

Vizualno-auditivno-kinestetički pristup učenju matematike

Karabatić, Lara

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:941322>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-05**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Lara Karabatić

VIZUALNO-AUDITIVNO-KINESTETIČKI
PRISTUP UČENJU MATEMATIKE

Diplomski rad

Zagreb, srpanj, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Lara Karabatić

VIZUALNO-AUDITIVNO-KINESTETIČKI PRISTUP UČENJU
MATEMATIKE

Diplomski rad

Mentor rada: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

Zagreb, srpanj, 2020.

Sadržaj

| | |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| Sažetak | |
| Summary | |
| 1. Uvod..... | 1 |
| 2. VAK metoda učenja..... | 3 |
| 2.1. Stilovi učenja i VAK kao stil učenja | 3 |
| 2.2. Tipovi prema preferiranom načinu unosa podataka | 5 |
| 2.2.1. Vizualni tip..... | 5 |
| 2.2.2. Auditivni tip | 6 |
| 2.2.3. Kinestetički tip | 7 |
| 2.2.4. Ravnoteža stilova | 8 |
| 2.3. Prednosti VAK metode..... | 9 |
| 2.4. Nedostaci VAK metode..... | 9 |
| 3. Značajke početnog učenja matematike | 11 |
| 3.1. Psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike | 11 |
| 3.1.1. Senzorni i perceptivni činitelji | 11 |
| 3.1.2. Kognitivni činitelji | 11 |
| 3.1.3. Emocionalno-motivacijski činitelji | 13 |
| 3.2. Metodika početnog učenja matematike | 13 |
| 4. VAK metoda u nastavi matematike | 17 |
| 4.1. IGSZ model i VAK metoda..... | 17 |
| 4.2. Nastava matematike u alternativnim školama i VAK metoda | 17 |
| 4.2.1. Montessori učenje matematike i VAK metoda | 18 |
| 4.2.2. Matematika u waldorfskoj školi i VAK metoda | 19 |
| 4.3. Didaktički materijali u nastavi matematike i VAK metoda..... | 20 |
| 4.3.1. Stern blokovi i VAK metoda..... | 20 |
| 4.3.2. Računska gusjenica | 21 |
| 4.3.3. Računaljka (abak)..... | 22 |
| 5. Primjena VAK metode u nastavi matematike: Matematička kućica | 24 |
| 5.1. Osnovna obilježja matematičke kućice | 24 |
| 5.2. Izgled matematičke kućice | 24 |
| 5.3. Načini upotrebe matematičke kućice..... | 26 |
| 5.4. Nastavne teme i matematička kućica..... | 27 |
| 5.4.1. Tijela u prostoru | 27 |
| 5.4.2. Brojevi od 1 do 5 | 28 |

| | | |
|--------|-------------------------------------------|----|
| 5.4.3. | Uspoređivanje brojeva do 5..... | 29 |
| 5.4.4. | Zbrajanje brojeva od 1 do 5..... | 30 |
| 5.4.5. | Brojeva crta | 30 |
| 5.4.6. | Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20..... | 31 |
| 5.4.7. | Redni brojevi do 20 | 31 |
| 6. | Zaključak..... | 33 |
| | Literatura | 35 |
| | Izjava o izvornosti diplomskog rada | 39 |

Sažetak

Tema ovog diplomskog rada je VAK (vizualno, auditivno, kinestetički) model učenja te primjena određenih prednosti takvog modela učenja u nastavi matematike. VAK model je stil učenja koji se temelji na činjenici da je svako dijete individua koja usvaja pojmove na drugačiji način, koristeći svoja dominantna osjetila. Cilj rada je iznijeti činjenice o VAK metodi, prikazati prednosti i nedostatke iste, upozoriti na moguće pogrešno razumijevanje takve metode te prikazati jedno od mogućih rješenja primjene spomenute metode u nastavi matematike u 1. razredu.

U radu je opisan VAK model kao jedan od poznatijih stilova učenja te su opisani tipovi prema preferiranom načinu unosa podataka. Kako bi se moglo govoriti o VAK modelu u nastavi matematike, u radu su iznesene značajke početnog učenja matematike, tj. opisani su psihološki činitelji i metodika početnog učenja matematike. Naglašena je važnost prvog susreta djeteta s matematikom. Tada se postavljaju temelji koji će biti čvrsti ako se dijete izlaže različitim aktivnostima s konkretnim materijalima. Poput VAK metode, također i metodika početnog učenja matematike naglašava važnost korištenja više osjetila (vizualno, auditivno i kinestetičko) tijekom usvajanja pojmova. Prikazane su sličnosti VAK metode s već prisutnim aktivnostima u nastavi matematike. Tako je napravljena usporedba VAK metode i Montessori učenja matematike, matematike u waldorfskoj školi, IGSZ modela učenja matematike i aktivnosti s didaktičkim materijalima u nastavi matematike.

Na kraju rada prikazana je *matematička kućica*, didaktički materijal izrađen za potrebe ovog diplomskog rada. Osmišljena je kao nova ideja u kojoj su primijenjene VAK metoda i spoznaje o značajkama početnog učenja matematike. Izrađeni su materijali za različite, promišljene aktivnosti koje aktiviraju više osjetila. Namjera je ovoga rada dati prinos učiteljima u pripremi nastave matematike, poticati ih u izradi vlastitih didaktičkih materijala te pomoći učenicima da putem konkretnih primjera usvajaju nove matematičke pojmove i razvijaju matematičko mišljenje.

Ključne riječi: nastava matematike, VAK model učenja, početno učenje matematike, matematička kućica

Summary

The subject of this thesis is VAK (visual, auditive, kinesthetic) model of learning and its appliance and advantage in the learning process of mathematics. VAK model is a learning style that primarily takes into consideration individual learning ability of each child, using their dominant sense. The objective of the thesis is to explain the VAK method, to show its advantages and disadvantages, to pay close attention to the possible misuse of the method and finally: to give examples of its application in teaching mathematics in the first year of elementary school.

The thesis describes VAK model as one of the most famous learning styles with different types of models, based on the preferred information input. In order to implement VAK model in teaching mathematics, the thesis presents the primary features of learning mathematics, by describing the psychological factors as well as methodology. It emphasizes the relevance of child's first encounter with mathematics. That is the period of laying firm foundations for the future child's exposure to various activities with specific materials. Similar to the VAK method, the primary mathematics teaching methodology emphasizes the importance of simultaneous usage of senses (visual, auditive, kinesthetic) during the learning process. The thesis also describes the similarities between VAK method and other activities in learning mathematics. It is compared to Montessori learning method, Waldorf method, IGSZ model (experience, language, pictures, symbols) as well as to mathematical activities with didactic materials.

At last, the thesis presents a mathematical house, didactic material specifically made for this thesis. It is designed as a new idea of applied VAK method, considering the early mathematics learning facts. It consists of different materials and activities for simultaneous sense activation. Its aim is to help teachers in their preparation for mathematics teaching, to encourage them in creating their own didactic materials as well as to help pupils in their critical thinking development while participating in the learning process of mathematics.

Key words: mathematics learning, VAK model, elementary mathematics learning skills, mathematical house

1. Uvod

Stil učenja je omiljen način na koji učenik pribavlja, obrađuje i pohranjuje obavijesti da bi se njima služio (Grgić i Kolaković, 2010). VAK (vizualno, auditivno, kinestetički) model je jedan od poznatijih modela stilova učenja (Jensen, 1995) koji proizlazi iz neurolingvističkog programiranja (NLP) (Sreednidhi i Tay, 2017). Nastao je iz činjenice, kojom su se bavili različiti pedagozi, da svaka osoba uči na svoj individualni način te različito prima i obrađuje informaciju (Sreednidhi i Tay, 2017). VAK metoda se bazira na osjetilima (vizualno, auditivno i kinestetičko) koja imaju veliku ulogu u primanju informacija (Sunko, 2008). Za bolji rezultat potrebno je postići ravnotežu sva tri sustava, tj. osjetila (Beaver, 2004). Kako bi došlo do toga, djeci je potrebno ponuditi raznolikost i izbor koji su ključ uspjeha (Jensen, 1995).

Raznolikost materijala i aktivnosti posebno je važna u početnom učenju matematike kada se djeca nalaze na različitim razvojnim razinama. Prije polaska u školu, djeca moraju razvijati predmatematičke vještine (Sharma, 2001). Učitelj treba poznavati psihološke činitelje koji utječu na učenje matematike. To su: senzorni i perceptivni činitelji, kognitivni činitelji i emocionalno-motivacijski činitelji (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Ta spoznaja treba poslužiti kao polazište za metodiku nastave matematike. Metodika početne nastave matematike je znanstvena disciplina koja proučava matematičko odgajanje i obrazovanje u razrednoj nastavi (Markovac, 2001). Cilj nastave matematike je razvoj stvaralačkog mišljenja (Kurnik, 2002) i usvajanje apstraktnih pojmova (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010). Zbog specifičnosti nastave matematike, učitelj treba pružiti učenicima promišljene aktivnosti s didaktičkim materijalima pazeći pritom na matematička načela.

Veliki broj djece osjeća odbojnost i strah od matematike. Učitelj je taj koji ga može upoznati sa svrhom matematike i pokazati zabavnu, kreativnu stranu matematike. Takav poticaj utjecao je na nastanak ovog rada koji iznosi različite aktivnosti i metode koje se koriste u nastavi matematike. Cilj ovog rada je istražiti temu VAK modela učenja, iznijeti njegove pozitivne i negativne strane, usporediti takav model sa dosadašnjim aktivnostima u nastavi matematike te prikazati na koji se još način mogu primijeniti prednosti takvog modela u nastavi matematike. Proučavanjem različitih metoda učenja, učitelj pridonosi kvaliteti nastave. Spoznaja da učenici uče na različite načine i da usvajaju matematičke pojmove od konkretnog prema apstraktnog (Sharma, 2001) potiče učitelje na stvaranje raznolikih materijala i aktivnosti za nastavu matematike. Tako je u radu prikazana matematička kućica koja je osmišljena kao jedno od rješenja u usvajanju matematičkih pojmova u prvom razredu. U matematičkoj kućici se koristi

VAK metoda koja je opisana u drugom poglavlju. Prikazani su i stilovi učenja prema kojima je VAK metoda dobila naziv te se iznose prednosti i nedostaci takvog modela učenja.

U trećem poglavlju iznose se značajke početnog učenja matematike. Prikazani su psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike. Posebnu važnost imaju razvojna razdoblja koja bitno utječu na djetetovo razumijevanje matematike. Nakon toga, prikazana je metodika početnog učenja matematike koja se gradi na spoznaji o djetetovom psihološkom i kognitivnom razvoju.

U četvrtom poglavlju promatra se prisutnost VAK modela u nastavi matematike. Uspoređuje se IGSZ model učenja matematičkih pojmova i VAK metoda učenja. Usporedba se radi s nastavom matematike u alternativnim školama. Tako se Montessori učenje matematike i matematika u waldorfskoj školi uspoređuje s VAK metodom. Sličnost s VAK metodom prikazana je na primjeni didaktičkih materijala u nastavi matematike poput: Stern blokova, računske gusjenice i računaljke.

Na kraju, u petom poglavlju, iznesena je nova ideja u kojoj je primijenjena spoznaja VAK metode. Matematička kućica nastala je iz činjenice da je djetetu u prvom razredu posebno važan konkretni materijal te da svako dijete uči na drugačiji način. Aktivnost više osjetila i motivacija, koju nudi matematička kućica, imaju cilj pomoći djetetu da razvije matematičko mišljenje.

2. VAK metoda učenja

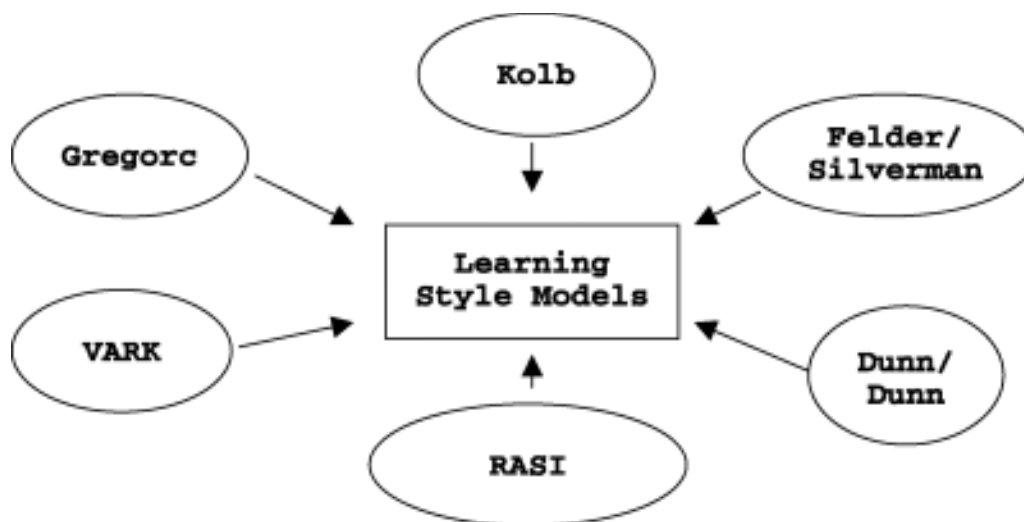
2.1. Stilovi učenja i VAK kao stil učenja

Poznato je da ljudi na različite načine uče; čitajući učenici sadržaj, slušajući, stvarajući slike o onome što uče, izvodeći radnje. Neki ljudi uče u potpunoj tišini, dok drugi vole učiti kroz diskusiju s drugima. Stilovi učenja su načini na koje osoba najlakše i najčešće uči (Đigić, 2012). Grgić i Kolaković (2010) navode da je stil učenja omiljeni način kako učenik uči, tj. pribavlja, obrađuje i pohranjuje obavijesti da bi se njima služio. Mogućnost da se uči u skladu s vlastitim stilom učenja može se smatrati važnim faktorom postignuća u učenju te zbog toga stilovi učenja zaslužuju posebnu pažnju (Đigić, 2012). „Svatko na jedan način najbrže i najlakše usmjerava pozornost na nove i složene obavijesti, obrađuje ih i održava stečeno znanje. Neki su ljudi vizualni, drugi auditivni, treći kinestetički tip, tj. neki najbolje uče gledanjem, promatranjem, čitanjem (vizualno), drugi slušanjem (auditivno), treći kretanjem (kinestetički)“ (Grgić i Kolaković, 2010, str. 79). Razumijevanje stilova učenja pomaže nam razmotriti dominantni ili preferirani način razmišljanja pojedinca. Na taj način osoba ima mogućnost učiti bolje u kraćem vremenu (Sreenidhi i Tay, 2017).

Povijest stilova učenja započela je kad je počelo intenzivnije promišljanje o postojanju individualnih razlika u učenju. To se dogodilo 1904. godine, kada je francuski psiholog Alfred Binet kreirao prvi test inteligencije, koji se bavio individualnim razlikama. Nakon njega, 1907. godine, Maria Montessori razvija tzv. Montessori pedagogiju. Njezino razmišljanje je da djeca najbolje uče kroz konkretna iskustva. Sljedeći korak naprijed u definiranju stilova učenja, dogodio se 1956. godine. Tada je Benjamin Bloom kreirao tzv. Bloomovu taksonomiju (Sreenidhi i Tay, 2017). Nakon toga slijedi teorijski model stilova učenja iz 1972. koji su izradili Dunn i Dunn. To je model koji uključuje i psihološke elemente stila učenja, kao što su globalni nasuprot analitičnom, impulzivni nasuprot refleksivnom načinu razmišljanja te je li jača učenikova lijeva ili desna strana mozga (Milgram i Hong 2000, prema Grgić i Kolaković 2010). Nekoliko godina kasnije, slijedi Gardnerova teorija višestrukih inteligencija, prema kojoj postoje: lingvistička, logičko-matematička, glazbena, tjelesno-kinestetička, prostorna, interpersonalna te intrapersonalna inteligencija. Tako inteligencija pojedinca predstavlja kombinaciju više sposobnosti razvijenih u različitoj mjeri. Svaka od navedenih inteligencija podrazumijeva za nju karakterističan stil učenja ili rada, tj. način na koji osoba najradije uči i razvija svoju jaču stranu, ali i prelazi prepreke u svojim slabostima. To znači da bi osoba koja ima slabije razvijenu tjelesno-kinestetičku i visoko razvijenu logičko-matematičku inteligenciju

lakše naučila izvođenje neke radnje kada bi to povezala s nekim numeričkim podacima ili s nekim principima zasnovanim na logičkom mišljenju.

Na osnovu tog teorijskog polazišta i na osnovu proučavanja učenja djece s disleksijom i drugih učenika kod kojih uobičajene nastavne metode nisu bile korisne, razvijen je VAK model stilova učenja (Đigić, 2012). To je jedan od mnogih profila stilova učenja. Svaki od njih ima svoje jake strane, a različiti su zato jer stavljaju težište na drugačije aspekte kognitivnog procesa (Jensen, 1995). Tako Jensen (1995) navodi tzv. VAK (vizualno, auditivni, kinestetički) model, čiji su predstavnici Bandler-Grinderov, kao jedan od pet najpoznatijih modela stilova učenja. Hawk i Shah (2007) navode da je VAK, tj. VARK jedan od 6 istaknutih modela stilova učenja (Slika 1). VARK model je novija verzija VAK- a, u kojem je dodan i drugi oblik vizualnog stila read/write (Fleming i Baum, 2006).



Slika 1. Modeli stilova učenja (Hawk i Shah, 2007, str. 3)

Prema tome, VAK je, kao jedan od poznatijih modela stilova učenja (Jensen, 1995), nastao iz činjenice da svaka osoba uči na svoj individualan način te različito prima i obrađuje informacije (SreeNidhi i Tay, 2017). Na temelju toga VAK metoda podrazumijeva tri glavna osjetila putem kojih primamo informacije. To su: vizualni, auditivni i kinestetički. Ta tri osjetila VAK metoda koristi kao sredstva kojima osoba dolazi do lakšeg učenja i razumijevanja svoje okoline. Individualac to postiže ako uspostavi ravnotežu sva tri sustava (Beaver, 2004).

VAK je akronim za vizualno, auditivni i kinestetički stil učenja, tj. način koji osoba koristi tijekom učenja (Fleming i Baum, 2006). Proizlazi iz neurolingvističkog programiranja (NLP),

u kojem je naglasak na činjenici da mozak koristi osjetila za izgradnju unutarnjeg prikaza. Tako su osjetila podijeljena u tri skupine, koje još nazivaju reprezentativnim sustavom: vizualni, auditivni i kinestetički (Sreenidhi i Tay, 2017). Drugim riječima, VAK model predstavljaju perceptivni modaliteti s kojima pojedinac najefikasnije uči ili radi (Đigić, 2012). Bazira se na tome da osjetila imaju veliku važnost u primanju i obrađivanju novih informacija. Djeca stječu znanja putem kinestetičkih osjeta, potom ih stječu vizualno te naposljetku verbalno. Odrasli se koriste svim stilovima stjecanja znanja i vještina (Sunko, 2008). Iako preferiramo određen osjetilni kanal, primjerice vizualni, to ne znači da se pri percipiranju i procesuiranju svijeta oko sebe ne služimo i drugima (sluh, dodir, njuh..). No, otprilike od svoje 11. godine života favoriziramo jedan kanal, služimo se prvenstveno njime te ga kombiniramo s drugima (Baureis i Wagenmann, 2015). Ipak, cilj VAK metode ne bi smio biti svrstati ljude u određenu kategoriju, već ih potaknuti na razmišljanje o vlastitom načinu učenja i primjeni te spoznaje (O'Connor i Seymour, 2009).

2.2. Tipovi prema preferiranom načinu unosa podataka

Razmišljamo na različite načine, netko od nas skloniji je razmišljati u slikama, netko u zvukovima i riječima, a netko u osjećajima. „Svoja osjetila vida, sluha, opipa, okusa i mirisa koristimo za opažanje svijeta oko sebe i naše su misli kodirane u našim glavama kroz slike, zvukove ili osjećaje, kroz 5 osjetila na čijoj se osnovi baziraju naši sustavi predstavljanja“ (Mladenović i Vrsaljko, 2009, str. 60). Primarni sustav predstavljanja određuje način na koji primamo i spremamo informacije iz vanjskog svijeta (Mladenović i Vrsaljko, 2009). Postoji više načina, a tri osnovna su vizualni, auditivni i kinestetički način unosa podataka. Stil ili način koji preferiramo ostaje s nama većinu našeg života jer je to stil kojim smo se naučili služiti kao dijete pa mu naš mozak kasnije u životu daje prioritet pogotovo kad je preživljavanje u opasnosti (Jensen, 1995). Ovisno o tome koji način osoba preferira možemo izdvojiti tri tipa: vizualni, auditivni i kinestetički.

2.2.1. Vizualni tip

Dijete koje preferira vizualan stil učenja informacije percipira prvenstveno vidom. U glavi mu se izmjenjuju slike. Sve što radi, radi precizno i uredno jer mu je važan lijep rukopis. Koristi slikovit i šarolik jezik te se lako prisjeća detalja. Rado čita, voli puzzle i memory (Baureis i Wagenmann, 2015). Lako mu je raditi prema planu (npr. slagati lego-kocke). Takvom djetetu je važno za učenje osigurati slike, grafikone, skice, pregledne tablice. Također mu pomaže ako zapisuje informacije i crta skice. Potrebno mu je osigurati mir, strukturu i uređeno

mjesto za učenje. Vizualni tip pohvalu razumije ako je vidi. Npr. ohrabrujući smiješak, potvrđan pogled ili podignut palac. Ako dijete ima dobar pristup svom vizualnom pamćenju, koristit će ga svaki put kada bude trebalo prisjetiti se kako se piše neka riječ ili slovo. Primjeri tipično vizualnog odabira riječi: vidjeti, baciti pogled, otkriti, promatrati itd. (Baureis i Wagenmann, 2015).

Zanimljivo je da učenici koji preferiraju vizualan način unosa podataka, u razdoblju od 40 do 50 minuta gledanjem usvajaju oko 75% novih obavijesti (Grgić i Kolaković, 2010). „Istraživanja američkih znanstvenika pokazala su da je manje od 40% učeničke populacije vizualno“ (Grgić i Kolaković, 2010, str. 89). Baureis i Wagenmann (2015) navode kako prepoznati znakove kod djeteta koje uči putem vizualnog osjetila: „Kada razgovarate s djetetom i ono gleda u strop, to ne mora značiti da ne sluša ili da mu je dosadno. Velika je mogućnost da se ono samo prisjeća slika koje povezuje s onim što mu vi upravo govorite. Kada to znamo, onda više ne vrijedi rečenica: „Ne piše ti to na stropu! Zapravo je baš ondje zapisano ako vam dijete uporno gleda prema gore“ (str. 57). Grgić i Kolaković (2010) navode kako se tu djecu može prepoznati i po tome što često imaju problema s govorenim (verbalnim) uputama i po tome da im je iznimno važno da se primjeri zapišu na ploči ili pokažu pomoću projektor. Još jedna od karakteristika takve djece je da su sklona sanjarenju i maštanju (Grgić i Kolaković, 2010). Jensen (1995) spominje vizualno-eksterne i vizualno-interne preferirane načine unosa podataka. Prema tome, vizualno-eksterni učenici obično daju prednost vizualnom unosu podataka. Oni održavaju kontakt očima s nastavnikom, stvaraju mentalne slike ili modele, položaj tijela im je uspravan, vole kad mogu koristiti pisane materijale. Vizualno-interni učenici preferiraju prvo vidjeti stvari u svojoj glavi. Žele vizualizirati učenje prije nego što im se ono predstavi.

2.2.2. *Auditivni tip*

Za auditivan tip djeteta je ono što percipira sluhom od najveće važnosti za učenje. Najbolje se sjeća kada zamišlja zvuk nečega izgovorenog. Takvo dijete informacije razumije putem sluha i govora. S lakoćom uči napamet i dugo pamti što je naučilo (Baureis i Wagenmann, 2015). Pri čitanju miče usnama i uči naglas. Pažljivo sluša i zna dobro prepričavati. Pazi na odabir riječi i strukturu rečenice. Zahtjevan je sugovornik i ima dobar rječnik te radije govori nego što piše. Takvom je djetetu za učenje važno da može učiti naglas i pripovijedati s drugima. Auditivan tip pohvalu najbolje razumije ako je čuje, npr. „Ponosan sam na tebe“ (Baureis i Wagenmann, 2015).

Grgić i Kolaković (2010) navode prednosti učenika koji najviše podataka unose auditivno. Budući da su takvi učenici iznimno orijentirani na zvukove i glasove iz vlastitog okruženja, iznimno im je važan učiteljev glas i izgovor, tj. cjelokupna govorna izvedba. Takvi učenici će, mnogo više nego ostali tipovi, primjećivati, pamtit i, a poslije i ponavljati učiteljev ritam govora, brzinu, stanke, logičke naglaske i riječi kojima se koristio tijekom svog izlaganja. Podatke će najbolje usvojiti prisutnošću na nastavi. „Auditivni učenici žele čuti obavijest. Na taj način u vremenskom odsječku od 40-50 minuta uspijevaju zapamtiti oko 75% novih podataka. Istraživanja američkih znanstvenika pokazala su da je manje od 25% učenika auditivno“ (Grgić i Kolaković, 2010, str. 88). Nedostatak takvim učenicima je pisanje i matematika (Jensen, 1995). On navodi podjelu na auditivno-eksterne i auditivno-interne učenike. Auditivno-eksterni učenici preferiraju auditivni unos podataka, dok auditivno-interni učenici preferiraju razgovarati sami sa sobom tijekom procesa učenja. Često vode beskrajno duge razgovore sami sa sobom i teško donose odluke.

2.2.3. *Kinestetički tip*

U našem školskom sustavu obično aktiviramo vizualni i auditivni kanal. Djeca koja preferiraju učenje putem pokreta i djelovanja teže će naučiti školsko gradivo od djece koja su vizualni i auditivni tipovi (Baureis i Wagenmann, 2015). Takvi učenici uspijevaju usvojiti samo 25% onoga što su čuli ili pročitali. Najbolje uče taktilnim putem, na taj način pamte 75% novih informacija. Takvim učenicima je iznimno važna vlastita i tuđa neverbalna komunikacija, često im je mnogo važnije kako se nešto kaže, nego sam sadržaj govorenja. U svom izražavanju ne mogu bez gestikulacije. Za njih je učenje nalik igri i smatra se da imaju izoštrenu intuiciju (Grgić i Kolaković, 2010). Dijete koje preferira kinestetički stil učenja sjeća se tako da se prisjeti osjećaja koji je u njemu pobudila neka situacija. Najlakši predmeti su mu kemija, tjelesni ili umjetnost. Pri govoru ili računanju koristi prste. Takvo dijete ima intenzivan govor tijela i voli tjelesni kontakt. Takvo je dijete intuitivno i lako se oduševljava. Za učenje mu je važno da se može slobodno kretati i trčkarati. Potrebno mu je osigurati mogućnost eksperimentiranja, isprobavanja, kombiniranja, crtanja dok uči. Kinestetički tip najbolje razumije pohvalu ako je osjeti: npr. zagrljaj ili tapšanje po ramenima (Baureis i Wagenmann, 2015). Da bi takvi učenici postigli dobre rezultate, potrebno im je puno taktilnih izvora učenja, situacijskih učenja, učenja iskustvom stvarnog života. To često zahtijeva od učitelja i učenika da napuste učionice ili da odu na izlete. Korisne su im kartice s praktičnim zadacima, može im se dati zadatak da izmisle igru u kojoj će pokazati stečene vještine ili znanja. Učitelji se mogu koristiti igranjem uloga te

razred povremeno pretvoriti u kazalište. Učitelji imaju dužnost primjerenim nastavnim strategijama stvoriti okruženje i situacije u kojima će ti učenici učiti na njima najprimjereniji način. Mogućnosti je puno, no važna je učiteljeva kreativnost (Grgić i Kolaković, 2010).

Jensen (1995) navodi podjelu na kinestetičko-taktilne i kinestetičko-interne učenike. Kinestetičko-taktilni učenici preferiraju unos podataka tjelesnim putem, dok kinestetičko-interni prednost daju inferencijalnom unosu podataka i žele doživjeti osjećaje o nečemu prije nego što počnu učiti o tome. Drugim riječima nekoga radnja može dovesti do osjećaja (taktilni), dok drugoga osjećaji mogu dovesti do djelovanja (interni).

2.2.4. *Ravnoteža stilova*

Učimo i primamo informacije putem jednog ili više osjetila. Tako su izdvojena tri sustava; vizualni, auditivni i kinestetički koji su opisani u prethodnim poglavljima. Kako bi imali bolje rezultate potrebno je postići ravnotežu sva tri sustava: ljudi koji vide zadatak, čuju riječi i prepoznaju osjećaje drugih. Osim što takva ravnoteža dopušta da učimo brzo i učinkovito, pomaže nam i u slaganju s drugim ljudima jer možemo doživjeti njihove modele svijeta (Beaver, 2004).

Prema O'Connoru i Seymouru (2009) VAK metoda ne postoji kako bi se ljude svrstalo u tri tipa. Navode da je moguće doći u iskušenje govoriti o sebi i drugima koristeći pojmove sustava predstava. Smatraju da je u takvu zamku upala psihologija izmišljajući niz kategorija i klasificiranju ljudi u te kategorije. „Ljudi su uvijek bogatiji u odnosu na to kako ih uopćavanje prikazuje“ (O'Connor i Seymour, 2009, str. 60). Iznose da NLP pruža dovoljno bogat niz modela koji se uklapaju u ono što ljudi zaista čine i ne pokušava svrstati ljude u stereotipe. „NLP nije samo drukčiji način klasificiranja ljudi. Reći za nekoga da je vizualan tip nije korisnije od izjave da ima crvenu kosu. Ako vas to zasljepljuje pa ne vidite što trenutačno radi, onda je više nego beskorisno, i samo jedan od načina stvaranja stereotipa“ (O'Connor i Seymour, 2009, str. 59).

Tako je npr. zanimljivo promatrati kako nadareni glazbenici pamte melodiju. Iako izgleda da pamćenje glazbe uključuje snažnu auditivnu memoriju, pokazalo se da je riječ o tzv. sinesteziji. U pitanju je slušanje slike osjećaja neke melodije. Tako osoba čuje melodiju, stvara osjećaj koji predstavlja skladbu kao cjelinu i iskoristi ono što čuje i osjeća za stvaranje slike glazbe (O'Connor i Seymour, 2009).

Prema Beaver (2004) učenje je jednostavno proces upijanja informacija kroz pet čula, te njihova pohranjivanja. „Najbolje se sjećamo stvari koje su zaokupljale veći dio naše neurologije – drugim riječima dok smo ih učili bio je uključen cijeli naš nervni sustav: još uvijek možemo vidjeti slike, čuti zvukove, prizvati osjećaje u pamćenju, uživati okuse i njušiti mirise“ (Beaver, 2004, str.16). Slično govori Jensen (1995), navodeći da je ljudski mozak multiprocesor jer uči na mnogo načina, obično u isto vrijeme. Zato, umjesto da se posvetimo poučavanju svakog učenika stilom učenja koji kod njega prevladava, moramo se sjetiti ponuditi svojim učenicima raznolikost i izbor. „Raznolikost i izbor ključ su stilova učenja“ (Jensen, 1995, str. 37). Ovisno o pristupu i razumijevanju VAK metode učenja, možemo se susresti s njenim prednostima i nedostacima.

2.3. Prednosti VAK metode

VAK metoda je sve popularnija u obrazovnim krugovima, a posebno ju zanimljivom čine prednosti koje nudi učiteljima u poučavanju. Ona omogućava nastavniku da prepozna stilove učenja kod svojih učenika i prilagodi im nastavu tako da svaki učenik ima priliku učiti na način koji njemu najviše odgovara. Na taj način pomaže nastavniku da lakše organizira nastavu (Đigić, 2012). Isto tako, potiče ga na razmišljanje o tome da druga osoba uči i prima informacije na drugačiji način (Mladenović i Vrsaljko, 2009). Time se stvara svijest o različitosti, a ta spoznaja potiče učitelja da ponudi svojim učenicima raznolika iskustva učenja, od računala do rada u skupini, od individualnog rada do igranja uloga (Jensen, 1995). Učenici imaju priliku učiti na svoj individualan način. Sam razgovor nastavnika i učenika o njihovom načinu učenja može pomoći u efikasnosti savladavanja novih informacija. Spremnost nastavnika na pripremu takve vrste individualizacije ima veliku ulogu u inkluzivnom obrazovanju (Đigić, 2012). Poznavanje VAK metode daje prednost i samom učeniku jer treba razmisliti i prepoznati svoj preferirani stil, tako može razumjeti svoju individualnu vrstu učenja (SreeNidhi i Tay, 2017). Osim što se pomoću VAK metode učenja može identificirati osobne osjetilne preferencije, važna je u razvijanju razumijevanja tuđih mapa. Također, poznavanje VAK metode je korisno u davanju povratne informacije osobi na njoj prihvatljiv način (Mladenović i Vrsaljko, 2009), što je posebno važno u poučavanju djece.

2.4. Nedostaci VAK metode

Premda je sve popularnija, mnogi se ne slažu da je dominacija VAK metode korisna i potrebna u obrazovanju. Iako VAK metoda, u teoriji, nema cilj svrstati djecu u tri kategorije, u praksi se ponekad događa ta podjela na tri zasebne skupine. Sharp (2008) smatra da je VAK

metoda sve rasprostranjenija u osnovnim školama Engleske, iako nije dovoljno provjerena ni znanstveno dokazana. Navodi da mnogi nastavnici promoviraju VAK metodu i NLP te izrađuju vlastite VAK upitnike za djecu, kako bi ih svrstali u tri kategorije (vizualne, auditivne i kinestetičke). Zbog nepouzdanosti, VAK metodu naziva „weak“ metodom tj. slabijom verzijom stilova učenja. Tvrdi da je učenje dug i težak proces te da je VAK metoda, kao lakši put, lako prihvaćena premda nema dokazane rezultate. Franklin (2006) također navodi da ne postoji istraživanje koje bi potvrdilo VAK metodu kao najbolji izbor u edukaciji. Iznosi i činjenicu da se učenje temelji na značenju, a ne na temelju načina učenja. Newton (2015) smatra da je VAK metoda neučinkovita te da može napraviti štetu u obrazovanju stavljajući djecu u određene kategorije. Ta opasnost je veća u školama u kojima učenici biraju predmete. Tako npr. učenik kojem je dominantni vizualni stil može odlučiti da ne uzme glazbenu kulturu, tj. predmet u kojem se koristi drugi stil. Osim toga, učeniku se može stvoriti lažni osjećaj povjerenja u svoje sposobnosti savladavanja predmeta za koji smatra da odgovara njegovom stilu. Poznavanje stilova učenja ne smije opteretiti dijete negativnim mislima koje ga ograničavaju u savladavanju novih vještina i spoznaja. Neki učenici već s prvim doticajima matematike smatraju da ju ne mogu savladati (Sharma, 2001). Kako ne bi dolazilo do takvih situacija, učitelj treba poznavati značajke početnog učenja matematike te u svoje metodičke spoznaje uklopiti nove suvremene metode.

3. Značajke početnog učenja matematike

3.1. Psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike

Matematika je predmet kojeg učenici često ili izrazito vole ili izrazito ne vole. Razlog takve pojave je specifični sadržaj matematike koje od učenika traži usvajanje apstraktnih matematičkih pojmova. Isto tako, matematički je sadržaj povezan s prethodno naučenim pa razlozi neuspjeha često imaju uzrok u prethodnom pojmu koji nije bio u potpunosti usvojen (Glasnović Gracin, 2010). Međuovisnost pojedinih dijelova matematičkog gradiva ne dopušta „rupe u znanju“ ili zaobilaženje nekih područja. Savladavanje složenih pojmova i odnosa nemoguće je bez razumijevanja temeljnih pojmova (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Put do potpunog ovladavanja matematičkim konceptom proteže se od intuitivne razine razumijevanja do razine na kojoj je dijete u stanju obrazložiti kako je došlo do određenog rezultata (Sharma, 2001). Podučavanje matematike postaje lakše ako se upozna priroda rane dječje spoznaje, koja treba poslužiti kao polazište u građenju novih i složenijih matematičkih spoznaja (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović (1998) opći psihološki činitelji koji utječu na učenje matematike svrstavaju se u tri šire skupine: senzorni i perceptivni činitelji, kognitivni činitelji i emocionalno-motivacijski činitelji.

3.1.1. Senzorni i perceptivni činitelji

Senzorni i perceptivni činitelji su povezani s funkcioniranjem osjetnih organa i početnom misaonom obradom informacija iz okoline. U njih ubrajamo: vidnu i slušnu percepciju, sposobnost uočavanja finih razlika u vidnim i zvučnim podražajima, oštrinu vida i sluha, sposobnost zahvaćanja prostornih odnosa, sposobnost prepoznavanja konstantnosti oblika (bez obzira na kut gledanja) te slušno i vidno sekvencijsko pamćenje. Ti činitelji su preduvjet za odvijanje viših misaonih procesa učenja i pamćenja (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998).

3.1.2. Kognitivni činitelji

Kognitivni činitelji su brzina učenja, sposobnost pamćenja, razvijenost strategije učenja, sposobnost usmjeravanja pažnje na bitne elemente u gradivu, sposobnost uočavanja odnosa, odlučivanja i zaključivanja, sposobnost uopćavanja i baratanja apstraktnim pojmovima (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). U matematici se kognitivne sposobnosti ne procjenjuju putem ispitivanja definicija. Važniji od rezultata su djetetov stupanj mišljenja i strategije koje koristi da bi došlo do odgovora na matematički zadatak (Sharma, 2001). Kako

bi djetetu pomogli razvijati matematičko mišljenje potrebno je poznavati zakonitosti dječjeg kognitivnog razvoja. Jedan od najpoznatijih psihologa, Jean Piaget, smatra da je učenje podređeno razvojnom procesu djeteta (Marendić, 2009). Piaget je proučavao pitanje prema kojim zakonitostima pojedine kognitivne strukture na određenom razvojnom razdoblju proizlaze jedna iz druge i slijede jedna za drugom (Bugge, 2002). Tako je izdvojio 4 razdoblja u kojima postoje podatci o dobi ulaska i izlaska iz tog razdoblja. Te podatke o dobi treba smatrati nepreciznim polazištima, ali njegova pretpostavka, da je slijed razvojnih stupnjeva nepromjenjiv, je potvrđena ne samo u psihologiji, nego u velikoj mjeri interkulturalnih istraživanja (Bugge, 2002). Dva su razdoblja posebno važna za početno učenje matematike. To je razdoblje predoperacijskog mišljenja i razdoblje konkretnih operacija (Bugge, 2002). U razdoblju predoperacijskog mišljenja, promatrat ćemo njegovo drugo podrazdoblje: zorno mišljenje (4.-7. godina). To se razdoblje može smatrati prijelaznom fazom jer se u njemu pojavljuju karakteristike prethodnog i sljedećeg razvojnog stupnja. Odlikuje se pojavom konfiguracije ili raščlanjenog mišljenja koje predstavlja svrstanu količinu određenih predmeta u određenom obliku i odgovarajuće postignuće koje površno podsjeća na operacijska misaona postignuća. Zapravo se radi o optičkom skladu, a kada se on poremeti, nestaje i ekvivalentnost. Primjer toga je djetetovo mišljenje da manje novčića ima u nizu u kojem je razmak između novčića manji. Ograničenost dječjeg mišljenja u ovom razdoblju pokazuju se i u regulacijama. To se vidi u primjeru kada dijete misli da se količina tekućine promijeni kada se prelije u čašu drugačijeg oblika (Bugge, 2002). U tom razdoblju dijete se nalazi pod snažnim utjecajem vizualnog doživljaja stvarnosti i njegova misao je zarobljena perceptivnim mehanizmima. Razumije samo one kvantitativne i prostorne odnose koji su perceptivno dati (Marendić, 2009). Tada je djetetovo mišljenje centrirano, tj. fokusira se samo na jedan koncept umjesto da razmatra nekoliko koncepata istodobno (Sharma, 2001). Tek su male naznake decentriranja (Bugge, 2002). Temeljne matematičke spoznaje razvijaju se kroz neposredan dodir s predmetima u djetetovoj okolini (Wood, 1995, prema Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Važnu ulogu u toj fazi ima i razvoj govora jer se tada formiraju predodžbe, ono što je bilo vanjsko postupno postaje unutrašnje i simboličko (Marendić, 2009). Sve veća sistematizacija organa i funkcija s napredovalom razvojnom razinom dovodi dijete do razdoblja konkretnih operacija (Bugge, 2002). Prema Piagetu operacija je najnapredniji oblik ljudske spoznajne djelatnosti. Tada kod djeteta dolazi do stabilnog decentriranja: mišljenje više nije vezano za posebna stanja predmeta kojima se daje prednost, nego nastoji svim mogućim putovima slijediti njegove promjene (Piaget, 1966, prema Bugge, 2002). Tada dijete počinje shvaćati stalnost

objekata i ispravljati greške u razumijevanju koje je prije činilo, ali se i dalje oslanja na konkretne radnje i opažanja (Bugge, 2002).

3.1.3. Emocionalno-motivacijski činitelji

Veliki utjecaj na matematičko postignuće ima treća skupina psiholoških činitelja, to su emocionalno-motivacijski činitelji (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). „Emocionalan odnos prema školskoj matematici povezan je s prvim doživljajima uspjeha ili neuspjeha u tom području te s načinom tumačenja uzroka koji dovode do određenog rezultata“ (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998, str. 9). Na motivaciju poticajno djeluje uspjeh koji dijete postiže na zadacima umjerene težine. Tada shvaća da uz odgovarajuće zalaganje može savladati gradivo. Dijete mora imati priliku doživjeti uspjeh, u suprotnome može upasti u zamku i prihvatiti tumačenje kako se uspjeh u matematici temelji na sposobnostima ili na urođenom „smislu za matematiku“, izgubit će samopouzdanje i stvorit će strah (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Sam strah tada postaje uzrokom neuspjeha. Kod rješavanja zadatka dijete se unaprijed osjeća bespomoćno, gubi samopouzdanje i zbog takvog emocionalnog stanja ne može riješiti zadatak. Takav strah od matematike naziva se matofobija (Sharma, 2001). Kako bi dijete bilo zadovoljno potrebno je uzeti u obzir njegove potrebe i želje: želi samostalno raditi, ponavljati vježbe, slobodno izabirati, kontrolirati uradak, zamijetiti i ispraviti svoje pogreške, uvježbavati osjetila. Pobuđivanjem najdubljeg interesa stvara se ustrajna pozornost kod učenika. Tada on ima motivaciju i duboku koncentraciju te izgleda odmorno i radosno (Philipps, 1999). Kod manje djece koncentracija je uvijek vezana za vanjski predmet. Zato je Maria Montessori, talijanska pedagoginja, težila u pronalaženju predmeta za vježbu koji omogućuju usmjeravanje pozornosti i duboku koncentraciju, promatrala je kakva okolina nudi najpovoljnije uvjete za rad (Philipps, 1999). Djeci su potrebne pozitivne emocije i korisni materijali, tako konkretna igra postaje temelj apstraktnog učenja (Sharma, 2001). Najbolji načini za poticanje unutarnje motivacije djeteta su problemske situacije i učenje putem rješavanja problema (Marendić, 2009). Stoga je za početno učenje matematike, osim dječjeg razvoja, važno znati primijeniti metode s obzirom na djetetovu razvojnu fazu.

3.2. Metodika početnog učenja matematike

Svaki učitelj treba biti svjestan da u svom prvom razredu ima djecu koja se nalaze u različitim razvojnim razdobljima. Uzimajući to u obzir, nastava matematike u prvom razredu treba biti posebno didaktički promišljena i isplanirana (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010). Zato je važno poznavanje metodike početnog učenja matematike. Metodika početne nastave

matematike je znanstvena disciplina koja proučava matematičko odgajanje i obrazovanje u prva četiri razreda osnovne škole, tj. u razrednoj nastavi (Markovac, 2001). Matematičko obrazovanje je tada specifično i posjeduje obilježja kojima se razlikuje od matematičkog obrazovanja u ostalim stupnjevima školovanja (Markovac, 2001). Za razliku od predškolskog razdoblja, u početnoj nastavi matematike matematički razvoj djeteta određuje organizirana i cilju usmjerena aktivnost. Takva nastava mora biti prilagođena djetetovom mišljenju. „Dijete te dobi može logički misliti, ali samo ako je misao utemeljena na odgovarajućim radnjama s konkretnim objektima“ (Markovac, 2001, str.10). Još jedna karakteristika je visok stupanj metodičkog oblikovanja matematičkih nastavnih sadržaja. Što je stupanj intelektualne razvijenosti učenika niži, stupanj metodičkog oblikovanja matematičkih sadržaja je viši. Početnu nastavu matematike obilježavaju i sadržaji učenja koji su, za razliku od sadržaja u ostalim predmetima, visoke apstrakcije (Markovac, 2001). Uvođenje djece u apstraktni svijet ima svoj redoslijed postupaka koji se treba poštivati. Velika je greška kada se dijete naglo, bez točnog redoslijeda postupaka, uvodi u apstraktni svijet brojki i načina obilježavanja odnosa (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Kako bi dijete došlo do više razine mora prije biti izloženo konkretnim fizičkim iskustvima i s vremenom spoznavati nova otkrića, tj. logičko-matematičko iskustvo (Sharma, 2001).

Prioritetni problem nastave matematike je razvoj stvaralačkog mišljenja i stvaralačkih sposobnosti učenika (Kurnik, 2002). U rješavanju ovog problema veliku ulogu imaju temeljne smjernice i ideje na osnovu kojih se izvodi nastava. To su načela nastave matematike: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti, načelo sistematičnosti i postupnosti, načelo trajnosti znanja, vještina i navika, načelo individualizacije, načelo odgojnosti nastave, načelo problemnosti, načelo znanstvenosti (Kurnik, 2002). O tome koliko su važni konkretni materijali i osjetilno spoznavanje u nastavi matematike govori načelo zornosti. “Zornošću se u početnoj nastavi matematike označavaju sve one radnje kojima se apstraktni matematički sadržaji transponiraju u empirijske (perceptivne) sa svrhom da budu dostupni osjetilnom spoznavanju: racionalni fenomeni (brojevi, odnosi među brojevima, operacije s brojevima) transponiraju se u empirijske – vizualne, akustične, taktilne“ (Markovac, 2001, str. 57). Uloga zornosti je da različitim materijalnim objektima konkretizira sadržaje matematičkih pojmova, ona je uporište učenikovu mišljenju i početni materijal u formiranju osnovnih matematičkih pojmova (Markovac, 2001). Često se zaboravlja činjenica da je matematička baština je utemeljena na jednostavnim, konkretnim i praktičnim problemima što ih je nametao i postavljao život. Zato se nastavu matematike ne smije odvajati od korijena

matematičke znanosti. Zornost doprinosi efikasnosti nastave, pospješuje motivaciju, pridonosi razumijevanju i trajnijem pamćenju (Dakić, 1993). „Zornost u pravilu znači multimedijски pristup obradi nastavnih sadržaja“ (Dakić, 1993, str. 80). Djeci su potrebni konkretni materijali, ipak ne dolaze svi na isti način do određenih matematičkih spoznaja. Nekoј djeci pomaže vizualno predočavanje da matematički problem vide u slikama, druga se više oslanjaju na jezik, pojmove i odnose među njima (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). Individualizacija početne nastave matematike je postupak kojim se učenje prilagođuje mogućnostima svakog učenika (Markovac, 2001). Stoga je potrebno, pri uvođenju u svijet apstraktne matematike, omogućiti što raznovrsniji dodir s konkretnim materijalima. Tako će djeca uspoređujući različita iskustva doći do općenitijih pojmova (Vlahović-Štetić i Vizek Vidović, 1998). „Raznovrsnost iskustava stvara ugodu istraživanja što je veoma važno u procesu učenja koncepta i prelaska s konkretne na apstraktnu razinu razumijevanja“ (Sharma, 2001, str. 134).

Kao preduvjet za učenje matematičkih sadržaja u školi, potrebno je sustavno razvijati predmatematičke vještine u predškolskoј dobi. One su motivirajuće aktivnosti s konkretnim materijalima (Glasnović Gracin, 2010). „Važno je naglasiti da je za njihov početni razvoj najpogodnije nematematičko okruženje“ (Sharma, 2001, str. 66). Predmatematičke vještine su: razvrstavanje predmeta, uspoređivanje predmeta, nizanje predmeta i održavanje zadanog redoslijeda, slijeđenje niza uputa od više koraka, rad s obrascima, orijentiranje u prostoru, vizualno grupiranje predmeta i procjenjivanje (Glasnović Gracin, 2010).

Uz aktivnosti potrebno je neprestano poticati govor, objašnjavanje i diskusiju kao još jedan važan aspekt u razvoju matematičkog mišljenja (Glasnović Gracin, 2010). Temeljni i preduvjet za učenje matematike se najbolje stvaraju u predškolskoј dobi, u situacijama dječje igre (Sharma, 2001). Dječja igra ima veliku ulogu i u nastavi matematike. Manipulativna igra je prva istraživačka aktivnost. Ona sadrži senzorni doživljaj i trenutak spoznaje (Sharma, 2001). Koliko su djeci važna takva konkretna iskustva pokazuje činjenica da bez konkretnih fizičkih iskustava dijete uči bez razumijevanja, isključivo na razini mehaničkog pamćenja. Nije dovoljno samo dati djetetu konkretni materijal, važno je što dijete s njime čini. Djeca trebaju igrati predmatematičke i matematičke igre (Sharma, 2001). „Djeca vole igru i zahvaljujući svojoj bujnoj mašti sposobna su u igru pretvoriti bilo koju aktivnost. Igra je najvažniji aspekt njihova života. Igra je izvor učenja, štoviše, to je najefikasniji izvor učenja“ (Sharma, 2001, str. 123).

Mnogi psiholozi (npr. Piaget, Bruner, Vigotski) su proučavali kako dijete lakše dolazi do logičko-matematičkih zaključaka, promatrali su kako ta iskustva s konkretnim materijalima

djeluju na njihove spoznaje. Zajedničko navedenim psiholozima je isticanje da se svi matematički pojmovi grade na predmetima, objektima i pojavama realnog svijeta dovodeći ih u veze i odnose na mentalnom planu uz pomoć simboličkih struktura (Marendić, 2009). Prema njihovim spoznajama izgrađen je osnovni metodički put razvoja matematičkih pojmova: I – iskustvo fizičkih predmeta, G – govorni jezik koji opisuje to iskustvo, S – slike koje prikazuju to iskustvo i Z – pismeni znakovi koji generaliziraju to iskustvo (Liebeck, 1995, prema Marendić, 2009). To je važno metodičko uporište koje ukazuje da je neposredna okolina nezamjenjiva u procesu razvoja logičko-matematičkih struktura (Marendić, 2009). Prema tome, prvu etapu čini susret s konkretnim materijalom. Osim promatranja demonstracije nastavnika, učenici bi trebali sami upotrebljavati predmete. Uz iskustvo s fizičkim predmetom, učenik treba upoznavati riječi kojima se opisuje taj predmet. Poticanjem komunikacije učenik je aktivan u učenju i na verbalnoj razini. Slijedi faza u kojoj se vizualizacijom dolazi do apstrakcije. Tada se koriste matematički pojmovi preko slika. Važno je da ova etapa dođe nakon prve dvije, u suprotnome se može dogoditi da se djetetu naruše temelji za kasnije razumijevanje. Tek nakon prve tri faze slijedi učenje simbola (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010). Apstraktni matematički znak treba postati prirodan nastavak prethodnih aktivnosti (Sharma, 2001). Prema tome krajnji cilj nastave matematike je usvajanje apstraktnih pojmova, ali kako bi učenik došao do toga treba imati nastavnika koji će ga smisljeno voditi kroz navedene etape (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010).

Ovim poglavljem prikazana je specifičnost značajki početnog učenja matematike. Prvi susreti djeteta s matematikom vrlo su važni jer se tada postavljaju temelji koji će biti čvrsti ako se dijete izlaže različitim konkretnim primjerima preko kojih može dolaziti do novih spoznaja. Veliku pomoć djetetu, prije polaska u školu, nude predmatematičke vještine. Učitelj je taj koji treba poznavati psihološke činitelje koji utječu na učenje matematike, poseban naglasak je na različitim razvojnim razdobljima u kojima se djeca u prvom razredu nalaze. Te spoznaje treba primjenjivati kao polazište za metodiku nastave matematike pazeći pritom na matematička načela i pružajući učenicima različite, promišljene aktivnosti s didaktičkim materijalima. I dan danas istražuje se na koje načine djeca uče. Tako nastaju nove metode poput VAK modela učenja. U sljedećem poglavlju će se usporediti VAK učenje s nekim metodama učenja u nastavi matematike.

4. VAK metoda u nastavi matematike

4.1. IGSZ model i VAK metoda

IGSZ model je metodičko uporište i osnovni metodički put razvoja matematičkih pojmova koji je nastao prema spoznajama različitih pedagoga (Marendić, 2009). Tako se, prema IGSZ modelu, matematički pojam usvaja redom: I – iskustvom fizičkih predmeta, G – govornim jezikom koji opisuje to iskustvo, S – slikama koje prikazuju to iskustvo i Z – pismenim znakovima koji generaliziraju to iskustvo (Liebeck, 1995, prema Marendić, 2009). Na taj način dijete postepeno, prirodnim putem usvaja matematički pojam od konkretnog prema apstraktnom.

VAK metoda, poput IGSZ modela, sadrži učenje putem osjetila: iskustvo fizičkog predmeta je učenje putem kinestetičkog (K) osjetila, govorni jezik koji opisuje to iskustvo koristi auditivno (A) osjetilo i slike koje prikazuju to iskustvo su učenje vizualnim (V) osjetilom. Iako je sličnost očita, postoji velika razlika IGSZ modela i VAK metode. U IGSZ modelu djetetovo matematičko iskustvo se razvija slijedom apstrahiranja. Nadalje, slijed I-G-S-Z vodi matematičkom apstrahiranju jer je matematika apstrakcija stvarnosti (Liebeck, 1995). Korištenje više osjetila u IGSZ modelu vodi do znaka (Z) tj. do razumijevanja apstraktnog pojma (Liebeck, 1995). Kod VAK metode ne naglašava se cilj razumijevanja apstrakcije i ne postoje postupni koraci već je glavna metoda da dijete odjednom iskoristi više osjetila ili si pomogne svojim dominantnim osjetilom kako bi lakše, uz malo truda zapamtilo više informacija (Morretta i De Francisci, 2014).

4.2. Nastava matematike u alternativnim školama i VAK metoda

Različite alternativne škole nastale su idejama pedagoga koji su nudili svoje pedagoške koncepte za poboljšanje odgojno-obrazovnog procesa. Tako Rousseau (1712.-1778.) preporučuje slobodan odgoj u prirodi i učenje putem rada (Matijević, 2001). Pestalozzi (1746.-1827.) smatra da se vještine lakše usvajaju ako su uključena sva osjetila, njegova pedagogija je orijentirana na odgoj glave (intelektualni odgoj), odgoj srca (moralni odgoj) i odgoj ruke (tjelesni i radni odgoj) (Matijević, 2001). Njihove su se ideje značajno odrazile na mnoge pedagoge te također na nastavu matematike. Maria Montessori (1870.-1952.) i Rudolf Steiner (1861.-1925.) pridaju veliku ulogu iskustvenom učenju putem osjetila, poštuju dijete kao individuu i koriste različite materijale i tehnike u učenju (Jagrović, 2007). Korištenje metode učenja putem osjetila ima veliku poveznicu s VAK metodom.

4.2.1. Montessori učenje matematike i VAK metoda

Maria Montessori je talijanska pedagoginja koja je razvila pedagošku metodu utemeljenu na znanstvenom promatranju spontanog učenja djece (Philipps, 1999). Njena osnovna teza je bila da treba, prije svega, temeljito upoznati djetetove individualne osobine te takve spoznaje iskoristiti za usmjeravanje odgojnih nastojanja. Spoznala je da je učenje individualno uvjetovano, odnosno da učenja nema bez individualnih aktivnosti subjekata koji uči. Osnovne psihičke potrebe djece su kretanje, red, jezik i ljubav prema okolini (Matijević, 2001). Veliki naglasak stavlja na zorno prenošenje znanja, djeca ga trebaju iskusiti preko osjetila, mora biti jasno, konkretno i povezano s aktivnošću (Seitz i Hallwachs, 1997). Za zadovoljavanje tih potreba Maria Montessori je u razrednoj prostoriji primjenjivala sljedeće materijale i sredstva: materijali iz svakodnevnog života, materijali za razvijanje osjeta (dodir i slušanje), materijali za razvijanje pokreta te materijali za jezik i matematiku. Ti materijali ne služe samo učitelju za demonstraciju, već je to materijal za individualno stjecanje iskustva dječjim rukama (iskustveno učenje). Baveći se tim materijalima razvijaju se njihove tjelesne i intelektualne sposobnosti (Matijević, 2001).

Posebno su zanimljive aktivnosti s materijalima za učenje matematike. Proučavajući Montessori načine usvajanja matematike može se zaključiti da postoji velika sličnost s VAK metodom. Npr. Montessori način učenje brojeva od 1 do 10. Kada je dijete razumjelo količine od 1 do 10, može učiti brojke. U ovoj se aktivnosti koriste brojke od brusnog papira kako bi dijete naučilo smjer pisanja i oblik brojke (Slika 2). Pitamic (2014) je opisala korake u ovoj aktivnosti. Prva dva koraka usmjerena su na prepoznavanje i promatranje. Slijedi treći korak u kojem dijete osjetilima uči i pamti oblik brojke. Zadatak mu je prelaziti kažiprstom i srednjim prstom preko brojke jedan te u isto vrijeme izgovarati „jedan“ (Pitamic, 2014).



Slika 2. Brojevi od brusnog papira
(Izvor http://www.alisonsmontessori.com/Sandpaper_Numbers_p/m02.htm)

Dijete je u tom zadatku koristilo tri osjetila: vid (vidi broj), opip (prelazi prstima po broju od brusnog papira) i sluh (izgovara broj). VAK metoda je utemeljena na činjenici da ljudi brže uče kada koriste više osjetila, naglašavajući baš ta tri: vizualno, auditivno i kinestetičko (O'Connor i Seymour, 2009). Prema tome, Montessori pedagogija i VAK metoda pridaju veliku važnost učenju putem osjetila, tj. učenik koristi više osjetila kako bi došao do nove spoznaje. Također zajedničko im je što smatraju da svaka osoba ima svoj individualni način učenja. Morretta i De Francisci (2014) smatraju da je Montessori pedagogija, uz još nekoliko pedagogija, stvorila VAK metodu. Za razliku od VAK metode učenja, Montessori aktivnost se ne zaustavlja samo na osjetilima. Dok je VAK metoda više usredotočena na glagol *pamiti* (Morretta i De Francisci, 2014), Montessori pedagogija naglašava glagol *razumjeti* (Philipps, 1999). Isto tako, VAK metoda ima veći naglasak na tri tipa učenja, dok Montessori pedagogija koristi osjetila kako bi djeci približila apstraktne pojmove i omogućila učeniku da u potpunosti razumije i primijeni svoja nova znanja i vještine (Seitz i Hallwachs, 1997). Na taj način u djeci raste unutarnja motivacija, a osim djece i neki učitelji dolaze do novih metoda učenja.

4.2.2. Matematika u waldorfskoj školi i VAK metoda

Osnivač waldorfske škole je Rudolf Steiner, austrijski filozof. Bitno obilježje njegove škole je naglašena orijentacija na umjetnički i radni odgoj (Jagrović, 2007). Jedan od istaknutijih ciljeva waldorfske pedagogije je zdrav razvoj, stoga se prednost daje autentičnoj, izvornoj stvarnosti (Doutlik, 2015). Djeca u waldorfskoj školi uče pomoću svih osjetila (Seitz i Hallwachs, 1997). Naj taj način usvajaju i matematiku, pogotovo u nižim razredima. „Učenici računaju trčeci po nizu brojeva koji su ispisani na podu plješćući i hodajući, skačući“ (Doutlik, 2015, str.107). Učenje kroz pokret omogućuje da se nastavni sadržaji kvalitetnije i trajnije zapamte jer tako nastavni sadržaj ulazi preko osjetilnog iskustva u osjećanje te na taj način omogućuje lakše pamćenje (Doutlik, 2015). Steineru je cilj uključiti sva djetetova osjetila, osjetila koja on navodi su: ja-osjetilo, osjetilo za razmišljanje, osjetilo za riječi, osjetilo sluha, osjetilo za toplinu, osjetilo vida, osjetilo ukusa, osjetilo mirisa, osjetilo ravnoteže, osjetilo za kretanje, osjetilo života i osjetilo opipa (Doutlik, 2015). Poput Steinerovog pristupa, i VAK metoda ističe učenje putem više osjetila. Osim toga, zajedničko im je što smatraju da djeca uče na različite načine te im se mora ponuditi što više materijala i metoda kako bi lakše i kvalitetnije zapamtili informaciju.

4.3. *Didaktički materijali u nastavi matematike i VAK metoda*

„Djetetovo razumijevanje apstraktnih ideja temelji na njegovim konkretnim iskustvima iz djetinjstva“ (Sharma, 2001, str. 124). Što više konkretnih iskustava dijete bude imalo, biti će više pripremljeno za apstraktno učenje (Sharma, 2001). Različiti materijalni objekti koji se koriste pri učenju u nastavi nazivaju se nastavna sredstva. Njihova upotreba se zasniva na psihološkoj činjenici da je učenje uspješnije ako se ostvaruje s više komponenta primanja informacija (Markovac, 2001). Nastavna sredstva i pomagala moraju poticati i unapređivati učenikovo mišljenje, perceptivni podaci stečeni promatranjem su podloga učenikovu mišljenju (Markovac, 2001). Ona ne smiju i ne mogu zamijeniti rad učenikova mišljenja, njihova se upotreba ne smije svoditi na mehaničke radnje. „Nastavno sredstvo koje misaoni rad zamjenjuje mehaničkim manipuliranjem, metodički je neprihvatljivo i treba ga izbjegavati“ (Markovac, 2001, str. 82). Isto tako, treba paziti da se upotreba didaktičkog materijala ne svede na puko fizičko manipuliranje. „Fizičku aktivnost treba dosljedno pratiti intelektualna aktivnost. To se postiže misaonim radom utemeljenim na fizičkoj aktivnosti s didaktičkim materijalom“ (Markovac, 2001, str. 83). Stoga svaka aktivnost s didaktičkim materijalom mora biti praćena govornom reprodukcijom. Govornom reprodukcijom se materijalna radnja transformira u misaonu radnju i intenzivira se djelatnost učenikova mišljenja (Markovac, 2001). Isto tako, VAK metoda naglašava da čovjek lakše uči kada koristi vid, sluh (govor) i dodir. Metodičari nastave matematike i autori VAK metoda se slažu da je učeniku potrebno ponuditi aktivnost s materijalima koju prati verbalizacija. Razlika je što se metodičari bave pitanjem hoće li dijete u potpunosti razumjeti i usvojiti matematički pojam, dok se VAK metoda bavi pitanjem kako će učenik bolje, lakše i brže zapamtiti informaciju (Morretta i De Francisci, 2014). U nastavku su navedeni neki didaktički materijali koji se koriste u nastavi matematike. Aktivnosti s tim materijalima su uspoređene s VAK metodom.

4.3.1. *Stern blokovi i VAK metoda*

Stern blokovi dobili su naziv po učiteljici Catherine Stern koja ih je osmislila i uvela u nastavu. U vrijeme kad je vodila Montessori vrtić u Wroclawu, osmislila je ovaj materijal za usvajanje pojma broja i odnose među brojevima (Jerec i Glasnović Gracin, 2012). Stern blokovi su setovi kockica, različitih boja, koji predstavljaju brojeve (Slika 3). To je didaktički komplet koji se sastoji od drvenih blokova, od kocke koja predstavlja jednu jedinicu do bloka koji sadrži deset spojenih kocaka i predstavlja desetice (Sharma, 2001). Osmišljen je da učenicima omogući učenje iz vlastitih otkrića (Jerec i Glasnović Gracin, 2012).



Slika 3. Stern blokovi

(Izvor: <https://store.sternmath.com/early-number-sense/1-manipulatives/counting-board>)

Poput Montessori materijala, i Stern blokovi djetetu nude da osjetilima istražuju i usvoje nove pojmove. Osobito je važna vizualizacija, ali nije dovoljno da dijete samo stvori izoliranu sliku nekog broja, već ga treba vizualizirati u odnosu na druge brojeve. Manipulacijom ti odnosi postaju još jasniji (Jerec i Glasnović Gracin, 2012). Uz kocke raznih boja, originalni Stern setovi sadrže i predloške u koje se stavljaju kockice. Učenici uče brojeve do 10 slažući stupce kocaka određene duljine. „Kroz eksperimentiranje s materijalima učenici 'vide' i 'osjećaju' na koji način blok ne pristaje predlošku sve dok ne uspiju“ (Jerec i Glasnović Gracin, 2012, str. 156). Posebna pažnja pritom treba biti i na verbalizaciji. Učenike treba poticati da objašnjavaju ono što vide (Jerec i Glasnović Gracin, 2012). Kao i u VAK metodi koristi se više osjetila kako bi dijete lakše naučilo novi pojam. Tako učenici koristeći ovaj didaktički komplet vide materijal (V), dodiruju drvene blokove (K) i objašnjavaju što vide (A). Iako koriste vizualno, auditivno i kinestetičko osjetilo, za razliku od VAK metode tijekom učenja pomoću Stern blokova dijete mora doći do nove spoznaje, dok kod VAK metode dovoljno je da dijete zapamti novi pojam pomoću osjetila.

4.3.2. Računska gusjenica

Računska gusjenica (Slika 4) je didaktički materijal izrađen za potrebe računanja do 20 u prvome razredu osnovne škole. Sastavljena je od 10 kuglica jedne boje i 10 kuglica druge boje (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010). Gusjenicu je preporučeno izraditi nakon što učenici nauče brojeve do 10 i krenu s učenjem brojeva do 20. Može se primijeniti i na većim brojevima u kasnijim razredima. Poželjno je da dijete samo složi računsku gusjenicu kako bi osjetilo izgradnju skupa brojeva do 20 i izgradnju desetica jedinicama (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010). Slijedi primjer zadatka (Glasnović Gracin i Herjavec, 2010, str. 61) vezanog uz zbrajanje i oduzimanje do 20 kojeg učenici mogu riješiti pomoću računske gusjenice:

“Pokaži na računskoj gusjenici dvanaestu kuglicu u nizu! Objasni kako si došao/došla do odgovora. Što misliš, trebamo li uvijek brojiti po redu da dođemo do odgovora? Mogu li nam boje pomoći za brzi odgovor? Kako?”



Slika 4. Računska gusjenica

(Izvor: <https://sites.google.com/site/normalaskup/razredna-nastava>)

Usporedi li se ovaj zadatak s VAK metodom može se zaključiti da učenik koristi više osjetila kako bi došao do nove spoznaje. Učenik vidi kuglice (V), učenik dodiruje dvanaestu kuglicu u nizu (K), učenik verbalizira svoj način kojim je došao do odgovora (A). Kao i u prethodnom primjeru razlika ovih aktivnosti i VAK aktivnosti je u tome što se VAK metoda zadržava na brzom učenju pomoću osjetila dok autorice matematičke gusjenice naglašavaju da je krajnji cilj nastave matematike prelazak u zonu apstrakcije.

4.3.3. Računaljka (abak)

Računaljku ili abak su sve civilizacije koristile za rješavanje aritmetičkih zadataka. Odavno je poznata u Kini, Japanu, Grčkoj i Egiptu. Koristili su je još prije više od dvije tisuće godina. Temeljni oblik računaljke (Slika 5) daje okvir unutar kojega su na jednakoj udaljenosti paralelno udaljene žice na svakoj žici nalaze se kuglice jednakog izgleda. Svaki red žica ima vrijednost deset. Kuglice u prvom redu imaju vrijednost jedinica, u drugom redu desetica, u trećem stotica i u četvrtom tisućica (Sharma, 2001). Na primjeru računaljke dijete konkretno usvaja koncept mjesne vrijednosti. „Računaljka je prekrasno didaktičko pomagalo za tumačenje pojma mjesne vrijednosti, a i za modeliranje aritmetičkih radnji s cijelim i decimalnim brojevima“ (Sharma, 2001, str. 142). Uzimajući u obzir da se svaka aktivnost s didaktičkim materijalom treba verbalizirati (Markovac, 2001) može se uočiti sličnost s VAK metodom: vidim kuglice (V), dodirujem kuglice (K) i izgovaram što radim (A).



Slika 5. Računaljka ili abak
(Izvor: <https://www.links.hr/hr/drvena-igracka-everearth-abakus-780103013>)

Prikaz literature ukazuje da su mnogi pedagozi i metodičari uočili važnost konkretnih materijala i upotrebe osjetila koje dijete doživljava preko njih sa ciljem učenja matematike. Iako bi se moglo reći da je VAK metoda prisutna u svim navedenim pedagogijama i pristupima, ona sama po sebi nema dublji cilj (Franklin, 2006) poput nekih drugih pristupa kojima je krajnji cilj osposobiti dijete da dođe do viših apstraktnih razina (Sharma, 2001). Uviđa se već navedeni nedostatak VAK metode, a to je činjenica da je učenje proces u kojem su osjetila samo pomoć na putu razumijevanja novih koncepata. Učitelj treba razmišljati o razvijanju učenikovog razumijevanja pojmova, a ne se fokusirati na dominantna osjetila učenika te raditi podjele prema tome (Franklin, 2006).

Uz sve prednosti i nedostatke VAK modela, učitelj je taj koji bira metode i načine kojima će svojim učenicima pomoći da dođu do viših razina. Tako učitelj iz VAK modela može koristiti učenje s različitim materijalima koji aktiviraju više osjetila (vid, dodir, sluh, govor). Učitelj može iskoristiti VAK metodu kako bi došao do većeg cilja, a to je da dijete spozna i razumije matematički pojam. Do toga se dolazi dobro promišljenim aktivnostima koje uključuju djetetova osjetila i koja potiču dijete na istraživanje. Aktivnosti s navedenim didaktičkim materijalima pomažu djetetu da razvija matematičko mišljenje i dođe do novih spoznaja. Osim već postojećih materijala, učitelji mogu sami izraditi svoje materijale koji će aktivirati djetetova osjetila, motivaciju i matematičko razmišljanje.

5. Primjena VAK metode u nastavi matematike: Matematička kućica

5.1. Osnovna obilježja matematičke kućice

Matematička kućica (Slika 6) je didaktički materijal izrađen u sklopu ovog diplomskog rada za potrebe nastave matematike u 1. razredu. Nastala je iz činjenice da dijete treba primjere i aktivnosti s konkretnim materijalima kako bi došlo do viših spoznaja (Sharma, 2001). U takvim aktivnostima primijenjena je VAK metoda, tj. djeca trebaju upotrijebiti tri osjetila (vid, opip i sluh) kako bi lakše usvojili matematičke pojmove. Napravljene su aktivnosti za teme 1. razreda iz Nastavnog plana i programa za osnovnu školu (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, [MZOS], 2006). Aktivnosti su prilagođene preporukama novog kurikuluma (Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO], 2019). U ovom radu prikazat će se aktivnosti za izabrane teme:

1. Tijela u prostoru
2. Brojevi od 1 do 5
3. Uspoređivanje brojeva do 5
4. Zbrajanje brojeva od 1 do 5
5. Brojevnna crta
6. Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20
7. Redni brojevi do 20



Slika 6. Matematička kućica

5.2. Izgled matematičke kućice

Matematička kućica nastala je od stare kućice za lutke. Obojana je temperama, prednja strana kućice inspirirana je reprodukcijom Kandinskog: *Žuto crveno plava*. Kućica ima četiri sobe. Od te četiri, gornje dvije su postavljene za točno određene aktivnosti. Donje dvije sobe mogu poslužiti kao spremište za materijale, ali mogu biti posložene prema zadatku kojeg postavi učitelj/ica. Gornja lijeva soba je geometrijska soba u kojoj djeca slažu geometrijska tijela i likove, uče odnose među predmetima, ravne i zakrivljene plohe. Gornja desna soba je za ostale nastavne teme. Na dnu te sobe nalazi se prozirna plastika ispod koje se stavlja određena pozadina. Po plastici se može pisati i brisati flomasterima za ploču. Tako u toj sobi matematičke kućice djeca uče i ponavljaju nastavne teme: ravne i zakrivljene crte, točka, brojevi od 1 do 5, brojevnna crta, zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20, redni brojevi do 20. Slika 7 prikazuje

pozadinu za nastavnu temu Točka. Teme zbrajanje brojeva do 5, oduzimanje brojeva do 5 i uspoređivanje brojeva do 5 napravljene su kao dodatak kućici koji se objesi (Slika 8).



Slika 7. Matematička kućica: točka



Slika 8. Dodatak matematičke kućice

Materijali iz matematičke kućice se nakon primjene mogu složiti u kutije (Slika 9). Učenike se treba učiti kako pospremiti kućicu nakon sata (ako je učitelj/ica predvidjela da im taj materijal više neće trebati). Slaganje geometrijskih tijela i likova učeniku ukazuje na njihovu glavnu razliku (Slika 10). Geometrijska tijela učenici mogu dodirnuti s više strana i trebaju paziti kako će ih složiti u prostoru, dok likove samo slažu jedan preko drugog.



Slika 9. Pospremljena matematička kućica



Slika 10. Spremanje geometrijskog pribora

5.3. Načini upotrebe matematičke kućice

Matematička se kućica može koristiti na više načina. Osmišljena je kao pomoć učiteljima u stvaranju pripreme za sat matematike i djeci u usvajanju matematičkih pojmova. Ona može poslužiti učitelju kao uvod i motivacija u nastavi matematike kada se uči nova nastavna jedinica. Isto tako, može poslužiti učenicima kao konkretni materijal u usvajanju novih matematičkih pojmova. Osim toga, matematička kućica u razredu može imati svoj kutak, tj. matematički kutak. Ovisno o tome što su prethodno naučili, učitelj/ica može ostaviti točno određeni dodatak u kućici koji misli da je trenutno prikladan. Prema svojoj procjeni, učitelj/ica bira želi li djeci postaviti zadatak u matematičkom kutku ili misli da je dovoljno da djeca sama istraže materijal. Tijekom nastave matematička kućica može biti nagrada učeniku koji je sve zadatke napravio, a može biti pomoć učeniku kojemu su potrebni dodatni primjeri u usvajanju matematičkih pojmova. U boravku može biti velika pomoć djeci u rješavanju zadaće i ponavljanju kroz igru. Aktivnosti matematičke kućice prati priča djeda Šime i bake Mare koji žive u matematičkoj kućici (Slika 11). Šimu i Maru predstavljaju lutkice napravljene od tkanine i drvenih materijala. Prikazana je njihova soba i kuhinja, sve je napravljeno od starih, različitih materijala. Djeci se, uz demonstraciju s matematičkom kućicom i lutkicama, priča o životu djeda i bake koji se bave matematikom. Tako djed Šime ima svoju geometrijsku sobu (Slika 12) u kojoj stalno nešto slaže i popravlja, a baka Mara uvijek nešto broji.



Slika 11. Mara i Šime u matematičkoj kućici



Slika 12. Geometrijska soba

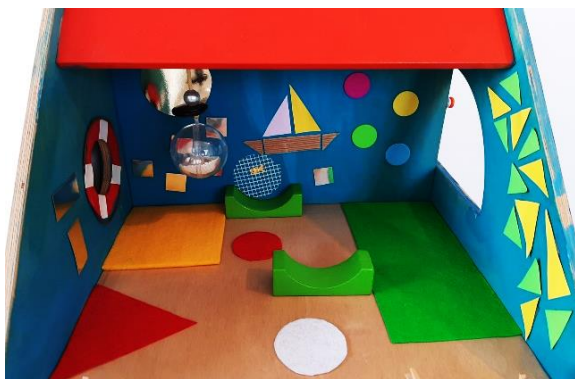
Ta priča je polazište upoznavanja djece s matematičkom kućicom te ima svrhu pokazati djeci da je matematika svaki dan u našim životima, u konkretnim primjerima. Takva priča šalje poruku djetetu da je matematika predmet kojeg može savladati. Tada dijete pokazuje veći interes za matematiku te razmišlja o matematičkim primjerima iz svoje okoline.

5.4. Nastavne teme i matematička kućica

Matematička kućica se može koristiti za sve teme iz matematike za 1. razred. Ima dovoljno konkretnog materijala koji može poslužiti u različitim aktivnostima. U ovom radu prikazat će se nekoliko aktivnosti za nastavne teme: tijela u prostoru, brojevi od 1 do 5, uspoređivanje brojeva do 5, zbrajanje brojeva od 1 do 5, brojevnica, zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20 i redni brojevi do 20.

5.4.1. Tijela u prostoru

Tijela u prostoru su prva tema iz nastave matematike s kojom se djeca susreću u školi. Ta tema je povezana s pričom o Šiminoj geometrijskoj sobi u kojoj on stalno slaže geometrijska tijela. U geometrijskoj sobi učitelj/ica složi geometrijske likove (Slika 13) koje djeci predstavi kao tepihe različitih boja. Zatim učitelj/ica svakom učeniku da po jedno geometrijsko tijelo koje ono treba postaviti na određeni tepih i reći svoje objašnjenje, npr. *Stavit će piramidu na crveni tepih jer ona na sebi ima taj lik*. Neka djeca će spojiti lik i tijelo samo prema boji, tada ga učitelj/ica treba potaknuti da razmisli što je još slično. Namjerno su dodani zeleni poligoni na koje dijete može staviti valjak, kuglu ili stožac ako primijeti da se mogu valjati na zakrivljenoj plohi. Na kraju djeca vide složenu sobu prepunu geometrijskih likova i tijela (Slika 14). VAK model je prisutan u ovoj aktivnosti jer dijete vidi geometrijska tijela i likove (V), izgovara svoje objašnjenje (A) te dodiruje geometrijsko tijelo i slaže ga na odgovarajuće mjesto (K).



Slika 13. Geometrijska soba prije slaganja



Slika 14. Geometrijska soba nakon slaganja

5.4.2. Brojevi od 1 do 5

Brojevi od 1 do 5 u matematičkoj kućici usvajaju se kroz pjesmu i slaganje materijala prema pjesmi. Slika 15 prikazuje aktivnost za usvajanje broja 2. Broj 2 se usvaja kroz pjesmu „Dva kao ljubav“ (Lara Karabatić). Učenici promatraju učiteljicu kako čita pjesmu i u isto vrijeme slaže materijale na pozadinu. Učenici ponavljaju aktivnost. Nakon toga sami slažu svoju pjesmu o broju 2 od materijala koje imaju na klupi ili koje im učitelj/ica podijeli (Slika 16). VAK metoda je primijenjena tako što dijete vidi skup od dva predmeta (V), čuje ili izgovara pjesmu (A) i dodiruje predmet (K).

Pjesma o broju dva:

Dva kao ljubav

Dva dugmića na njevoj haljini,

Dvije zakrpe na njegovoj košulji,

Dvije šalice o čaju pjevaju,

Dva stolčića na njih čekaju,

Evo ih, dvoje zaljubljenih, sada se gledaju,

Dvije iskrice na mladost se prisjećaju!



Slika 15. Usvajanje broja dva



Slika 16. Složeni skupovi od dva predmeta

5.4.3. Uspoređivanje brojeva do 5

U ovoj temi se stavlja dodatak na kućicu (Slika 17). Zatim se djeci ispriča priča o morskome psu koji jede Šimine mamce, puževe. Učitelj/ica objasni djeci da morski pas uvijek jede tamo gdje ima više morskih pužića. Učitelj/ica prozove dva učenika, svaki stavi *na udicu* jednu karticu na kojoj su zalijepljeni pužići. Ispod kartice u mrežu trebaju staviti odgovarajuću kartu s brojkom koja označava broj pužića na udici. Nakon toga učenici komunikacijom dolaze do zaključka koju će udicu morski pas zagrist. Kada to zaključe, učenik namjesti usta morskog psa prema većem broju i izgovaraju npr. *Dva je manje od tri* (Slika 18). Učitelj/ica postavlja učenicima različite zadatke u kojima se naziru znakovi za veće, manje i jednako. U ovoj aktivnosti važno je napomenuti da je ovo samo uvod koji bi olakšao djetetu da zapamti znak za veće, manje i jednako. VAK metoda se koristi u ovoj aktivnosti jer dijete vidi brojku i količinu (V), verbalizira što vidi (A) i dodiruje puževe (K).



Slika 17. Dodatak za kućicu: uspoređivanje brojeva



Slika 18. Dva je manje od tri

5.4.4. Zbrajanje brojeva od 1 do 5

Zbrajanje brojeva u matematičkoj kućici je prikazano na konkretnom primjeru. Prvo se postavi dodatak na kućicu koji sadrži dva tunela i kutijicu prema kojoj su okrenuti (Slika 19). Učiteljica proziva dva dobrovoljca. Oni izvlače jednu kartu te ju postavljaju na *tunele*. Zatim moraju ubaciti u svoj *tunel* broj kuglica koji je prikazan na karti. Prije nego pogledaju koji su zbroj dobili, učenici trebaju prema svojoj procjeni pogađati koliko je kuglica u kutijici. Na kraju pogledaju rezultat u kutijici (Slika 20). VAK metoda je prisutna jer dijete vidi brojku i kuglice (V), verbalizira svoju radnju i pogađa zbroj (A) te dodiruje kuglice (K).



Slika 19. Dodatak matematičkoj kućici: zbrajanje



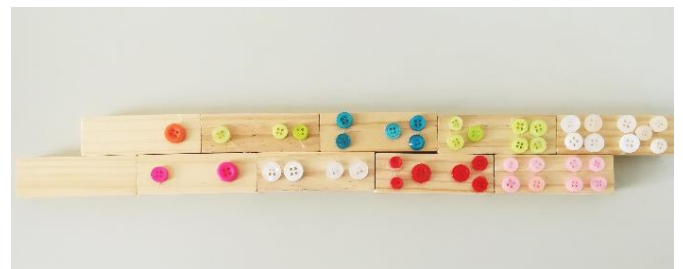
Slika 20. Zbroj kuglica u kutijici

5.4.5. Brojeva crta

Učenici pišu brojke na pozadini s brojevnom crtom. Broje dugmad na kvadrima i slažu kvadre, prema količini dugmića, pazeći na razmak (Slika 21). Dugmad je raspoređena poput točkica na dominu (Slika 22). Tako učenik vidi dva pribrojnika koja treba verbalizirati. Na kraju se ispod svake brojke nalazi kvadar koji označava količinu. U ovoj aktivnosti koristi se VAK metoda jer dijete vidi brojevu crtu (V), verbalizira pribrojnike (A) i dodiruje dugmad (K).



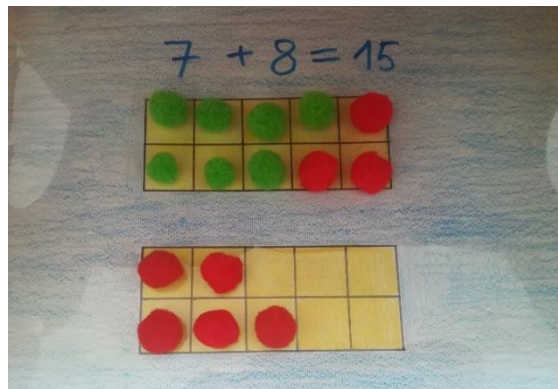
Slika 21. Brojeva crta u matematičkoj kućici



Slika 22. Kvadri posloženi kao domino

5.4.6. Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 20

Za ovu aktivnost se stavlja pozadina u gornjoj desnoj sobi matematičke kućice. Pozadina se može kopirati tako da na svakoj klupi bude po jedan ili dva primjerka. Kao konkretni materijal koriste se kuglice (pomponi). Učitelj postavlja zadatak, npr. $7 + 8$. Djeca slažu kuglice i popunjavaju kvadrate pribrojnicima (Slika 23). Učitelj/ica potiče učenike na razgovor o tome kako se broj 8 morao rastaviti tijekom slaganja u dva skupa od 10 kvadrata. Također se koristi VAK metoda. Dijete vidi dva skupa od deset kvadrata i kuglice (V), dijete izgovara što uočava (A) i slaže kuglice (K).



Slika 23. Zbrajanje brojeva 7 i 8 u matematičkoj kućici

5.4.7. Redni brojevi do 20

Redni brojevi u matematičkoj kućici uvježbavaju se na pozadini sa stazom (Slika 24). Uvod u ovu aktivnost je priča o psu Flokiju koji ide na utrke. Učenicima se zadaje rečenica koju moraju složiti pomoću figurice i pompona. Npr. *Bilo je 7 igrača, Floki je bio 2. po redu* (Slika 25). Učenicima se može dati zadatak da u paru jedan drugome zadaju i rješavaju takve zadatke. VAK metoda se koristi jer dijete vidi kuglice i figuricu psa (V), zadaje rečenicu ili ju sluša (A) te slaže figuricu i kuglice (K).



Slika 24. Pozadina za redne brojeve



Slika 25. Redni brojevi u matematičkoj kućici

Zbog bogatstva materijala, matematičku se kućicu može koristiti i na drugim predmetima. Tako na satu Likovne kulture mogu crtati ritam geometrijskih likova kojima će ukrasiti matematičku kućicu ili oblikovati geometrijska tijela koja će posložiti u geometrijsku sobu. Prikazane aktivnosti učitelj/ica može prilagoditi i izvesti na svoj način. Kućica je napravljena tako da učitelj i učenici mogu sami stvarati, slagati, izmišljati svoje zadatke i dodavati nove materijale. Tako bi svaka izrađena kućica bila originalna i imala bi osobnost učiteljice i djece iz razreda. Djeca u njoj imaju slobodu slagati materijale prema svojim zamislima, stvarati nove materijale prema uputama učiteljice, razvijati maštu i kreativnost na nastavi matematike, uz korištenje vizualne, auditivne i kinestetičke dimenzije.

6. Zaključak

Svako dijete je individualac koji pohranjuje i obrađuje informacije na svoj način. Frontalna i predavačka nastava te različitosti ne uzima u obzir pa dolazi do zaostajanja (Dakić, 1993). Mnogi učenici odustaju od matematike, stvaraju loš stav i osjećaj bespomoćnosti (Sharma, 2001). Često je za takav učenički stav kriva nedovoljno razvijena svijest učitelja o nužnosti primjene didaktičkih postupaka koji će umanjiti apstraktnost. Nastavu je potrebno osuvremeniti, dati prednost problemskoj metodi i heurističkom razgovoru jer se oni obraćaju izravno pojedincu i provociraju njegovu aktivnost (Dakić, 2013). Potrebno je djecu upoznati sa svrhom matematike, s njenim početkom. Objasniti im da je nastala iz stvarnih problema s kojima su se naši preci susretali. Koliko god bila apstraktna, matematika je proizašla iz konkretnih situacija. Čak je i najsloženija matematika čvrsto ukorijenjena u stvarnosti (Liebeck, 1984). Djeca lakše uče ako im se ponude raznolike aktivnosti i didaktički materijali. Naravno, učitelj treba dobro promisliti koji je cilj određene aktivnosti i kojim redoslijedom se aktivnost treba odvijati. Velike greške učitelja u nastavi matematike se događaju kada preskoče prve korake u usvajanju matematičkih pojmova. Prvi koraci su iskustva s konkretnim materijalom i konkretni problemi s kojima se učenici susreću (Liebeck, 1984).

Mnogi pedagozi poput Pestalozzi-a, Marie Montessori i Rudolfa Steinera su ukazivali na važnost aktivnosti s konkretnim materijalom u kojem dijete koristi svoja osjetila. Koliko je važno konkretno iskustvo i korištenje osjetila iznosi i VAK model učenja. On se bazira na učenju kroz vizualno, auditivno i kinestetičko iskustvo. Njegova glavna teorija je da svaka osoba uči na drugačiji način te da je mozak multiprocesor koji brže i lakše uči ako se prilikom učenja koristi više osjetila ili ako se koristi dominantno osjetilo osobe (Morretta i De Francisci, 2014). Mnogi iznose nedostatke VAK metode poput činjenice da se u praksi događa da učitelj dijeli učenike u tri kategorije te tako radi štetu u obrazovanju (Newton, 2015). Učitelj treba paziti da ne upadne u takvu zamku te da se dobro informira o svim metodama koje donosi u razred. U nekim aktivnostima u nastavi matematike VAK model nije velika novost. Tako postoji poveznica VAK modela i učenja matematike u Montessori pedagogiji, matematike u waldorfskoj školi i aktivnostima s različitim didaktičkim materijalima. Metodički put usvajanja matematičkih pojmova, IGSZ model poput VAK modela naglašava učenje putem iskustva i osjetila. Ipak, IGSZ model puno veći naglasak stavlja na razumijevanje apstraktnosti matematike (Liebeck, 1984). Važno je iz svih metoda učiti i tražiti nova rješenja za razvijanje matematičkog mišljenja učenika. Poput učenika,

također se i učitelj treba razvijati i rasti u razumijevanju i prenošenju matematičkih i metodičkih spoznaja. Ovaj rad je napravljen kao poticaj i pomoć onima koji poučavaju i vole stvarati nove kreativne aktivnosti, bazirane na stvarnosti, koje u djeci bude znatiželju i želju za rješavanjem novih matematičkih izazova.

Literatura

1. Baureis, H., Wagenmann, C. (2015). *Djeca bolje uče uz kineziologiju: savjeti i vježbe za lakše učenje i bolju koncentraciju*. Split: Harfa.
2. Beaver, D. (2004). *Neurolingvističko programiranje: za opušteno učenje, kako učiti brže i opuštenije*. Zagreb: Veble commerece.
3. Buggle F. (2002). *Razvojna psihologija Jeana Piageta: O spoznajnom razdoblju djeteta*, Jastrebarsko: Naklada Slap.
4. Dakić. B. (1993). *Zornost u nastavi matematike*, Zagreb: Školske novine.
5. Doutlik, K. (2015). Stavovi roditelja o suradnji s učiteljima u Waldorfskoj školi. *Školski vjesnik: časopis za pedagoški teoriju i praksu*, 63(4), 531-552. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/136113> (20.5.2020.)
6. Đigić, G. (2012). Stilovi učenja kao faktor postignuća. *Ličnost i obrazovno-vaspitni rad*, 73-86. Preuzeto s <http://psihologijanis.rs/dpp/arhiva/zbornik-7.pdf#page=73> (5.2.2020.)
7. Fleming, N. i Baume, D. (2006). Learning Styles Again: VARKing up the right tree!, *Educational developments*, 7(4), 4.
8. Franklin, S. (2006). VAKing out Learning Styles--Why the Notion of "Learning Styles" Is Unhelpful to Teachers. *Educatin 3-1: International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, 34(1), 81-87. Preuzeto s <https://doi.org/10.1080/03004270500507644> (04.02.2020.)
9. Gholami, S. i Bagheri, M. S. (2013). Relationship between VAK learning styles and problem solving styles regarding gender and students' fields of study. *Journal of Language Teaching and Research*, 4(4), 700-705. Preuzeto s <https://www.semanticscholar.org/paper/Relationship-between-VAK-Learning-Styles-and-Styles-Gholami-Bagheri/a0e17fb3203f9b8137c0ead354fbbacf56c96fc1> (05.02.2020.)
10. Glasnović Gracin, D. (2010), Predmatematičke vještine, *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 55(3), 200-205. Preuzeto s <https://mis.element.hr/list/16/broj/55/clanak/774/predmatematicke-vjestine> (03.05.2020.)
11. Glasnović Gracin, D. i Jerec, H. (2012). Stern Blokovi, *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 64 (3), 154-159. Preuzeto s <https://mis.element.hr/list/18/broj/64/clanak/908/stern-blokovi> (01.06.2020)

12. Grgić, A. i Kolaković, Z. (2010). Primjena stilova i nastavnih strategija u nastavi hrvatskoga kao inoga jezika. *Lahor: časopis za hrvatski kao materinski, drugi i strani jezik*, 1(9), 78-96. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/64996> (03.01.2020.)
13. Hawk, T. F. i Shah, A. J. (2007). Using learning style instruments to enhance student learning. *Decision Sciences Journal of Innovative Education*, 5(1), 1-19. Preuzeto s <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1540-4609.2007.00125.x> (16.01.2020.)
14. Herjavec, D. i Glasnović Gracin, D. (2010): Računska gusjenica, *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike* 57(3), 59-63.
Preuzeto s <https://mis.element.hr/list/17/broj/57/clanak/805/racunska-gusjenica> (02.05.2020.)
15. Husarić, M. (2011). Važnost uvažavanja kognitivnih stilova i stilova učenja kod učenika u procesu poučavanja. *Metodički obzori: časopis za odgojno-obrazovnu teoriju i praksu*, 6(12), 143-151. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/71285> (03.01.2020.)
16. Jagrović, N. (2007). Sličnosti i razlike pedagoških modela Marije Montessori, Rudolfa Steinera i Célestina Freineta. *Školski vjesnik: časopis za pedagojsku teoriju i praksu*, 56(1-2), 65-77. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/82653> (2.6.2020.)
17. Jensen, E., (1995). *Super-nastava: Nastavne strategije za kvalitetnu školu i uspješno učenje*. Zagreb: EDUCA.
18. Kurnik, Z. (2002). Načelo znanstvenosti. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2(13), 102-106. Preuzeto s <https://mis.element.hr/list/4/broj/13/clanak/143/nacelo-znanstvenosti> (1.6.2020.)
19. Liebeck. P. (1995). *Kako djeca uče matematiku: metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike*. Zagreb: Educa.
20. Marenić Z. (2009). Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću, *Metodika: časopis za teoriju i praksu*, 10(18), 129-141.
Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/40821> (08.05.2020.)
21. Markovac, J. (2001), *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
22. Matijević, M. (2001), *Alternativne škole: didaktičke i pedagoške koncepcije*. Zagreb: Tipex.
23. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.

24. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). *Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*. Zagreb: Ministarstvo znanosti i obrazovanja
25. Mladenović, D. i Vrsaljko, J. (2009). *NLP – Uvod u osobni rast i razvoj*. Zagreb: Kigen.
26. Morretta, M. i De Francisci, M. G. (2014). The learning code: The psychology of total physical response: How to speed the learning of languages through the multisensory method, *Lulu Press, Inc.* Preuzeto s <https://www.lulu.com/en/us/shop/mauro-morretta-and-maria-grazia-de-francisci/the-learning-code-the-psychology-of-total-physical-response-how-to-speed-the-learning-of-languages-through-the-multisensory-method-a-practical-guide-to-teaching-foreign-languages/ebook/product-1mwdvqe.html> (30.05.2020.)
27. Newton, P. M. (2015). The Learning Styles Myth is Thriving in Higher Education. *Front Psychol* 6. Preuzeto s <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01908> (04.02.2020.)
28. O' Connor, J. i Seymour, J. (2009). *Uvod u neurolingvističko programiranje*. Zagreb: TELEdisk
29. Philipps, S. (1999). *Montessori priprema za život: Odgoj neovisnosti i odgovornosti*, Jastrebarsko: Naklada Slap.
30. Pitamic, M. (2014). *Pokaži mi kako se to radi: Montessori aktivnosti za vas i vaše dijete*, Zagreb: Mozaik knjiga.
31. Seitz, M. i Hallwach, U. (1997). *Montessori ili Waldorf? Knjiga za roditelje, odgajatelje i pedagoge*, Zagreb: Educa.
32. Sharma M. (2001), *Matematika bez suza, Kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike* prema Mahesh C. Sharma sastavila i pripremila Ilona Poskhova, Lekenik: Ostvarenje.
33. Sharp, J., Bowkerb, R., Byrnc, J., (2008). VAK or VAK-uous? Towards the trivialisation of learning and the death of scholarship. *Research Papers in Education*, 23(3), 293-314. Preuzeto s <https://doi.org/10.1080/02671520701755416> (02.02.2020.)
34. Sreenidhi, S., Tay, C. (2017). Styles of Learning Based on the Research of Fernald, Keller, Orton, Gillingham, Stillman, Montessori and Neil D Fleming. *International Journal for Innovative Research in Multidisciplinary Field*, 3(4), 17-25. Preuzeto s https://www.researchgate.net/publication/317305325_Styles_of_Learning_VAK (12.01.2020.)
35. Sunko, E. (2008). Pedagoške vrijednosti poznavanja stilova učenja. *Školski vjesnik: časopis za pedagošku teoriju i praksu*, 57(3-4), 297-310. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/82634> (20.01.2020.)

36. Vlahović-Štetić, V., Vizek Vidović V. (2003). *Kladim se da možeš – psihološki aspekti početnog učenja matematike*. Zagreb: Udruga roditelja Korak po korak.

Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)