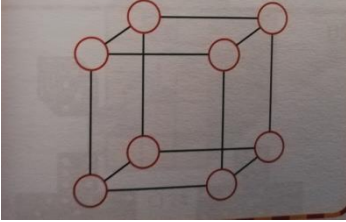
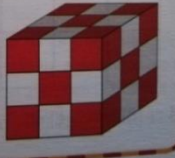
Često se smatra kako je dodatna nastava matematike isključivo namijenjena za pripremu učenika za matematička natjecanja. Dakako da uloga dodatne nastave matematike nema samo takvu namjenu. Dodatnoj nastavi matematike mogu pristupiti učenici kojima je cilj bolje naučiti matematiku, koji pokazuju veći interes za matematiku i žele steći trajnije znanje iz matematike (Mrkić, 2012). Zadatci koje učenici rješavaju na dodatnoj nastavi matematike su obogaćenog programa i složeniji

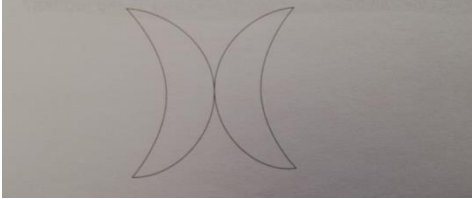
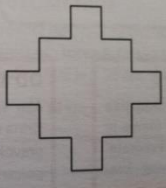

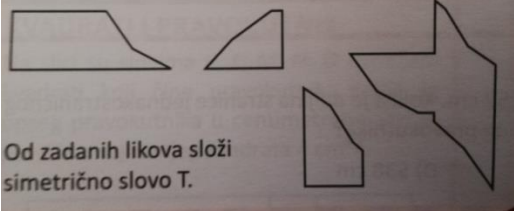
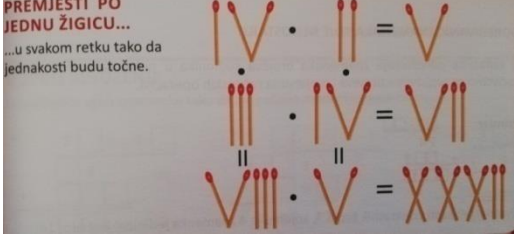
su, pošto se isti ne stignu rješavati kroz redovitu nastavu (Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015).

Zabavna matematika posebna je grana matematike i zajednički je naziv za matematičke igre i zabavne zadatke. Zabavna matematika sadržajno je oblikovana na način gdje su stvarni problemi uvršteni u zagonetke čime su automatski privlačniji za rješavanje (Kneclin, 2011). Također, element zabavnosti u matematici je raznovrstan i može se prožeti kroz neke nove oblike rada : „zabavni sati, zabavni matematički zadaci, matematički kvizovi, matematičke igre, izrada panoa sa zanimljivim i zabavnim matematičkim sadržajima, matematičke križaljke, matematika u prirodi, školski časopis“ (Kurnik, 2008b, str. 196). Uključivanjem ovih oblika rada u dodatnu nastavu, matematika može učenicima postati zanimljivija i zabavnija te privući i one učenike koji nisu bili skloniji matematici da se priključe dodatnoj nastavi matematike (Kurnik, 2008b).

Kako program dodatne nastave nije striktno propisan, učitelj prilagođava zadatke učenicima i onome što njih najviše interesira (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Postoji više vrsta zabavnih zadataka. Kneclin (2011, str. 112) razlikuje iduće vrste zabavnih zadataka: „brojevi, brojevi i slova u likovima, geometrijska tijela, kombinatorni zadaci, jednim potezom olovke, likovi, magični kvadrati, logičke minijature, pokrivanje likova, sastavljanje likova, računski kriptogrami, šibice i štapići“. U Tablici 1 dani su primjeri nekih vrsta zabavnih zadataka.

Tablica 1. Vrste i primjeri zabavnih zadataka (Kneclin, 2011)

Vrste zabavnih zadataka	Primjeri
<p style="text-align: center;">BROJEVI</p>	<p>„Imao neki kralj 200 zlatnika. Odlučio je nagraditi odanog slugu, pa mu je jednog ponedjeljka dao 1 zlatnik. U utorak sluga je dobio dvostruko više, u srijedu dvostruko više nego u utorak i tako sve do nedjelje. Tko je u nedjelju imao više zlatnika, kralj ili sluga?“ (Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 15)</p>
<p style="text-align: center;">BROJEVI I SLOVA U LIKOVIMA</p>	<p>KOCKA U kružice na vrhovima kocke upiši brojeve 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 tako da zbroj brojeva na svakoj strani kocke bude jednak.</p>  <p>(Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 93)</p>
<p style="text-align: center;">GEOMETRIJSKA TIJELA</p>	<p>CRVENO-BIJELA KOCKA Kocka duljine brida 3 cm sastavljena je od crvenih i bijelih kockica duljine brida 1 cm. Svake dvije susjedne kockice su različite boje kao na slici. Koliko ima crvenih, a koliko bijelih kockica ako je kockica u sredini kocke bijela?</p> <p>A) ■ 15, □ 12 B) ■ 15, □ 13 C) ■ 13, □ 13 D) ■ 14, □ 13</p>  <p>(Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 95)</p>
<p style="text-align: center;">KOMBINATORNI ZADACI</p>	<p>„U školi je 50 učiteljica. Njih 31 pije čaj, 23 kavu, a 6 ih pije i čaj i kavu. Koliko je u toj školi učiteljica koja ne pije niti čaj niti kavu?“ (Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 75)</p>

<p>JEDNIM POTEZOM OLOVKE</p>	<p>2. Nacrtaj lik iz jednog poteza (ne podižući olovku).</p>  <p>(Binder, S., Jakovljević Rogić, S., Mesaroš Grgurić, N., Miklec, D., Prtajin, G., Vejić, J., 2009, str. DL5)</p>
<p>LIKОВИ</p>	<p>GEOMETRIJSKI LIK Na slici je geometrijski lik s 20 jednakih stranica, od kojih su susjedne međusobno okomite. Ako mu je opseg 60 cm, kolika mu je površina?</p>  <p>(Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 35)</p>
<p>MAGIČNI KVADRATI</p>	<p>2. Upiši u svaki kvadratić po jedan neparni broj koji nije manji od 3 i koji nije veći od 19 (već upisane brojeve nemoj mijenjati) tako da zbroj brojeva u svakom retku, u svakom stupcu i po dijagonala bude isti broj.</p>  <p>(Đurović, 1998, str. 19)</p>
<p>SASTAVLJANJE LIKOVA</p>	<p>SIMETRIČNO T</p>  <p>Od zadanih likova složi simetrično slovo T.</p> <p>(Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 40)</p>
<p>ŠIBICE I ŠTAPIĆI</p>	<p>PREMJESTI PO JEDNU ŽIGICU... ...u svakom retku tako da jednakosti budu točne.</p>  <p>(Mrkonjić i Salamon Padjen, 2015, str. 49)</p>

Učenik uz zabavan način rješavanja zadataka iz matematike razvija logičko i matematičko razmišljanje (Kneclin, 2011).

Kurnik (2000) navodi primjer zabavnog zadatka pri kojem učenici moraju uključiti malo logike i mjeriti vrijeme:

„Dva beduina sreća su se u oazi afričke pustinje i odlučila zajedno ručati. Prvi beduin imao je jedno nojevo jaje i pješčani sat u kojemu pijesak iz gornjeg dijela istekne u donji dio za 7 minuta, a drugi beduin imao je također jedno nojevo jaje i pješčani sat kod kojega istjecanje pijeska traje točno 11 minuta. Po starome beduinskom receptu, nojevo jaje je najukusnije ako se kuha točno 15 minuta. Mogu li beduini pomoću svoja dva pješčana sata kuhati jaja koliko zahtijeva recept?“ (Kurnik, 2000, str. 57)

Iz ovog je zabavnog zadatka vidljivo kako jedna svakidašnja slika života može biti povezana sa matematičkim sadržajem, na način da učenicima bude zanimljivo. Spomen nama jednog egzotičnog kraja u učenicima može pobuditi posebno zanimanje i interes, te svakako pobuditi želju za rješavanjem ovakvog živopisnog i zanimljivog tipa zadatka (Kurnik, 2000).

3.2. Matematička natjecanja

U svijetu se matematička natjecanja održavaju još od 1896. godine. Prvo je bilo u Mađarskoj pod nazivom *R. Etwos*, kasnije preimenovano u *Kurshak* (Elezović, 2005). Natjecanja se u velikom broju zemalja bivšeg Istočnog bloka održavaju još od sredine 20. stoljeća. U Hrvatskoj je prvo državno natjecanje održano 1959. godine. Od te godine, pa do danas, natjecanja se u Hrvatskoj kontinuirano održavaju. S godinama se broj uključenih škola i učenika povećavao, a paralelno s time je rasla i težina postavljenih zadataka (Elezović, 2005).

Od samih početaka matematičkih natjecanja u Hrvatskoj, pa do danas sistem se mijenjao. Osim što se povećao broj učenika koji žele sudjelovati u natjecanjima, smanjila se i dobna granica za pristup učenicima natjecanju. Elezović (2005) daje pregled sadašnjih sistema koji uključuju sljedeća natjecanja:

- školska natjecanja koja nisu obavezna
- općinska ili gradska natjecanja
- županijska natjecanja

- državno natjecanje.

Naime, u početku, točnije od 1968. do 1973. godine, održavala su se natjecanja samo za 7. i 8. razrede osnovne škole i to općinsko, republičko i savezno. Tek se od 1974. godine održavaju natjecanja za 5. i 6. razrede osnovne škole, ali samo općinska natjecanja. Mogućnost natjecanja za učenike 4. razreda osnovne škole dolazi 1991. godine na općinskoj, županijskoj i regionalnoj razini, s time da se županijska natjecanja počinju održavati od 1994. godine. Od 2011. godine regionalna natjecanja više ne postoje.

Zaključno, od 2011. godine pa do danas održavaju se općinska i županijska natjecanja za učenike od 4. do 8. razreda, dok državnom natjecanju pristupaju učenici od 5. do 8. razreda (Horvatek, 2008).

3.2.1. Zadatci na matematičkim natjecanjima

Zadatci koji se pojavljuju na matematičkim natjecanjima su složeniji, problemski zadatci kod kojih je potrebna bogatija teorijska osnova i dodatne tvrdnje (Kurnik, 2008a). U nastavku slijede primjeri zadataka iz raznih matematičkih domena u kojima će se vidjeti ta složenost. U Tablici 2 će se usporediti zadatci iz udžbenika i zadatci sa županijskih natjecanja.

U Tablici 2 je vidljiva težina i složenost koju zahtjeva zadatak županijskog natjecanja za kojeg je potrebna veća priprema, dok je kod zadatka iz udžbenika način rješavanja poznat i ne zahtjeva dublju analizu.

Tablica 2. Usporedba zadataka iz udžbenika i zadataka sa županijskih natjecanja s obzirom na složenost

Domena	Primjeri iz udžbenika	Primjeri sa županijskih natjecanja
BROJEVI I JEDNADŽBE	$54 + 5 \cdot (150 + 50)$ (Miklec, Jakovljević Rogić, Prtajin, Binder, Mesaroš Grgurić, Vejić, 2019, str. 127)	$52328 - 28 : 2 + (8 \cdot 5320 + 5320 \cdot 2) + 4827 \cdot 5 \cdot (145 - 145)$ (Županijsko natjecanje iz matematike, 2018 [ŽNM, 2018])
BROJEVI I JEDNADŽBE	<i>Razliku brojeva 542 816 i 129 426 umanji za broj 228 516. Dobiveni broj napiši riječima.</i> (Miklec, Jakovljević Rogić, Prtajin, Binder, Mesaroš Grgurić, Vejić, 2019, str. 51)	<i>Znamenka jedinica dvoznamenkastog broja dva puta je veća od znamenke desetica. Ako se taj broj uveća za 27, dobiva se broj napisan istim znamenkama u obrnutom redoslijedu. Koji je to broj?</i> (ŽNM, 1999)
MJERENJE	<i>Izračunaj opseg kvadrata kojemu je duljina stranice 25 cm. Nacrtaj skicu!</i> (Miklec, Jakovljević Rogić, Prtajin, Binder, Mesaroš Grgurić, Vejić, 2019, str. 101)	<i>Kvadrat je s 4 usporedne dužine podijeljen na 5 pravokutnika. Ako je zbroj opsega svih tih pravokutnika jednak 72 cm, koliki je opseg kvadrata?</i> (ŽNM, 2000)
MJERENJE	<i>Josip je u ponedjeljak stavio u štednu kasicu 85 kn, u utorak pet puta manje, a u srijedu 34 kn.</i>	<i>Tijekom praznika Neven, Marijana i Mirna skupa su zaradili 3285 kn. Neven je radio tri puta više od</i>

	<p><i>Koliko je novca Josip stavio u kasicu u ta tri dana?</i></p> <p>(Miklec, Jakovljević Rogić, Prtajin, Binder, Mesaroš Grgurić, Vejić, 2019, str. 127)</p>	<p><i>Marijane i šest puta više od Mirne. Zaradu su odlučili pravedno podijeliti. Koliko kuna je dobio svatko od njih?</i></p> <p>(ŽNM, 2008)</p>
--	--	---

Učenikova najčešća djelatnost je upravo rješavanje zadataka. Postavljanjem zadataka pred učenika ostvaruju se mnogi ciljevi predmeta matematike (Kurnik, 2000). Učenje u nastavi matematike zapravo je konstantan proces rješavanja zadataka čime se nadograđuje učenikovo znanje. Markovac (1992, str. 81) kaže da „zato u učenika valja razvijati svijest o matematičkom zadatku kao nosiocu novih spoznaja koje čine sadržaj učeničkog matematičkog obrazovanja“. Iz tog razloga učenik koji kontinuirano rješava zadatke, znat će riješiti one složenije i teže.

Zadaci koji razvijaju logičko mišljenje kod učenika i koje je potrebno rješavati radi boljih rezultata na natjecanjima su *problemski zadatci*. Kurnik (2000) dijeli zadatke u dvije skupine prema složenosti i težini. To su *standardni* i *nestandardni* zadaci. Nestandardni zadaci su oni kod kojih je minimalno jedna sastavnica nepoznata. Nestandardni zadaci zovu se još i *problemski zadaci* ali samo ako je nepoznato dvije ili više sastavnica, a takvi iziskuju veći umni napor, koncentraciju i dosjetljivost, kao i dublju analizu (Kurnik, 2000). Problemski zadatci se trebaju pravilno izabrati kako bi darovit učenik, tražeći odgovor na zadani problem, mogao doći do novih saznanja i to praktičnim putem uz povezivanje sadržaja iz više područja (Burušić i Šerepac, 2019). Također, za višu razinu natjecanja učenici bi svakako trebali poznavati dodatna područja poput kombinatornih zadataka, logičkih zadataka, diofantskih jednadžbi i Dirichletov princip (Kurnik, 2008a).

Proučavanje i vježbanje matematičkih zadataka s natjecanja samo je jedna od mjera potrebnih za spremanje učenika za natjecanje te postoje još dodatne mjere za pripremu učenika za matematička natjecanja. Kurnik (2009) ističe neke mjere kojima bi se trebale poboljšati pripreme učenika za natjecanja.

Prvenstveno, učenike treba upoznati sa zadatcima koji su zadavani na našim prethodnim natjecanjima. Na taj način učenici uočavaju težinu natjecateljskih

zadataka i potrebu za rješavanjem takvih vrsta zadataka. Ujedno mogu primijetiti eventualan manjak znanja iz nekog područja.

Zatim, poznavanje teorijske osnove. Za natjecateljske zadatke potrebna je opsežnija teorijska osnova koju napredniji učenik ne dobije kroz redovnu nastavu. Teorijsku osnovu čine činjenice, poučci i tvrdnje do kojih se dolazi prilikom rješavanja konkretnih zadataka. Upoznamo li učenike s dodatnim činjenicama razvijamo njihovu matematičku sposobnost, a time i bolju pripremljenost za matematička natjecanja. Proširenjem teorijske osnove učenici se upoznaju sa metodama rješavanja matematičkih problema o kojima često ovisi uspjeh učenika na natjecanju.

Nadalje, učitelj u matematičkoj radionici mora imati pripremljene zadatke iz odabranog područja koji će biti učinkoviti i raznovrsni po sadržaju i težini.

Jedna od mjera za poboljšanje pripreme učenika za natjecanje su analiza, rješavanje i kreativnost. Ovaj je korak važna priprema jer se u njemu zbiva sve što će učeniku pomoći na matematičkom natjecanju. Dakle, učenik treba analizirati svaki zadatak s obzirom na njegov sadržaj i težinu, povezati predznanja, osmisliti način rješavanja, odabrati ispravnu teorijsku osnovu. U ovom koraku učenik zapravo ovladava područjem kojeg rješava.

Jednako važno je postavljanje dodatnih problema. Bitno je da učenikovo znanje ostane trajno i da učenik bude siguran prilikom rješavanja zadataka obrađenog područja. Zato učitelj treba pripremiti dodatne zadatke koje učenici mogu rješavati kod kuće (Kurnik, 2009).

Uz već navedeni pozitivan cilj natjecanja, osjećaj konkurencije, natjecanja za pozitivan cilj imaju i poticanje svih učenika na dodatni rad, čime učenik dolazi do vrha svojih mogućnosti jer povećava svoj ukupni potencijal (Elezović, 2005). Taj potencijal treba njegovati od samog početka školske godine (Kurnik, 2009).












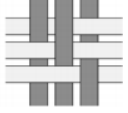
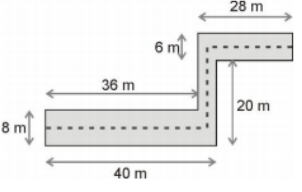
3.2.2. Natjecanja za popularizaciju matematike

Jedan od ciljeva matematičkih natjecanja je širenje interesa za matematiku kod učenika. Dokaz tome je organizacija nekih natjecanja za sve učenike, ne samo one najbolje (Kurnik, 2008a). Primjer takvog natjecanja je „Matematički klokan“ natjecanje koje organizira međunarodna udruga „Klokan bez granica“. Cilj ove udruge je popularizirati matematiku, razvijati interes za matematiku i razvijati

logičko i kombinatoričko mišljenje. Udruga obuhvaća predstavnike više od 80 država svijeta i natjecanje se održava svake godine u isto vrijeme u svim državama, točnije trećeg tjedna u ožujku. Na natjecanje se mogu prijaviti svi učenici od 2. razreda osnovne škole do 4. razreda srednje škole. Učenici drugih i trećih razreda osnovne škole rješavaju 12 zadataka u vremenskom razdoblju od 60 minuta, dok svi ostali rješavaju 24 zadatka u vremenskom razdoblju od 75 minuta. Zadatci su raspoređeni u tri stupnja težine (zadatci za 3, 4 i 5 boda). Svaki učenik plaća 15 kuna za sudjelovanje, ali isto tako, svaki učenik koji se prijavi dobiva poklone (čokoladu „Torticu“, kemijsku olovku i mali kalendar), dok desetina najboljih dobiva i nagradu. Za ovo je natjecanje još važno napomenuti kako nema selekcija, eliminacija niti finala (Hrvatsko matematičko društvo, 1990). U Tablici 3 su dani primjeri zadataka s matematičkog natjecanja „Matematički klokan“ za 4. i 5. razrede osnovnih škola iz 2019. godine radi prikaza razlika u vrsti zadataka naspram županijskih natjecanja iz matematike.

U Tablici 3 je vidljivo kako su zadatci „Matematičkog klokana“ logički te za ovakve zadatke nije potrebno učenikovo veliko predznanje već domišljato, logičko zaključivanje.

Tablica 3. Primjeri zadataka s natjecanja "Matematički klokan" 2019. godine (Hrvatsko matematičko društvo, 1990)

Zadaci prema bodovima	Primjeri
<p>ZADATAK ZA 3</p> <p>BODA</p>	<p>Svaki kružić na slici vrijedi 1, a svaki štapić 5. Na primjer,  vrijedi 8. Koja slika vrijedi 12?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> A)</div> <div style="text-align: center;"> B)</div> <div style="text-align: center;"> C)</div> <div style="text-align: center;"> D)</div> <div style="text-align: center;"> E)</div> </div>
<p>ZADATAK ZA 4</p> <p>BODA</p>	<p>Šest papirnatih traka – tri tamnosive i tri svijetlosive – složene su u uzorak kao na slici desno. Kako izgleda uzorak ako se okrene udesno na drugu stranu?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> A)</div> <div style="text-align: center;"> B)</div> <div style="text-align: center;"> C)</div> <div style="text-align: center;"> D)</div> <div style="text-align: center;"> E)</div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">  </div>
<p>ZADATAK ZA 5</p> <p>BODOVA</p>	<p>Hodnik ima dimenzije kao na slici. Mačka je hodala isprekidanom crtom točno po sredini hodnika. Koliko je metara prehodala?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A) 63 B) 68 C) 69</p> <p>D) 71 E) 83</p> </div> <div style="text-align: right;">  </div> </div>

Matematička natjecanja mogu biti veoma privlačna učenicima. Jedan od razloga je situacija suparništva, odnosno konkurencije (Elezović, 2005). Matematičko natjecanje učenicima je važno jer na taj način provjeravaju svoje matematičke sposobnosti (Kurnik, 2009). Ako je ideja samog natjecanja pravilno usmjerena i kontrolirana, ona mogu imati veoma pozitivan učinak. S druge strane, ne pristupa li se natjecanju na ispravan način, neuspjeh u natjecanju može imati i negativan učinak. Učenik može izgubiti interes za dodatni rad ili cjelokupnu matematiku. Ovdje važnu ulogu ima učitelj koji mora pravilno usmjeravati svoje učenike (Elezović, 2005). Kreativni učitelj raspolaže raznim mogućnostima kojima potiče razvoj stvaralačkog mišljenja i matematičke sposobnosti kod učenika (Kurnik, 2009).

3.3. Uloga učitelja pri organizaciji dodatne nastave matematike

Učitelj je osoba koja treba poticati i podržavati učenikov interes. U većini slučajeva, učenici nisu svjesni svojih sposobnosti. Pošto one vrlo rano dolaze na vidjelo, učitelj je taj koji ih mora prepoznati, uputiti učenika na natjecanje, te pratiti i utjecati na daljnji razvoj tih sposobnosti (Kurnik, 2008a). Kurnik (2008a) ističe neke načine na koje učitelj može poticati svoje učenike koji ujedno mogu biti i važna priprema učenika za daljnja natjecanja. To su:

„prikaz rješenja pojedinih natjecateljskih zadataka u redovnoj nastavi, natjecateljski zadaci kao dodatni zadaci za naprednije učenike, izrada panoa s rezultatima natjecanja (zadaci, rješenja, uspjeh škole), osvrt na natjecanje u matematičkoj radionici, proučavanje knjižice natjecanja.“ (Kurnik, 2008a, str. 149)

Učitelj je osoba koja u nastavnom procesu mora stvoriti okruženje koje odgovara njegovim učenicima radi razvijanja njihovih kompetencija i osiguravanja napretka. Također, učitelj treba poticati učenike da daju svoj doprinos, te taj doprinos uvažiti i pohvaliti (MZO, 2019b). Ipak, na učitelju je i najveća odgovornost što se tiče prepoznavanja darovitih učenika. On ih treba znati usmjeriti i pravilno razvijati (Elezović, 2005). U radu s darovitima, učitelj mora imati znanje i kapacitet, kao i stručnu podršku za modifikaciju zadataka koji potiču primjenu znanja u nekom novom kontekstu (Burušić i Šerepac, 2019). Važan dio za realizaciju dječje darovitosti je usmjeravanje aktivnosti. Zato učitelj mora biti vješt moderator (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Naravno, učitelj treba znati pripremiti adekvatne materijale za pripremanje svojih učenika, stoga Kurnik (2000) navodi neke osnovne izvore za dodatne zadatke poput matematičkih časopisa, zbirki zadataka i zbornika zadataka s matematičkih natjecanja.

Broj učenika na dodatnoj nastavi matematike manji je nego u redovnoj nastavi matematike. Ovdje učitelj mora izmijeniti uobičajenu atmosferu redovnog sata matematike koja je prilagođena prosječnoj razini učenika u razredu. Kako bi atmosfera bila opuštenija, učiteljev je zadatak prilagoditi nastavne metode, oblike rada i sadržaj onome što učenike zanima na satu dodatne nastave matematike (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016).

Kada se pred učenika postave sadržaji koji ga zanimaju, važno je da on osjeti samostalnost (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016). Pri tome, učitelj treba poštivati načelo

problemnosti kojim učenika aktivira, motivira i uči (Burušić i Šerepac, 2019). To ne znači da ga se treba ostaviti bez nadzora ili pustiti da sam rješava određeni problem. Treba ga nadgledati i dozirati pomoć koja mu je potreba. Dozirati pomoć znači ako učitelj pomaže previše, učeniku ne preostaje mnogo samostalnog rada. Ako je pomoć koju učitelj pruža premala, postoji mogućnost da učenik ne će napredovati (Mišurac-Zorica i Rožić, 2016).

Tijekom rada s naprednijim i nadarenim učenicima, a i budućim natjecateljima, važna je pripremljenost učitelja, a time i učenika (Kurnik 2008a). Upravo je kvaliteta pripreme uvjet za učenikov uspjeh na matematičkom natjecanju. Kurnik (2009, str. 196) ističe kako „upoznavanje učenika sa zadacima koji su iz određenog područja matematike posljednjih nekoliko godina zadavani na natjecanjima igra važnu ulogu u pripremi“. Dobra priprema čini znanje učenika stabilnim i spremnijim za nove izazove. Iz godine u godinu na natjecanja stižu novi zadaci. Zato je potrebno upoznati učenike s tim zadacima kako bi se mogli bolje pripremiti (Kurnik 2009). U idućem će poglavlju upravo biti govora o županijskim natjecanjima za 4. razred osnovne škole u posljednja tri desetljeća u Hrvatskoj. Analizom zadataka sa županijskih natjecanja htjelo se pomoći učiteljima i učenicima za što bolju pripremu narednih natjecanja.

4. ANALIZA TRI DESETLJEĆA ŽUPANIJSKIH MATEMATIČKIH NATJECANJA U REPUBLICI HRVATSKOJ

Kako bi se dobio uvid u vrstu zadataka koji su zadavani na natjecanjima, provedena je analiza županijskih natjecanja iz matematike za 4. razrede osnovne škole u Republici Hrvatskoj u posljednja tri desetljeća, točnije u posljednjih dvadeset i sedam godina od 1994. do 2020. godine. Dakle, osim pregleda zadataka tijekom tri desetljeća županijskih natjecanja iz matematike, analizom se želio omogućiti dublji uvid u vrstu zadataka radi potencijalnog olakšavanja pripreme učenika za buduća matematička natjecanja. Uz to, uvidom u zadatke možemo utvrditi manje zastupljene vrste zadataka, čijim bi se uključivanjem postigla veća raznolikost matematičkih natjecanja. Analizirano je dvadeset i sedam testova, pri čemu svaki test sadrži po pet zadataka. Prema tome, analizirano je 135 zadataka, od kojih neki imaju potpitanja, što daje ukupnu brojku od 160 analiziranih zadataka.

4.1. Kriteriji analize zadataka sa županijskih natjecanja

Cilj analize bio je upoznati zadatke iz matematike koji su u posljednja tri desetljeća zadavani na županijskim natjecanjima u Republici Hrvatskoj. Analizi zadataka prvotno se pristupilo prema peterodimenzionalnom instrumentu (Glasnović Gracin, 2018) koji se sastoji od sljedećih kategorija: matematička aktivnost, matematički sadržaj, kompleksnost, vrsta odgovora i kontekst. Ovaj peterodimenzionalni instrument temeljen je na kombinaciji dvaju teorijskih izvora: Austrijskih matematičkih standarda (Institut für Didaktik der Mathematik, 2007) i okvira koje Zhu i Fan (2006) koriste u svome istraživanju. Navedeni instrument koristio se za analizu matematičkih zadataka iz udžbenika, radi čega se u analizu krenulo s pretpostavkom da će se navedeni instrument trebati prilagoditi. Uvidom u zadatke s natjecanja pokazalo se da je početna pretpostavka točna, odnosno da je potrebno modificirati sam instrument kako bi odgovarao zadatcima s natjecanja. Kategorije su modificirane obzirom na zahtjeve koje propisuje Nacionalni kurikulum i specifičnosti zadataka s natjecanja. Prema tome, u kategoriji „matematički sadržaj“ modificirana je podjela unutar kategorije obzirom na domene iz Nacionalnog kurikuluma, prema čemu je i sam naziv kategorije preimenovan u „Domena“. Domene iz Nacionalnog kurikuluma „Brojevi“ i „Algebra i funkcije“ spojene su u

jednu kategoriju pod nazivom „Brojevi i jednadžbe“, dok je domena „Oblik i prostor“ preimenovana u „Geometrija“. Radi već spomenute specifičnosti natjecateljskih zadataka, bilo je potrebno nadodati nove sadržajne kategorije, a to su „Logika“ i „Kombinatorika“.

Kategorija „kompleksnosti“ iz originalnog peterodimenzionalnog instrumenta je izbačena jer je osnovna karakteristika natjecateljskih zadataka upravo kompleksnost. Kategorija „vrsta odgovora“ također je izbačena, jer su zadatci s natjecanja zatvorenog tipa radi potrebe za dosljednim bodovanjem rješenja učenika. Kategoriju matematičke aktivnosti nije bilo potrebno dodatno modificirati, kao ni kategoriju o kontekstu zadatka. Nadalje, nadodana je nova kategorija „Prikaz zadataka“. Ova kategorija uzeta je zato što je uvidom u zadatke s natjecanja vidljivo kako su zadatci zadavani različitim prikazima, o čemu zapravo ovisi i sam pristup učenika zadatku. Svaki će učenik drugačije pristupiti zadatku pošto je kod nekih učenika jače razvijeno vizualno predočavanje, dok se neki oslanjaju na jezik, pojmove i odnose među njima (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

4.1.1 Matematička aktivnost

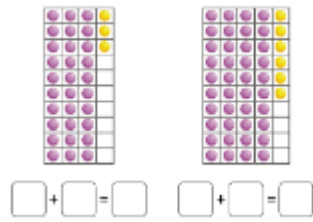
Prema Glasnović Gracin (2018) postoje četiri osnovne vrste matematičke aktivnosti: prikazivanje, računanje i operiranje, interpretiranje, argumentiranje i obrazlaganje.

Prikazivanje (A1) označava „prevođenje“ zadanih matematičkih podataka u drugi matematički oblik. Primjer za aktivnost prikazivanja: *Nacrtaj dva međusobno paralelna pravca.*

Računanje (A2) se odnosi na aktivnost provođenja osnovnih matematičkih operacija, a to su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Primjer za aktivnost računanja: *Izračunaj zbroj brojeva 10 i 15.*

Interpretiranje (A3) znači očitavanje i tumačenje matematičkih prikaza zadanih slikom, tablicom ili formulom (Slika 5) i njihovo interpretiranje u danom kontekstu.

Napiši jednakosti prema tablicama.



Slika 5. Primjer za aktivnost interpretiranja (Jakovljević Rogić, Miklec, Prtajin, 2020a, str. 25)

Argumentiranje (A4) se odnosi na objašnjavanje, opisivanje ili dokazivanje. Primjer za aktivnost argumentiranja: *Što se događa sa zbrojem ako pribrojnici zamijene mjesta?*

4.1.2. Domena

Matematički sadržaj se prema Glasnović Gracin (2018) odnosi na znanje iz matematike koje učenik treba imati kako bi mogao riješiti određen zadatak. Već je spomenuto kako je kategorije matematičkog sadržaja, odnosno domene bilo potrebno dodatno modificirati kako bi se prilagodile analizi zadataka županijskih natjecanja i Nacionalnom kurikulumu (MZO, 2019b) razredne nastave. Prema tome, domene su podijeljene na: brojeve i jednadžbe (D1), geometriju (D2), mjerenje (D3), podatke, statistiku i vjerojatnost (D4), logiku (D5) i kombinatoriku (D6).

Primjer za brojeve i jednadžbe (D1): *Ana je sakupila 127 sličica, dok je Marko sakupio 156 sličica. Marija je sakupila 356 sličica. Koliko je Marija sakupila sličica više od Ane i Marka zajedno?*

Primjer za geometriju (D2): *Nacrtaj kvadrat sa stranicom duljine 3 centimetra.*

Primjer za mjerenje (D3): *U bocu volumena 2 litre natočili smo 1 litru mlijeka. Koliko mlijeka treba doliti kako bi boca bila puna?*

Primjer za podatke, statistiku i vjerojatnost (D4): (Slika 6)

Smib ima ukupno 52 stranice. Sadržaji u časopisu raspoređeni su prema prikazu.



- Stripovi
- Nagradne igre i poster
- Raznoliki zadatci i enigmatski prilog



Na koliko su stranica u Smibu raspoređeni: Račun:

- a) stripovi
- b) nagradne igre i poster
- c) raznoliki zadatci i enigmatski prilog?

Odgovor: a) _____ b) _____ c) _____

Slika 6. Primjer za podatke, statistiku i vjerojatnost (Jakovljević Rogić, Miklec, Prtajin, 2020b, str. 117)

Primjer za logiku (D5): *Ako se 5 jaja kuha 5 minuta koliko se dugo treba kuhati jedno jaje?*

Primjer za kombinatoriku (D6): *Maja u svome ormaru ima plavu, žutu i crvenu majicu te crne, bijele i ljubičaste hlače. Na koliko načina Maja može osmisliti odjevnu kombinaciju kombinirajući jednu majicu s jednim hlačama?*

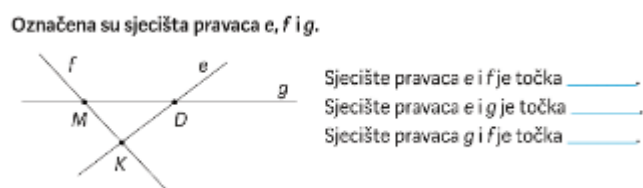
4.1.3. Prikaz zadataka

Osnovne matematičke spoznaje kod djece se razvijaju neposrednim dodirima s predmetima iz njihove okoline ili uočavanjem modela koji manipuliraju veličinama. Ovakvo iskustvo omogućuje da djeca rješavaju računске radnje i matematičke probleme bez većih poteškoća. Svakako, između djece postoje razlike s obzirom na način kojim su došla do nekih matematičkih spoznaja. Kod neke je djece jače razvijeno vizualno predočavanje kojim oni pretaču matematičke probleme u slike, dok je kod neke djece oslonac više na pojmovima i jeziku te odnosima među njima (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Uvidom u zadatke s natjecanja, vidljivo je kako su zadavani različitim prikazima i upravo o tome bi mogao ovisiti pristup učenika zadatku. Premda se ovim istraživanjem ne analiziraju učenička rješenja, kategorija o vrsti zadavanja matematičkog zadatka može ponuditi zanimljivu dimenziju prilikom pregleda zadataka sa županijskih natjecanja stoga je ova kategorija nadodana u analizu. Prikaz zadataka podijeljen je na: simbolički (P1), tekstualni (P2) i slikovni (P3) prikaz.

Primjer simboličnog zadatka (P1): *Izračunaj $21+32+14\cdot 6$.*

Primjer tekstualnog zadatka (P2): *Ana, Sanja i Vanja prijateljice su koje vole sakupljati naljepnice. Ana je sakupila 248 naljepnica. Sanja je sakupila tri puta više naljepnica od Ane, dok je Vanja sakupila duplo manje naljepnica od Sanje. Koliko Sanja i Vanja imaju naljepnica?*

Primjer slikovnog zadatka (P3): (Slika 7)



Slika 7. Primjer slikovnog zadatka (Jakovljević Rogić, Miklec, Prtajin, 2020b, str. 73)

4.1.4. Matematički kontekst

Zadaci se prema matematičkom kontekstu mogu podijeliti na zadatke bez konteksta koji predstavljaju situacije nepovezane sa stvarnim, svakodnevnim životom i zadatke s kontekstom koji sadrže probleme povezane s kontekstom neke situacije iz stvarnog života, čime se misli na svakodnevne situacije, ali i one realne u općenitom smislu. Postoje dva podtipa zadataka s kontekstom. Jedan tip je zadatak s izmišljenim (realističnim) kontekstom kod kojeg su podaci i uvjeti osmišljeni od strane autora. Drugi tip je zadatak s autentičnim kontekstom kod kojeg su podaci i uvjeti istiniti iz stvarnih životnih situacija (Glasnović Gracin, 2018).

U analizi zadataka sa županijskih natjecanja uzet će se tri tipa zadataka prema kontekstu: zadatak bez konteksta, odnosno zadatak s unutar matematičkim kontekstom (K1), zadatak s izmišljenim (realističnim) kontekstom (K2) i zadatak s autentičnim kontekstom (K3).

Primjer zadatka s unutar matematičkim kontekstom (K1): *Umnošku brojeva 12 i 23 dodaj broj 56.*

Primjer zadatka s realističnim kontekstom (K2): *Ana ima 17 bojica, a Marko ima 34 bojice. Koliko Ana i Marko zajedno imaju bojica?*

Primjer zadatka s autentičnim kontekstom (K3): *Prebroji bojice u svojoj pernici. Koliko bojica imaš više ili manje od prijatelja sa kojim sjediš u klupi?*

4.2. Rezultati analize zadataka sa županijskih natjecanja

Nakon provedene analize utvrđene su vrste zadataka koji su se u posljednja tri desetljeća pojavljivali na županijskim natjecanjima u Republici Hrvatskoj. Svaki je zadatak ispitan prema prethodno razvijenom instrumentu i njegovim kategorijama: aktivnost, domena, prikaz zadataka i kontekst. Unutar svake kategorije zadatak je kodiran prema postavljenim kriterijima što je vidljivo u Tablici 4.

Tablica 4. Analiza zadataka sa županijskih natjecanja

Kategorija	Pitanje	Kriteriji sa kodovima
Aktivnost	Koja se matematička aktivnost traži od učenika pri rješavanju određenog zadatka?	Prikazivanje (A1)
		Računanje (A2)
		Interpretiranje (A3)
		Argumentiranje (A4)
Domena	Koju domenu učenik treba poznavati kako bi mogao riješiti određen zadatak?	Brojevi i jednadžbe (D1)
		Geometrija (D2)
		Mjerenje (D3)
		Podatci, statistika i vjerojatnost (D4)
		Logika (D5)
		Kombinatorika (D6)
Prikaz zadataka	Na koji je način prikazan određeni zadatak?	Simbolički (P1)
		Tekstualni (P2)
		Slikovni (P3)
Kontekst	Kakav je kontekst određenog zadatka?	Unutarmatematički kontekst (K1)
		Realističan kontekst (K2)
		Autentičan kontekst (K3)

4.2.1. Rezultati analize zadataka s obzirom na aktivnost

Prvi cilj analize bio je utvrditi koja se matematička aktivnost traži od učenika prilikom rješavanja pojedinog zadatka na županijskom natjecanju prema navedenim

kriterijima: prikazivanje, računanje, interpretiranje i argumentiranje. Rezultati navedene analize prikazani su u Tablici 5.

Tablica 5. Analiza zadataka s obzirom na aktivnost

KRITERIJ		BROJ ZADATAKA
AKTIVNOST	PRIKAZIVANJE	29
	RAČUNANJE	133
	INTERPRETIRANJE	59
	ARGUMENTIRANJE	2

U ovoj se kategoriji tijekom klasifikacije u jednom zadatku od učenika moglo tražiti više aktivnosti potrebnih za rješavanje zadatka. Primjerice, u zadatku se od učenika očekuje i računanje i interpretiranje (Slika 8).

Upišite u kvadratiće odgovarajuće brojeve tako da naznačeno množenje bude točno.

$$\begin{array}{r}
 \square 2 3 \cdot \square \square \\
 \hline
 \square \square \square 1 \\
 + \quad 2 0 \square 2 \\
 \hline
 \square \square \square \square \square
 \end{array}$$

Slika 8. Primjer zadatka sa županijskog natjecanja iz 1995. godine kod kojeg se od učenika očekuje više aktivnosti prilikom rješavanja zadatka (ŽNM, 1995)

U navedenom primjeru učenik osim što mora izračunati umnožak, mora očitati i tumačiti zadani matematički prikaz i interpretirati ga u danom kontekstu, što u konačnici vodi do klasifikacije ovakvog tipa zadataka računanjem i interpretiranjem.

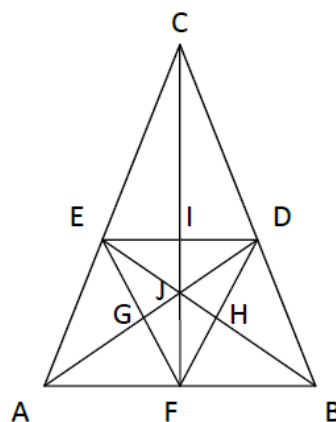
Iz Tablice 5 je vidljivo kako od 160 klasificiranih zadataka njih 133 od učenika iziskuje aktivnost računanja što konačno iznosi 83% od ukupnog broja natjecateljskih zadataka. Primjer zadatka koji od učenika iziskuje računanje:

„Marija ima dvije ure. Prva ura svakih 45 minuta zakasni jednu minutu, a druga svakih 30 minuta požuri jednu minutu. Na koje vrijeme Marija treba namjestiti kazaljke prve i druge ure u 9 sati ujutro kako bi u ponoć istoga dana obje ure pokazale točno vrijeme?“ (ŽNM, 2020)

Zadatak je klasificiran kao zadatak sa aktivnošću računanja jer od učenika traži upotrebu matematičkih operacija te se do rješenja dolazi računanjem, u ovom slučaju vremena.

Nadalje, unutar ukupnog broja zadataka s natjecanja njih 59 od učenika traži aktivnost interpretiranja što čini 37% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka koji od učenika očekuje interpretiranje (Slika 9):

Koliko trokuta ima na slici? Napiši ih!



Slika 9. Primjer zadatka koji od učenika očekuje interpretiranje (ŽNM, 2014)

Navedeni je zadatak klasificiran kao zadatak interpretiranja jer od učenika traži očitavanje matematičkog prikaza zadanog slikom, u ovom slučaju određivanje broja trokuta na zadanoj slici.

Nadalje, aktivnost prikazivanja pojavljuje se u 29 zadataka, što čini 18% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka koji je klasificiran kao zadatak prikazivanja:

„Opseg jednakokračnog trokuta ABC je 19 cm. Jednakokračan trokut DEF ima dva puta dulje stranice nego trokut ABC. Duljina osnovice trokuta DEF je 14 cm. b) Nacrtaj trokut ABC.“ (ŽNM, 1995).

Navedeni je zadatak klasificiran kao zadatak prikazivanja jer od učenika iziskuje da zadani matematički zadatak „prevede“ u drugi matematički oblik, crtež. Dakle, zadatakom su zadani podatci o opsegu i duljinama stranica na temelju kojih učenik mora nacrtati taj trokut.

Analizom zadataka županijskih natjecanja utvrđeno je da samo dva zadatka iziskuju od učenika aktivnost argumentiranja, što u konačnici iznosi tek 1% ukupnog broja klasificiranih zadataka. Prikazat ćemo oba navedena zadatka. Prvi zadatak koji od učenika očekuje aktivnost argumentiranja prikazan je Slikom 10:

Umjesto zvjezdica upiši odgovarajuće znamenke i obrazloži.

$$\begin{array}{r}
 * * 8 5 . * * \\
 \hline
 5 5 * 0 \\
 + \quad 4 * * 5 \\
 \hline
 * * * * *
 \end{array}$$

Slika 10. Primjer zadatka koji od učenika očekuje aktivnost argumentiranja (ŽNM, 2013)

Zadatak je klasificiran kao zadatak koji očekuje aktivnost računanja, interpretiranja i argumentiranja jer, osim izračuna i tumačenja zadanog matematičkog prikaza i njegova interpretiranja u danom kontekstu, od učenika traži da objasni i obrazloži postupak kojim je došao do rješenja.

Drugi zadatak koji je klasificiran kao zadatak koji od učenika očekuje aktivnost argumentiranja je: „30 SMS poruka u mobilnoj mreži *Mobi x* košta 18 kn, dok 40 SMS poruka u mobilnoj mreži *Mobi y* košta 28 kn. U kojoj mobilnoj mreži su cijene SMS poruka povoljnije? Odgovor obrazloži.“ (ŽNM, 2015). Zadatak je sličan prethodnom jer također od učenika traži da objasni i obrazloži postupak kojim je došao do rješenja.

4.2.2. Rezultati analize zadataka s obzirom na domenu

Idući cilj bio je dati uvid u sadržajnu domenu koju učenik treba poznavati kako bi mogao riješiti određen zadatak na županijskom natjecanju prema sljedećim kriterijima: brojevi i jednadžbe, geometrija, mjerenje, podatci, statistika i vjerojatnost, logika i kombinatorika. Rezultati analize prikazani su u Tablici 6.

Tablica 6. Analiza zadataka s obzirom na domenu

KRITERIJ		BROJ ZADATAKA
DOMENA	BROJEVI I JEDNADŽBE	83
	GEOMETRIJA	13
	MJERENJE	48
	PODATCI, STATISTIKA I VJEROJATNOST	4
	LOGIKA	2
	KOMBINATORIKA	10

Analizom zadataka s natjecanja utvrđeno je kako učenici najviše trebaju poznavati domenu brojeva i jednadžbi. Od ukupnog broja zadataka, njih 83 klasificirano je pod upravo ovu domenu što čini 52% ukupnog broja zadataka. Primjerice, zadatak:

„Zbroj triju brojeva je 5838. Zbroj prvog i trećeg od ta tri broja je 3099, a zbroj drugog i trećeg od ta tri broja je 3984. Odredi ta tri broja.“ (ŽNM, 1994).

Navedeni zadatak pripada domeni brojeva i jednadžbi jer od učenika na temelju zadanih podataka iziskuje postavljanje jednadžbe i njeno računanje. Još jedan primjer zadatka koji pripada domeni brojeva i jednadžbi je sljedeći:

„Ako 8 kokoši za 7 dana snese 32 jaja, koliko će jaja snijeti 9 kokoši za 7 dana?“ (ŽNM, 2006).

Nadalje, druga najzastupljenija domena koju učenici trebaju poznavati je mjerenje, kojem pripada 48 zadataka, odnosno 30% od ukupnog broja natjecateljskih zadataka. Primjerice, zadatak:

„Za 30 kg jabuka, 20 kg limuna i 10 kg naranči plaćeno je 340 kn. Za 30 kg jabuka, 20 kg limuna i 20 kg naranči plaćeno je 420 kn, a za 10 kg jabuka, 20 kg limuna i 20 kg naranči plaćeno je 300 kn. Kolika je cijena 1 kg jabuka, 1 kg limuna, a kolika 1 kg naranči?“ (ŽNM, 1998).

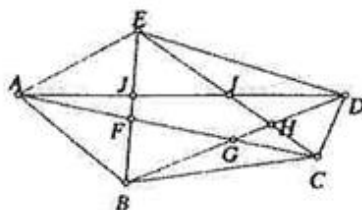
Navedeni zadatak pripada domeni mjerenja jer od učenika iziskuje poznavanje hrvatskog novca i računanje s novcem. Učenik se treba znati služiti jedinicama za novac i znakovima njegovih jediničnih vrijednosti. Također od učenika se traži računanje s jedinicama za masu tijela, u ovom slučaju kilogramima. Još jedan primjer zadatka koji pripada domeni mjerenja je:

„Katarina je za svoje pse ogradila igralište pravokutnog oblika ogradom duljine 188 m. Nakon što je udomila još nekoliko pasa odlučila ga je povećati. Svaku je stranicu igrališta povećala za polovinu njene duljine i dobila novo igralište, također pravokutnog oblika. Ako može iskoristiti staru ogradu, koliko još metara ograde mora kupiti da bi i novo igralište bilo potpuno ograđeno? Je li veća površina starog igrališta ili površina kojom je povećano staro igralište?“ (ŽNM, 2019).

Ovaj zadatak pripada domeni mjerenja jer od učenika iziskuje poznavanje jedinične dužine za mjerenje duljine, u ovom slučaju metra, te računanje s jedinicama za mjerenje duljine.

Domenom geometrije zastupljeno je tek 8% ukupnog broja zadataka, odnosno 13 zadataka od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka koji pripada domeni geometrije (Slika 11):

5. Na crtežu vidiš deset točaka $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ i J . Napiši sve trokute kojima su nacrtane sve tri stranice.



Slika 11. Primjer zadatka koji pripada domeni geometrije (ŽNM, 1998)

Ovaj zadatak pripada domeni geometrije jer učenik mora poznavati pojam točke, trokuta i stranica, odnosno mora povezivati geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskog objekta.

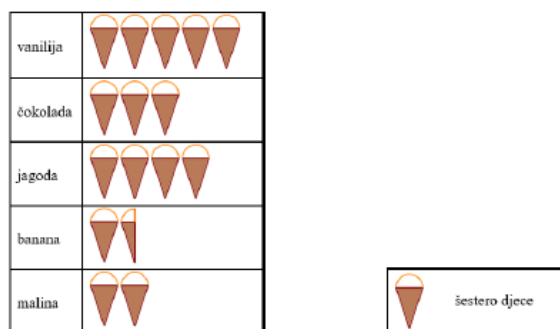
Nadalje, od ukupnog broja zadataka 6% zadataka odgovara domeni kombinatorike, odnosno 10 zadataka od ukupnog broja zadataka s natjecanja. Primjer kombinatornog zadatka:

„Petar je zaboravio PIN svog mobitela. Sjeća se da je to četveroznamenasti broj koji u zapisu ima samo znamenke 3 i 4. Koji četveroznamenasti brojevi mogu biti PIN Petrovog mobitela? Koliko ima takvih brojeva?“ (ŽNM, 2017).

Ovaj zadatak primjer je zadatka iz domene kombinatorike jer od učenika iziskuje raspoređivanje, prebrojavanje i svrstavanje, u ovom slučaju PIN-a kojem su zadane samo dvije moguće znamenke.

Domena podatci, statistika i vjerojatnost zastupljena je sa 3% od ukupnog broja zadataka s natjecanja, odnosno 4 zadatka od ukupnog broja zadataka. Ta četiri zadatka zapravo su podskupina jednog zadatka što je vidljivo Slikom 12.

1. Skupina djece sudjelovala je u anketi o najdražem okusu sladoleda. Prikupljeni podatci dani su slikovnim prikazom.



- a) Koliko djece najviše voli sladoled od vanilije?
- b) Koliko djece najviše voli sladoled od banane?
- c) Za koliko je broj djece koji najviše vole sladoled od čokolade veći od broja djece koji najviše vole sladoled od malina?
- d) Koliko je djece sudjelovalo u anketi?

Slika 12. Primjer zadatka koji pripada domeni podataka, statistike i vjerojatnosti (ŽNM, 2020)

U navedenom zadatku tablicom su prikazani podatci koje učenik mora interpretirati kako bi odgovorio na postavljena pitanja. Dakle, ovaj zadatak od učenika iziskuje

pravilno služenje retkom i stupcem, crtežom i zadanim podacima, radi čega pripada domeni podatci, statistika i vjerojatnost.

Među domenama najmanje je zastupljena domena logike, kojoj su pripala samo 2 zadatka, odnosno 1% od ukupnog broja zadataka. Primjer logičkog zadatka:

„Ante, Bruno, Darko, Jakov, Lovre, Mate i Viktor učenici su 4. razreda. Njihove visine u centimetrima su među sljedećim brojevima: 128, 132, 135, 137, 138, 141, 142. Odredi njihove visine ako vrijedi: Ante je viši od Lovre, a niži od Brune. Viktor je viši od Brune. Zbroj visina Jakova i Mate iznosi 272. Jakov je niži od Mate. Darkova je visina neparan broj veći od 137. Viktor nije niži od 136 cm.“ (ŽNM, 2019).

Navedeni zadatak pripada domeni logike jer od učenika prvenstveno iziskuje logičko zaključivanje. Za ovakav zadatak nije presudno razumijevanje svojstava nekog geometrijskog objekta ili računanje matematičkog izraza, već pravilno zaključivanje.

4.2.3. Analiza zadataka s obzirom na prikaz zadataka

Slijedeći cilj bio je utvrditi na koji je način prikazan pojedini zadatak. Zadatci su mogli biti zadani simbolički, tekstualno, slikovno ili kombinacijom dvaju prikaza. Rezultati analize prikazani su u Tablici 7.

Tablica 7. Analiza zadataka s obzirom na prikaz

KRITERIJ		BROJ ZADATAKA
PRIKAZ ZADATAKA	SIMBOLIČKI	36
	TEKSTUALNI	119
	SLIKOVNI	22

Iz Tablice 7 je vidljivo kako je najviše zadataka od ukupnog broja zadataka s natjecanja dano tekstualnim prikazom. Dakle, tekstualni zadatci čine udio od 74% ukupnog broja zadataka. Primjer tekstualnog zadatka:

„Brat i sestra imaju zajedno 56 godina. Prije dvadeset godina brat je imao triput više godina nego sestra. Koliko godina sada ima brat, a koliko sestra?“ (ŽNM, 2008).

Navedeni zadatak je tekstualan zadatak jer su podatci zadani riječima pri čemu se učenik služi tekстом te izvlači zadane podatke i koristi određenu računsku operaciju kako bi došao do rješenja.

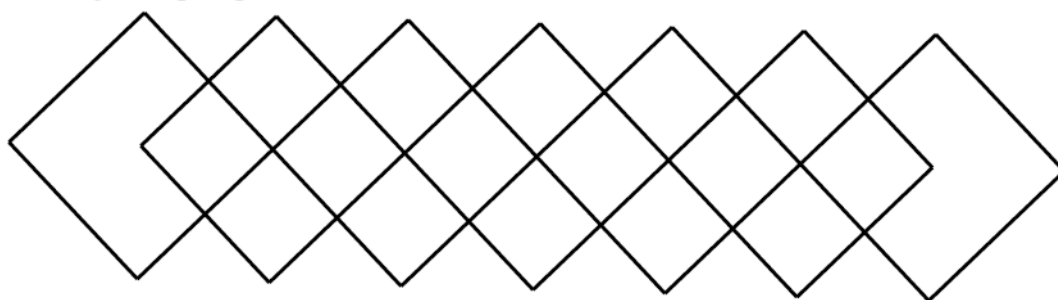
Od ukupnog broja zadataka, njih 36 čine zadatci zadani simboličkim prikazom, što čini 23% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka zadanog simboličkim prikazom:

„Izračunaj: $501 \cdot 38 + 86 \cdot (714 - 676) - (15 + 23) \cdot 87$.“ (ŽNM, 2010).

Navedeni zadatak simbolički je zadatak jer je zadan matematičkim simbolima i brojevima pomoću kojih učenik mora doći do rješenja.

Najmanje je zadataka prikazanih slikovno. Slikovnih zadataka ima samo 36 od ukupnog broja zadataka, što čini tek 14% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka danog slikovnim prikazom (Slika 13):

Koliko je ukupno pravokutnika na slici?

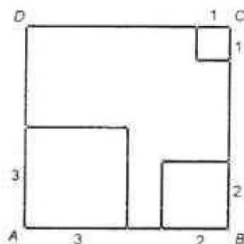


Slika 13. Primjer zadatka danog slikovnim prikazom (ŽNM, 2012)

Navedeni je zadatak klasificiran kao slikovni jer od učenika iziskuje rješenje koje je sakriveno u slici, odnosno učenik se služi slikom kako bi mogao pronaći rješenje.

Spomenuto je već kako jedan zadatak može biti zadan kombinacijom dvaju prikaza. Primjer zadatka prikazan je na Slici 14:

U zadani kvadrat $ABCD$ duljine stranice 6 cm upisana su tri kvadrata duljina stranica 1 cm, 2 cm i 3 cm, kao na slici:



Kolika treba biti duljina stranice četvrtog kvadrata upisanog u kvadrat $ABCD$ tako da zbroj površina svih četiriju kvadrata bude jednak polovini površine kvadrata $ABCD$?
Nacrtaj četvrti kvadrat uz vrh D .

Slika 14. Primjer zadatka sa tekstualnim i slikovnim prikazom (ŽNM, 2006)

U navedenom je primjeru tekst zadatka popraćen slikom koja je nužna za shvaćanje zadatka. Ovakvi zadatci klasificirani su, s obzirom na prikaz, kao tekstualni i slikovni.

4.2.4. Analiza zadataka s obzirom na kontekst

Posljednji cilj ove analize bio je utvrditi kakvog su konteksta određeni zadatci koji se pojavljuju na županijskim natjecanjima prema navedenim kriterijima: unutarmatematički, realistični i autentični. Rezultati analize prikazani su u Tablici 8.

Tablica 8. Analiza zadataka s obzirom na kontekst

KRITERIJ		BROJ ZADATAKA
KONTEKST	UNUTARMATEMATIČKI	93
	REALISTIČNI	67
	AUTENTIČNI	0

Analizom zadataka s obzirom na kontekst utvrđeno je da se na županijskim natjecanjima najviše pojavljuju zadatci s unutarmatematičkim kontekstom koji čine

93 zadatka od ukupnog broja zadataka, odnosno 58% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka s unutar matematičkim kontekstom:

„Koliko ima troznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jednak 7? Ispiši ih sve.“ (ŽNM, 2015).

Navedeni zadatak je zadatak bez konteksta, odnosno unutar matematički zadatak jer se zadani problem odnosi na problem unutar matematike. Još jedan primjer unutar matematičkog zadatka je:

„Kvadrat je s 4 usporedne dužine podijeljen na 5 pravokutnika. Ako je zbroj opsega svih tih pravokutnika jednak 72 cm, koliki je opseg kvadrata?“ (ŽNM, 2000).

Navedeni je zadatak klasificiran kao unutar matematički jer, kao i prethodni primjer, također ima zadani problem koji se odnosi na problem unutar matematike.

Nadalje, od ukupnog broja zadataka njih 67 klasificirano je kao zadatci s realističnim kontekstom što čini 42% od ukupnog broja zadataka. Primjer zadatka s realističnim kontekstom:

„Bazen je pun vode i prazni se kroz cijev kroz koju za 12 minuta istekne 1358 litara vode. Koliko je vode u bazenu ako je pražnjenje počelo u 8 sati i 50 minuta, a završilo u 12 sati 38 minuta?“ (ŽNM, 2016).

Dakle, zadatak je realističan jer govori o stvarno mogućoj situaciji sa bazenom i njegovim pražnjenjem te je situacija povezana sa onom u stvarnom životu. Slijedi još jedan primjer zadatka s realističnim kontekstom:

„Sestre Ema i Ana otputovale su u zemlju Grilandiju. Valuta Grilandije je grin. Po dolasku, Ema je 4 500 kuna razmijenila u banci A gdje je za svakih 5 kuna dobila 20 grina. Ana je 4 300 kuna razmijenila u banci B gdje je za svakih 100 kuna dobila 420 grina. Od razlike u dobivenim iznosima sestra koja je dobila više grina platila im je dva sladoleda od čokolade. Tko je platio sladolede? Kolika je cijena jednog sladoleda?“ (ŽNM, 2019).

Navedeni zadatak pripada zadatku s realističnim kontekstom iako navedeno mjesto ne postoji te je izmišljeno kao i valuta, ali je sama situacija realistična jer govori o putovanju, razmjeni novca i kupovanju sladoleda.

Analizom zadataka županijskih natjecanja utvrđeno je da ne postoji niti jedan zadatak s autentičnim kontekstom.

4.3. Diskusija i zaključak

Provedenom analizom prema zadanim kriterijima, dobivena je slika zadataka koji se pojavljuju na županijskim natjecanjima za 4. razred osnovne škole u Republici Hrvatskoj. Dobiveni rezultati analize pokazali su kako se prema aktivnosti najčešće pojavljuju zadatci koji od učenika traže računanje. Neki zadatci zahtijevaju više aktivnosti unutar jednog zadatka, pa je pred učenike prilikom pripreme za natjecanje važno postaviti ne samo zadatke koji iziskuju računanje, već raznovrsne zadatke koji traže kombinaciju računanja i interpretiranja, računanja i prikazivanja ili računanja, interpretiranja i prikazivanja. U nastavku je Tablicom 9 dan prikaz zadataka s obzirom na aktivnost koja se od učenika tražila tijekom godina provođenja županijskih natjecanja iz matematike. Ovaj prikaz omogućuje uvid u eventualno grupiranje zadataka obzirom na aktivnost u nekom vremenskom periodu.

Iz Tablice 9 je vidljivo kako je aktivnost računanja vodeća aktivnost tijekom sva tri desetljeća održavanja županijskih natjecanja za 4. razred osnovne škole u Republici Hrvatskoj. Važno je spomenuti promjenu koja se vidi u posljednjem desetljeću. Naime, sve je više zastupljena aktivnost interpretiranja te se upravo u ovom desetljeću pojavljuje aktivnost argumentiranja. Moglo bi se protumačiti kako, osim aktivnosti računanja, sve više dolaze aktivnosti koje od učenika iziskuju tumačenje, očitavanje i argumentiranje. To znači da učenik mora znati očitati sliku, tablicu ili crtež, znati ih pravilno protumačiti. Isto tako kroz aktivnost argumentiranja dobiva se uvid u učenikovo razumijevanje zadatka.

Tablica 9. Zastupljenost zadataka s obzirom na aktivnost tijekom godina održavanja županijskih natjecanja iz matematike, pri čemu jedna točka predstavlja jedan zadatak

GODINE	ZADATCI S OBZIROM NA AKTIVNOST			
	Prikazivanje	Računanje	Interpretiranje	Argumentiranje
1994.	•	••••••••	•••	
1995.	••	••••	•	
1996.	•	••••••		
1997.	••	•••••	•	
1998.	•	•••••	•••	
1999.	•	•••••	••	
2000.	•	••••	•	
2001.		••••••••		
2002.	••	••••	••	
2003.	•	••••	••	
2004.	•	••••	••	
2005.	••	••••	•	
2006.	••	••••••••	•••••	
2007.	••	•••	••	
2008.	•	•••••	••••	
2009.	•	••••	•	
2010.	••	•••••		
2011.	•	••••	••	
2012.		••••••••	••••••	
2013.	•	••••	••	•
2014.	•	••••	••	
2015.		•••••	•	•
2016.	•	••••	•••	
2017.	•	••••		

2018.	•	•••••	•••	
2019.		•••••	•••••	
2020.		•••••	••••••	

Analizom zadataka sa županijskih natjecanja za 4. razrede osnovne škole u Republici Hrvatskoj ispitalo se kojoj domeni pripadaju zadatci te koji sadržaj učenik treba poznavati kako bi znao riješiti određen zadatak. Rezultati analize pokazali su kako je najveća zastupljenost zadataka s natjecanja u domeni brojevi i jednadžbe, kojom je zastupljeno više od pola analiziranih zadataka. Dakle, prilikom pripremanja učenika za natjecanje potrebno je prvenstveno postaviti zadatke koji od učenika traže rješavanje vrijednosti nepoznatog člana u jednakosti. Učenik mora znati primjenjivati usvojene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima prilikom rješavanja različitih tipova zadataka. Treba prepoznati koju računsku operaciju treba odabrati u određenom zadatku. Također, učenik se treba znati služiti slovom kao oznakom za nepoznati broj u jednakostima i nejednakostima (MZO, 2019b). Druga najzastupljenija je domena mjerenja. Učenik treba znati baratati hrvatskim novčanicama i kovanicama te njihovim vrijednostima, prepoznati jedinične dužine za mjerenje duljine i njihov međusobni odnos, znati standardne mjerne jedinice za vrijeme i njihov odnos, imenovati jedinice za mjerenje mase i računati s njima, znati imenovati jedinice za mjerenje volumena tekućine te računati s njima, te znati računati opseg i površinu zadanih likova (MZO, 2019b). Manje je zastupljena domena geometrije, kod koje učenik treba poznavati geometrijske likove, povezivati sve geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskih objekata, znati što su točka, dužina, pravac, kut (MZO, 2019b). Analiza je pokazala kako se u najmanjoj mjeri pojavljuju zadatci iz kombinatorike, logike te podataka, statistike i vjerojatnosti što svakako ne znači da pred učenika ne treba postaviti i ovakvu vrstu zadataka prilikom priprema za natjecanje jer postoji mogućnost od pojavljivanja takvih zadataka na natjecanju. Posebno domena podataka, statistike i vjerojatnosti mogla bi se pojavljivati na daljnjim natjecanjima radi stupanja na snagu Nacionalnog kurikulumuma koji je uveo upravo tu, potpuno novu domenu. Nacionalni kurikulum stupio je na snagu sa školskom godinom 2019./2020. te se odmah na županijskom natjecanju 2020. godine pojavljuje zadatak koji pripada domeni podataka, statistike i vjerojatnosti. Da se naslutiti kako ovo nije slučajan zadatak iz ove domene koji se

pojavio na natjecanju ili koji će se tek pojaviti na županijskim natjecanjima, već se može očekivati u idućim natjecanjima veća zastupljenost ove domene. U posljednje se dvije godine na natjecanjima pojavljuju zadatci iz domene logike što ukazuje na neke promjene, odnosno na novi trend. Stoga je u nastavku izrađena Tablica 10 koja prikazuje odnos zastupanja pojedinih domena tijekom tri desetljeća županijskih natjecanja iz matematike za četvrti razred osnovne škole.

Iz Tablice 10 je vidljivo kako su zadatci grupirani tijekom godina. Naime, u posljednje dvije godine vidljiva je veća zastupljenost zadataka iz područja domena logike te podataka, statistike i vjerojatnosti. Iz toga proizlazi manja zastupljenost zadatacima iz domene brojevi i jednadžbe koja je početkom održavanja županijskih natjecanja za četvrte razrede u Republici Hrvatskoj bila vodeća. Domene geometrije i mjerenja su raspoređene tijekom sva tri desetljeća bez većih vidnih grupiranja. Domena kombinatorike pojavljuje se intervalno, nekada par godina za redom, dok ponekad postoji pauza od više godina. Prema Tablici 10 može se reći kako iz domene kombinatorike dolazi maksimalno jedan zadatak po svakom natjecanju u odnosu na ostale domene koje su često jače zastupljene.

Tablica 10. Zastupljenost domena tijekom godina održavanja županijskih natjecanja iz matematike, pri čemu jedna točka predstavlja jedan zadatak

GODINE	DOMENE					
	Brojevi i jednadžbe	Geometrija	Mjerenje	Podatci, statistika i vjerojatnost	Logika	Kombinatorika
1994.	••••••	•	•			
1995.	•••	•	•			•
1996.	•••	•	••			
1997.	••	•	•••			•
1998.	•••	•	••			
1999.	•••••		••			
2000.	•••		••			
2001.	•••••••		••			
2002.	•		•••			•
2003.	•••	•	•			
2004.	•		•••			•
2005.	•••		•			•
2006.	••••••••	•				•
2007.	•••	•	•			
2008.	•••••		••			
2009.	•••	•	•			
2010.	•••		••			
2011.	••	•	••			
2012.	•••••••	•	••			
2013.	•••••					•
2014.	•••	•	•			
2015.	••		•••			
2016.	••	•	••			

2017.	•		•••			•
2018.	•••		••			•
2019.	••		••		•	•
2020.	•		••	••••	•	

Nadalje, analizom zadataka županijskih natjecanja za četvrte razrede u Republici Hrvatskoj htio se dobiti uvid u način kojim je prikazan pojedini zadatak. Rezultati analize zadataka pokazuju kako je čak 74% ukupnog broja zadataka prikazano tekstualno što daje zaključak kako bi učenici za pripremanje na natjecanje trebali rješavati upravo ovakvu vrstu zadataka. Učenik mora biti spreman na tekstualne zadatke i znati interpretirati zadani tekst u svrhu određivanja prikladnog načina rješavanja pojedinog zadatka koji će ga dovesti do rješenja. Važno je da učenik nauči verbalno razumjeti tekst, razumjeti situaciju u zadatku, a ne se samo oslanjati na matematičku operaciju zadanu brojevima. Učenik treba znati uočiti elemente iz teksta ključne za rješavanje zadatka i razviti primjerene strategije rješavanja (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Analizom se utvrdilo kako su pojedini zadatci zadani kombinacijom prikaza. Stoga je neizostavno pred učenika prije natjecanja postaviti, osim tekstualnih, i zadatke koji se rješavaju kombinacijom dvaju prikaza, primjerice tekstualno i slikovno kako bi učenik znao očitati potrebne informacije upravo sa slike. Ovakvim načinom zadavanja zadatka, učenik mora spojiti informacije zadane u dva oblika (slikom i riječima) kako bi dobio cjelovitu predodžbu zadanog problema. Naravno, učenik treba biti upoznat s rješavanjem zadataka simboličkim prikazom, pošto se na natjecanjima znaju pojaviti zadatci koji očekuju od učenika prepoznavanje računске operacije i znanje korištenja njihovih svojstava.

Analizom zadataka sa županijskih natjecanja za četvrte razrede osnovne škole u Republici Hrvatskoj dao se uvid u zadatke s obzirom na njihov kontekst. Dobiveni rezultati analize pokazali su otprilike podjednaku zastupljenost zadataka s unutarmatematičkim kontekstom i zadataka s realističnim kontekstom, pri čemu su s 58% od ukupnog broja zadataka zastupljeniji zadatci s unutarmatematičkim kontekstom. Dakle, prilikom pripremanja učenika za natjecanje, svakako treba uvrstiti oba tipa zadataka za vježbanje. Otprilike podjednaka zastupljenost zadataka dobivena iz rezultata analize pokazuje kako učenik treba poznavati zadatke kod kojih

se problem odnosi na onaj unutar matematike, ali i one zadatke koji su postavljeni unutar konteksta, točnije koji su povezani sa stvarnim životnim situacijama. Važno je istaknuti kako se kod realističnih zadataka u nekoliko primjera našlo preračunavanje kuna u neku izmišljenu valutu (primjer grina). Može se zaključiti kako sastavljači pitanja pred učenika stave poznatu valutu (kunu), ali kod postavljanja druge valute u istom zadatku, radi eventualnog preračunavanja ili uspoređivanja, stavlja se nepoznata valuta kako im poznata valuta (primjerice euro ili funta) ne bi skretale pažnju ili ih zbunjivale, već je pažnja usmjerena samo na preračunavanje i bit zadatka. Kako bi se prikazale promjene tijekom godina održavanja županijskih natjecanja, u nastavku je dana Tablica 11 koja pokazuje udio zadataka s obzirom na kontekst kroz tri desetljeća.

Tablicom 11 može se uočiti promjena s obzirom na zastupljenost realističnih zadataka. Naime, vidljivo je kako se u posljednjih nekoliko godina povećao broj zadataka s realističnim kontekstom, pogotovo posljednje dvije godine. Takav rast broja realističnih zadataka može najaviti novi trend, a to je zadavanje matematičkih zadataka kroz svakidašnje probleme sa svakodnevnim situacijama poznatima učeniku.

Zadaci sa autentičnim kontekstom nisu se uopće pojavljivali tijekom analize zadataka sa natjecanja. Vjerojatno je razlog tome dosljednost bodovanja rješenja učenika. Svakako, na natjecanja se mogu uključiti autentični zadaci koji koriste autentične podatke. Primjerice zadaci povezani sa aktualnim stanjem u svijetu, kao trenutna situacija sa virusom Covid-19 koja je poharala svijetom. Razni su načini uključivanja autentičnih podataka u zadatak. Može to biti postavljen zadatak kroz poznavanje domene brojevi i jednadžbe. Zadatak može biti postavljen kroz domenu podataka, statistike i vjerojatnosti. Pomoću dijagrama prikažu se podatci primjerice oboljelih, a učenikov je zadatak očitati sa dijagrama datum kada je bilo najviše oboljelih ili broj oboljelih u zadanom danu.

Tablica 11. Zastupljenost zadataka s obzirom na kontekst tijekom godina održavanja županijskih zadataka iz matematike, pri čemu jedna točka predstavlja jedan zadatak

GODINE	ZADATCI S OBZIROM NA KONTEKST		
	Unutarmatematički	Realistični	Autentični
1994.	●●●●●	●●	
1995.	●●●	●●●	
1996.	●●●●	●●	
1997.	●●●●●	●●	
1998.	●●●	●●●	
1999.	●●●●	●●	
2000.	●●●●	●	
2001.	●●●●●●	●●	
2002.	●●●	●●	
2003.	●●●	●●	
2004.	●●	●●●	
2005.	●●●●	●	
2006.	●●●●●●●	●●	
2007.	●●●	●●	
2008.	●●●●	●●	
2009.	●●●	●●	
2010.	●●●	●●	
2011.	●●	●●●	
2012.	●●●●●●●●	●	
2013.	●●	●●●	
2014.	●●●	●●	
2015.	●●	●●●	
2016.	●●●●	●	
2017.	●	●●●●	
2018.	●●●●	●●	

2019.		●●●●●●	
2020.	●	●●●●●●	

Zaključno, kroz provedenu analizu utvrđeno je kako postoje vrste zadataka koje bi se mogle više uključiti u natjecanja radi raznovrsnosti, primjerice zadatci argumentiranja, zadatci iz domena logike, kombinatorike i podataka, statistike i vjerojatnosti. Novi trend očit je u posljednje dvije godine županijskih natjecanja iz matematike za 4. razred osnovne škole. Taj novi trend donijela je pojava Nacionalnog kurikulum. Uvođenjem zadataka s aktivnošću argumentiranja dobila bi se slika učenikova razumijevanja samog zadatka. Uvođenjem domena logike i podataka, statistike i vjerojatnosti učenik razvija logičko mišljenje, koncentraciju i snalažljivost, razvrstava i analizira podatke zadane tablicom, dijagramom što je svakako dobra priprema za učenikovo daljnje školovanje. Nezaobilazni su zadatci s obzirom na kontekst, pogotovo realistični zadatci kojih je također sve više posljednjih godina. Tek će naredna natjecanja pokazati radi li se o privremenom trendu koji se ne će nastaviti ili će sastavljači pitanja za županijska natjecanja i dalje osmišljavati većinom realistične zadatke da čim više približe matematičku situaciju natjecatelju.

5. ZAKLJUČAK

Osim bitne uloge roditeljskog doma, važnu ulogu ima škola, odnosno učitelj prilikom rada sa darovitim učenikom ili učenikom zainteresiranim za dodatnu nastavu matematike. Glavni cilj obrazovanja je poticanje učenikove sposobnosti, njegovih interesa, kreativnosti i motivacije. Učenika treba postaviti u aktivnu ulogu istraživača te poticati njegove vještine. Ako je učenik aktivan u rješavanju određenog problema imat će i refleksiju na vlastiti rad i samim time potporu u svom okruženju za učenje. Pristup kojim je učenje usmjereno na učenika u suprotnosti je sa tradicionalnim oblicima rada gdje je poučavanje više usmjereno na nastavnika i sadržaj (Burušić i Šerepac, 2019). Zato je nužno svaku kreativnu osobinu kod natjecatelja podržavati i njegovati, a kod ostalih je učenika postupno razvijati (Kurnik, 2008a).

U današnjem društvu raste potreba za stručnim osobama koje imaju razvijeno jasno logičko mišljenje, dobro matematičko znanje i umijeće primjene tog znanja u nekoj konkretnoj situaciji (Kurnik, 2008a). Razvijanjem tih osobina od najranije učenikove dobi postoji mogućnost za stvaranjem mladog čovjeka koji će jednog dana postići neko dostignuće u znanosti ili gospodarstvu, te pridonijeti boljitku društva (Burušić i Šerepac, 2019).

Stoga je važno poticanje svakog učenika zainteresiranog za matematiku ili matematičko natjecanje od strane učitelja, ali i roditelja. Analizom zadataka s obzirom na aktivnost, domenu, prikaz zadatka i kontekst u ovom diplomskom radu dobiven je uvid u tipove zadataka koji dolaze na županijskim natjecanjima za četvrte razrede osnovne škole, što može pomoći i učeniku, ali i učitelju prilikom pripreme za matematičko natjecanje. Analizom je pokazano da su najzastupljeniji zadatci koji od učenika iziskuju aktivnost računanja i to unutar domene brojevi i jednadžbe. Prikaz zadataka sa županijskih natjecanja za četvrte razrede osnovne škole je većinom tekstualan, a s obzirom na kontekst najviše je zadataka bez konteksta, odnosno zadataka s unutarmatematičkim kontekstom. Analiza je pokazala da su najmanje zastupljeni zadatci koji od učenika iziskuju aktivnost argumentiranja i poznavanje domena logike i podataka, statistike i vjerojatnosti. Zadatci su najmanje prikazivani slikovno te autentičnih zadataka uopće nema na županijskim natjecanjima.

Uvidom u vrste zadataka kojih manjka na županijskim natjecanjima za četvrte razrede osnovne škole i uvidom u promjene posljednjih godina može se zaključiti kako se uvode novi, aktualni zadatci. Iz tog razloga učenike treba poticati na

rješavanje takvih, novih zadataka. Postoji velika mogućnost od pojavljivanja trenutno najmanje zastupljenih vrsta zadataka, kao što su zadatci iz domene podatci, statistika i vjerojatnost, pošto je upravo ova domena uvedena novim Nacionalnim kurikulumom (2019) koji je stupio na snagu sa školskom godinom 2019./2020. Finalno, dodatna nastava matematike treba biti obogaćena raznovrsnim zadacima, koji su ujedno priprema za samo natjecanje, ali i poticaj za učenikovo ustrajno učenje i želju za traženjem odgovora.

LITERATURA

1. Binder, S., Jakovljević Rogić, S., Mesaroš Grgurić, N., Miklec, D., Prtajin, G., Vejić, J. (2009). *Moj sretni broj: listići za dodatnu nastavu iz matematike za 4. razred osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
2. Burušić, J., Šerepac, V. (2019). *Stem daroviti i talentirani učenici*. Zagreb: Alfa.
3. Đurović, J. (1998). *Dodatna nastava iz matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Ekološki glasnik.
4. Elezović, N. (2005). Matematička natjecanja. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 30(4), 206-215. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/197/30-04.pdf> (21.04.2020.)
5. Glasnović Gracin, D. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024. Preuzeto s <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2018.1431849> (29.04.2020.)
6. Hrvatsko matematičko društvo. (1990). *Klokan bez granica*. Preuzeto s <http://www.matematika.hr/klokan/> (05.05.2020.)
7. Horvatek, A. (2008). *Matematika na dlanu: natjecanja iz matematike u RH*. Preuzeto s <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci-OS.htm> (29.04.2020.)
8. Institut für Didaktik der Mathematik. (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Klagenfurt. Alpen-Adria-Universität.
9. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2020a). *Moj sretni broj 2: udžbenik matematike u drugom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
10. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2020b). *Moj sretni broj 3: udžbenik matematike u trećem razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
11. Kneklin, M. (2011). Zabavna matematika u razrednoj nastavi. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 58(3), 108-113. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/1030/58-03.pdf> (21.04.2020.)

12. Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 7(2), 51-58. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/545/07-02.pdf> (21.04.2020.)
13. Kurnik, Z. (2004). Individualizacija. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 25(2), 196-201. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/256/25-02.pdf> (20.04.2020.)
14. Kurnik, Z. (2008a). Metodička strana matematičkih natjecanja. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 44(2), 148-151. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/790/44-02.pdf> (27.04.2020.)
15. Kurnik, Z. (2008b). Zabavna matematika. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 45(2), 196-202. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/808/45-02.pdf> (27.04.2020.)
16. Kurnik, Z. (2009). Priprema nastavnika i učenika za matematička natjecanja. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 50(2), 195-199. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/892/50-02.pdf> (27.04.2020.)
17. Markovac, J. (1992). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
18. Miklec, D., Jakovljević Rogić, S., Prtajin, G., Binder, S., Mesaroš Grgurić, N., Vejić, J. (2019). *Moj sretni broj 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
19. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta. Preuzeto s https://www.azoo.hr/images/AZOO/Ravnatelji/RM/Nastavni_plan_i_program_za_osnovnu_skolu - MZOS_2006 .pdf (15.04.2020.)
20. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019a). *Državni pedagoški standard osnovnoškolskog sustava odgoja i obrazovanja*. Zagreb: Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Preuzeto s <https://mzo.gov.hr/pristup-informacijama/dokumenti-zakonski-i-podzakonski-akti-2080/2080> (26.04.2020.)
21. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019b). *Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje*. Zagreb: Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Preuzeto s <https://mzo.gov.hr/pristup-informacijama/dokumenti-zakonski-i-podzakonski-akti-2080/2080> (15.04.2020.)

22. Mišurac-Zorica, I., Rožić, E. (2016). Pripremljenost budućih učitelja razredne nastave za izvođenje dodatne nastave matematike. *Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Splitu*, (6-7), 44-66. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/154576> (15.04.2020.)
23. Mrkić, Z. (2012). *Turbomatika: zbirka zadataka za dodatnu nastavu u 4. razredu osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
24. Mrkonjić, I., Salamon Padjen, Đ. (2015). *Školarci su zakon: zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Alka script.
25. Vlahović-Štetić, V., Vizek Vidović, V. (1998). *Kladim se da možeš... - psihološki aspekti početnog poučavanja matematike*. Zagreb: Udruga roditelja „Korak po korak“.
26. Zhu, Y. i Fan, L. (2006). *Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States*. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 4, 609-626. Preuzeto s <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10763-006-9036-9> (29.04.2020.)

Izvori zadataka s matematičkih natjecanja:

Županijsko natjecanje iz matematike, 1994 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1994/1994-OS-zup-45678-zad+rj/1994-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 1995 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1995/1995-OS-zup-45678-zad+rj/1995-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 1996 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1996/1996-OS-zup-45678-zad+rj/1996-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 1997 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1997/1997-OS-zup-45678-zad+rj/1997-OS-zup-45678-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 1998 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1998/1998-OS-zup-45678-zad+rj/> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 1999 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/1999/1999-OS-zup-45678-zad+rj/> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2000 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2000/2000-OS-zup-45678-zad+rj/2000-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2001 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2001/2001-OS-zup-45678-zad+rj/2001-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2002 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2002/2002-OS-zup-45678-zad+rj/2002-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2003 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2003/2003-OS-zup-45678-zad+rj/2003-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2004 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2004/2004-OS-zup-45678-zad+rj/2004-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2005 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2005/2005-OS-zup-45678-zad+rj/2005-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2006 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2006/2006-OS-zup-45678-zad+rj/2006-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2007 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2007/2007-OS-zup-45678-zad+rj/2007-OS-zup-45678-ZAD.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2008 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2008/2008-OS-zup-45678-zad+rj/2008-OS-zup-45678-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2009 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2009/2009-OS-zup-45678-zad+rj/2009-OS-zup-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2010 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2010/2010-OS-zup-45678-zad+rj/2010-OS-zup-4-zad%2Brj.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2011 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2011/2011-OS-zup-45678-zad+rj/2011-OS-zup-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2012 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2012/2012-OS-zup-45678-zad+rj/2012-OS-zup-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2013 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2013/2013-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2013-OS-zup-45678-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2014 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2014/2014-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2014-OS-zupanijsko-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2015 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2015/2015-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2015-OS-zupanijsko-45678-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2016 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2016/2016-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2016-OS-zupanijsko-45678-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2017 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2017/2017-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2017-OS-zupanijsko-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2018 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2018/2018-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2018-OS-zupanijsko-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2019 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2019/2019-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2019-OS-zupanijsko-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Županijsko natjecanje iz matematike, 2020 : <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci/2020/2020-OS-zupanijsko-45678-zad+rj/2020-OS-zupanijsko-4-zad.pdf> (29.04.2020.)

Kratka biografska bilješka

Rođena sam 1996. godine u Varaždinu gdje sam pohađala Treću osnovnu školu Varaždin, a zatim Drugu gimnaziju Varaždin. Nakon srednjoškolskog obrazovanja, upisujem Učiteljski fakultet u Čakovcu.

Izjava o samostalnoj izradi rada

Ja, Tena Rakonić, izjavljujem da sam ovaj rad, *Dodatna nastava iz matematike u 4. razredu osnovne škole*, izradila samostalno uz potrebne konzultacije, savjete i uporabu navedene literature.

Potpis:
