

# Glazba u nastavi matematike: pjesma kao sredstvo uvođenja pojma broja

---

**Dvojković, Mihaela**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:344299>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-06-26**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**MIHAELA DVOJKOVIĆ**

**GLAZBA U NASTAVI MATEMATIKE:  
PJESMA KAO SREDSTVO UVOĐENJA  
POJMA BROJA**

**DIPLOMSKI RAD**

**Zagreb, srpanj 2020.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**Mihaela Dvojković**

**GLAZBA U NASTAVI MATEMATIKE: PJESMA KAO  
SREDSTVO UVOĐENJA POJMA BROJA**

**Diplomski rad**

**MENTORICA: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

**SUMENTORICA: doc. dr. sc., mr. art. Tamara Jurkić Sviben**

**Zagreb, srpanj 2020.**

## SADRŽAJ

SAŽETAK .....	4
SUMMARY .....	5
UVOD .....	6
1. ARITMETIKA I POJAM BROJA.....	7
1.1. Aritmetika i pojam broja kroz povijest.....	7
1.2. Povijesni razvoj tekstova i metoda za početnu nastavu aritmetike .....	9
2. UVOĐENJE POJMA PRIRODNOG BROJA U NASTAVU.....	13
2.1. Formiranje osnovnih matematičkih pojmova.....	13
2.2. Formiranje pojma prirodnih brojeva do 10 .....	14
2.3. Formiranje pojma prirodnih brojeva do 20 .....	18
2.4. Uvođenje pojma broja kroz IGSZ model .....	19
3. METODIČKE POSTAVKE NASTAVE MATEMATIKE PRI UČENJU POJMA BROJA .....	21
3.1. Aktiviranje načela u nastavi matematike pri usvajanju pojma broja.....	21
3.2. Korištenje različitih metoda pri usvajanju pojma broja .....	28
3.3. Korištenje različitih oblika rada pri usvajanju pojma broja .....	31
3.4. Nastavna sredstva i pomagala za učenje pojma broja .....	34
4. GLAZBA U NASTAVI MATEMATIKE .....	36
4.1. Gardnerova teorija višestrukih inteligencija.....	36
4.2. Povezanost matematike i glazbe.....	38
4.3. Glazbena motivacija i međupredmetne teme .....	40
5. AUTORSKE PJESME KAO SREDSTVO UVOĐENJA POJMA BROJA .....	41
ZAKLJUČAK .....	62
LITERATURA.....	64
IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI RADA .....	67

## SAŽETAK

Aritmetika i poučavanje aritmetike neprestano se razvijaju od drevnih civilizacija do danas. Aritmetika se počela razvijati jer su ljudima bili potrebni brojevi. U povijesti su postojali različiti brojevni sustavi, a neki od njih se upotrebljavaju i danas. Najrašireniji je arapski brojevni sustav (koji je nastao u Indiji) a danas se poučava u početnoj nastavi matematike. Poučavanje pojma broja kompleksan je proces koji se odvija od konkretnog prema apstraktnom. U suvremenoj nastavi se brojevi formiraju postepeno pomoću konkretnih materijala i različitih modela, kao što je IGSZ (iskustvo, govor, slike, znakovi) model Pamele Liebeck. Suvremena početna nastava aritmetike temelji se na načelima, metodama, oblicima rada i različitim nastavnim sredstvima. Sva načela su jednako važna pa ih je važno pravovremeno izmjenjivati i upotpunjavati različitim metodama i oblicima rada. Za uvođenje pojma broja postoji mnoštvo vizualnih nastavnih sredstava, no ne postoji puno auditivnih sredstava. Gardnerova teorija višestrukih inteligencija pokazuje važnost interdisciplinarnosti u nastavi. Matematika i glazba su povezane na više razina pa njihovo povezivanje u nastavi pridonosi razvoju cjelovitog znanja. Glazba u nastavi matematike može učinkovito povećati učeničku intrinzičnu motivaciju i pozitivno utječe na interes i koncentraciju.

Cilj ovog rada jest opisati povijesni razvoj aritmetike, objasniti kompleksnost formiranja pojma broja, te opisati načela, metode, oblike rada i nastavna sredstva i pomagala koja se koriste u uvođenju pojma broja. Osim toga, ovaj rad govori o dubokoj povezanosti matematike i glazbe i na kraju prikazuje uglazbljene pjesme kao sredstvo za uvođenje pojma brojeva do 20.

**KLJUČNE RIJEČI:** pojam broja, početna nastava aritmetike, nastavna sredstva, pjesma, povezanost matematike i glazbe

## **SUMMARY**

Arithmetic and the teaching of arithmetic have been constantly evolving from ancient civilizations to the present day. Arithmetic began to evolve because people needed numbers. There have been various number systems in history, and some of them are still used today. The most widespread is the Arabic numeral system (which originated in India) and is taught in the initial teaching of mathematics today. Teaching the concept of number is a complex process that moves from concrete to abstract. In modern teaching, numbers are formed gradually using concrete materials and different models, such as Pamela Liebeck's ELPS (experience, language, pictures, symbols) model. Modern initial teaching of arithmetic is based on principles, methods, forms of work and various teaching aids. All principles are equally important, so it is important to change and supplement them at the right time with different methods and forms of work. There are many visual teaching aids for introducing the concept of number, but there are not many auditory aids. Gardner's Theory of Multiple Intelligences shows the importance of interdisciplinarity in teaching. Mathematics and music are connected on several levels, so their connection in teaching contributes to the development of complete knowledge. Music in mathematics teaching can effectively increase students' intrinsic motivation and positively affect their interest and concentration.

The aim of this paper is to describe the historical development of arithmetic, to explain the complexity of the formation of the concept of number, and to describe the principles, methods, forms of work and teaching aids used in the introduction of the concept of number. In addition, this paper discusses the deep connection between mathematics and music and finally presents musicalized songs as a means of introducing the concept of numbers up to 20.

**KEYWORDS:** the concept of number, initial arithmetic teaching, teaching aids, song, connection between mathematics and music

## UVOD

Većina učenika zna brojiti prije dolaska u školu, no to ne znači da razumiju koncept broja. Uvođenje pojma broja je učenicima prvoga razreda osnovne škole apstraktno ako ne spoznaju brojeve uz pomoć konkretnih nastavnih sredstava. Zbog različitih sposobnosti i interesa učenika važno je graditi cjelovito znanje uz korištenje različitih nastavnih sredstava. Postoji mnoštvo vizualnih nastavnih sredstava za uvođenje pojma broja a ovaj rad pridonosi povećanju broja auditivnih. Uglazbljene pjesme za uvođenje pojma brojeva do 20 opisuju različite teme bliske učenicima prvoga razreda.

U prvom poglavlju opisuje se povijesni razvoj pojma broja i razvoj njegovog poučavanja u školama. „Do neke mjere mladi početnici u matematici slijede iste stope koje je prošlo čovječanstvo u razvoju matematičkog znanja“ (Sardar i sur., 2002).

Drugo poglavlje opisuje proces formiranja pojmova općenito i proces formiranja pojma prirodnih brojeva do 20. Prikazuje se i IGSZ model Pamele Liebeck. Formiranje pojma broja nije jednostavan zadatak pa mu se pristupa postepeno, „od jednostavnog prema složenom, od poznatog nepoznatom, od konkretnog prema apstraktnom“ (Markovac, 2001, str. 62)

U trećem poglavlju navedena su načela nastave matematike, metode, oblici rada i nastavna sredstva i pomagala. Objasnjeno je njihovo značenje pri uvođenju pojma broja. Za uspješnu nastavu važno je primjereno korištenje načela, metoda, oblika rada i nastavnih sredstava i pomagala.

Četvrto poglavlje govori o glazbi u nastavi matematike. Opisana je Gardnerova teorija višestrukih inteligencija, povezanost matematike i glazbe, te glazbena motivacija pri uvođenja pojma broja u početnoj nastavi matematike.

U petom poglavlju su prikazane uglazbljene pjesme za motivaciju pri uvođenju pojma broja. Pjesme sadrže zanimljive informacije o brojevima, životinjama i svijetu oko nas.

# 1. ARITMETIKA I POJAM BROJA

## 1.1. Aritmetika i pojam broja kroz povijest

„Ako je matematika kraljica znanosti, aritmetika je kraljica matematike“- Carl Friedrich Gauss.

Aritmetika je „grana matematike koja se bavi brojevima, ponajviše prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima“ (Gusić, 1995, str. 14). Aritmetika se naziva kraljicom matematike i gotovo svi veliki matematičari su se bavili njome. Pojam i naziv uveli su pitagorejci, koji su je svrstali u matematičku disciplinu (Gusić, 1995).

Aritmetika se počela razvijati prije više tisuća godina jer su ljudima bili potrebni brojevi. Broj je „zamišljeni (apstraktni) matematički pojam koji opisuje kolikoću nekog skupa, dakle broj njegovih elemenata“ (Jakobović, 2016, str. 109). Pojam broja nastao je vjerojatno u samom početku civilizacije. U početku su se brojevi pisali pomoću točaka ili linija koje su predstavljale elemente skupa. Ljudi u prapovijesti mogli su pojmiti samo male brojeve, a ostale su izražavali kao *mnogo*, no i danas postoje plemena koja imaju imena samo za brojeve do 6 („Povijest brojeva“, 2012). U prapovijesti su pastiri „brojali" ovce tako da su ujutro stavili za svaku ovcu po jedan kamenčić ili prutić na stranu, a navečer kad su se vratili su ponovno za svaku ovcu premještali te kamenčiće ili prutiće na drugu hrpicu. Ako bi neki kamenčić ostao na prvoj hrpici, pastir bi znao da se neka ovca nije vratila (Devidé, 1979). „Prelazak s nedefinirane „množine“ na prebrojive izraze pokazao se dugotrajnim procesom u razvoju ljudske misli. Ostatke toga koncepta imamo i u današnjemu govoru“ („Povijest brojeva“, 2012, str. 28). To je vidljivo primjerice u brojenju ljudi. Govorimo: jedan čovjek, dva čovjeka, tri čovjeka, četiri čovjeka, ali pet ili šest ljudi („Povijest brojeva“, 2012).

Prvi poznati aritmetički zapisi nastali su u Babilonu i Egiptu prije 2 do 3 tisuće godina. Matematika se razvijala u cijelom svijetu, a na njezin razvoj posebno su utjecali Grci, Indijci, Kinezi i Arapi. U knjizi *Matematika za početnike* Sardar, Ravetz i Van Loon (2002) navode različite brojevne sustave i znakove za brojke koji su se koristili kroz povijest. Azteci su upotrebljavali sustav zasnovan na broju 20 jer na rukama i nogama imamo ukupno 20 prstiju. Imali su simbole za brojeve 1, 20, 400 i 800. Maje su također imali brojevni sustav temeljen na broju 20, no koristili su



samo tri simbola, za brojeve 1, 5 i 0. Stari Egipćani koristili su slikovno pismo (hijeroglif), a Babilonci sustav zasnovan na broju 60. Drevni Kinezi su upotrebljavali sustav brojeva s bazom 10 i imali su simbole za brojeve od 1 do 10, te za 100, 1.000 i 10.000. Stari Grci koristili su slova grčkog alfabeta za brojevne simbole. Rimljani su također koristili slova za prikazivanje brojeva i imali su ukupno sedam simbola (I za 1, V za 5, X za 10, L za 50, C za 100, D za 500 i M za 1000). Vrlo su bili rijetki sustavi s bazom 12, no mnoge mjere i danas sadržavaju broj 12 kao osnovu, primjerice 12 inča u stopi, 12 penija u šilingu i dr. Seksagezimalni sustav, odnosno sustav s bazom 60, također se zadržao do danas u nekim mjerama. Primjerice, 1 sat ima 60 minuta i 1 minuta 60 sekundi. Jednakostranični trokut ima 3 kuta od  $60^\circ$ , a puni kut ima  $360^\circ$  („Povijest matematike“, 2004).

Znakovi koje danas koristimo (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9) nastali su u Indiji. Pomoću njih se u dekadskom zapisu može zapisati svaki prirodan broj. Arapi su ih počeli koristiti u 8. stoljeću, a Europljani u 12. stoljeću kada je na latinski prevedena arapska *Knjiga računanja s indijskim brojevima* koju je napisao arapski matematičar Al-Hvarizmi (Jakobović, 2016). Zbog te knjige su indijske brojke nazvane arapskima.

Jedno od najvažnijih otkrića u matematici je otkriće nule. Pojavljuje se oko 200. godine prije Krista kao oznaka za prazno mjesto, a nula kao broj se pojavljuje u 3. stoljeću u Indiji kao rezultat oduzimanja  $a - a$  (Gusić, 1995). „Nula je imala presudnu ulogu u izgradnji dekadskog pozicijskog sustava u Indiji i njegova prihvaćanja u cijelom svijetu (stari Babilonci imali su pozicijski sustav bez nule, što je stvaralo velike poteškoće u zapisivanju i računanju s brojevima)“ (Gusić, 1995, str. 161). Indijci su zaslužni i za sustavnu matematičku obradu pojma beskonačnosti jer su vrlo rano imenovali i obilježavali jako velike brojeve („Povijest brojeva“, 2012). John Wallis je u 17. stoljeću uveo znak za beskonačnost,  $\infty$ , koji izgleda kao „ležeća osmica“ (Isaković Gleizer, 2003).

Stari narodi koristili su „prirodne“ ili nepozicijske zapise brojeva, odnosno prikazivali su velike brojeve pomoću zbroja manjih koje su pisali posebnim znakovima ili slovima. Takve su brojevne sustave koristili u starom Egiptu, antičkoj Grčkoj, Rimu i Japanu (Klobučar, 2014). Primjerice, broj 2246 zapisan rimskim brojevima izgleda ovako: MMCCXLVI. Za razliku od nepozicijskog sustava, u pozicijskom sustavu „jedna te ista znamenka ne predstavlja uvijek jednu te istu vrijednost“ (Klobučar, 2014, str. 23). Primjerice, znamenka 5 može značiti ne samo

5, nego i 50, 500 ili 5050, ovisno o njenoj poziciji unutar broja. Koristeći pozicijski sustav velike brojeve se može zapisati pomoću vrlo kratkog zapisa i računanje je brže i lakše nego u nepozicijskom sustavu (Klobučar, 2014). Uvođenje arapskih brojki i primjene brojevnih sustava, osobito dekadskoga, rezultiralo je uvođenjem pravila računanja kakva danas poznajemo, no europski matematičari su tek u novom vijeku razvili aritmetiku do njezina sadašnjega stupnja.

## 1.2. Povijesni razvoj tekstova i metoda za početnu nastavu aritmetike

„Do neke mjere mladi početnici u matematici slijede iste stope koje je prošlo čovječanstvo u razvoju matematičkog znanja“ (Sardar i sur., 2002).

U 12. stoljeću su se intenzivno prevodili arapski matematički tekstovi na latinski jezik što je doprinijelo razvoju europske matematike i njenom poučavanju u školama (Devidé, 1979).

Bjarnadóttir (2014) u članku *History of Teaching Arithmetic* govori o povijesti nastave aritmetike od 13. do 20. stoljeća. Za početak razvoja nastave aritmetike uzima se osnivanje talijanskih škola računanja *scuole d'abbaco*, a kraj je određen završetkom svjetskog pokreta *Nova matematika*.

U kasnom srednjem vijeku i ranom novom vijeku literatura iz aritmetike dijelila se na *praksu* i *teorijske traktate*. *Teorijski traktati* su pisani po uzoru na Boetijeve spise čiji se rad temeljio na prijevodima radova Nikomaha i Euklida (Bjarnadóttir, 2011). Boetijevi geometrijski i aritmetički spisi dugo su se koristili kao školski udžbenici. Za današnje pojmove su ti udžbenici relativno siromašni, no bili su na visokom nivou s obzirom na stupanj razvoja europske matematike u srednjem vijeku, iako je Boetije živio na prelasku iz 5. u 6. stoljeće (Devidé, 1979). S početkom renesanse i razvojem trgovine u 14. stoljeću se u Firenci pojavila *scuole d'abbaco*. Talijani su poznavali arapski brojevni sustav, no uzimali su ga s rezervom i krajem 13. stoljeća su zabranili njegovu upotrebu. Širom Italije i Njemačke razvijale su se mnoge škole koje su podučavale rad na abaku. Abak je prva poznata sprava za računanje koja se i danas koristi (npr. u Japanu, Kini i Rusiji) (Gusić, 1995). Abak je bio poznat Sumeranima već oko 2500. godine pr.n.e., a kasnije su sličan sustav preuzeli Kinezi, Egipćani, Grci i drugi drevni narodi („Povijest brojeva“, 2012). Ova računaska ploča sastoji se od okvira sa štapićima ili žicama na koje su nanizane kuglice ili kamenčići. Učenici su se upisivali u škole za računanje s

10-11 godina, a školovanje je trajalo dvije godine. Učenici su prvo učili pisati brojke, pa tablicu množenja, računanje s razlomcima, rješavanje osnovnih matematičkih problema i razumijevanje složenog firentinskog monetarnog sustava. Nastava se sastojala od predavanja, vježbi i recitacija. U Italiji su se kao udžbenici za nastavu aritmetike koristile knjige *libri d'abbaco* koje su sadržavale metode poučavanja i razumijevanja arapskoga brojevnoga sustava (van Egmond, 1980).

*Treviso Arithmetic* je najstariji tiskani udžbenik iz aritmetike za široku upotrebu. Autor udžbenika nije poznat pa je nazvan po mjestu nastanka, gradu Treviso u blizini Venecije. Udžbenik je nastao u 15. stoljeću i bio je namijenjen svima, a ne samo privilegiranim, za samostalno učenje za potrebe venecijanske trgovine. „Procjenjuje se da je od nastanka europskog tiska do kraja 15. stoljeća tiskano 30 praktičnih udžbenika aritmetike od kojih je više od polovice napisano na latinskom, sedam na talijanskom, četiri na njemačkom i jedan na francuskom jeziku. U istom razdoblju je nastalo i oko 26 udžbenika iz teorijske aritmetike u Boetijevom stilu na latinskom jeziku“ (Bjarnadóttir, 2014, str. 435, prevela Mihaela Dvojković).

U Njemačkoj je središte matematičkog obrazovanja bio Nürnberg. Adam Ries, njemački aritmetičar, napisao je mnoga djela o izvođenju računskih operacija pomoću abaka, ali i s arapskim brojkama (Bjarnadóttir, 2014). Simon Stevin, flamanski matematičar i fizičar, doprinio je značajnim promjenama u aritmetici. Stvorio je zapis za decimalne razlomke što je bilo najveće otkriće u aritmetici od uvođenja arapskoga brojevnoga sustava. Stevin je imao ključnu ulogu u promjeni osnovnog koncepta broja i brisanju razlike između broja i veličine. Osim toga, uključio je jedinicu kao broj (Burton, 2011).

U 16. stoljeću, za vrijeme protestantske reforme, aritmetika se poučavala samo u strukovnim školama. Aritmetika je služila etičkom obrazovanju, a praktična aritmetika je bila manje važna. Do 19. stoljeća pjesničke rime su korištene za podupiranje etičke uloge u nastavi aritmetike. U 17. stoljeću nastali su jedni od prvih aritmetičkih udžbenika u Engleskoj, *Cocker's Arithmetick* i *Decimal Arithmetick*. Napisao ih je Edward Cocker, a koristili su se više od 150 godina (Bjarnadóttir, 2014).

Tijekom 17. stoljeća napredovale su metode poučavanja. Učitelji nisu sami objašnjavali i rješavali primjere, već su i učenici više sudjelovali u nastavi kako bi bolje razumjeli nastavne sadržaje. Tablica množenja se nije više učila napamet bez razumijevanja. Jan Amos Comenius, češki učitelj, pedagog i pisac, naglasio je u

djelu *Didactica Magna* (Velika didaktika) da se aritmetika i geometrija moraju poučavati osim za svakodnevne potrebe i kao znanstvene teme koje bude i izoštravaju um. (Komenski, 1900).

U 18. i 19. stoljeću došlo je do velikog povećanja gradskog stanovništva pa su osnovne vještine računanja postale bitne u novom urbanom životu. Matematika je postepeno postala središnji dio nastavnog kurikuluma. Francuska revolucija 1789. godine bila je presudan događaj u ostvarivanju obrazovanja za sve, uključujući i aritmetiku za sve.

U 19. stoljeću u SAD-u i mnogim državama Europe vlade su počele preuzimati odgovornost za pružanje osnovnog obrazovanja za sve. U Kini je školski sustav bio uspostavljen prije kraja 19. stoljeća. U Njemačkoj su osnovne škole bile uspostavljene u 18. stoljeću, a u 19. stoljeću su nastavnici raspravljali o didaktičkim pitanjima. Johann Heinrich Pestalozzi predlagao je metode poučavanja zasnovane na konkretnom iskustvu. Pestalozzi je pokušavao pronaći načine da pomogne učenicima u razumijevanju pojma broja, a ne samo razvijanju brzine i točnosti u rješavanju zadataka. Učenici su samostalno pronalazili matematička pravila kroz aktivnosti osnovane na osjetilima. Ohrabrivani su da rade u grupama, pomažu jedni drugima i koriste oči, ruke i um. Pestalozzijevi obrazovni ciljevi temeljili su se na razvoju mentalnih sposobnosti. Za početnu nastavu aritmetike koristili su se konkretni predmeti iz okoline kao što su grašak ili šljunak. Brojenje konkretnih predmeta, grupiranje, zbrajanje i oduzimanje bile su nužne aktivnosti pri upoznavanju pojma broja (Silber, 1976). Nisu se svi nastavnici slagali s Pestalozzijevim idejama, no njegovi sljedbenici, istaknuti nastavnici, slijedili su njegove ideje. On je bio prvi učitelj koji je razvio metodu prikladnu za masovno obrazovanje.

Warren Colburn je početkom 19. stoljeća u SAD-u objavio inovativni udžbenik aritmetike *First Lessons in Arithmetic on the Plan of Pestalozzi*. Colburn je htio da djeca prvo uče aritmetiku kao mentalnu vježbu, bez olovke i papira, prije nego što nauče apstraktne simbole za brojeve i računske operacije. Djeca su učila računati pomoću konkretnih materijala brojeći. Osim toga, Colburn se zalagao da učenici samostalno otkrivaju osnovna pravila aritmetike radeći na posebno odabranim primjerima. Colburnove metode naišle su na pohvale ali i protivljenje. Rousseau, Pestalozzi i Colburn su svojim metodama doprinijeli razvoju onoga što se krajem 20. stoljeća počelo zvati mentalna matematika, logičko zaključivanje i osjećaj za brojeve (Bjarnadóttir, 2014).

U 19. stoljeću je Gottlob Frege u Njemačkoj objavio knjigu *Die Grundlagen der Arithmetik* (Osnove aritmetike), u kojoj je napisao da su neki pisci definirali broj kao skup ili mnoštvo, no takve definicije nisu točne jer ne obuhvaćaju brojeve 0 i 1 (Burton, 2011).

Početak 20. stoljeća osnovna škola je postala standard u većini država u Europi i Sjevernoj Americi. Javio se pokret *Povratak osnovama* kao rezultat spoznaja iz eksperimentalne psihologije. John Dewey, otac progresivnog obrazovanja, tvrdio je da djeca brže i više uče ako učitelji potiču njihovu prirodnu radoznalost umjesto da koriste strogu disciplinu. Dewey je koristio igre kao sredstvo za učenje. Carleton Washburne je inspiriran radom Johna Deweyja razvio Winnetka-plan. Osnovna misao Winnetka-plana bila je da svi učenici napreduju svojom brzinom, bez obzira na početak i kraj školske godine. Nastava se sastojala od individualnog i kolektivnog rada (Bognar i Matijević, 2005). Progresivno obrazovanje doživjelo je napad u SAD-u 1950-ih u vrijeme Hladnoga rata, kada je obrazovanje služilo stvaranju tehnokratske elite kako bi SAD mogao konkurirati Sovjetskom Savezu (Bjarnadóttir, 2014).

1950-ih godina su se pojavila pitanja o poučavanju matematike u mnogim zemljama. U to vrijeme je osnovana *Međunarodna komisija za proučavanje i izučavanje nastave matematike CIEAEM* (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*) (Bjarnadóttir, 2014). Osnivači komisije su bili Jean Piaget i mnogi matematičari i srednjoškolski profesori iz cijele Europe. Njihova glavna briga bila je rastuća pažnja prema učenicima i procesu učenja. U isto vrijeme je u Francuskoj nastala Burbakistička skupina koja je radila na matematičkoj enciklopediji. Njihov središnji koncept bio je struktura matematike i napisali su ukupno osam knjiga (Burton, 2011). Nakon krize u SAD-u javio je pokret *Nova matematika* jer su istraživanja pokazala da su mnogi mladi ljudi nedovoljno kompetentni u matematici.

Ubrzo je došlo do zajedničkog reformnog pokreta za modernizaciju matematike u školama cijelog svijeta na temelju psiholoških spoznaja o mentalnom razvoju djece. Istaknuta je ključna uloga aktivne pedagogije i konkretnih materijala za usvajanje apstraktnih matematičkih pojmova, što je ključno polazište u organizaciji i provođenju suvremene nastave matematike. Korištenje konkretnih materijala posebno je važno u početnoj nastavi matematike pri uvođenju pojma broja i drugim apstraktnih matematičkih pojmova.

## **2. UVOĐENJE POJMA PRIRODNOG BROJA U NASTAVU**

### **2.1. Formiranje osnovnih matematičkih pojmova**

U nastavi matematike učenici pretežno usvajaju pojmove, dok na nekim drugim predmetima većinom usvajaju činjenice. Učenik može znati činjenicu npr. da ima sedam godina, no to ne znači da je formirao ili usvojio pojam broja sedam. Pojmovi su apstraktni i ne postoje fizički u stvarnosti pa ih se za razliku od činjenica ne može čuti, dodirnuti ili na bilo koji način osjetiti. U početnoj nastavi matematike takvi pojmovi se uvode konkretnim primjerima, a spoznaja o njima se gradi od konkretnog prema apstraktnom. Za usvajanje pojmova je nužno racionalno spoznavanje i razumijevanje drugih vezanih pojmova uz pojam koji se uči (Markovac, 2001). Prelazak iz konkretnog u apstraktno, odnosno transformacija iz osjetilnog u misaono se u psihologiji zove interiorizacija ili pounutrašnjivanje i taj proces je složen i dugotrajan (Ćurić i Božić, 2006). Nedovoljno korištenje konkretnih materijala u početnoj nastavi matematike može narušiti temelje za daljnje shvaćanje matematičkih pojmova. Cilj upotrebe konkretnih materijala je prelazak u apstraktno razumijevanje matematičkih pojmova pa svaki učitelj treba procijeniti trenutak kada je vrijeme za prestanak korištenja konkretnih materijala (Herjavec i Glasnović Gracin, 2010).

Kurnik (2001) dijeli proces formiranja nekog pojma na tri dijela. Proces započinje zapažanjem, odnosno osjetilnom spoznajom. Drugi stupanj je predodžba o pojmu koja podrazumijeva pronalaženje zajedničkih karakteristika elemenata u promatranom skupu objekata. Proces završava formiranjem i usvajanjem pojma tek kada učenik može izdvojiti bitno opće svojstvo promatranog objekta.

Liebeck (1999) dijeli usvajanje pojmova u četiri etape kroz IGSZ model. Ovaj model je detaljnije opisan u posebnom potpoglavlju.

Pri formiranju pojmova u početnoj nastavi matematike učitelji trebaju svoja objašnjenja pojednostavniti i prilagoditi uzrastu i predznanju učenika, no u isto vrijeme trebaju paziti da ne naruše načelo znanstvenosti i da njihova objašnjenja budu točna i jasna. Učitelji trebaju poznavati razinu mišljenja svakoga učenika da bi nastava bila prilagođena predznanju i sposobnostima svakoga pojedinca.

Uz učenje matematičkih pojmova se veže učenje matematičkog nazivlja i matematičkih znakova. Ova tri elementa zajedno čine matematički jezik. Učenje matematičkog jezika započinje učenjem matematičkih pojmova, a tek onda se uvode nazivlje i znakovi. „Znanje matematičkog termina bez odgovarajućeg matematičkog pojma možemo usporediti s orahovom ljuskom bez jezgre (praznom ljuskom)” (Ćurić i Božić, 2006, str. 6). Učenici prvoga razreda osnovne škole uče primjerice pojam broja te trebaju shvatiti razliku između broja (ideje) i brojke (znaka) (Sapire, 2010).

## 2.2. Formiranje pojma prirodnih brojeva do 10

Za mnogu djecu se smatra da poznaju brojeve prije dolaska u školu jer znaju brojiti, pisati znamenke, a ponekad i zbrajati i oduzimati, no usvajanje pojma broja podrazumijeva puno više od toga. U početnoj nastavi matematike se usvajaju veze i odnosi između prirodnih brojeva. Prije dolaska u školu rijetko koje dijete „broj 6 shvaća kao  $6 = 3 + 3$ ,  $6 = 5 + 1$ ,  $6 = 8 - 2$ , 6 je sljedbenik broja 5, 6 je prethodnik broja 7, 6 se nalazi između 5 i 7,  $6 < 9$ ,  $6 > 4$ , itd.” (Markovac, 2001, str. 115). Što se tiče znanja brojenja, predškolska djeca pamte brojevne riječi bez razumijevanja njihovog sadržaja. Mehaničko izgovaranje brojevnih riječi ne znači da dijete razumije nepromjenjivost broja elemenata u skupu, no svako matematičko iskustvo je dobro polazište za proširivanje znanja u početnoj nastavi matematike. Brojenje je osnovni postupak spoznavanja pojma broja i njegove primjene (Jakobović, 2016).

Brojenje predmeta se čini jednostavnim, no to je zapravo vrlo kompleksan proces pa je teško analizirati proces usvajanja brojenja. Primjerice, ako želimo izbrojiti plave perlice koje se nalaze u hrpi različitih perlica, proći ćemo kroz 6 različitih radnji. Mentalno ćemo pridružiti plave perlice jedne drugima, razvrstat ćemo perlice na plave i one koje nisu plave, plave perlice ćemo posložiti u niz, izgovarat ćemo imena brojeva uobičajenim redoslijedom i sparivat ćemo perlice s pripadajućim brojevima. Na kraju ćemo zadnji izgovoreni broj iskoristiti kao kardinalni broj cijeloga skupa, a ne samo kao redni broj posljednjega objekta (Liebeck, 1999).

Pojam broja je apstraktan, kao i svaki drugi matematički pojam. Ne može se vidjeti, čuti ili osjetiti na neki drugi način, zbog čega je učenje pojma broja teško. Učenici na početku 1. razreda imaju 6 ili 7 godina i nalaze se na prijelazu iz

predoperacionalnog razdoblja u razdoblje konkretnih operacija. Djeca te dobi nemaju razvijenu sposobnost apstrakcije pa se uvođenje pojma broja provodi s konkretnim materijalima kako bi učenici pojam broja upoznali pomoću osjetila (Ćurić i Božić, 2006).

Osim korištenja različitih konkretnih materijala, učitelji trebaju nove pojmove uvoditi kroz različite modele kako bi ih učenici lakše usvojili. Pojam prirodnog broja se najčešće uvodi pomoću modela skupa i modela brojevnog pravca. Za uvođenje modela skupa koriste se konkretni materijali kako bi učenici izbrojili koliko elemenata ima u skupu, odnosno njegov kardinalni broj. Osim didaktičkih materijala (npr. Stern blokovi, Dienes kocke) mogu se koristiti i predmeti iz učenikove okoline. Model brojevnog pravca je apstraktniji od modela skupa, pa se prijelaz iz jednog modela u drugi može provesti pomoću računske gusjenice, a kasnije pravcem na kojem su prirodnim brojevima pridružene točke toga pravca (Glasnović Gracin, 2014). Računska gusjenica je didaktički materijal sastavljen od 10 perlica jedne boje i 10 perlica druge boje nanizanih na deblji konac (Herjavec i Glasnović Gracin, 2010).

Didaktički materijali i predmeti iz učenikove okoline koriste se za formiranje skupova. Učeničko znanje o skupovima ispituje se tako da im se postavljaju pitanja o skupovima različitih predmeta koji su im poznati, kao što su obitelj, voće, itd. Skupovi predmeta se najprije promatraju, zatim se imenuju predmeti u njima i utvrđuje se koji predmeti pripadaju određenom skupu a koji ne. Prilikom imenovanja predmeta se određuju njihova svojstva i pronalaze se ista svojstva kod različitih predmeta. Primjerice, u skupu knjiga uočit će se da su sve sličnoga oblika i sastoje se od mnoštva papira. Promatrani predmeti se povezuju u skupove i spoznaje se svojstvo različitih skupova koji imaju jednak broj elemenata, odnosno svojstvo brojnosti. S vremenom učenici uče prikazivati pripadnost elemenata određenom skupu zatvorenim crtom (Vennovim dijagramom).

Pridruživanjem elemenata jednoga skupa elementima drugoga skupa utvrđuje se imaju li skupovi jednak broj elemenata. Da bi učenici mogli uspoređivati skupove pridruživanjem elemenata polazi se od realnih situacija u kojima se pridruživanje javlja, na primjer svakom učeniku se pridružuje njegova školska torba. Pridruživanje elemenata iz različitih skupova može se prikazati fizičkim djelatnostima, grafički ili riječima (Markovac, 2001). Učenike se u ovakav način uspoređivanja uvodi sa što više primjera koji su praćeni usmenim objašnjavanjem.



Slijede vježbe u kojima se pridružuju elementi iz skupova koji imaju različiti broj elemenata. Važno je i provoditi vježbe pridruživanja s elementima različite veličine. „Manipuliranjem skupovima učenici zapažaju da je broj količinsko svojstvo skupa i da ne ovisi o kakvoći elemenata skupa. Svi skupovi koji su međusobno ekvivalentni imaju istu brojnost elemenata, tj. imaju isti kardinalni broj“ (Ćurić i Božić, 2006, str. 5). Sljedeći korak je mijenjati razmak između elemenata u skupovima. Sapire (2010) govori da ako učenici smatraju da je među jednakobrojnim skupovima brojniji onaj čiji elementi su razmaknutiji, učenici nisu još postigli konzervaciju pojma broja. O konzervaciji broja u odnosu na kardinalni aspekt broja je prvi govorio Jean Piaget, švicarski psiholog koji je istraživao kognitivni razvoj djece. O konzervaciji broja piše i Liebeck (1999) u knjizi *How Children Learn Mathematics*. Liebeck smatra da dok djeca ne shvate konzervaciju broja ne mogu shvatiti značaj brojenja. Dijete koje je izbrojilo određeni broj predmeta će bez brojenja znati da njihov broj nije promijenjen kad se pomaknu pred njim, ako je steklo konzervaciju broja.

Za uspješno realiziranje ciljeva formiranja pojmova prirodnih brojeva treba od početka ići postupno i u malim koracima, graditi jedan po jedan prirodni broj. Da bi se ostvarilo formiranje nekog broja, primjerice broja 1, učenici trebaju usvojiti pojam broja 1, znak za broj 1, te pisanje i čitanje znaka za broj 1. Nabrojani zadaci najmanji su koraci u uvođenju pojma broja 1 (Ćurić i Božić, 2006).

Uvođenje pojma broja uvodi se od konkretnog prema apstraktnom s ciljem shvaćanja brojeva kao samostalnih elemenata koji se mogu uspoređivati i s kojima se mogu izvoditi osnovne računske operacije. Markovac (2001) navodi 5 različitih vrsta aktivnosti u formiranju pojmova prirodnih brojeva. To su: rad s ekvivalentnim skupovima, upoznavanje nastajanja niza prirodnih brojeva i mjesta broja u nizu, upoznavanje brojenja, upoznavanje i pisanje znamenaka, te upoznavanje odnosa među brojevima.

Svrha aktivnosti u kojima učenici rade s ekvivalentnim skupovima je shvatiti prirodni broj kao svojstvo brojnosti skupova. Učenici formiraju više jednakobrojnih skupova, te govorom isključuju njihova kvalitativna svojstva i generaliziraju svojstvo brojnosti. Kroz ovakve aktivnosti uključuju se materijalni, misaoni i verbalni aspekti. Metodička interpretacija je najvažniji dio tog procesa. Jednakobrojni skupovi se mogu prikazivati crtežom ili se mogu nabrajati oni skupovi čiji su elementi učenicima poznati (npr. iz doma ili škole). Ovakve vježbe trebaju rezultirati

spoznajom da postoji mnogo jednakobrojnih skupova (npr. skup od 5 jabuka, skup od 5 štapića, skup od 5 kocaka itd.) kojima se pridružuje isti broj.

Upoznavanje nastajanja niza prirodnih brojeva i mjesta broja u nizu postiže se različitim aktivnostima. Cilj je da se učenici osposobljavaju u razumijevanju nastajanja niza brojeva, te određivanju neposrednih prethodnika i sljedbenika brojeva. Ove spoznaje grade se od konkretnog prema apstraktnom. Učenici formiraju skupove tako da prvo imaju ispred sebe skup koji ima 1 element, pa pored njega skup koji ima 2 elementa i tako do broja 10. Kad su provedene različite vježbe s konkretnim materijalima vodi se razgovor, primjerice da broj 3 nastaje kad se broju 2 doda 1, broj 5 je sljedbenik broja 4, a broj 6 je prethodnik broja 7.

Upoznavanje brojenja osposobljava učenike da shvate brojenje postupkom kojim se doznaje količina (broj) elemenata u skupu. Za uspješno usvajanje brojenja potrebno je provoditi različite aktivnosti, od lakših prema težima. Markovac (2001) navodi nekoliko načina brojenja u početnoj nastavi matematike. Najjednostavnije je brojenje predmeta pomicanjem, poslije njega dodirivanjem, pokazivanjem, pa pogledom, slijedi brojenje predmeta koji se gibaju, potom brojenje predmeta i pojava koje slijede jedna iza druge i na kraju brojenje u mislima. Važno je ukazivati na to da se brojenjem doznaje broj elemenata u skupu i da je posljednja izgovorena riječ broj elemenata. Osim navedenih načina za usvajanje brojenja treba učenicima zadati da broje unazad i između dvaju brojeva, primjerice da broje od broja 3 do broja 7 ili kasnije od broja 7 do broja 3.

Upoznavanje i pisanje znamenaka je prvi sustavni susret učenika s matematičkim znakovima. Mnogi učenici nauče pisati znamenke i prije dolaska u školu, no većina učenika ne zna prije škole da se znamenkama zapisuje broj elemenata u skupu. Znakovi se uvode u nastavi nakon što je usvojen pojmovni sadržaj. Važno je posvetiti pažnju pravilnom pisanju znamenaka jer i među onim učenicima koji ih znaju pisati (a ne znaju svi) neki ih pišu na pogrešan način.

Upoznavanjem odnosa među brojevima učenici se osposobljavaju u određivanju većeg i manjeg broja, odnosno jesu li brojevi međusobno jednaki i zašto. Učenici koriste znakove za veće ( $>$ ), manje ( $<$ ) i jednako ( $=$ ). Prvo se uvode znakovi za nejednakost (veće i manje) a potom za jednakost brojeva. Važno je da učenici shvate zašto je, primjerice, broj 6 veći od broja 3 na dva načina: skup od 6 jabuka sadrži više elemenata nego skup od 3 jabuke, a drugi način je to što brojenjem

dolazimo do broja 6 kasnije nego do broja 3. Kada učenici shvate odnose između brojeva uz pomoć skupova, treba ih promatrati i na brojevnoj crti.

Glavni ciljevi formiranja pojmova prirodnih brojeva su: shvatiti povezanost prirodnih brojeva i skupova, shvatiti nastajanje niza brojeva i njihovo mjesto u nizu, uspoređivati brojeve, shvatiti brojenje kao postupak kojim se doznaje broj elemenata u skupu, naučiti značenje i pisanje znakova za brojeve i nekih matematičkih simbola, upoznati računske operacije s prirodnim brojevima i neka njihova svojstva (Markovac, 2001).

### **2.3. Formiranje pojma prirodnih brojeva do 20**

Upoznavanje prirodnih brojeva do 20 uvodi se od konkretnog prema apstraktnom, kao i upoznavanje brojeva do 5 ili 10. Nakon ponavljanja svega što se naučilo o brojevima do 10, pomoću konkretnih materijala se uvode brojevi do 20. Učenici imaju ispred sebe skup od 10 elemenata i dodaju mu jedan po jedan element. Ovaj proces je praćen riječima: deset i jedan je jedanaest itd. Upoznavanjem brojeva do 20 učenici se uvode u pisanje višeznamenastih brojeva, odnosno u ovom slučaju dvoznamenkastih. Važno je obratiti pozornost na to da se jedan broj piše s dvije znamenke. Nakon rada s konkretnim materijalima promatra se nastajanje niza brojeva do 20 na brojevnoj crti. Za prelazak iz konkretnog u apstraktno potrebno je konkretizirati nastajanje niza brojeva do 20 (konkretnim materijalima i brojevnom crtom), taj postupak pratiti govorom (deset i jedan je jedanaest itd.) i zapisivati ga znakovima ( $10 + 1 = 11$ ) (Markovac, 2001).

Za formiranje pojma brojeva do 20 važna je aktivnost brojenja predmeta iz učenikove okoline i didaktičkog materijala. Kada učenici usvoje pojam brojeva do 20 osposobljeni su brojenje shvatiti „postupkom kojim se doznaje broj elemenata u skupu, postupkom kojim se predmetima koji se broje pridružuju brojevne riječi, te da se posljednja izgovorena brojeva riječ pridružuje skupu označavajući broj elemenata u njemu” (Markovac, 2001, str. 134). Da bi brojenje bila svjesna aktivnost zasnovana na razumijevanju učenici trebaju brojiti na različite načine, primjerice skupove s različitim brojevima elemenata, različito raspoređene elemente (npr. u krug, polukrug ili u neuređenoj skupini) i predmete iz okoline. Kao i kod brojenja do 10, treba težiti prelasku s konkretnog prema apstraktnom brojenju tako da učenici broje unaprijed i unazad između zadanih brojeva, primjerice od 17 do 9.

Osim toga, učenici trebaju brojiti primjerice za 2 unaprijed ili za 3 unazad, također od zadanog broja. Usvajanje brojeva do 20 uključuje i da učenici znaju koji brojevi se nalaze između određenih brojeva, odnose među brojevima (veći, manji, jednak), te zbrajanje i oduzimanje.

Mnogi metodičari zalažu se za uvođenje pojma brojeva do 20 od konkretnog prema apstraktnog. Jedna od njih je i Pamela Liebeck koja je u knjizi *How Children Learn Mathematics* (1999) opisala IGSZ model za uvođenje novih matematičkih pojmova, pa među njima i za uvođenje pojma broja.

## 2.4. Uvođenje pojma broja kroz IGSZ model

Mala djeca vide, osjećaju i istražuju fizičke objekte prije nego što nauče riječi koje ih predstavljaju. S vremenom, djeca prepoznaju slike predmeta i povezuju s njima pisane simbole. Učenikovo matematičko iskustvo se treba odvijati istim redoslijedom kojim djeca upoznaju fizičke objekte i svijet oko sebe. Liebeck objašnjava ovaj redoslijed kroz IGSZ model:

„I – *Iskustvo* s fizičkim objektima,

G – *Govor* koji objašnjava iskustvo,

S – *Slike* koje prikazuju iskustvo

Z – Napisani *znakovi* koji generaliziraju iskustvo” (Liebeck, 1999, str. 4, prevela Mihaela Dvojković)

Uvođenje pojma broja kroz IGSZ model započinje manipuliranjem mnoštvom skupova sastavljenih od konkretnih materijala (I). Aktivnosti s konkretnim materijalima prati govor o tome kakvi su ti skupovi (G). Uvodi se rad sa slikama na kojima učenici broje elemente i prepoznaju skupove (S). Na kraju se uvode znakovi za brojeve i odnose među njima (Z).

Udžbenici iz matematike mogu pokriti samo posljednja 2 dijela IGSZ modela, slike i znakove, pa Liebeck (1999) opisuje 4 temeljne aktivnosti za vježbanje prva 2 dijela IGSZ modela, iskustva i govora. To su: pridruživanje, razvrstavanje, sparivanje i nizanje. Aktivnosti pridruživanja trebaju biti osnovane na pojmovima i konceptima koji su učenicima već poznati, primjerice da sve magnete odvoje iz nakupine u kojoj se nalaze dugmad, čepovi i magneti. Tako učenici postaju svjesni da se u aktivnostima pridruživanja traži zajedničko svojstvo predmeta. Sve aktivnosti važno je pratiti govorom o tome što se radi. Kroz aktivnosti pridruživanja

uvode se matematički koncepti vezani uz duljinu i oblik, primjerice *dugačko, kratko, dugačko kao, kraće od, okruglo, ravno*. Razvrstavanje predmeta je malo kompleksnije od pridruživanja. Učenici trebaju prvo pridružiti predmete sa zajedničkim obilježjima da bi ih mogli razvrstati po određenom kriteriju. Aktivnosti sparivanja važne su za uvođenje pojma broja. U ovim aktivnostima učenici sparuju predmete, primjerice svakog učenika s njegovom školskom torbom i uvode se pojmovi vezani uz odnose među predmetima; jednako, više i manje. Nizanjem učenici usvajaju pojmove kao što su; *prvi, posljednji, pokraj, između*, ali i *veći od, manji od, najveći i najmanji*. Predmeti u nizu mogu pratiti određeni obrazac koji učenici trebaju shvatiti i nastaviti niz. U nizu u kojem su predmeti složeni po veličini, učenici trebaju moći prepoznati ako je 3. predmet veći od 2. i 2. predmet je veći od 1., to znači da je 3. predmet veći od 1. Prije uvođenja rada sa slikama i znakovima treba provesti što više različitih aktivnosti pridruživanja, razvrstavanja, sparivanja i nizanja.

Nakon mnoštva aktivnosti koje se bave iskustvom i govorom učenici su spremni za posljednja dva dijela IGSZ modela, slike i znakove (Liebeck, 1999). Slike se uvode kroz aktivnosti koje su provedene s konkretnim materijalima kako bi učenici shvatili da su one zamjena za predmete. Prednost slika jest što one ostaju kao trajan zapis provedenih aktivnosti.

Prije pisanja brojeva učenici trebaju čitati brojeve kroz što više aktivnosti i biti okruženi njima u učionici. Učenici mogu igrati igru *Memory* s karticama koje imaju na jednom paru napisanu brojku, a na drugom paru odgovarajući broj točkica. Sljedeća aktivnost je povezivanje točkica olovkom; uz svaku točkicu se nalazi broj kako bi učenici znali kojim redosljedom povezuju točkice i kad završe njihove linije će stvoriti jednostavan crtež. Kockica za igranje društvenih igara s brojevima umjesto točkica potiče učenike da svaki put kad je bace pročitaju broj. Ispravno pisanje brojeva zahtjeva koncentraciju i koordinaciju. Osim pisanja brojeva na papiru, učenici trebaju vježbati pisanje na što više načina, primjerice prstima po leđima drugog učenika i prstima u pijesku. Važno je da učenici nauče od koje točke se počinju pisati brojevi i da ih pravilno pišu. Osim znakova za brojeve učenici uče i znakove za odnose među brojevima

Za usvajanje pojma broja je osim korištenja različitih modela potrebno izmjenjivati različita načela, metode, oblike rada i nastavna sredstva, o čemu će biti riječi u sljedećem poglavlju.

### 3. METODIČKE POSTAVKE NASTAVE MATEMATIKE PRI UČENJU POJMA BROJA

#### 3.1. Aktiviranje načela u nastavi matematike pri usvajanju pojma broja

„Metodička načela temeljne su ideje na kojima se i uz pomoć kojih se uređuju subjektivni i objektivni uvjeti učenja u početnoj nastavi matematike” (Markovac, 2001., str. 55). Načela su zapravo smjernice za odgojno-obrazovni proces i međusobno su jako povezana.

Različiti autori navode načela koja se malo razlikuju brojem i nazivima, no uglavnom obuhvaćaju jednake koncepte jer su nastala kao rezultat proučavanja odgojno-obrazovnog procesa. Markovac u knjizi *Metodika početne nastave matematike* (2001) navodi ova načela: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, načelo individualizacije, načelo postupnosti, načelo objektivne realnosti. Bognar i Matijević u knjizi *Didaktika* (2005) navode malo drugačiji popis načela: načelo aktivnosti i stvaralaštva, načelo ekonomičnosti, načelo adekvatnosti, načelo primjerenosti, načelo integracije, načelo diferencijacije, načelo individualizacije, načelo personalizacije, načelo socijalizacije. Kurnik (2009c) navodi noviji popis načela koja su najviše vezana s temom ovoga rada pa će ona biti detaljnije objašnjena. Ova načela Kurnik navodi u članku *Znanstveni okviri nastave matematike* (2009c):

- načelo primjerenosti
- načelo zornosti
- načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti
- načelo sistematičnosti i postupnosti
- načelo trajnosti znanja, vještina i navika
- načelo motivacije
- načelo individualizacije
- načelo problemnosti
- načelo znanstvenosti.

Osim navedenih načela Kurnik (2009c) navodi i načelo odgojnosti nastave, no suvremena nastava bazira se na ishodima a ne na obrazovnim, funkcionalnim i materijalnim zadaćama, pa ovo načelo neće biti detaljnije opisano.

Načela problemnosti i znanstvenosti važna su za nastavu matematike, no ne nalaze se u sustavu načela za mnoge druge predmete jer je svaki nastavni predmet drugačiji.

Sva su načela jednako važna pa ih je potrebno pravovremeno primjenjivati i povezivati da bi nastava matematike bila što efikasnija. Zbog njihove povezanosti, ostvarujući jedno načelo često se ostvaruju i druga načela, primjerice, ostvarujući načelo zornosti ostvaruje se i načelo primjerenosti. Nepoštivanje nekog načela dovodi do nepoštivanja nekog drugog načela zbog njihove povezanosti i čini nastavu matematike neprimjerenom.

### **Načelo primjerenosti**

Načelo primjerenosti odnosi se na to koliko su zahtjevni zadaci koji se daju učenicima. Za nastavu se može reći da je primjerena ako učenici mogu ispuniti zadatke uz određeni umni napor, odnosno da im nisu ni preteški ni prelagani. U oba slučaja učenici gube interes za matematiku i ne napreduju, ne samo u matematici nego i u učenju kako učiti te u razvijanju njihovih intelektualnih sposobnosti. S obzirom na to da svaki učenik ima različitu razinu predznanja i matematičkih sposobnosti učitelji trebaju organizirati nastavu tako da bude primjerena svakom učeniku (Kurnik 2009a). Važno je uzeti u obzir i dob učenika jer mlađoj djeci ne odgovara sjedilačka nastava i potrebna im je češća promjena aktivnosti kako bi zadržali interes i koncentraciju (Bognar i Matijević, 2005). Načelo primjerenosti se ostvaruje i odgovarajućim izborom metoda i oblika nastavnoga rada, te odgovarajućim nastavnim sredstvima i pomagalicama (Markovac, 2001). Na poštivanje načela primjerenosti utječe i kvaliteta udžbenika i drugih nastavnih materijala, no najveća je odgovornost na učitelju.

U početnoj nastavi matematike apstraktni sadržaji se transponiraju u drugi oblik, primjerice, pojam broja se uvodi konkretnim materijalima, kako bi nastava bila primjerena mogućnostima učenika. Korištenjem konkretnih materijala za uvođenje apstraktnih pojmova poštuje se i načelo zornosti.

## **Načelo zornosti**

Zornost podrazumijeva sve radnje kojima se apstraktni matematički pojmovi transponiraju u empirijske. Učenici upoznaju matematičke pojmove osjetilnim spoznavanjem (vizualnim, slušnim i taktilnim aktivnostima). U početnoj nastavi matematike je zornost nužna zbog intelektualne razvijenosti učenika i apstraktnosti nastavnih sadržaja koji se uče, no nastava ne smije ostati na razini zornosti. Zorna sredstva služe za razvijanje intelektualnih sposobnosti i prijelaz prema apstraktnom.

Primjerice, uspoređivanje skupova pridruživanjem njihovih elemenata čini zornim odnos među tim skupovima. Učenici vizualnom i taktilnom aktivnošću spoznaju jesu li skupovi jednaki ili je jedan od njih veći odnosno manji. Konkretni predmeti koji se koriste nisu sadržaj učenja nego zorna sredstva s kojima se apstrahiraju i generaliziraju svojstva pojmova koji se formiraju. Uspoređujući skupove pridruživanjem njihovih elemenata učenici upoznaju odnose među brojevima a ne predmete koji čine elemente skupova (Markovac, 2001). Dok učenici aktivno rade s konkretnim materijalima budi se njihov interes prema nastavnim sadržajima i matematici općenito, čime se ostvaruje načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti.

## **Načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti**

Pobuđivanje interesa, svjesnosti i aktivnosti vrlo je važno jer je učenje učinkovitije i trajnije ako su učenici zainteresirani za nastavne sadržaje i kroz djelovanje sami dolaze do spoznaja. Matematika je mnogim učenicima među težim nastavnim predmetima jer zahtjeva puno vremena i truda, no ako se kod učenika pobudi interes oni brže i lakše usvajaju matematičke sadržaje. Izmjena različitih metoda i oblika rada te nastavnih sredstava i pomagala pozitivno utječe na interes učenika i mijenja njihovu predodžbu o matematici kao teškom predmetu. Učitelji pobuđuju interes kod učenika svojim primjerom kad i sami pokažu zainteresiranost za matematičke sadržaje. Učitelji se trebaju odmaknuti od tradicionalne nastave i kroz različite kreativne i zanimljive aktivnosti osigurati dovoljno vremena za ponavljanje i uvježbavanje kako učenici ne bi zaostajali i tako gubili interes. Nastava matematike je zajednička aktivnost učitelja i svih učenika (Kurnik, 2010). Učenička aktivnost može biti individualna i kolektivna. Individualna aktivnost je djelatnost



učenika na različitim izvorima znanja, primjerice rad s konkretnim materijalima i pismeno rješavanje zadataka. Matematičko znanje se ne može prenijeti, ono se stječe vlastitom aktivnošću. Kolektivnu aktivnost organizira učitelj i ona se najčešće ostvaruje izlaganjem novih nastavnih sadržaja. U početnoj nastavi matematike učenici trebaju biti aktivno uključeni intelektualno, verbalno, manualno i grafički (Markovac, 2001).

Primjer aktivnosti u kojoj se poštuje načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti je učenikov samostalan rad s Cuisenaire štapićima pri uvođenju pojma novoga broja. Cuisenaire štapići su didaktički materijal koji se sastoji od štapića različitih visina i boja, no visina i boja su vezani. Primjerice, Cuisenaire crveni štapić je uvijek visok 2 centimetra, žuti 5 centimetara, a plavi 9 centimetara. Ovaj didaktički materijal vrlo je koristan i pri uvođenju zbrajanja. Uvođenje novih pojmova ili računskih operacija s konkretnim materijalom u skladu je i s načelom sistematičnosti i postupnosti.

### **Načelo sistematičnosti i postupnosti**

Sistematičnost se odnosi na logički redoslijed uvođenja nastavnih sadržaja, a postupnost na njihovo postepeno uvođenje, optimalnom brzinom. Ovo načelo važno je za nastavu matematike jer se nastavni sadržaji nadograđuju. Tako je, primjerice, za uvođenje operacije množenja potrebna usvojenost operacije zbrajanja, a za uvođenje zbrajanja je potrebna usvojenost pojma prirodnih brojeva i njihovih odnosa. Za ostvarivanje ovoga načela važno je pridržavati se didaktičkih pravila „od jednostavnog prema složenom, od poznatog nepoznatom, od konkretnog prema apstraktnom“ (Markovac, 2001, str. 62). U skladu s didaktičkim pravilima i navedenim načelom, proces učenja započinje u razini konkretnosti, potom se usvajaju pojmovi a na kraju znakovi. Pri postupnom prelasku na svaki novi nastavni sadržaj učenici trebaju trajno usvojiti znanje koje im je potrebno za nove sadržaje.

### **Načelo trajnosti znanja, vještina i navika**

Matematički sadržaji su logički povezani pa je za svladavanje novih sadržaja nužno razumijevanje i trajnost prethodno naučenih sadržaja. Učitelj ima odgovornost da prenosi znanje, vještine i navike tako da ih učenici zadrže u pamćenju što duže. Nužan uvjet za postizanje načela trajnosti je svjesno usvajanje nastavnih sadržaja u

kojemu učenici aktivno sudjeluju. Osim toga, sadržaji se trebaju postupno uvoditi da bi se trajno usvojili. Da bi učenici savladali vještinu brojenja do 100 prvo trebaju naučiti brojiti do 10, pa do 20. Da bi učenici stekli naviku rješavanja domaće zadaće bez negativnih osjećaja, ta navika se gradi postepeno zadacima koji su učenicima zanimljivi i zadacima koje mogu samostalno riješiti. Domaća zadaća nikad ne smije sadržavati nove pojmove i treba učenicima pružiti osjećaj kompetencije i postignuća (Burke Walsh, 2002). Osim toga, rješavanje domaće zadaće pridonosi trajnosti znanja jer se njenim rješavanjem uvježbaju sadržaji. Ponavljanje je najvažnija aktivnost za ostvarivanje načela trajnosti znanja, vještina i navika. Kurnik (2009b) navodi 3 različite situacije u kojima se provodi ponavljanje; odmah nakon upoznavanja s novim nastavnim sadržajima, na početku nastavnoga sata i na satima ponavljanja. Ponavljanje se može provesti usmeno ili pismeno, ovisno o nastavnom sadržaju i predviđenom vremenu. Trajno stjecanje matematičkih vještina i radnih navika pozitivno utječe na motivaciju pri uvođenju novih nastavnih sadržaja.

### **Načelo motivacije**

Interes učenika za određeni nastavni sadržaj ovisi prvotno o učiteljima. Maštoviti, vedri i strpljivi učitelji svojim osobinama motiviraju učenike za rad. Dobrim izborom motivacijskih primjera i pitanja stvaraju ugodno razredno ozračje i potiču učenike na komunikaciju. Matematika se smatra teškom i njeno učenje se temelji na rješavanju mnoštva zadataka što zna rezultirati gubitkom motivacije jer učenici ne vide svrhu matematike u svakodnevnom životu. Zabavni zadaci u obliku duhovitih priča iz svakodnevnog života, lijepe ilustracije ili duhovite pjesme pobuđuju interes za matematikom kod učenika, pogotovo u početnoj nastavi matematike. Učenici možda neće shvatiti svrhu uspoređivanja 2 skupa sastavljenih od geometrijskih likova, no ako 2 učenika imaju skupove slatkiša koje uspoređuju ta aktivnost će služiti za utvrđivanje tko od njih ima više slatkiša. Motivacija je potrebna za rješavanje svih zadataka pa tako i za rješavanje domaće zadaće. Domaća zadaća se često zadaje bez ikakvih objašnjenja, no ako učitelj dopusti učenicima da samostalno biraju neke zadatke koje će riješiti ili ako ih sami sastave njihova motivacija raste. Važno je i da učitelj zajedno s učenicima pročita i objasni zadatke i da provjere rješenja na sljedećem satu. Ako učenici zainteresirano sudjeluju u nastavi i rješavanju domaće zadaće njihove ocjene će biti bolje što će ih dodatno motivirati,

no i sam proces ocjenjivanja može biti poticaj za razvijanje motivacije. Učitelji trebaju dati učenicima dovoljno vremena da se pripreme za usmeno ispitivanje i ponekad uključiti ostatak razreda u davanje ocjene. Tako učenici razvijaju pozitivna svojstva ličnosti kao što su samokritičnost, pravednost i uvažavanje tuđeg mišljenja. Komunikacijske vještine razvijaju se i u timskom radu pri izradi panoa, igranju matematičkih igara ili rješavanju matematičkih kvizova. Učenici vole igre i kroz ovakve aktivnosti grade pozitivnu sliku prema nastavi matematike (Kurnik, 2005). U aktivnostima kao što su matematički kvizovi poštuje se i načelo individualizacije jer će se učenici javljati da odgovore na pitanja na koja znaju odgovore. Matematički kvizovi se trebaju sastojati od pitanja različite težine.

### **Načelo individualizacije**

Nastavni sadržaji početne nastave matematike su prilično opsežni pa se događa da se učitelji usmjeravaju na izvršavanje obrazovnih ciljeva i nerijetko zapostavljaju potrebe učenika s teškoćama u savladavanju redovitog programa i darovitih učenika. Daroviti učenici u takvoj situaciji gube motivaciju i interes za učenjem matematike. Ako učitelji zapostavljaju učenike s teškoćama u savladavanju redovitog programa to može dovesti do gubitka motivacije, negativnih osjećaja prema matematici i još većem zaostajanju. Svaki učenik ima različitu razinu predznanja i matematičkih sposobnosti. Zato je za uspješnu nastavu važna individualizacija sadržaja, no to uopće nije lak zadatak za učitelje, pogotovo u razredima s puno učenika. Individualizacija se ostvaruje na dopunskoj i dodatnoj nastavi jer u njoj sudjeluju učenici kojima je ona potrebna i manje je učenika u učionici. U redovnoj nastavi individualizacija programa za darovite učenike se postiže zadavanjem dodatnih zadataka koji su kompliciraniji i zahtijevaju dublje razumijevanje nastavnih sadržaja od zadataka koji se inače rješavaju. Kako bi učitelji pomogli učenicima s teškoćama u savladavanju redovitog programa trebaju prvo shvatiti kako su nastale praznine u znanju a onda ih popuniti dodatnim objašnjenjima i vježbanjem. Timski rad poštuje načelo individualizacije jer svaki učenik rješava svoj dio zadatka. Učenici trebaju naučiti kako raditi u timu pa je takav način rada dobro uvoditi već u početnoj nastavi matematike. Na svakom satu potrebno je osigurati dovoljno vremena za individualni rad učenika i dati jasne upute za domaću zadaću kako bi njeno rješavanje postalo navika učenika.

## **Načelo problemnosti**

Rezultati primjene načela problemnosti veći su u višim razredima osnovne škole i u srednjim školama, no ono je važno i u početnoj nastavi matematike. Za razvijanje učeničkih intelektualnih sposobnosti i kritičkog mišljenja važno ih je ponekad staviti pred problem da ga sami probaju riješiti. Pri tome je važno da težina problema bude primjerena većini učenika. Učenici često uče površno pa imaju dojam da im je sve jasno, no kroz aktivnosti koje su u skladu s načelom problemnosti njihove spoznaje penju se na višu razinu (Kurnik, 2002a).

Uspoređivanje skupova pridruživanjem može se provesti u skladu s načelom problemnosti. Učenici ispred sebe imaju 2 skupa elemenata i njihov zadatak je usporediti ih bez da broje elemente. Neki učenici doći će do rješenja brojenjem ili vizualnim opažanjem, no treba ih usmjeriti da pronađu drugačiju metodu, odnosno da skupove usporede pridruživanjem njihovih elemenata. Uspješno rješenje problema pozitivno će utjecati na samopouzdanje učenika i na njihov stav prema nastavi matematike.

## **Načelo znanstvenosti**

Nastava matematike mora biti u skladu s matematikom kao znanosti, odnosno učitelji prenose učenicima matematičke pojmove koji su znanstveno potvrđeni. Za formiranje pojmova važan je samostalan istraživački rad učenika. U istraživačkom radu učenici koriste različite metode znanstvenog istraživanja; analizu i sintezu, apstrakciju i konkretizaciju, indukciju i dedukciju, generalizaciju i specijalizaciju, te analogiju (Kurnik, 2002b).

U početnoj nastavi matematike učenici se prvo susreću s apstrakcijom i konkretizacijom tako što od konkretnih primjera dolaze do apstraktnih spoznaja. Primjerice, pri uvođenju pojma broja 3 učenici promatraju različite skupove koji imaju po 3 objekta. Učenici ne obraćaju pažnju na oblik i boju elemenata već na brojnost skupova koje promatraju i tako formiraju apstraktni pojam broja 3. Učitelji postavljaju pitanja i razgovaraju s učenicima kako bi im pomogli u formiranju pojma broja 3 i tako koriste jednu od nastavnih metoda, a to je metoda razgovora.

### **3.2. Korištenje različitih metoda pri usvajanju pojma broja**

Matematičko odgajanje i obrazovanje učenika postiže se različitim metodama. One se temelje na zajedničkom radu učenika i učitelja. Markovac (2001) navodi metode koje se koriste u početnoj nastavi matematike:

- metoda usmenog izlaganja
- metoda razgovora
- metoda rada s tekstom
- metoda demonstracije
- metoda pismenih i grafičkih radova.

Pri odabiru metode treba uzeti u obzir cilj nastavnog sata, složenost matematičkog sadržaja, nastavna sredstva i potrebno vrijeme. Osim toga, treba prilagoditi izbor metoda učenicima, odnosno njihovoj dobi, intelektualnoj zrelosti, predznanju i slično. Za uspješnu nastavu matematike važno je da su učitelji osposobljeni koristiti sve nastavne metode i pravovremeno ih izmjenjivati (Kurnik, 2007).

#### **Metoda usmenog izlaganja**

Metoda usmenog izlaganja jedna je od najstarijih nastavnih metoda a temelji se na usmenoj komunikaciji. U početnoj nastavi matematike najčešće su učitelji izlagači, no to mogu biti i učenici. Pripovijedanje, opisivanje, objašnjavanje i predavanje su različiti oblici ove metode. Na satima matematike se najčešće koristi objašnjavanje koje je prisutno na gotovo svakom nastavnom satu. Učitelji trebaju prilagoditi duljinu i sadržaj svojih objašnjenja dobi i predznanju učenika kako bi zadržali njihovu pažnju i interes (Markovac, 2001). Negativne strane ove metode su to što aktivna uloga pripada učitelju, dok su učenici pasivni. Njeguje se reproduktivno mišljenje a zapostavlja stvaralačko. Ove negativne strane mogu se izbjeći ako učitelj budi interes učenika i aktivira njihovo mišljenje zornim predmetima i potpitanjima.

Učinak metode usmenog izlaganja povećava se kad se ona kombinira s drugim metodama (Kurnik, 2006a). Primjerice, uspoređivanje skupova

pridruživanjem elemenata uvodi se tako da učitelj objašnjava a učenici slušaju, no da bi izlaganje bilo uspješno učitelji koriste metodu demonstracije s konkretnim materijalima i metodu razgovora postavljajući pitanja da provjere učeničko razumijevanje.

### **Metoda razgovora**

Za razliku od metode usmenog izlaganja koja je monološka, metoda razgovora je dijaloška. Razgovor više od usmenog izlaganja potiče učeničku pažnju i aktivnost. Metoda razgovora se odvija u obliku pitanja i odgovora koje može postavljati učitelj učenicima, ali i učenici učitelju ili drugim učenicima. Učitelji kroz učeničke odgovore saznaju koliko su učenici usvojili ono što se uči, no povratna informacija neće obuhvatiti sve učenike i zahtjeva puno vremena. Postoji više vrsta pitanja. Razvojna pitanja potiču učenike na razmišljanje, dok dopunska ili pomoćna pitanja pomažu učenicima ako ne znaju odgovor. Sugestivna pitanja treba izbjegavati jer ne potiču učenike na razmišljanje, a dvosmislena pitanja mogu zbuniti učenike.

Postoji i više vrsta razgovora, a za početnu nastavu matematike je najprikladniji heuristički razgovor jer potiče učenike da dođu do zaključaka do kojih sami ne bi došli (Markovac, 2001). To je vođeni razgovor u kojem učitelj svojim pitanjima navodi učenike do rješenja i novih spoznaja. Primjerice, kroz heuristički razgovor učenici mogu doći do generalizacije da je zamjena mjesta pribrojnika moguća za bilo koje brojeve.

### **Metoda rada s tekstom**

Samostalni rad učenika s tekstom važan je za ostvarenje cilja učiti kako učiti (Kurnik, 2006b). U početnoj nastavi matematike koriste se udžbenik, nastavni listići, zbirke zadataka i drugi tekstovi matematičkog sadržaja koji su primjereni dobi učenika. Učitelji koriste tekstove matematičkog sadržaja u pripremi nastavnih sati i na nastavi. Rad s tekstom je uglavnom individualan pa učitelji trebaju pripremiti učenike za takav rad. Kroz rad s tekstom učenici razvijaju naviku korištenja literature, njeguje se čitanje s razumijevanjem, razvija se navika duže koncentracije i učenici se pripremaju za samostalni rad u životu. Međutim, ova metoda ima i neke nedostatke kao što su nemogućnost samostalnog svladavanja težih zadataka,

površnost čitanja, popuštanje koncentracije i slaba povratna informacija (Kurnik, 2006b). Učenici prvoga razreda ne mogu se uspješno koristiti tekstem bez odgovarajućih uputa. Uputa započinje s brojem stranice na kojoj se tekst nalazi i točnim mjestom teksta na toj stranici. Kad svi učenici pronađu tekst potrebno je reći ono najbitnije o zadatku i motivirati učenike na pažljivo čitanje i rad (Markovac, 2001). Pri uvođenju pojma broja učenici će rješavati zadatke s kratkim uputama kao što je: Prebroji točkice na svakoj bubamari i napiši koliko ih ima.

### **Metoda demonstracije**

Demonstracija se ostvaruje pokazivanjem i promatranjem. Metoda demonstracije u nastavi matematike specifična je jer predmet koji se demonstrira ne mora biti predmetom učenja. Konkretni predmeti služe za predočavanje apstraktnih sadržaja. Primjerice, pri učenju pojma broja 5 demonstriraju se skupovi sastavljeni od različitih predmeta. Karakteristike predmeta u ovom slučaju nisu važne nego oni služe za formiranje broja 5. Konkretni materijali koji se koriste za uvođenje pojma broja mogu biti didaktički materijali ili predmeti iz učenikove sredine, a za geometriju se u početnoj nastavi matematike koriste modeli geometrijskih likova i tijela (Markovac, 2001). Demonstracija se koristi za uvođenje novih pojmova ili vježbanje i ponavljanje.

### **Metoda pismenih i grafičkih radova**

Ova metoda se ostvaruje u obliku pisanja i u obliku crtanja. U početnoj nastavi matematike učenici prikazuju pisanjem matematičke znakove i termine. Metoda grafičkih radova koristi se za prikazivanje elemenata skupova crtajući različite oblike. Crtanje je u skladu s načelom zornosti i poboljšava razumijevanje odnosa među brojevima i veličinama (Markovac, 2001).

Izbor metoda rada usko je povezan s izborom oblika rada. Dobar odabir oblika rada može jako povećati uspješnost određene metode i pomoći u ostvarenju ciljeva nastave.

### 3.3. Korištenje različitih oblika rada pri usvajanju pojma broja

U nastavi matematike koriste se četiri različita oblika rada:

- frontalni rad
- individualni rad
- grupni rad
- rad u parovima

Svaki od navedenih oblika ima svoje prednosti i mane pa ih je potrebno kombinirati i koristiti svaki od njih u dijelu nastavnoga sata za koji je najpogodniji. Za uspješan rad u različitim oblicima rada potrebno je dobro organizirati raspored sjedenja učenika u učionici.

#### **Frontalni rad**

Pri frontalnom radu učitelj rukovodi rad s cijelim razredom istovremeno. Ovaj oblik rada se najčešće koristi pri izlaganju novog nastavnog sadržaja ili davanju uputa za rad učenika. Iz navedenih razloga frontalni rad je ekonomičan i relativno se lako primjenjuje. Često se koristi ovaj oblik rada zbog realizacije programa (Bognar i Matijević, 2005). Prednosti ovog oblika rada su to što se obavijesti prenose svim učenicima i omogućuje komunikaciju sa svim učenicima, no ima i mnogo nedostataka. Sadržaj izlaganja se prilagođava razini prosjeka učenika. Svi učenici dobivaju jednaku kvalitetu i kvantitetu informacija što nije u skladu s načelom individualizacije i ne odgovara slabijim i naprednijim učenicima. Frontalni rad ima najviše nedostataka kad se koristi u vježbanju i ponavljanju. Ako jedan učenik rješava zadatak na ploči a ostali u svojim bilježnicama, onaj učenik koji rješava zadatak na ploči određuje tempo koji će većini učenika biti prebrz ili prespor. Osim toga, mnogi učenici neće samostalno rješavati zadatke nego prepisati rješenja s ploče. Zbog navedenih razloga treba izbjegavati frontalni rad prilikom vježbanja i ponavljanja (Markovac, 2001).

Pri uvođenju pojma broja novi sadržaji se uvode frontalno, primjerice rad s brojevnim gusjenicom. Učitelj će demonstrirati učenicima rad s velikom brojevnom gusjenicom kako bi kasnije mogli samostalno rješavati zadatke.



## **Individualni rad**

Individualni rad je samostalan rad učenika na zadacima koji mogu biti jednaki ili različiti od zadataka drugih učenika. Rješavanje različitih zadataka naziva se individualiziranim radom i u skladu je s načelima primjerenosti i individualizacije. Priprema različitih zadataka za samostalan rad učenika iziskuje veći trud učitelja. Mogućnost individualiziranja nastave je najveća prednost ovog oblika rada, no i kad učenici rješavaju samostalno jednake zadatke ostvaruje se individualizacija jer će učenici rješavati zadatke svojim tempom i ne moraju svi riješiti jednak broj zadataka. Samostalnim radom razvija se koncentracija i interes. Vježbanje i ponavljanje kroz individualni rad isključuje mogućnost da će učenici biti pasivni, za razliku od frontalnog rada, a vlastita aktivnost učenika pridonosi ostvarenju načela trajnosti znanja, vještina i navika. „Samo uz naglašenu aktivnost učenika možemo očekivati njihov razvoj i napredovanje“ (Bognar i Matijević, 2005, str. 236). Za vježbanje i ponavljanje mogu se koristiti zadaci iz udžbenika, zbirki zadataka, nastavni listići i dr. (Markovac, 2001). Primjerice, nakon frontalnog objašnjenja učenici rješavaju samostalno aktivnosti u kojima se prebrojavaju elementi u nacrtanim skupovima ili crtaju elementi za skupove čiji kardinalni broj je zadan.

## **Grupni rad**

Grupni rad je oblik rada u kojem učenici jednog razrednog odjela samostalno rade pod indirektnim vodstvom učitelja. Grupe se uglavnom sastoje od četiri, pet ili šest učenika. Sve grupe mogu imati isti zadatak ili svaka grupa drugačiji. U početnoj nastavi matematike sve grupe uglavnom imaju isti zadatak. Učenici unutar grupe mogu individualno rješavati iste zadatke ili svaki učenik rješava drugačiji zadatak, što se naziva timskim radom. Svaki učenik unutar grupe radi samostalno pa je ovakav način rada ujedno i individualan. Grupni rad započinje frontalnim objašnjenjem učitelja i izradom plana rada. Potom učenici rade u grupama i na kraju frontalno učenici prezentiraju rezultate svoga rada. Grupe se mogu formirati nasumično, po intelektualnim sposobnostima ili po zajedničkim interesima. U početnoj nastavi matematike uglavnom se formiraju grupe u kojima su učenici različite razine znanja kako bi napredniji učenici pomagali slabijima. Prednosti grupnog rada su stvaranje ugodne atmosfere promjenom načina rada, mogućnost

komuniciranja s drugim učenicima za vrijeme rada, promjena mjesta sjedenja i velika aktivnost članova grupe. Da bi grupni rad bio uspješan potrebna je dobra priprema učitelja, uvođenje učenika u takav oblik rada i pomoć učitelja za vrijeme rada. Grupni rad se uvodi već u 1. razredu osnovne škole kroz jednostavnije i kraće zadatke kako bi učenici naučili raditi u takvim uvjetima. (Markovac, 2001).

Primjerice, zbrajanje se može uvježbavati timskim radom tako da svaki učenik u grupi ima svoje zadatke. Svaka grupa ima ispred sebe legendu u kojoj piše koji broj će se zamijeniti kojim slovom za zajedničko rješenje, a svaki nastavni listić je označen rednim brojem kako bi znali kojim redoslijedom trebaju posložiti slova u rješenju. Učenici pomoću legende stvaraju riječ od svih njihovih rješenja (11=Z, 9=B, 8=R, 12=A, 15=J, 10=NJ, 16=E, rješenje je „zbrajanje“).

Kurnik (2003) objašnjava razliku između grupnog rada i homogenih grupa. Rad u homogenim grupama se ostvaruje tako da učitelj podijeli učenike uglavnom u tri grupe prema njihovoj razini predznanja, no učenici uopće ne znaju da su podijeljeni u grupe. Učenici na svojim mjestima rješavaju zadatke koji su primjereni njihovom predznanju. Za takvu nastavu učitelji pripremaju zadatke za različite grupe.

### **Rad u parovima**

Rad u parovima je oblik rada u kojemu po dva učenika rade na određenim zadacima. Ovaj oblik rada najčešće se koristi za ponavljanje i uvježbavanje ili provjeru rješenja zadataka, primjerice domaće zadaće. Rad u parovima slijedi nakon uvoda u obliku frontalnog rada, a uspješno se kombinira s individualnim i grupnim radom. Ovakav oblik rada povoljno utječe na odnose među učenicima i na njihov odnos prema radu i nastavnom sadržaju. Za uspješnu provedbu je kao i kod drugih oblika rada nužna dobra priprema učitelja (Markovac, 2001). Svi parovi mogu rješavati iste zadatke ili različite, a i učenici u jednom paru mogu imati drugačije zadatke. Učenici u paru mogu zajedno rješavati isti zadatak ili imati uloge učitelja i učenika. Radom u paru ostvaruje se intenzivnija komunikacija učenika nego radom u većim grupama učenika (Bognar i Matijević, 2005). Kriteriji za formiranje parova mogu biti različiti, ovisno o ciljevima aktivnosti. Mogu se upariti učenici različitog predznanja kako bi napredniji učenici pomogli slabijima, učenici koji su dobri prijatelji ili učenici koji se inače ne družu kako bi se zbližili. Uvježbavanje uspoređivanja skupova pridruživanjem njihovih elemenata se može izvoditi u

parovima. Učenici zajedno rade s konkretnim materijalima što doživljavaju kao igru, a ako jedan učenik u paru ne razumije proces pridruživanja drugi učenik će mu pomoći.

### **3.4. Nastavna sredstva i pomagala za učenje pojma broja**

Nastavna sredstva i pomagala su svi materijalni objekti koji se koriste za učenje. Poljak (1988) definira nastavna sredstva kao didaktički oblikovanu izvornu stvarnost, a tehnička odnosno nastavna pomagala kao oruđa za rad u izvornoj stvarnosti i s nastavnim sredstvima. Primjerice, kocka će na nastavi geometrije biti nastavno sredstvo jer je objekt spoznavanja, a u nastavi aritmetike se kocke mogu koristiti kao nastavna pomagala u formiranju skupova od određenog broja elemenata, u ovom slučaju kocki. U početnoj nastavi matematike koriste se drugačija sredstva i pomagala nego u kasnijoj nastavi matematike ili drugim nastavnim predmetima, no u početnoj nastavi matematike nastavni sadržaji su apstraktni pa je iznimno važno koristiti različita nastavna sredstva i pomagala.

Upotreba vizualnih nastavnih sredstava nužna je jer se približno 80% informacija prima vizualnom komponentom (Markovac, 2001). Osim vizualne jako je važna i auditivna komponenta pa se ne smije ni nju zapostavljati. Bognar i Matijević (2005) dijele nastavna sredstva i pomagala na vizualna, auditivna i audiovizualna i nazivaju ih nastavnim medijima. Poljak (1988) ovoj podjeli dodaje tekstualna sredstva kao zasebnu kategoriju, dok ih Bognar i Matijević ubrajaju u vizualna sredstva.

Vizualna sredstva su najbrojnija i najviše se koriste. Sadržaj vizualnog prikaza često se u početnoj nastavi matematike razlikuje od sadržaja učenja. Primjerice, pri formiranju jednakobrojnih skupova od kocki važan je kardinalni broj skupova a ne vizualna obilježja tih kocki. Auditivna sredstva su najzastupljenija u nastavi Hrvatskoga jezika, stranih jezika i Glazbene kulture, no mogu se koristiti i u drugim nastavnim predmetima jer doprinose zornosti i razvoju motivacije. Poljak (1988) u ovu skupinu ubraja živu riječ učitelja i učenika, razne zvučne snimke ljudskog izražavanja (verbalnog ili glazbenog) te snimke glasanja životinja i raznih drugih prirodnih ili umjetnih tonova i šumova. Audiovizualna sredstva su ona sredstva koja istovremeno imaju vizualnu i auditivnu komponentu, kao što su filmovi

i emisije. Integracijom dvaju ili više različitih vrsta nastavnih sredstava radi njihovog dopunjavanja nastaju multimedijски sustavi.

Poljak (1988) dijeli nastavne materijale na: izvornu stvarnost, nastavna sredstva, tehnička pomagala, tehničke uređaje i nastavnu tehnologiju. Izvorna stvarnost odnosi na promatranje okoline i prirode, primjerice u početnoj nastavi matematike se mogu brojati latice cvijeta. Nastavna sredstva i tehnička odnosno nastavna pomagala su već objašnjena, a tehnički uređaji nisu ni nastavna sredstva ni pomagala. Oni su važni jer stavljaju u funkciju nastavna sredstva. To su primjerice računalo i zvučnici. Nastavna tehnologija predstavlja povezivanje svih navedenih materijala u jedno s obzirom na potrebe nastave.

Nastavna sredstva i pomagala obično se dijele na prirodna i umjetna. Prirodna su predmeti iz neposredne okoline (predmeti u učionici) i predmeti koje posjeduju učenici (školski pribor). Umjetna su ona koja su napravljena za učenje, odnosno različiti didaktički materijali (modeli geometrijskih likova, grafička sredstva, računaska gusjenica i sl.). Didaktički materijali trebaju biti manipulativni i rad s njima treba biti praćen govorom o tome što se radi. Nastavna sredstva i pomagala se koriste dok učenici ne prijeđu iz konkretnog u apstraktno i ne nauče rješavati zadatke bez njih. Učitelji procjenjuju trenutak kad ona više nisu potrebna i važno ih je tada prestati koristiti (Markovac, 2001).

Za učenje pojma broja koriste se različiti didaktički materijali. Važno je da učenici imaju dovoljan broj materijala i da materijali nemaju puno kvalitativnih svojstava (npr. šarene uzorke) kako bi se učenici koncentrirali na njihova kvantitativna svojstva. Ovakvi materijali koriste se za različite radnje sa skupovima kao što su uspoređivanje i formiranje jednakobrojnih skupova.

Za početnu nastavu matematike postoji mnoštvo vizualnih sredstava ali nema puno auditivnih. Ovaj rad je doprinos povećanju broja auditivnih sredstava za uvođenje pojma broja u prvom razredu osnovne škole u obliku uglazbljenih pjesama. Korištenje različitih sredstava za uvođenje novih pojmova je važno jer su svi učenici različiti i imaju različite interese, sposobnosti i načine učenja, odnosno inteligencije iz Gardnerove teorije o višestrukim inteligencijama.

## **4. GLAZBA U NASTAVI MATEMATIKE**

### **4.1. Gardnerova teorija višestrukih inteligencija**

Gardnerova teorija višestrukih inteligencija snažno je utjecala na razvoj interdisciplinarnog poučavanja u suvremenoj nastavi. Učitelji trebaju prepoznati u kojim su područjima učenici izrazito sposobni i poticati ih u daljnjem razvoju, no istodobno im pružiti prilike za isprobavanje i napredovanje u drugim područjima (Čudina-Obradović i Brajković, 2009).

Howard Gardner je začetnik teorije višestrukih inteligencija. Ova teorija osporava klasično shvaćanje inteligencije koje je preusko i koje inteligenciju mjeri IQ testom a rezultat prikazuje jednim brojem (Gardner, 2011). Gardner smatra da je inteligencija skup sposobnosti koje nadilaze tradicionalne testove pa je važno da učitelji budu otvoreni prema novim načinima poučavanja (Posavec, 2010).

Teorija višestrukih inteligencija govori da svatko posjeduje osam ili više relativno autonomnih inteligencija, te da ako netko pokazuje izraženu sposobnost u jednoj inteligenciji to ne znači da će pokazati izraženu sposobnost i u drugoj inteligenciji, no svi ljudi posjeduju sve inteligencije (Davis, Christodoulou, Seider, Gardner, 2011). Gardnerovih osam inteligencija su:

- lingvistička inteligencija
- logičko-matematička inteligencija
- prostorna inteligencija
- glazbena inteligencija
- tjelesno-kinestetička inteligencija
- prirodna inteligencija
- interpersonalna inteligencija
- intrapersonalna inteligencija.

Osim navedenih osam inteligencija, Gardner je razmatrao i ideju o devetoj, egzistencijalnoj inteligenciji, no zaključio je da ne zadovoljava kriterije da bude zasebna inteligencija. Egzistencijalna inteligencija je razvijena kod ljudi koji etički utječu na druge ljude, promišljaju o religijskim ili filozofskim pitanjima te se bave

drugim životnim pitanjima (Chen, Moran, Gardner, 2009). Drugim riječima, egzistencijalna inteligencija odnosi se na promišljanje o pitanjima o životu, smrti i ljubavi (Davis i sur., 2011).

Lingvistička inteligencija podrazumijeva sposobnost analiziranja informacija te korištenje usmenog i pisanog jezika u različitim oblicima (verbalno i pisano), te za rješavanje problema i pamćenje informacija. Logičko-matematička inteligencija razvijena je kod ljudi koji su kompetentni u rješavanju matematičkih zadataka i apstraktnih problema, učinkovito koriste brojeve i imaju dobro razvijeno logičko zaključivanje (Davis i sur., 2011). Prostorna inteligencija odnosi se na snalaženje u prostoru, osjećaj za boje i oblike, te stvaranje mentalnih slika s ciljem rješavanja problema (Posavec, 2010). Glazbena inteligencija podrazumijeva osjećaj za melodiju i ritam te sposobnost glazbenog izražavanja. Gardner (2011) objašnjava da se glazbena inteligencija može podijeliti i na sljedeće potkategorije: ritam, harmonija, melodija i boja zvuka. Tjelesno-kinestetička inteligencija odnosi se na korištenje svoga tijela u stvaranju produkata i rješavanju problema te dobru koordinaciju i ravnotežu. Prirodna inteligencija podrazumijeva osjećaj povezanosti s prirodom i sposobnost identificiranja i razlikovanja životinja, biljaka, kamenja, vremenskih obilježja i sl. (Davis i sur., 2011). Interpersonalna inteligencija razvijena je kod ljudi koji prepoznaju i shvaćaju tuđe emocije, želje i namjere, a intrapersonalna kod ljudi koji shvaćaju vlastite emocije, želje i namjere (Davis i sur., 2011).

Nastavne sadržaje treba prezentirati i objašnjavati na različite načine koji uključuju različite inteligencije ili kombinacije inteligencija. Ovakvim poučavanjem učitelji dopiru do većeg broja učenika te produbljuju njihovo razumijevanje nastavnih sadržaja. Učenici koji mogu promišljati o nečemu na više načina imaju cjelovitije razumijevanje te teme. O važnosti primjene teorije višestrukih inteligencija u nastavi govori i činjenica da je više stotina škola širom svijeta uključilo principe višestrukih inteligencija u svoje kurikulume, te da su napisane stotine knjiga (na mnogim jezicima) o teoriji višestrukih inteligencija za učitelje i odgojno-obrazovne ustanove (Chen i sur. 2009).

Iako je ova teorija psihološka, više interesa za nju se javlja u području odgoja i obrazovanja. Provedena su mnoga istraživanja o teoriji višestrukih inteligencija u nastavi i mnoga su pokazala pozitivne rezultate, no sama teorija ne govori ništa o praktičnoj u primjeni u nastavi pa je teško mjerljiva na taj način (Davis i sur., 2011).

Od kad je Gardner objavio teoriju višestrukih inteligencija napisane su mnoge kritike vezane uz terminologiju, povezanost inteligencija, testiranje inteligencija i dr. Kritike vezane uz terminologiju uglavnom se ne slažu s Gardnerovom upotrebom riječi „inteligencija“ jer smatraju da se teorijom opisuju sposobnosti, vještine i talenti a ne inteligencije. Objavljene su i mnoge kritike koje govore da je zbog međusobne povezanosti inteligencija teško testirati izolirane inteligencije (Gardner, 2011).

Različite inteligencije su međusobno povezane i mogla bi se objasniti veza između bilo koje dvije inteligencije. Primjerice, veza između glazbene i tjelesno-kinestetičke inteligencije se vidi i kod male djece koja prirodno povezuju glazbu s pokretima, odnosno plešu dok pjevaju ili slušaju glazbu (Gardner, 2011). Povezanost interpersonalne i lingvističke inteligencije vidljiva je u shvaćanju i verbaliziranju tuđih emocija, no za ovaj rad je najvažnija povezanost matematičke i glazbene inteligencije. Razumijevanje glazbe zahtijeva razumijevanje matematike, jer bez matematike nema glazbe. Osim toga, glazba pozitivno utječe na emocije koje potiču motivaciju za učenjem matematike (Bežen, Jurkić Sviben i Budinski, 2013).

Iz perspektive teorije višestrukih inteligencija, učitelji trebaju koristiti alternativne načine ako učenici imaju teškoća s razumijevanjem matematičkih sadržaja. Korištenje glazbe za poučavanje matematike pomaže u razumijevanju matematičkih sadržaja osiguravajući ugodno iskustvo za razvijanje logičko-matematičke inteligencije povezujući ju s glazbenom inteligencijom. Kao rezultat, učenici čije sposobnosti su više razvijene u drugim inteligencijama nego u logičko-matematičkoj lakše uče matematiku (An, Capraro, Tillman, 2013).

## **4.2. Povezanost matematike i glazbe**

„Možda su matematika i glazba jedno te isto, samo što se jedno vidi a drugo čuje. Glazbu ne možemo vidjeti, a matematiku ne možemo čuti.” - Abdulah Sidran

Povezanost matematike i glazbe u ovom radu je dvostruka. Pjesme koje se nalaze u sljedećem poglavlju govore o brojevima, no i sama glazba itekako ima veze s matematikom. Svaka nota i interval određeni su harmonijskim pravilima, a harmonija je matematika glazbe. Glazbeni koncepti kao što su melodija, ritam, intervali, ljestvice, harmonija i ugađanje instrumenata povezani su s matematičkim konceptima proporcija, cijelih brojeva, logaritama i računskih operacija (An,

Capraro, Tillman, 2013). Platon i Aristotel su glazbu smatrali dijelom matematičkih vještina, zajedno s geometrijom, aritmetikom i astronomijom (Nesimović i Zećo, 2015). Pitagorejci su utvrdili da se glazbeni intervali mogu izraziti brojem. Pitagorina temeljna ideja jest da „(...) harmonija koju čujemo, harmonija koju vidimo, kao i svaka druga harmonija, zapravo je matematička harmonija“ (Šikić i Ščekić, 2013, str. 9). Pitagora i njegovi učenici začetnici su teorije o glazbi. Zaključili su da je broj osnova svega (Šikić i Ščekić, 2013). Kroz mnoga stoljeća su matematika, glazba i jezik smatrani dijelovima jedne cjeline, a kasnije su se odvojili matematika i znanost od umjetnosti (Nesimović i Zećo, 2015).

Herbert Kohl smatra da nastava treba polaziti od interesa učenika. Metode rada mogu biti vrlo različite jer se do spoznaja može doći promatranjem, radom, slušanjem i na mnoge druge načine. Kohl je istaknuo da podjela na školske predmete učenicima stvara dojam da je znanost jedno a umjetnost drugo, dok su u stvarnosti znanost, umjetnost i matematika usko povezane i međusobno zavisne (Čudina-Obradović i Brajković, 2009).

Napisano je mnogo knjiga i znanstvenih i stručnih članaka o povezanosti matematike i glazbe i o interdisciplinarnom pristupu u povezivanju nastavnih sadržaja iz područja matematike i glazbe. Interdisciplinarna nastava osposobljava učenike za originalno i samostalno mišljenje i doprinosi osjećaju kompetentnosti (Burke Walsh, 2002). Takva nastava je usmjerena na pobuđivanje vještina kao što su „znatiželja, čuđenje, mašta, kritičko mišljenje, spontanost i estetsko uživanje“ (Burke Walsh, 2002, str. 204).

Rudolf Steiner je u okviru waldorfske škole osmislio cjelovit pristup poučavanju. Dio nastave provodi se integrirano kao *nastava u epohama*. Učenici se sadržajima jedne cjeline bave od nekoliko dana do više tjedana (Bognar i Matijević, 2005). Nastava matematike u waldorfskim školama uključuje pokret, glazbu, ritam, jezik i kreativnost. U prvom razredu osnovne škole učenici se svaki dan susreću s pjesmama, a brojeve uče kroz igre s brojevima, ritamske aktivnosti pljeskanja, pjevanje i sviranje. Rezultati pokazuju da učenici stječu trajna znanja iz matematike (McGaunn, 2017).



### 4.3. Glazbena motivacija i međupredmetne teme

#### Glazbena motivacija

Poučavanje matematike i glazbe dijeli zajedničke karakteristike: apstraktno mišljenje, kreativnost i intenzivnu usredotočenost (Nesimović i Zečo, 2015). Šulentić Begić i Špoljarić (2011) ističu da se pomoću glazbe ne razvijaju samo glazbene sposobnosti, već ona pomaže u razvijanju intelektualnih i motoričkih sposobnosti, zbog čega ju treba uvoditi u neglazbene predmete (Bežen i sur., 2013). Intelektualne sposobnosti kao što su zaključivanje, analiziranje, pamćenje i apstrakcija ključne su za razumijevanje matematičkih pojmova. Glazba kao korelacijska disciplina omogućuje objašnjavanje pojma broja i kroz tekst opisuje grafički izgled brojeva, kao što u znanstvenom radu koji su napisali Bežen i sur. (2013) tekst pjesama opisuje grafički izgled slova (grafema).

Glazba u nastavi matematike ne utječe samo na razvijanje intelektualnih sposobnosti. Glazba izaziva intenzivne emocije pa glazbena motivacija priprema učenike na dublje doživljavanje, pozitivno utječe na raspoloženje i koncentraciju (Bežen i sur., 2013). Breitenfeld i Vrbanić (2011) objašnjavaju da mnoge reakcije na glazbu nisu fiziološke nego emocionalne (Bežen i sur., 2013). Kontrolira ih amigdala, dio mozga u kojem se integriraju osjetne informacije. One se procesiraju brže od informacija koje dobiva cortex, svjesni dio mozga. Zato glazba prije djeluje na emocije koje potiču motivaciju, a semantička razina, odnosno sadržajno razumijevanje pojmova se tek naknadno obrađuje u cortexu, odnosno svjesno.

Korištenje glazbe kao estetski lijepog sredstva pruža bogat i emocionalno stimulirajući kontekst za učenje matematike (An, Capraro, Tillman, 2013). Postoje dvije vrste motivacije: ekstrinzična (vanjska) i intrinzična (unutrašnja). Csikszentmihalyi (1996) objašnjava da „Prema teoriji motivacije, intrinzično motivirani studenti će vjerojatnije pokazati inicijativu, samostalnost, razumijevanje i uživanje u učenju matematike od ekstrinzično motiviranih učenika“ (An, Capraro, Tillman, 2013, str. 2). Glazba u nastavi matematike može učinkovito povećati učeničku intrinzičnu motivaciju jer pruža ugodno iskustvo učenja u kojem su učenici estetski uključeni.

## **Međupredmetne teme**

Važnost cjelovitog poučavanja u suvremenom nastavnom procesu vidljiva je u Nacionalnom kurikulumu Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje (2019) u kojem su navedene međupredmetne teme. Međupredmetne teme su: Učiti kako učiti, Zdravlje, Poduzetništvo, Uporaba informacijske i komunikacijske tehnologije, Osobni i socijalni razvoj, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje. Korištenjem pjesme kao sredstva za uvođenje pojma broja ostvaruju se međupredmetne teme Učiti kako učiti i Osobni i socijalni razvoj. Nacionalni kurikulum objašnjava da kroz temu Učiti kako učiti učenici razvijaju znanja i vještine učenja u različitim situacijama učenja u formalnom, neformalnom i informalnom okruženju. Ova tema obuhvaća razvijanje sposobnosti integriranja znanja u smislene cjeline novog znanja i vještina koje su primjenjive u različitim životnim situacijama. Osobni i socijalni razvoj je tema koja potiče cjelovit razvoj djece i mladih osoba s ciljem izgradnje „zdrave, samopouzdanе, kreativne, produktivne, zadovoljne i odgovorne osobe sposobne za suradnju i doprinos zajednici“ (Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje, 2019). Za uspješno provođenje teme Osobni i socijalni razvoj nije dovoljno posvetiti pažnju samo temama koje se uče već i odnosima u odgojno-obrazovnom procesu, komunikaciji i metodama rada.

Gardnerova teorija višestrukih inteligencija i povezanost matematike i glazbe su pokazatelji pozitivnih strana glazbene motivacije pri uvođenju pojma broja.

## **5. AUTORSKE PJESME KAO SREDSTVO UVOĐENJA POJMA BROJA**

U ovom poglavlju su navedene pjesme za uvođenje pojma broja u prvom razredu osnovne škole. Pjesme se izvode (ili reproduciraju) frontalno u uvodnom dijelu sata kao motivacija, a motivi iz pjesama se koriste u daljnjem radu pri uvođenju pojma broja. Uz svaku pjesmu su navedeni odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda iz Nacionalnog kurikuluma Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje (2019).

## Broj jedan

# Jedna pametna čupava glava

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

1. Sva-tko i - ma je - dan vrat, sva-ka se-stra, sva-ki brat.  
2. I - znad vra - ta je - dna gla - va, pa-me-tna i ču - pa - va.  
3. Bra - da, u - sta, nos i če - lo, to je mo-je lije-po tije-lo.

4. Ka - ko se broj je - dan pi - še, dvi - je cr - te, ni - šta vi - še.  
2. dvi - je cr - te, ni - šta vi - še.

7. 1. Je - dna kra - tka ra - vna cr - ta, ju - ri go - re br - že bo - lje.  
2. U - mor ju na vr - hu hva - ta, pa - da cr - ta ra - vno do - lje.  
3. Dvi - je cr - te ni - šta vi - še, ta - ko se broj je - dan pi - še.

10. Ka - ko se broj je - dan pi - še, dvi - je cr - te, ni - šta vi - še.  
2. dvi - je cr - te, ni - šta vi - še.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: broj jedan

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Čita i zapisuje brojkju 1.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Broj dva

### Dva velika krila

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

The musical score is written for piano and voice. It consists of two systems. The first system has two staves: a vocal line in treble clef and a piano accompaniment in bass clef. The vocal line features a melody of eighth notes with triplet markings above it. The piano accompaniment consists of chords. The lyrics are written below the vocal line. The second system follows the same format, continuing the melody and accompaniment.

1. Je - ste li i - ka - da vi - dje - li la - bu - da? On ka - o ve - li - ka broj - ka dva i - zgle - da.  
2. Pr - vo mu cr - ta - mo gla - vu pa ra - van vrat, po nje - mu la - bud je sla - van i pre - po - znat.  
3. Do - da - mo ti je - lo i la - bud je cij e - li, broj - ka dva i - zgle - da k'o la - bud bije - li.  
4. La - bu - di i - ma - ju po dvi - je no - ži - ce, i - zme - đu pr - sti - ća pli - va - će ko - ži - ce.  
5. I - ma - ju i po dva ve - li - ka kri - la, ko - ja su me - ka - na baš ka - o svi - la.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: broj dva

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Čita i zapisuje brojkju 2.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Broj tri

# Moja tri prijatelja

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

The image shows a musical score for the song 'Moja tri prijatelja'. It consists of two staves: a treble clef staff for the melody and a bass clef staff for the accompaniment. The time signature is 4/4. The melody is written in a simple, child-friendly style. The lyrics are written below the treble staff, with four lines of text corresponding to the four lines of the melody. The lyrics are: 1. Je'n, dva, tri, to ste ti ti i ti, mo - ji dra - gi pri - ja - te - lji. 2. Je'n, dva, tri, i - mam ja, ja, ja, mo - ja dra - ga pri - ja - te - lja. 3. Je'n, dva, tri, aj - mo mi, mi, mi, pi - sa - ti broj tri, tri, tri. 4. Tri, tri, tri, i - ma tr - bu - ha dva, je - dan i - znad dru - go - ga.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: broj tri

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Čita i zapisuje brojku 3.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja


## Broj četiri

### Četiri godišnja doba

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković



Je-sen je i pa-da li-šćeskra-ću-je se dan. Zi - mi me - dvjed spa-va zim-ski san.



Pro-lje-će je vra-ća-ju se pti - ce se-li-ce. Lje - ti je vru - će i je-de-mo lu-be-ni-ce.



Če-ti-ri go-di-šnja do-ba pro-đu ta - ko. Broj - ku če - ti - ri na-pi-sa-ti je la - ko.



Tri ra-vne cr - te če-ti-ri i - ma. Pi - ši - mo ga pri - ja - te - lju pr - stom po le - di - ma.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: broj četiri

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Čita i zapisuje brojku 4.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

Međupredmetna korelacija: Priroda i društvo: godišnja doba

A.1.2. Učenik prepoznaje važnost organiziranosti vremena i prikazuje vremenski slijed događaja

- Navodi i uz pomoć prikazuje vremenski slijed događaja u odnosu na godišnja doba.

## Broj pet

# Pet životinja

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

Je-dno-ga je da - na ma-čka i - šla u grad, pu-tem se u-mo-ri - la i sta - la je u hlad.

3 Ta - mo je već bi - o je - dan pas, tu je od vru - ċi - ne na - ša - o spas.

5 Kre-nu - li su za - jed - no u grad po - la - ko, ho - da - li su spo - ro ja - ko, ja - ko.

7 Puž ih je sti - ga - o i bi - lo ih je tro - je, tad su sre - li ža - bu ze - le - ne bo - je.

9 Pas je la - ja - o ma-čka je mja - u - ka - la, puž je sli - ni - o ža - ba je kre - ke - ta - la.

11 O - voj se če - tvor - ki pri - dru - ži - la svi - nja, i - šlo je u grad svih pet ži - vo - ti - nja.



13

Ža - ba je u - gle - da - la pre - kra - sno je - ze - ro, bu - čnu - la je od - mah o - sta - lo je če - tvo - ro.

15

Pas je o - glad - ni - o i o - ti - ša - o je - sti, tri ži - vo - ti - nje i - šle su po ce - sti.

17

Ma - čka se o - pet od ho - da - nja u - mo - ri - la, le - gla je pod dr - vo da bi se o - dmo - ri - la.

19

O - sta - le su dvi - je od pet ži - vo - ti - nja, da - lje su i - šli puž i svi - nja.

21

Svi - nja je o - dlu - či - la vra - ti - ti se ku - či, puž je da - lje i - ša - o pu - žu - či, pu - žu - či,

23

spo - ro je pro - ša - o kroz mno - ge gra - do - ve, do - šli smo do kra - ja pje - sme o - ve.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: brojevi 1, 2, 3, 4, 5 – ponavljanje

Odgajno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Broji u skupu brojeva do 5.
- Prikazuje brojeve do 5 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojke do 5.
- Objasnjava vezu između vrijednosti znamenaka i vrijednosti broja.

Vrsta nastavnog sata: sat vježbanja i ponavljanja nastavnih sadržaja

## Broj nula

### Koliko je nula

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

1. Ko - li - ko no - gu i - ma du-pin? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 2. Ko - li - ko ru - ku i - ma miš? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 3. Ko - li - ko zu - bi i - ma vra - bac? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 4. Ko - li - ko klje - šta i - ma vuk? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.

3  
 Ko - li - ko nju - ški i - ma pin-gvin? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 Ko - li - ko kljo - va i - ma šiš - miš? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 Ko - li - ko kan - dži i - ma ja - rac? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.  
 Ko - li - ko kri - la i - ma pa - uk? Nu - la, nu - la, od-go-vor je nu - la.

5  
 Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno. Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno.  
 Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno. Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno.  
 Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno. Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno.  
 Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno. Ko-li-ko je nu - la? Nu-la je ni je - dno.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi od jedan do pet

Nastavna jedinica: broj nula

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Čita i zapisuje brojku 0.

- Objasnjava vezu između vrijednosti znamenaka i vrijednosti broja.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Broj šest

### Šest šljiva

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

The musical score is written in 4/4 time and consists of four systems of music. Each system has a vocal line and a piano accompaniment. The lyrics are in Croatian and describe the number six. The first system includes a first and second ending. The second system lists three ways to make six: 1 + 5, 2 + 4, and 3 + 3. The third system lists two ways to make six: 2 + 4 and 3 + 3. The fourth system repeats the first and second endings.

1. 2.

Ve-se - li smo ve - se - li, zna-mo do šest bro - ja - ti. zna-mo do šest zbra - ja - ti.

4

1. Je - dna šlji - va i pet šlji - va za - jed - no je šest šlji - va.  
2. Tri šlji - ve i tri šlji - ve za - jed - no je šest šlji - va.  
3. Pet šlji - va i je - dna šlji - va za - jed - no je šest šlji - va.

6

Dvi - je šlji - ve i če - ti - ri šlji - ve za - jed - no je šest šlji - va.  
Če - ti - ri šlji - ve i dvi - je šlji - ve za - jed - no je šest šlji - va.  
Šest šlji - va i nu - la šlji - va za - jed - no je šest šlji - va.

8

1. 2.

Ve-se - li smo ve - se - li, zna-mo do šest bro - ja - ti. zna-mo do šest zbra - ja - ti.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do deset

Nastavna jedinica: broj šest

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.
- Broji u skupu brojeva do 6.
- Prikazuje brojeve do 6 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojke do 6.
- Objasnjava vezu između vrijednosti znamenaka i vrijednosti broja.

MAT OŠ A.1.4., MAT OŠ B.1.1. Zbraja i oduzima u skupu brojeva do 20.

- Zbraja i oduzima brojeve do 6.
- Računske operacije zapisuje matematičkim zapisom.

Vrsta nastavnog sata: sat vježbanja i ponavljanja nastavih sadržaja

## Broj sedam

# Sedam dana svaki tjedan ima

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

Se - dam da - na sva-ki tje-dan i - ma, pro-lje-će, lje - to, je-sen i - li zi - ma.

3  
1. Pr - vi je po - ne-dje-ljak po re - du, u - to - rak se za-lju-bi - o u srije - du.  
2. Če - tvr-ti dan u tje-dnu je če-tvr - tak, pri - je vi-ken-da nam do-la-zi i pe - tak.  
3. O - sta - li su su-bo-ta i ne-dje-lja i sve se od po-če-tka o-pet po - na-vlja.

5  
Se - dam da - na sva-ki tje-dan i - ma, pro-lje-će, lje - to, je-sen i - li zi - ma.

7  
1. Broj-ka se - dam baš se la - ko pi - še, dvi - je cr - te i ne-ma ni-šta vi - še.  
2. Pod-sje - ća na dra-gi nam broj je - dan, ko - ji pa - da na le-da jer je u-mo-ran.  
3. Je - dna cr - ta go-re, i - spodru - ga, pa - zi da dru-ga bu-de do-sta du - ga.

9  
Se - dam da - na sva-ki tje-dan i - ma, pro-lje-će, lje - to, je-sen i - li zi - ma.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do deset

Nastavna jedinica: broj sedam

Odgajno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.
- Broji u skupu brojeva do 7.
- Prikazuje brojeve do 7 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojku 7.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

Međupredmetna korelacija: Priroda i društvo: dani u tjednu

A.1.2. Učenik prepoznaje važnost organiziranosti vremena i prikazuje vremenski slijed događaja

- Navodi i uz pomoć prikazuje vremenski slijed događaja u odnosu na dane u tjednu.

## Broj osam

# Osam nožica

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

1. 2.

Ko - li - ko no - gu tko i - ma, baš me ja - ko za - ni - ma. baš me ja - ko za - ni - ma.

The first system of music is in 4/4 time. It features a vocal line in the treble clef and a piano accompaniment in the bass clef. The melody consists of eighth and quarter notes. The lyrics are: 'Ko - li - ko no - gu tko i - ma, baš me ja - ko za - ni - ma. baš me ja - ko za - ni - ma.' There are two endings: the first ending leads back to the beginning of the system, and the second ending leads to the next system.

4

No - ge ni - ka - da ne - ma - ju zmi - je, a pin - gvi - ni i - ma - ju dvi - je.

The second system continues the melody and accompaniment. The lyrics are: 'No - ge ni - ka - da ne - ma - ju zmi - je, a pin - gvi - ni i - ma - ju dvi - je.'

6

Če - ti - ri no - ge no - se la - va, a šest no - gu ma - log mra - va.

The third system continues the melody and accompaniment. The lyrics are: 'Če - ti - ri no - ge no - se la - va, a šest no - gu ma - log mra - va.'

8 1. 2.

Tko i - ma o - sam no - ži - ca, baš me ja - ko za - ni - ma. baš me ja - ko za - ni - ma.

The fourth system continues the melody and accompaniment. The lyrics are: 'Tko i - ma o - sam no - ži - ca, baš me ja - ko za - ni - ma. baš me ja - ko za - ni - ma.' There are two endings: the first ending leads back to the beginning of the system, and the second ending leads to the next system.

11

Pa - uk i - ma o - sam no - ži - ca, o - sam kra - ko - va i - ma ho - bo - tni - ca.

The fifth system continues the melody and accompaniment. The lyrics are: 'Pa - uk i - ma o - sam no - ži - ca, o - sam kra - ko - va i - ma ho - bo - tni - ca.'



13

O - sam no - gu škor - pi - o - ni i - ma - ju, svih o - sam ko - ri - ste ka - da ho - da - ju

15

Ka - ko se pi - še os - mi - ca baš me ja - ko za - ni - ma. baš me ja - ko za - ni - ma.

18

Broj - ku o - sam pi - sa - ti je la - ko, uz - mi - te o - lov - ke i re - či ću vam ka - ko.

20

Broj - ka o - sam i - ma dva kru - ži - ća, i ja - ko pod - sje - ća na ma - log snje - go - vi - ća.

22

Ta - ko se pi - še os - mi - ca, go - to - va je pje - smi - ca. go - to - va je pje - smi - ca.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do deset

Nastavna jedinica: broj osam

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.

- Broji u skupu brojeva do 8.
- Prikazuje brojeve do 8 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojku 8.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Broj devet

### Devetka

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

Šes - ti - ca je na-gla-va-čke za - spa-la, i - stog je tre - na de - vet-ka pos - ta - la.  
Šest i de - vet baš su su-per broj - ke, de-vet-ka jezbroj še - sti-ce i troj - ke.

Kad se pro-bu-di-la br - zo je us-ta-la, de - vet - ka je u tre-nut-ku ne-sta-la.  
Šest i - ma tr-buš-čić, a de-vet gla-vi-cu, o - bje i - ma - ju kru-žić i cr - ti - cu.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do deset

Nastavna jedinica: broj devet

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.
- Broji u skupu brojeva do 9.
- Prikazuje brojeve do 9 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojku 9.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Broj deset

### Deset prstića

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

The image shows a musical score for the song 'Deset prstića'. It consists of two systems of music. Each system has a vocal line on a treble clef staff and a piano accompaniment on a bass clef staff. The key signature is three sharps (F#, C#, G#) and the time signature is 4/4. The lyrics are written below the vocal line. The first system contains the first two lines of the song, and the second system contains the next two lines. The piano accompaniment consists of simple chords and eighth-note patterns.

Ko - li - ko pr - sti - ća i - maš na ru - ka - ma? I - sto, i - sto, ka - o i na no - ga - ma. Na  
de - snoj i lije - voj ru - ci po pet. Pr - sti - ća na ru - ka - ma, za - jed - no je de - set.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do deset

Nastavna jedinica: broj deset

Odgajno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.

- Povezuje količinu i broj.
- Broji u skupu brojeva do 10.
- Prikazuje brojeve do 10 na različite načine.
- Čita i zapisuje brojku 10.

MAT OŠ A.1.4., MAT OŠ B.1.1. Zbraja i oduzima u skupu brojeva do 20.

- Zbraja i oduzima brojeve do 10.
- Računske operacije zapisuje matematičkim zapisom.

Vrsta nastavnog sata: sat usvajanja novih sadržaja

## Brojevi do dvadeset

### Zbrajamo do dvadeset

Tekst i glazba:  
Mihaela Dvojković

1  
Pu - no bro - je - va mi već zna - mo, pi - še - mo, cr - ta - mo i ra - ču - na - mo.

3  
Je - dan i je - dan za - jed - no je dva, to - li - ko gr - ba i - ma a - zij - ska de - va.

5  
Dva i dva je za - jed - no će - ti - ri, će - ti - ri no - ge i - ma - ju gu - šte - ri.

7  
Tri i tri sku - pa broj šest da - ju, šest no - gumrav i - ma to svi zna - ju.

9  
Če - ti - ri plus če - ti - ri la - ko zbra - jam, če - ti - ri plus če - ti - ri je - dna - ko je o - sam.

11  
Pet i pet pr - sti - ća za - jed - no je de - set, de - set je za je - dan vi - še od de - vet.

13

A - ko bro - ju šest do - da - mo još šest, nji - hov zbroj bit će dva - na - est.

15

Se - dam i se - dam haj - de - mo zbro - ji - ti, broj će - tr - na - est će - mo do - bi - ti.

17

O - sam i o - sam vi - še je od pet - na - est, o - sam i o - sam je še - sna - est.

19

O - va pje - sma bli - ži se kra - ju, de - vet i de - vet o - sam - na - est da - ju.

21

De - set i de - set da - ju ve - lik broj, dva - de - set je nji - hov zbroj.

23

Pu - no bro - je - va mi već zna - mo, pi - še - mo, cr - ta - mo i ra - ču - na - mo.

Domena: A - brojevi

Nastavna cjelina: brojevi do dvadeset

Nastavna jedinica: zbrajanje s brojevima do 20 - ponavljanje

Odgojno-obrazovni ishodi i razrada ishoda:

MAT OŠ A.1.4., MAT OŠ B.1.1. Zbraja i oduzima u skupu brojeva do 20.

- Zbraja brojeve do 20.

- Zbrajanje zapisuje matematičkim zapisom.
- Imenuje članove u računskim operacijama.

Vrsta nastavnog sata: sat vježbanja i ponavljanja nastavih sadržaja

Navedene pjesme su primjer uvođenja pojma broja kroz glazbu u nastavi. Uz pjesme se nalazi i prijedlog vrste nastavnog sata na kojem bi se koristila određena pjesma u uvodnom dijelu sata, te odgojno-obrazovni ishodi toga sata. Mnoge pjesme govore o životinjama, a sve činjenice iznesene u pjesmama su točne (primjerice, vrapci nemaju zube a škorpioni imaju 8 nogu). U pjesmama o brojevima 4 (Četiri godišnja doba) i 7 (Sedam dana svaki tjedan ima) je prisutna i korelacija s predmetom Priroda i društvo. Korelacija je „funkcionalno povezivanje sadržajnih elemenata različitih predmeta odnosno predmetnih cjelina radi uspostavljanja stvarnih veza i odnosa“ (Poljak, 1965, str. 158). Korelacijom na nastavi se ostvaruje rad s više razumijevanja što rezultira povezivanjem znanja u zajedničku cjelinu.

Pri formiranju pojma nekog broja učenici trebaju usvojiti pojam broja te naučiti pisati i čitati znak za broj. Pjesme pomažu u oba aspekta formiranja pojma broja na zanimljiv i učenicima blizak način kroz šaljive rime, ritam i melodiju. Kroz pjesme se uvježbavaju i ponavljaju brojenje, odnosi među brojevima i računska operacija zbrajanja.

## ZAKLJUČAK

Brojevi su oduvijek bili potrebni ljudima pa je razvoj pojma broja započeo u vrijeme drevnih civilizacija, a aritmetika se naziva kraljicom matematike. Pojam broja se uvodi na početku školovanja kad se učenici nalaze na prijelazu iz predoperacionalnog razdoblja u razdoblje konkretnih operacija. Učenici još nemaju razvijenu sposobnost apstrakcije pa se pojam broja uvodi pomoću konkretnih materijala, koristeći različite modele. Nedovoljno korištenje konkretnih materijala u početnoj nastavi matematike može narušiti temelje za daljnje shvaćanje matematičkih pojmova, no cilj upotrebe konkretnih materijala je prelazak u apstraktno razumijevanje matematičkih pojmova.

Učeničko matematičko iskustvo se treba odvijati istim redoslijedom kojim djeca upoznaju fizičke objekte i svijet oko sebe. Liebeck objašnjava ovaj redoslijed kroz IGSZ model u kojem se spoznavanje provodi od iskustva, preko govora i slika do znakova.

Formiranje pojma broja u suvremenoj nastavi temelji se na korištenju različitih načela, metoda, oblika rada i nastavnih sredstava i pomagala. Za uspješnu nastavu važno je koristiti sva načela, metode i oblike rada i upotrijebiti ih s različitim nastavnim sredstvima jer učenici imaju različite sposobnosti i interese. Načela su međusobno povezana, pa se ostvarujući jedno često ostvaruju i druga načela, no i nepoštivanje dovodi do nepoštivanja nekog drugog načela i čini nastavu matematike neprimjerenom. Izbor nastavnih metoda treba prilagoditi učenicima, odnosno njihovoj dobi, intelektualnoj zrelosti, predznanju i slično. Svaki oblik rada u nastavi ima svoje prednosti i mane pa ih je potrebno kombinirati i koristiti svaki od njih u dijelu nastavnoga sata za koji je najpogodniji. Postoji mnoštvo vizualnih sredstava za uvođenje pojma broja, no auditivna sredstva doprinose zornosti i razvoju motivacije pa je važno i njih koristiti.

Gardnerova teorija višestrukih inteligencija snažno je utjecala na razvoj interdisciplinarnog poučavanja u suvremenoj nastavi. Teorija višestrukih inteligencija govori da svatko posjeduje osam ili više relativno autonomnih inteligencija koje su međusobno povezane. Primjerice, razumijevanje glazbe zahtijeva razumijevanje matematike, jer bez matematike nema glazbe. Poučavanje matematike i glazbe dijeli mnoge zajedničke karakteristike, kao što su apstraktno

mišljenje, kreativnost i intenzivna usredotočenost. Glazba u nastavi matematike može učinkovito povećati učeničku intrinzičnu motivaciju jer pruža ugodno iskustvo učenja u kojem su učenici estetski uključeni. Glazbena motivacija priprema učenike na dublje doživljavanje, pozitivno utječe na raspoloženje i koncentraciju.

Pjesme koje se nalaze na kraju rada mogu biti metodičko sredstvo u području glazbene motivacije pri uvođenju pojma broja u početnoj nastavi matematike. Navedenim pjesmama ovaj rad doprinosi raznovrsnosti metoda poučavanja te uključuje interdisciplinarni pristup metodici poučavanja matematičkih sadržaja, doprinosi povećanju broja auditivnih sredstava kako bi početna nastava matematike kroz korelaciju i različite metode rada stvorila poticajno okruženja za učenje i time učvrstila temelje učenicima za njihovo daljnje školovanje.



## LITERATURA

1. An, S., Capraro, M. M., Tillman, D. A. (2013). Elementary Teachers Integrate Music Activities into Regular Mathematics Lessons: Effects on Students' Mathematical Abilities. *Journal for Learning through the Arts*, 9 (1).
2. Bežen, A., Jurkić Sviben, T., Budinski, V. (2013). *Musical Motivation in Early Reading and Writing of the Croatian Language*. U: S. Vidulin Orbanić (Ur.), *Glazbena pedagogija u svjetlu sadašnjih i budućih promjena 3 / Music Pedagogy in the Context of Present and Future Changes 3*, Sveučilište Jurja Dobrile u Puli, Pula, str. 187–200.
3. Bjarnadóttir, K. (2014). *History of Teaching Arithmetic*. U: A. Karp i G. Schubring (Ur.), *Handbook on the History of Mathematics Education*. New York: Springer, str. 431-457.
4. Bjarnadóttir, K. (2011). *Seventeenth and Eighteenth Century European Arithmetic in an Eighteenth Century Icelandic Manuscript*. U: *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the Sixth European Summer University*. Beč: Verlag Holzhausen GmbH.
5. Bognar, L., Matijević, M. (2005). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga.
6. Burke Walsh, K. (2002). *Kurikulum za prvi razred osnovne škole: stvaranje razreda usmjerenog na dijete*. Zagreb: Udruga roditelja Korak po korak za promicanje življenja djece i obitelji
7. Burton, D. M. (2011). *The History of Mathematics*. New York: McGraw-Hill.
8. Chen, J., Moran, S., Gardner, H. (2009). *Multiple Intelligences Around the World*. New York: Jossey-Bass.
9. Čudina-Obradović, M., Brajković, S. (2009). *Integrirano poučavanje*. Zagreb: Pučko otvoreno učilište Korak po korak.
10. Ćurić F., Božić V. (2006). *Metodički priručnik za učitelje uz udžbenik Matematika 1*. Zagreb: Element.
11. Davis, K., Christodoulou, J., Seider, S., Gardner, H. (2011). *The theory of multiple intelligences*. U R.J. Sternberg i S.B. Kaufman (Ur.), *Cambridge Handbook of Intelligence*. Cambridge, UK; New York: Cambridge University Press, str. 485-503.

12. Devidé, V. (1979). *Matematika kroz kulture i epohe*. Zagreb: Školska knjiga.
13. Gardner, H. (2011). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books.
14. Glasnović Gracin, D. (2014). Modeli aritmetike za razrednu nastavu. *Poučak*, 59 (15), 12–21.
15. Gusić, I. (1995). *Matematički rječnik*. Zagreb: Element.
16. Herjavec, D., Glasnović Gracin, D. (2010). Računska gusjenica. *Matematika i škola*, 57 (12), 59-63.
17. Isaković Gleizer, G. (2003). *Povijest matematike za školu*. Zagreb: Školske novine & Hrvatsko matematičko društvo.
18. Jakobović, Z. (2016). *Brojevi i brojke*. Zagreb: Kiklos.
19. Klobučar, D. (2014). *Matematika naša svagdašnja*. Zagreb: Element.
20. Komenski, I. A. (1900). *Velika didaktika*. Zagreb: Hrvatski pedagoško-književni zbor.
21. Kurnik, Z. (2003). Grupni rad. *Matematika i škola*, 22 (5), 52-57.
22. Kurnik, Z. (2004). Individualizacija. *Matematika i škola*, 25 (5), 196-201.
23. Kurnik, Z. (2001). Matematički pojam. *Matematika i škola*, 11 (3), 8-16.
24. Kurnik, Z. (2006a). Metoda predavanja. *Matematika i škola*, 36 (8), 5-9.
25. Kurnik, Z. (2006b). Metoda rada s tekstom. *Matematika i škola*, 35 (7), 196-200.
26. Kurnik, Z. (2005). Motivacija. *Matematika i škola*, 31 (7), 4-10.
27. Kurnik, Z. (2009a). Načelo primjerenosti. *Matematika i škola*, 48 (10), 100-105.
28. Kurnik, Z. (2002a). Načelo problemnosti. *Matematika i škola*, 14 (3), 148-152.
29. Kurnik, Z. (2009b). Načelo trajnosti znanja. *Matematika i škola*, 52 (11), 52-56.
30. Kurnik, Z. (2002b). Načelo znanstvenosti. *Matematika i škola*, 13 (3), 102-106.
31. Kurnik, Z. (2007). Nastavni sat matematike. *Matematika i škola*, 38 (8), 99-104.
32. Kurnik, Z. (2009c). *Znanstveni okviri nastave matematike*. Zagreb: Element.
33. Kurnik, Z. (2010). Načelo interesa. *Matematika i škola*, 54 (11), 148-152.

34. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
35. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje*. Preuzeto 3.6.2020. sa: <https://mzo.gov.hr/istaknute-teme/odgoj-i-obrazovanje/nacionalni-kurikulum/125>
36. Nesimović, S., Zećo, M. (2015). *The Correlation Between Mathematics and Music – Practice With the Students of the Pedagogical Faculty in Sarajevo*. Wilmington: David Publishing Company.
37. Liebeck, P. (1999). *How Children Learn Mathematics: A Guide for Parents and Teachers*. London: Penguin.
38. McGaunn, D.(2017). *Why is Waldorf Math Education Unique and Powerful?* Preuzeto 22.6.2020. sa: <https://blog.waldorfmoraine.org/2016/01/why-is-waldorf-math-education-unique-and-powerful/>
39. Poljak, V. (1965). *Cjelovitost nastave*. Zagreb: Školska knjiga.
40. Poljak, V. (1988). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga.
41. Posavec, M. (2010). Višestruke inteligencije u nastavi. *Život i škola*, 24 (56), 55-64.
42. Povijest brojeva (2012). *Drvo znanja*, 157-158 (16), 26-33.
43. Povijest matematike (2004). *Drvo znanja*, 80 (8), 82-86.
44. Sapire, I. (2010). *Mathematics for Primary School Teachers*. Johannesburg: Saide and the Wits School of Education, University of the Witwatersrand.
45. Sardar, Z., Ravetz, J., Van Loon, B. (2002). *Matematika za početnike*. Zagreb: Naklada Jesenski i Turk.
46. Silber, K. (1976). *Pestalozzi: The man and his work*. Abington on Thames: Routledge and Kegan Paul.
47. Srdić, B. (2004). Kako su računali stari Egipćani. *Hrvatski matematički elektronski časopis*, 3 (1). Preuzeto 25.5.2020. sa: <http://e.math.hr/old/egipat/index.html>
48. Šikić, Z., Ščekić Z. (2013). *Matematika i muzika*. Zagreb: Profil.
49. van Egmond, W. (1980). *Practical mathematics in the Italian Renaissance: A catalog of Italian abacus manuscripts and printed books to 1600*. U *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza*. Firenca: Istituto e Museo di Storia della Scienza, str. 3-36.

## **IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI RADA**

Izjavljujem da sam ja, Mihaela Dvojković, studentica integriranog preddiplomskog i diplomskog sveučilišnog učiteljskog studija s engleskim jezikom Učiteljskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu ovaj diplomski rad s temom *Glazba u nastavi matematike: pjesma kao sredstvo uvođenja pojma broja* pod vodstvom mentorice doc. dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin i sumentorice doc. dr. sc., mr. art. Tamare Jurkić Sviben izradila samostalno koristeći se vlastitim znanjem stečenim tijekom studija i navedenom literaturom.