

# Primjena numicona u vrtiću

---

**Markulin, Miet**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:609929>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-14**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEK ZA ODGOJITELJSKI STUDIJ**

**Miet Markulin**

**PRIMJENA NUMICONA U VRTIĆU**

**Završni rad**

**Mentor rada:**

**Doc. Dr. Sc. Goran Trupčević**

**Petrinja, rujan, 2021.**

## SADRŽAJ

1.	Uvod .....	1
2.	Učenje matematike u predškolskoj dobi .....	2
2.1.	Igra kao način učenja .....	2
2.2.	Bogato matematičko okruženje .....	3
2.3.	Od konkretnom ka apstraktnom .....	3
2.4.	Matematički jezik .....	4
3.	Predmatematičke i pomoćne vještine .....	5
3.1.	Pridruživanje i razvrstavanje .....	5
3.2.	Uspoređivanje: .....	6
3.3.	Nizanje i održavanje zadanog redoslijeda: .....	6
3.4.	Sparivanje: .....	7
3.5.	Slijeđenje niza uputa od više koraka .....	7
3.6.	Prostorno mišljenje .....	7
3.7.	Geometrijski oblici i tijela .....	8
4.	Pojam broja .....	9
4.1.	Vizualno grupiranje predmeta (eng. Subitizing) .....	9
4.2.	Brojenje .....	11
4.3.	Procjenjivanje .....	11
4.4.	Prve računske radnje .....	12
4.5.	Rastavljanje brojeva .....	13
4.6.	Zbrajanje i oduzimanje .....	14
4.7.	Mjerenje .....	14
5.	Primjena manipulativa u ranom učenju matematike .....	14
5.1.	Prednosti upotrebe manipulativa .....	14
5.2.	Nedostaci primjene manipulativa .....	15

5.3.	Kako efikasno koristiti manipulative.....	16
6.	Primjena Numicona u predškolskoj dobi .....	18
6.1.	Što je Numicon .....	18
6.2.	Koncept provođenja aktivnosti.....	22
7.	Prijedlozi aktivnosti <i>Numiconom</i> .....	23
7.1.	Brojenje .....	23
7.2.	Uzorak i niz .....	25
7.3.	Upoznavanje oblika .....	25
7.4.	Poredak oblika .....	29
7.5.	Imenovanje oblika .....	29
7.6.	Nizanje oblika i brojeva (kartice s napisanim znamenkama).....	30
7.7.	Oblik kao osnova za vizualno grupiranje .....	31
7.8.	Zbrajanje .....	33
7.9.	Oduzimanje.....	35
7.10.	Rasuđivanje o brojevima.....	37
8.	Zaključak.....	39

## SAŽETAK

Razvoj predmatematičkih i matematičkih vještina jedno je od bitnih područja razvoja djeteta, povezano s kasnijim akademskim postignućima i uspjehom u raznim životnim područjima. Iako je matematika neizbježan dio svakodnevnog života, nerijetko se čuju izjave poput „*Matematika je teška*“ ili „*Ne volim matematiku*.“ Pravilnim pristupom od najranije dobi moguće je postići zainteresiranost za ovo područje, želju za istraživanjem, radost otkrića.

Načini kako dijete razumije i doživljava matematiku razlikuju se od odraslih, stoga je za kvalitetno planiranje aktivnosti za razvoj matematičkih vještina, važno poznavati etape u razvoju dječje spoznaje, oslušivati strategije kojima se dijete služi te promišljeno intervenirati. Važno je poznavati i sredstva kojima je moguće potaknuti razvoj te načine njihove primjene. Matematičke kompetencije djeteta razvijat će se u poticajnom i bogatom matematičkim okruženjem, uz upotrebu primjerenih sredstava i načina rada te uz kvalitetno vodstvo.

Cilj ovog rada je predstaviti didaktički materijal *Numicon* i njegove mogućnosti u razvoju predmatematičkih i matematičkih vještina. U radu su navedene teorijske osnove učenja i podučavanja matematike u dječjoj dobi, s pregledom matematičkih koncepata koja djeca usvajaju, te načinima i tijekom kako koncepte razumiju i nadograđuju. Objasnjena je uloga konkretnih objekata (manipulativa) u usmjerenim matematičkim aktivnostima, pri čemu su navedene prednosti, ali i potencijalni nedostaci njihove primjene. Za kraj, predstavljen je didaktički materijal *Numicon*, te mogućnosti primjene *Numicon*a u predškolskoj dobi.

Ključne riječi: predmatematičke vještine, manipulativi, *Numicon*

## ABSTRACT

The development of pre-mathematical and mathematical skills is one of the essential areas of a child's development, related to later academic achievements and success in various areas of life. Although mathematics is an inevitable part of everyday life, statements such as "Mathematics is difficult" or "I don't like mathematics" are often heard. With the right approach from an early age, it is possible to gain interest in this area, desire to explore, and joy of discovery.

The ways in which a child understands and experiences mathematics differ from adults, so for quality planning of activities for the development of mathematical skills, it is important to know the stages in the development of children's cognition, recognize strategies used by the child and thoughtfully intervene. It is important to know the tools by which it is possible to encourage development and the ways of their application. The child's mathematical

competencies will be developed in a stimulating and rich mathematical environment, with the use of appropriate tools and methods of work and with quality guidance.

The aim of this paper is to present the didactic material of Numicon and its possibilities in the development of pre-mathematical and mathematical skills. The paper presents the theoretical foundations of learning and teaching mathematics in childhood, with an overview of mathematical concepts that children adopt, and the progression and upgrading of the concepts. The role of concrete objects (manipulative) in directed mathematical activities is explained, where the advantages and potential disadvantages of their application are stated. Finally, the didactic material Numicon was presented, as well as the possibilities of using Numicon in preschool age.

Key words: early mathematical skills, manipulatives, *Numicon*

## 1. Uvod

Matematika ima veliku ulogu u svakodnevnom životu. Ona nije samo uspješno rješavanje računskih operacija, nego i razumijevanje odnosa u prostoru i odnosa među predmetima, poznavanje oblika, uzoraka, brojeva (Liebeck, 1995). Upravljanje novcem, razvrstavanje rublja, vaganje namirnica u receptu, procjena udaljenosti, izračun kvadrature stana, koliko još minuta preostaje do nekog događaja, kako organizirati stvari da zauzmu što manje prostora... tek su neki primjeri svakodnevne primjene matematičkih znanja.

Istraživanja pokazuju da je matematička pismenost usko povezana s akademskim uspjehom pojedinca; matematičke vještine bitne su za uspješnost u srodnim znanostima, ali i u drugim područjima, kao što su slušanje i čitanje s razumijevanjem (Holenstein i dr., 2020).

Zato od najranije dobi treba poticati razvoj matematičkih kompetencija. Djeca matematičke vještine stječu aktivnim pristupom: igrom i istraživanjem svog okoliša. Zaneseno kotrljaju okrugle predmete, konstruiraju građevine, nalaze ljepotu u ritmu i uzorku, uspoređuju veličine, razvrstavaju, mjere... Ushićeni su spoznajama do kojih dolaze samostalno i uz podršku odraslih. Dok stječu kompetencije, istovremeno uživaju.

Nažalost, nerijetko se u odraslih sreću negativni stavovi prema matematici. Dijelom je to zbog ukorijenjenih predrasuda koje se nekritički prenose generacijama, poput onih da je uspjeh u matematici predodređen talentom, urođenom dispozicijom pojedinca. Otpor prema matematici javlja se i zbog neadekvatnih strategija podučavanja. Poduka iz matematike često je usmjerena na izvedbu, odnosno na slijeđenje procedure, bez dostatnog razumijevanja. Učenici smatraju da je smisao matematike ispravno riješiti postavljeni zadatak. Uz to, zatvoreni zadaci na koje je odgovor točan ili netočan, ne nude mogućnosti istraživanja, diskusije i kreacije (Boaler, 2014).

Suvremeni sustav obrazovanja naglasak sa računskih operacija i proceduralnih znanja premješta na razumijevanje matematičkih koncepata. Cilj učenja postaje „matematička pismenost“, odnosno sposobnost da se naučene matematičke ideje primjene u širem kontekstu, u svakodnevnim situacijama, ne samo u rješavanju školskih zadataka.

Jedan od preduvjeta kvalitetnog podučavanja djece jest odgajateljevo poznavanje trajektorija učenja matematike. tj. progresije učenja, tj. tjeka kojim djeca usvajaju matematička znanja, kako bi mogli prepoznati u kojem stadiju se pojedino dijete nalazi te prilagoditi sadržaje i metode djetetovoj trenutnoj razini. Uz to, odgovornost odraslih je da omoguće bogatu i

poticajnu sredinu i učenje prilagode razvojnim fazama djeteta. Osobna računala, objekti, tiskani materijali i ostala sredstva trebaju omogućavati djeci da usvoje apstraktne matematičke koncepte, trebaju poticati mentalne akcije kao što su kreiranje, kopiranje, kombiniranje oblika i brojeva (Sarama, Clements, 2004). Osim materijala izravno namijenjenih podučavanju matematike, bogato matematičko okruženje sačinjavaju i poticaji ostalih odgojnoobrazovnih područja kao što su likovna umjetnost, pjesme i brojalice, priče, slaganje kockica, stolno-manipulativne igre, centri simboličke igre.

Cilj ovog rada je predstaviti didaktički materijal *Numicon* namijenjen usvajanju matematičkih kompetencija kod djece predškolske i mlađe školske dobi. U prvom poglavlju navedene su općenite teoretske smjernice za podučavanje djece matematici, dan je pregled temeljnih predmatematičkih vještina koje djeca usvajaju tijekom predškolskog razdoblja, te razvojne putanje, odnosno načini i progresija kako dijete u određenom trenutku razumije određenu matematičku ideju.

Dio rada posvećen je upotrebi manipulativa: razmotrene su dobre strane, ali i nedostaci primjene konkretnih objekata u učenju matematike, o čemu treba voditi računa kako bi manipulativi zaista unaprijedili razvoj predmatematičkih vještina.

Za kraj, razmotrene su mogućnosti *Numicon*a u razvoju matematičkih vještina vrtičke djece, navedeni su ciljevi koji se mogu ostvariti te prijedlozi aktivnosti.

## **2. Učenje matematike u predškolskoj dobi**

### *2.1. Igra kao način učenja*

Igra je prirodan i najčešći način učenja djeteta. Ona na neformalan i intuitivan način podupire cjelokupni razvoj djeteta. Sarama i Clements (2009) ističu važnost i potencijal igre za usvajanje matematike. Djeca otkrivaju matematiku već najjednostavnijom, senzomotoričkom igrom: hvatanjem i podizanjem predmeta mu određuju masu, prelijevanjem vode istražuju obujam, guranjem lopte promatraju koliko će se daleko otkotrljati. Dok odrasli odbrojavaju brojalicu i pritom plješću, pljesak rukama usklađen je s ritmom brojalice, dijete uparuje verbalno i pokret, prepoznaje to kao svojevrsni uzorak koji se ponavlja. Isti proces se odvija dok dijete skakuće u ritmu i govori „Gore!“ (dok skače) i „Dolje!“ (dok je u počučnju), ne razvija samo koordinaciju, nego uparuje govor i kretanju te prepoznaje još jedan ponavljajući uzorak. Iako naizgled ovakva aktivnost nema puno veze s matematikom, ona je korak prema



usvajanju temeljnih predmatematičkih vještina sparivanja jedan-na-jedan i prepoznavanja uzoraka.

U složenijim oblicima igre dijete će graditi tornjeve, smišljat će uzorke, razvrstavati objekte prema jednom ili više kriterija, dijelit će se u jednakobrojne skupine za sportske igre, prostorno će se orijentirati, u simboličkoj igri određivati će cijenu namirnica, utrkivat će se da saznaju tko je brži... Igra pruža neiscrpan izvor prilika da dijete s užitkom usvaja matematička znanja. Zadatak odraslih je djeci osigurati slobodan pristup bogatom materijalu, promatrati dječju igru i prepoznati matematiku u njoj.

## 2.2. *Bogato matematičko okruženje*

Kao voditelj i organizator odgojno-obrazovnog procesa u vrtiću, odgajatelj je odgovoran za kreiranje poticajne i bogate sredine. Didaktički materijal namijenjen podučavanju predmatematičkih vještina mora poticati mentalne akcije poput kreiranja, kopiranja, kombiniranja oblika i brojeva (Sarama, Clements, 2004). Također on mora jasno predstavljati određeni matematički koncept, primjerice broj tri prikazan različitim načinima (formacija prstima, točke na kockici za društvene igre, brojevni štapić duljine tri jedinice, *Numiconov* oblik trojke, zapis znamenkom) pomoći će djeci da shvate kardinalnost broja tri. Raznovrstan materijal pruža priliku da djeca isti koncept dožive na različite načine i tako stječu dublje razumijevanje, spoznaju da se jedna ideja može primijeniti u različitim situacijama.

Djeca će matematiku otkrivati i u aktivnostima koje nisu primarno namijenjene tome. Slušajući priču o Zlatokosi i tri medvjedića susrest će se s nizanjem po veličini (veliki, manji i najmanji, s uparivanjem jedan na jedan – tri predmeta za tri medvjeda), u likovnoj aktivnosti gradit će slike od geometrijskih likova, brojit će stube ili latice na cvijetu, prepoznavat će obrasce i ritam u glazbenoj aktivnosti, u sportskim igrama će se dijeliti na jednakobrojne skupine, određivati će prostor za igru. I dnevne rutine su prilika za učenje. Odgajatelj treba nenametljivo istaknuti matematičku ideju u podlozi dječje aktivnosti, primjerice komentaram „Troje vas je, molim te donesi tri šalice. Za svakoga od vas po jednu“, „Ti si prvi u redu, ona u sredini, i on posljednji“, ili „Da, imaš dva bombona, on jedan. Znači imaš više bombona od njega.“

## 2.3. *Od konkretnom ka apstraktnom*

Kognitivni sustav djeteta nije dovoljno razvijen da razumije apstraktne pojmove matematike. Da bi shvatilo pojm broja tri, dijete prvo mora vidjeti mnogo različitih skupova s

po tri elementa; zatim mora uočiti zajedničko bitno svojstvo tih skupova; tek tada formira apstraktni pojam „tri“ (Kurnik, 2000). Liebeck (1995) kao temeljni koncept za poduku djece navodi slijed apstrahiranja iskustvo – govor – slika – znak (I – G – S – Z):

I – iskustvo fizičkih predmeta, podrazumijeva učenje djelovanjem. Ovisno o uzrastu, djeca će na različite načine manipulirati objektima. U početku će ih bacati i gurati, kasnije slagati na razne načine, pa razvrstavati, grupirati, nizati.

G – govor koji opisuje to iskustvo. Kada odrasla osoba verbalno opisuje djetetovu aktivnost, primjerice izrazom „Složio si toranj od tri kockice“, ili „To je veliki krug“, djeca usvajaju matematičke termine kao što su „puno“, „ispred“, „nisko“, „dugo“, „prvo“, „plosnato“; upoznaju svojstva objekata te pojedini izraz, odnosno svojstvo pridružuju određenom objektu. Pridruživanje svojstva objektu je preduvjet za temeljne aktivnosti: pridruživanje, razvrstavanje, sparivanje, nizanje

S – slika koja prikazuje to iskustvo: razvojem simboličkog mišljenja dijete prepoznaje objekte na slikama, zna njihova svojstva iako nisu vidljiva na slici, prepoznaje skup od tri predmeta

Z – znak kao generalni simbol tog iskustva: nakon mnogo raznovrsnih iskustava i kad je razumjelo matematički koncept, dijete je u stanju služiti se matematičkim znakom, primjerice razumije što znači zapis „3“

#### 2.4. *Matematički jezik*

Sharma (2001.) navodi: „Skoro svaka matematička ideja, osim jednostavnih aritmetičkih činjenica, sastoji se od tri komponente: lingvističke, konceptualne i proceduralne.“ Poznavanje algoritma ne znači nužno i razumijevanje ideje, no ipak je u današnjem obrazovnom sustavu naglasak na proceduralnoj komponenti, umjesto na dvjema preostalima. Pri usvajanju novih koncepata i novih termina, treba postići da djeca prvo razumiju značenje izraza i kako je nastao, trebaju prepoznati ključne riječi, a tek onda da upoznaju niz postupaka. Postoje i riječi koje su djeci poznate, ali ih treba prevesti u matematički kontekst, primjerice „točno“, „razlika“ ili „između“.

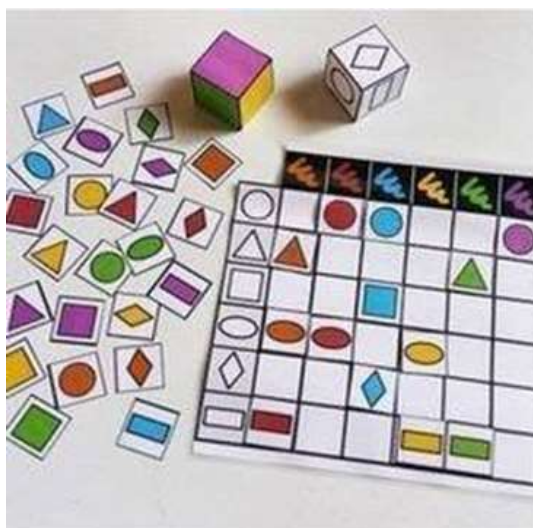
Clemets i Sarama (2014.) ističu da je korisno da djeca sama opišu situaciju, svojim riječima, važno je da iznose svoje ideje, a uloga odraslih je da reflektiraju, elaboriraju i po potrebi objasne.

### 3. Predmatematičke i pomoćne vještine

Iako je matematika apstraktna znanost, djeca početna matematička znanja stječu pomoću konkretnih poticaja, u realnim svakodnevnim situacijama. Glasnović Gracin (2021) navodi da je za početno učenje matematike najpovoljnije nematematičko okruženje. Treba mnogo raznovrsnih iskustava u stvarnom životu i mnogo verbalne komunikacije s odraslima da bi dijete shvatilo apstraktne pojmove poput broja ili računskih operacija. Zato vještine stečene u predškolskoj dobi nazivamo predmatematičkim vještinama. Dijete koje ne razvije dovoljno predmatematičke vještine, imat će problema s razumijevanjem matematičkih pojmova i problema.

#### 3.1. *Pridruživanje i razvrstavanje*

Koncept ovih dviju aktivnosti je grupiranje objekata sa zajedničkim svojstvom. Pridruživanje je izdvajanje objekata po jednom kriteriju, primjerice kada djeca iz kutije igračaka vade samo autiće, kad ih potaknemo da potraže sve okrugle igračke u sobi ili da kratke bojice izdvoje od ostalih. Razvrstavanje je složenija aktivnost pri čemu postojeći skup treba rasporediti u manje skupove objekata sa zajedničkim svojstvom; primjer iz svakodnevnog života je spremanje pribora za jelo kada da se žlice, vilice i noževi odlažu u zasebne pretince ili sortiranje drvenih bojica tako da svaka boja spada u posebnu kutiju. U početku djeca razvrstavaju objekte prema jednom obilježju, kasnije prema dva i više obilježja. Razvrstavanje podataka imat će veliku ulogu u kasnijem rješavanju problemskih zadataka kod kojih je prvi korak u rješavanju razvrstati bitno od nebitnog, poznato od nepoznatog. Dijete kad razvrstava predmet po boji, usmjerit će pažnju samo na to svojstvo, zanemariti ostale karakteristike. (Glasnović, Gracin, 2010.)



Slika 1. Didaktički poticaj za aktivnost arazvrstavanja po dva kriterija: oblik i boja. <sup>1</sup>

### 3.2. Uspoređivanje:

Uspoređujući predmete i skupove, djeca pronalaze odnose među njima (Glasnović Gracin, 2010). U svojim aktivnostima mjerit će čiji toranj od kockica viši ili niži, čiji papirni zmaj je dulji, čiji kraći; u igri vagom spoznat će što je teže, lakše i jednako teško; odredit će i tko je dobio više bombona.

### 3.3. Nizanje i održavanje zadanog redoslijeda:

Temelj ove aktivnosti je uspoređivanje predmeta, samo što u ovom slučaju treba usporediti više predmeta i skupova (Glasnović Gracin, 2010). Clements i Sarama (2014) razlikuju nizanje gradiranjem predmeta prema nekom obilježju, primjerice prema visini, širini ili intenzitetu boje i nizanje prema uzorku temeljenom na obliku, boji, orijentaciji objekata. Prilikom nizanja djeca barataju matematičkim pojmovima „prvi“, „pokraj“, „između“, „posljednji“, pojmove „visok“ i „nizak“ dopunjuju pojmovima „viši“, „najviši“ i slično. Uz puno iskustava djeca će spoznati i tranzitivnost: ako je  $a > b$  i  $b > c$ , onda je  $a > c$ . Nizati se može ne samo predmetima, nego svaki put kad postoji ponavljajući uzorak: u glazbi, pokretom, likovnim elementima. U matematici ova vještina je preduvjet za razumijevanje rednog broja, za snalaženje na brojevnom pravcu. U početku djeca samo prepoznaju i reproduciraju uzorak, ali kasnijom adaptacijom prepoznat će apstraktne modele kao što su obrazac parnih i neparnih brojeva, mjesnu vrijednost broja, dijagrame, geometrijske objekte koji nisu prikazani na uobičajen način.

<sup>1</sup> Preuzeto sa

[https://www.facebook.com/edumontema/photos/a.1585140201717356/2676901475874551/?\\_\\_cft\\_\\_\[0\]=AZXjyb3W5IWVNO6Z5cxT1\\_uVdh-nzSzXtn0qZb0HsJn6nGbuxmUml9CY-VOCRtOeeBTcwNi](https://www.facebook.com/edumontema/photos/a.1585140201717356/2676901475874551/?__cft__[0]=AZXjyb3W5IWVNO6Z5cxT1_uVdh-nzSzXtn0qZb0HsJn6nGbuxmUml9CY-VOCRtOeeBTcwNi)

### 3.4. *Sparivanje:*

Sparivanje se u matematici naziva i „pridruživanje jedan-jedan“, ono je prva numerička aktivnost djece. Svakom objektu jednog skupa pridružuje se jedan objekt drugog skupa, primjerice svako dijete za stolom dobit će po jednu igračku. Sparivanjem dijete upoznaje pojmove „jednako mnogo“, „više“ i „manje.“ („Ovdje je više igračaka nego djece.“) Sharma (2001.) ovaj koncept naziva ujednačavanje predmeta i skupova, izdvaja spoznaje do kojih djeca dolaze: „skupovi su jednaki ako imaju isti broj predmeta“ i konzervacija količine (ukupni broj je jednak bez obzira na promjenu mjesta)

### 3.5. *Slijedenje niza uputa od više koraka*

Slijedenje niza uputa važna je vještina jer se nerijetko matematički problemi rješavaju nizom postupaka koji su precizno definirani i povezani u točno određenom slijedu. Razvoj ove vještine kod djece se najčešće potiče u svakodnevnim situacijama, u početku kratkim nizom uputa koje logično slijede jedna drugu, npr. „Uzmi škare i izreži papir na komadiće.“ Kasnije se niz produljuje, a upute su nevezane jedna uz drugu. „Obuci papuče, operi ruke pa dođi za stol.“ (Sharma, 2001). Prepričavanje priče ili događaja, objašnjavanja pravila igre ili pridržavanje dnevnog rasporeda također su aktivnosti koje zahtijevaju slijedenje niza uputa (Glasnović Gracin, 2010)

### 3.6. *Prostorno mišljenje*

Prema Clements i Sarama (2014) prostorno mišljenje objedinjuje dvije komponente: prostornu orijentaciju i prostorno zamišljanje (vizualizaciju).

Orijentiranje u prostoru je sposobnost uočavanja i razumijevanja odnosa između položaja predmeta u prostoru. Ono se ne odnosi samo na trodimenzionalni prostor, nego i na dvodimenzionalni i jednodimenzionalni prostor, na ravninu i pravac, a obuhvaća procjenu udaljenosti, veličine, smjera objekta, relativnog odnosa među točkama u prostoru. Već od malih nogu djeca obrađuju ove informacije kako bi se kretali prostorom, u početku uočavaju položaje u odnosu na vlastito tijelo, a kasnije razumijevaju odnose među predmetima oko sebe.

Djeca prvo usvajaju pojmove u vezi s vertikalnom usmjerenosti: „na“, „u“, „ispod“ i „gore“ i „dolje“. Kasnije rječnik obogaćuju terminima koji opisuju blizinu objekata, poput „pokraj“, „između.“. Tek kasnije orijentiraju se „ispred“ i „iza“ prema nekom referentnom sustavu: Lijevu i desnu stranu počinju razlikovati u dobi 6-8 godina

Predodžbe i vizualizacija također su dio prostornog mišljenja. Podrazumijevaju stvaranje mentalnih slika dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih objekata i manipulaciju njima: mentalno pomicanje, slaganje, kombiniranje. Primjerice dijete kreira mentalnu sliku trokuta, održava ju (pohranjuje u pamćenju) i sposobno je prepoznati trokut unutar složenijeg crteža. U računalnoj igrici izrađuje sliku pomoću geometrijskih likova umnažajući ih, okrećući pomičući. Bogata i prostrana okolina, s raznovrsnim orijentirima i rutama, te mnogo iskustva samostalnog kretanja djeteta omogućit će mu da na svoj način organizira znanje, tj. strukturira svoju umnu mapu (Clement, Sarama, 2014).

Prostorno mišljenje svoju primjenu naći će u geometriji i mjerenju, pri izradi grafikona, rješavanju aritmetičkih problema, primjerice vizualno predočavanje količine i računskih operacija. Kad čujemo ili pročitamo problemski zadatak, mentalno ga obrađujemo, tj. vizualiziramo.

### 3.7. *Geometrijski oblici i tijela*

Djeca vole igre uzorcima i oblicima. Isprva prevrću predmet, razgledavaju ga s raznih strana da mu spoznaju svojstva; promatraju, mjere, crtaju, modeliraju. Drvenim geometrijskim tijelima grade skulpture, redaju ih po veličini, poredane kocke predstavljaju vlak, ubacuju tijela u odgovarajući otvor na umetaljkama. (Clements, Sarama, 2014). Dvodimenzionalne likove sastavljaju u sliku ili sklapaju novi lik. Geometrijski likovi i tijela su temeljni koncepti kojima opisuju predmete oko sebe: „Daj mi ono okruglo“.

Govor kojim odrasli prate djetetovu aktivnost treba biti usmjeren na definirajuća obilježja likova i tijela, primjerice na broj stranica i uglova, zakrivljenost ploha i bridova, na orijentaciju objekta (Clements, Sarama, 2014). Boja, primjerice, nije definirajuće obilježje u kontekstu geometrije. Uz vodstvo odraslih, djeca usvajaju izraze „ploha“, „brid“, „ravno“, „zaobljeno“ i drugi. Kad ovladaju nazivima toliko da mogu geometrijsko tijelo ili oblik opisati s obzirom na broj stranica, uglova, na zakrivljenost bridova i površina i slično, u poduku se uvode nazivi geometrijskih likova i tijela (Liebeck, 1995). U početku su djeca usmjerena samo na tipične uzorke; jednakostranični trokut primjećuju, raznostranični ne, pa se od djece može čuti izjava poput „Da, ima tri stranice i tri ugla, ali nije trokut jer je naopako.“

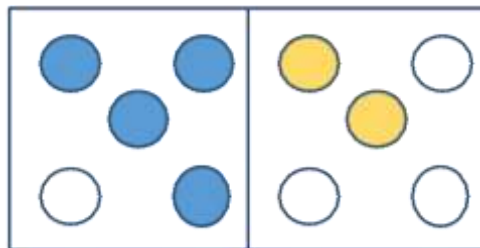
Didaktički poticaji namijenjeni razvoju prostornog mišljenja ne smiju biti šablonski, nego geometrijski.

## 4. Pojam broja

### 4.1. Vizualno grupiranje predmeta (eng. Subitizing)

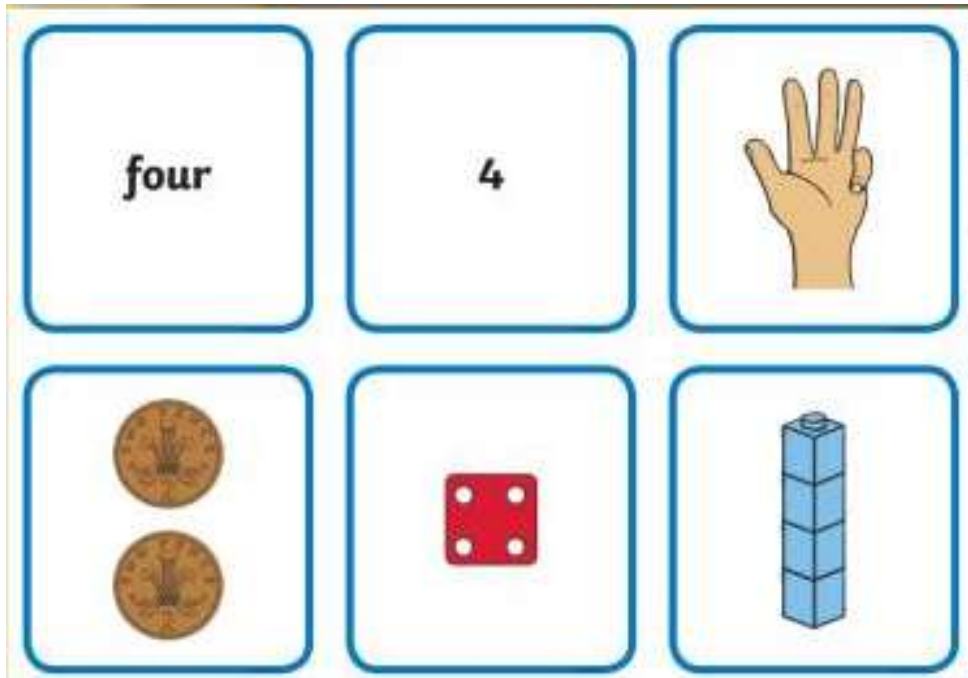
Clements, Sarama (2014) vizualno grupiranje predmeta definiraju kao sposobnost da se trenutno i bez brojenja prepozna točno koliko predmeta ima u skupini, primjerice da se nesvjesno i brzo zaključi koliko točkica je na dominu ili kockici za društvene igre. Ovo je temeljna vještina za razumijevanje broja. Za njen razvoj presudna je komunikacija odraslih s djetetom. Već i s malom djecom valja koristiti izraze poput „manje“, „više“, „dulje“, „kraće“. U svakoj prilici dobro je navesti koliko čega ima, ne forsirano nego prirodno. Pritom odrasli imenuju, u početku manji broj, a djeca povezuju količinu i broj „Pomakni one tri šalice.“, „Imam dvije ruke i dvije noge.“ Mnogo različitih iskustava potrebno je da dijete shvati koliko je čega u skupini.

Perceptivno subitiranje je prepoznavanje broja pogledom u skupinu objekata. Konceptualno subitiranje je složenije, podrazumijeva uparivanje skupova. Može ga se razvijati već od četvrte godine djeteta (Clements, Sarama, 2014). Mađarska brojevná slika (na slici 2.), primjer je didaktičkog materijala pogodnog za razvoj konceptualnog subitiranja.



Slika 2. Mađarska brojevná slika, materijal za razvijanje konceptualnog subitiranja

Da spoznaju apstraktni pojam broja, djeca trebaju puno konkretnog iskustva. Isti broj treba predočiti na različite načine: primjerice broj četiri prikazan dominom, Cuisenaireovim štapićima, mađarskim brojevnim slikama, na analognom satu, novčićima; djeca broje četiri objekata i(li) četiri akcije, prepoznaju četiri stvari na slici, pokazuju uzorak prstima, prepoznaju rimski zapis IV, simbol 4 (Woodham i Pennant, 2014.); istražuju kojim kombinacijama cuisenaireovim štapićima mogu dobiti ukupnu duljinu četiri, traže domino s ukupnim brojem točkica četiri (rastavljanje skupa 4 na podskupove) (Black, 2013)



Slika 3. Različiti prikazi broja četiri. <sup>2</sup>

Razvoju ove vještine (a i mnogih ostalih) doprinijet će stolno-manipulativne igre: domino, uno, igre kockicom koje zahtijevaju pomicanje uz brojenje, zvrk NimmGib, bingo, mikado i slične, kao i poticaji ostalih odgojno-obrazovnih područja: u likovnom djelu, u glazbenom ritmu, u književnosti, kineziološkim sadržajima...

Objekti trebaju biti prikazani tako da djetetu je lako vidljivo koliko ih ima: trebaju biti istovrsni, jednostavnog oblika, ne uklopljeni u slikovitu podlogu koja odvlači pažnju, s jasnim kontrastom između objekta i podloge te odgovarajućim rasporedom: u početku je to linearan raspored, kasnije simetričan pravokutni i tek kasnije raspršeni. Ako je kontekst presložen, objekti raznovrsni i raspored neorganizirani, primjerice četiri različite ptice razmještene na granama stabla i oko njega, navest će dijete na prebrojavanje, a ne na subitiranje. Također, ako dijete prerano potičemo da prebroji objekte, ono uparuje objekte i brojne riječi jedan-dva-tri..., razumije redoslijed izgovorenih riječi, odnosno koji broj slijedi, ali ne razumije da zadnji izgovoreni broj predstavlja količinu i nije u stanju usporediti brojeve. U tom trenutku, prebrojavanje je zapravo inhibitorno vizualnom grupiranju predmeta i razumijevanju pojma broja (Clements, Sarama, 2014).

<sup>2</sup> Preuzeto sa: <https://www.twinkl.hr/resource/t-n-5675-0-20-visual-number-matching-cards>, preuzeto 14.9.2021.



#### 4.2. Brojenje

Prvi korak u konceptu brojenja je verbalno brojenje. Djeca spontano, igrom, brojalicama usvajaju niz riječi jedan – dva – tri... Izgovaraju ga automatski ne razumijevajući značenje broja. U početku nisu ni svjesni da se radi o odvojenim riječima nego, primjerice „četiripetšest“ doživljavaju kao jednu riječ (Clements, Sarama, 2014).

U sljedećem koraku razdvajaju riječi i prebrojavaju objekte tako da usklađeno broje i pokazuju/pomiču predmet. Liebeck (1995.) ovu sposobnost definira kao uparivanje, u ovom slučaju uparivanje broja i objekta. Djeca u početku ne povezuju zadnji izgovoreni broj s ukupnim brojem objekata. Kad ih se, nakon brojenja, upita „Koliko je to ukupno?“, opet kreću brojiti. Svaki izgovoreni broj djeci u ovoj fazi znači „koje je po redu“. Uloga odraslih je da dječju aktivnost brojenja poprate komentarom kao što je „Ukupno ih je...“ Na ovaj način djeca spoznaju da zadnji izgovoreni broj znači i konačan broj objekata (Clements, Sarama, 2014). Povezujući brojenje i vizualno grupiranje predmeta u početku će razumjeti kardinalnost manjih skupova, s dva ili tri objekta, ali za veće skupove morat će i dalje učiti uz konstantnu komunikaciju s odraslima. (Liebeck, 1995).

Za početno brojenje najlakše je da su mali skupovi objekata poredani u liniju tako da ih dijete može dodirnuti ili pomaknuti predmet dok broji. Kasnije može brojiti složenije kompozicije i veće skupove, zatim broje objekte bez dodirivanja, te na kraju ubrajaju i one objekte koje ne vide, primjerice ako su dvije kockice vidljive, a znaju da su još dvije pokrivena krpicom, izbrojit će sve četiri. Zadatak prikupljanja objekata („Skupi četiri kockice“) složeniji je od brojenja ponuđenih predmeta jer prikupljanje odvlači pažnju od brojenja, usredotočeni su na samo jedan objekt u trenutku i uparuju ga s izgovorenim brojem, svaki broj koji izgovore uspoređuju sa zadanom četvorkom (Clements, Sarama, 2014).

Djeca će ubrzo shvatiti koji broj je „za jedan veći“ ili „za jedan manji“, koliko objekata ostaje ako jedan oduzmu ili dodaju, brojiti će unazad kako bi riješili aritmetički problem oduzimanja i usvojiti princip konzervacije količine. (Liebeck, 1995).

#### 4.3. Procjenjivanje

Clements i Sarama (2014) navode da je najranija matematička kompetencija sposobnost intuitivnog i neverbalnog razlikovanja čega ima, npr. ima li više crnih ili bijelih krugova u uzorku više (ANS – Approximate Number System). Djeca u dobi od 6 mjeseci mogu razlikovati omjer 1:2, s devet mjeseci već razlikuju omjer 2:3. Clements i Sarama (2014) procjenjivanje definiraju kao postupak kojim se ugrubo određuje neka kvantitativna vrijednost, pri čemu se ne

radi o pukom nagađanju, nego o smislenom vrednovanju. Procjena je u visokoj korelaciji s matematičkim vještinama djece predškolske dobi, pogotovo onih s nižom razinom znanja.

Razvoj ove vještine podcijenjen je i zanemaren u obrazovnom sustavu. Iako se procjenjivanje javlja intuitivno, može se unaprijediti primjenjujući puno različitih strategija i puno verbaliziranja. Glasnović Gracin (2010.) navodi primjere pitanja kojima se može poticati procjenu kod djece predškolske dobi:

„Ako iz ove hrpe kuglica uzmemo nekoliko kuglica, hoće li na hrpi ostati više ili manje kuglica nego prije?... Što mislite koliko malih štapića treba staviti jedan na drugi da dobijemo ovaj veliki štapić?... Što mislite, koliko koraka je Ivan udaljen od Maje?... Što mislite, može li se kroz ovu rupu provući ovaj krug?... U ovoj kutiji je 100 (*jaaako puno*) crnih kuglica i samo jedna bijela. Zažmirit ću i izvući jednu kuglicu. Što mislite, hoće li to biti bijela ili crna kuglica? Zašto“

Clements i Sarama (2014.) predlažu da prije brojenja djeca procijene brojnost predmeta, a brojenjem provjere svoju pretpostavku.

#### 4.4. *Prve računske radnje*

Istraživanja pokazuju da djeca već od malih nogu imaju neki smisao za aritmetiku (Clements, Sarama, 2014). U dobi oko tri godine razumije da dodavanje povećava količinu, a oduzimanje smanjuje, razumije zbrajanje i oduzimanje malih brojeva. Djeca do 5,5 godina starosti uglavnom ne mogu riješiti matematički problem bez podrške konkretnih objekata.

Prve strategije zbrajanja i oduzimanja povezane su sa brojenjem objekata. Djeca će na različite načine upotrebljavati različite strategije. U početku će prebrojavati sve objekte: da izračunaju koliko je zajedno tri bombona i još četiri bombona, prvo će prebrojiti svaki skup, zatim prebrojiti sve bombone odjednom. Ponekad će skratiti postupak i otrpve prebrojiti sve objekte odjednom, ne skup po skup.

Nakon toga otkrivaju strategiju „brojenje od...“: ukupan broj saznat će brojenjem počevši od vrijednosti prvog pribrojnika. U navedenom primjeru s bombonima prebrojit će tri objekta u prvom skupu, a drugi skup brojiti će na način četiri-pet-šest-sedam uz istovremeno pomicanje ili dodirivanje bombona koje broje. Kada nije poznat drugi pribrojnik, poslužit će se strategijom „brojenje do...“, tj. „Imaš tri bombona. Koliko bombona ti još treba da ih bude ukupno sedam?“; ovaj izazov riješit će tako da izgovaraju četiri-pet-šest-sedam istovremeno

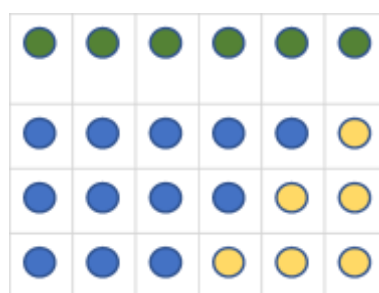
dodajući bombon po bombon (ili se služe prstima), na kraju prepoznaju da su dodali četiri bombona.

Za oduzimanje brojeva služit će se strategijom brojenja unazad. I kod oduzimanja može se „brojiti do...“: „Pojeo sam četiri bombona, bilo ih je sedam, dakle ostalo je... pet-šest-sedam (*istovremeno podiže po jedan prst*)... Tri! Ostala su tri!“ Ovo je složena aktivnosti, teška djeci, pogotovo ako se oduzima više od tri, ali u poticajnoj sredini, pojavit će se već u vrtićkoj dobi.

U svakom slučaju važno je da osim brojenja, djeca razumiju jezik kojim se govori i razumiju situaciju. Loše strategije poučavanja su one koje navode dijete da potraže ključne riječi u zadatku, da skiciraju situaciju i slično; ne dopuštaju djetetu heuristički moment, već to učitelj odrađuje umjesto njih. Upute za rješavanje pomažu rješavanju zadatka, ali nauštrb razumijevanja koncepta, ne dopuštaju djeci da samostalno odaberu način rješavanja problema. (Clements, Sarama, 2014).

#### 4.5. Rastavljanje brojeva

Rastavljanje brojeva u predškolskoj dobi podrazumijeva podjelu skupova u odvojene manje skupove (Liebeck, 1995). U osnovi ovog procesa je vještina konceptualnog subitiranja. Djeca već sa četiri-pet godina starosti usvajaju ideju da je cjelina sastavljena od manjih dijelova, da veći broj u sebi sadrži manje brojeve, da je veći skup moguće prikazati kao nekoliko kombinacija manjih skupova, primjerice pet objekata može se podijeliti u skupove od po dva i tri objekta ili u one s jednim i sa četiri elementa. Na slici 4. prikazani su neki načini na koji će dijete rasporediti skup od šest predmeta (prema Liebeck, 1995).



Slika 4. Neki od načina na koji će dijete rasporediti skup od pet predmeta

Spoznat će komutativnost, pa i asocijativnost zbrajanja, odnosno spajanja skupova. Idealno je omogućiti djetetu da razmještajući objekte pred sobom samo dođe do ovih zaključaka (Clements, Sarama, 2014).

#### 4.6. *Zbrajanje i oduzimanje*

Djeca predškolske dobi zbrajanje razumiju kao „stavljanje zajedno“, a oduzimanje kao „uzimanje od“. Igraju se manipulativima, uče iz svakodnevnih situacija, broje pomoću prstiju. Kasnije mogu iste aktivnosti provoditi putem crteža, a onda i mentalnim slikama. Do školske dobi uglavnom razlažu brojeve do 10, za svaki broj do devet pronalaze pribrojnik s kojim čini 10, tečno zbrajaju i oduzimaju do pet. (Clements, Sarama, 2014).

#### 4.7. *Mjerenje*

Kao i ostale vještine, i mjerenje se kod djece predškolske dobi razvija igrom. Početna mjerenja provode uspoređujući objekte (Clements, Sarama, 2014).

Oko četvrte godine života prislanjajući jedan predmet uz drugi određuju koji je dulji ili jesu li jednake duljine. Zatim će duljine dvaju objekata usporediti posredno, pomoću nekog trećeg objekta. Primjerice, duljinu autića označit će na komadu vrpce, zatim tu vrpcu prisloniti na drugu igračku i reći: „Moj autić je dugačak skoro kao cijela vrpca, tvoj je manji“. Duljinu će mjeriti nižući kockice jednu do druge i reći „Autić je dugačak kao pet kockica.“.

Obujam će mjeriti prelijevanjem tekućina između različitih posuda, na polužnoj vagi uspoređivat će i istraživati masu. Vrijeme je djeci teže pojmiti jer se radi o veličini koja nije vidljiva. Mogu naučiti da je tri sata kada je mala kazaljka na 3, a velika na 12, ali to ne znači da razumiju prolazak vremena. Djeca mogu istražiti što sve mogu učiniti dok kazaljka koja mjeri sekunde ne obiđe cijeli krug, primjerice koliko puta mogu otrčati do klupe i nazad. Mogu i brojiti koliko otkucaja metronoma traje vezanje cipela i slično. (Liebeck, 1995).

Prije bilo kojeg mjerenja, dobro je da dijete iznese svoju procjenu, a mjerenjem provjeri pretpostavku.

### **5. Primjena manipulativa u ranom učenju matematike**

#### 5.1. *Prednosti upotrebe manipulativa*

Kognitivni stupanj razvoja djeteta nije u stanju prepoznati apstraktne matematičke koncepte. Djeca razumiju ono što vide, dodiruju ili na neki drugi način osjete. Još je Maria Montessorri na prijelazu iz 19. stoljeća u 20. govorila o važnosti učenja osjetilima i pokretom. Jean Piaget svojim istraživanjima je podupro ideju da djeca znanja ne stječu samo podukom i objašnjenjem, nego trebaju praktično iskustvo (Furner, Worrell, 2017). Liebeck (1995) govori o slijedu iskustvo – govor – slika – simbol, Kurnik (2000) govori o zapažanju (osjetilnoj

spoznaji) iz kojeg se razvija predodžba i na kraju se formira apstraktni pojam. Clements (1999) navodi da se primjenom manipulativa postiže bolji rezultat, razumijevanje i pamćenje, veća je uspješnost u rješavanju problemskih zadataka. Ross i dr. (2019) u svom istraživanju dolaze do zaključka da je rješavanje problema manipulirajući objektima efikasnije nego isključivo mentalno. Manipulativi pružaju više mogućnosti za akciju i razvoj više strategija. Oni nisu samo potpora u početnom učenju matematike ili kod teškoća s učenjem matematike, već omogućuju eksternalizaciju već stečenih ideja, ispitanici s višim kvocijentom inteligencije bolje koriste artefakte proširujući tako radnu memoriju. Efikasno ih koriste i stariji učenici, ne samo djeca predškolske dobi. Istraživanje Laski i sur. (2015) je pokazalo da su djeca koja su u predškolskoj dobi bila uključena u montesorri program, u kojem se u velikoj mjeri koriste različiti, vrlo razrađeni, manipulativi, postizala značajno viši uspjeh u standardiziranim matematičkim testovima.

Neiscrpan je popis manipulativnih materijala namijenjenih podučavanju matematike: perlice za nizanje, kocke, karte, kvadrat stotine, domino, brojevni štapići, stern blokovi (kockice po 1, niz od 10, kvadrat od 100, kocka od 1000), vaga itd. U novije vrijeme sve popularniji su virtualni manipulativi, tj. računalni prikazi uobičajenih matematičkih sredstava i alata koji su djeci jednako smisleni kao fizički objekti, lakše su upotrebljivi, „čišći“, fleksibilni, ekstenzibilni. Uzmimo za primjer oblik kao manipulativ na računalu: moguće ga je umnožavati, rotirati, aranžirati, on se ne razmiče jer nije na neravnoj podlozi, precizno naliže jedan uz drugi. Dodatna prednost rada sa virtualnim manipulativima je mogućnost pohrane pa ponovnog pristupa što ga čini beskonačnim izvorom. Djeca brzo uočavaju nove mogućnosti, primjerice grupiranje objekata i mogućnost da ih se zajedno premješta, osvještavaju matematičke ideje (rotacija, zrcaljenje...). Napredniji programi snimaju djetetov proces rada na računalu što je izvrstan temelj za refleksiju na rad i razvoj metakognicije djeteta (Clements, 1999).

## 5.2. *Nedostaci primjene manipulativa*

Suvremena znanost kritički propitkuje upotrebu manipulativa u matematici. Nekoliko je aspekata u fokusu propitkivanja.

Rutinirana primjena manipulativa, bez promišljanja kako oni prikazuju matematičku ideju, ne doprinosi učenju matematike. Odraslina je jasan koncept koji neki manipulativ predstavlja, ali djeca u igri ne vide isto što i odrasli. Mogu manipulirati njima bez koncepta koji odrasli predviđaju. Fizičke akcije mogu se razlikovati od mentalnih koje treba usvojiti. Primjer zbrajanja na pravcu  $5+4$ . drugi pribrojnik fizički dodaju kao 1-2-3-4 i očitaju ukupnu vrijednost,

a mentalna radnja je 6-7-8-9 (brojenje od...) (Clements, 1999). Umjesto rutine, treba omogućiti da djeca spoznaju vezu između manipulativa i koncepta. (Back, 2013).

Kao zapreku upotrebi manipulativa učitelji ističu njihovu cijenu, organizacijske teškoće (distribucija materijala, disciplina djece, gubitak dijelova), manjak prostora.

Prema istraživanju Marshall i Swan (2008), 95% učitelja vjeruje da manipulativi mogu pomoći usvajanju matematike, ali manje od 10% učitelja se educiralo kako ih uspješno primjenjivati, samo 19% se želi dalje educirati. Kao razloge navode nedostatak novca i preopterećenost.

Ball (1992) ističe nekoliko problema: nedostatak informacija i rasprave o tome koji od materijala odabrati u vrlo širokoj ponudi, koje su mogućnosti primjene različitih materijala u radu s različitom djecom, koje su komparativne prednosti jednog materijala nad drugim. Odrasli precjenjuju vrijednost manipulativa jer vide očitu povezanost materijala i matematičke poruke koju mogu prenijeti, djeca možda to ne vide na isti način. Nije korisno kad učitelji usmjeravaju djecu, kontroliraju način na koji djeca dolaze do rješenja, koristeći relativno rigidne materijale koji upućuju na rješenje i kojima je teško pogriješiti. Nije poticajno ni kad odrasli definiraju proceduru kako se materijal koristi opet preskačući razumijevanje koncepta. U tom slučaju dolazi do problema kad treba računati bez pomoći materijala. Ako se djeca dobro snalaze s materijalom, ne znači da dobro razumiju ideju.

Ako je stav učitelja da su manipulativi privilegija, sredstvo nagrađivanja, zabava ili samo promjena ritma u podučavanju, neće ih kvalitetno inkorporirati u rad (Furner, Worrell, 2017).

### 5.3. *Kako efikasno koristiti manipulative*

Materijal sam po sebi nije dovoljan za ostvarenje ciljeva, važan je način na koji djeca koriste materijale. Ključnu ulogu ima interakcija i komunikacija s odraslima. (Ball, 1992). Uloga odraslih nije dati upute, nego poticati raspravu, istraživanje i refleksiju. Učitelji trebaju biti spremni na to da djeca samostalno istražuju, povremeno skrenu s teme. (Furner, Worell, 2017). Prema Back (2013), djeca trebaju dobro upoznati sredstva jer nepoznavanje materijala dodatno opterećuje kognitivne kapacitete. Prije usmjerenog rada sa manipulativima, djeci treba omogućiti da se slobodno poigraju njima, inače ih želja za igrom odvlači od planiranog rada (slika 5.).



Slika 5. Prije usmjerene aktivnosti, dijete se slobodno igra Numiconovim čepovima.<sup>3</sup>

Dobro je isti matematički problem riješiti pomoću nekoliko različitih materijala, npr. oduzimanje perlama, na brojevnom pravcu i kvadratu stotine, a djeca uspoređuju koji alat ima najviše odgovara.

Laski i dr. (2015) spominju četiri opća principa koji osiguravaju efikasnost manipulativa.

- Dosljedna upotreba tijekom duljeg perioda. Tako dijete ima mnogo prilika za rad i dublje razumijevanje.
- Početni materijal treba biti što konkretniji, s postupnom progresijom ka apstraktnijem. Primjer progresije ka apstraktnom prikazan je na slici 6. Materijal treba što vjernije odražavati koncept. Primjerice, ako su brojevi prikazani kao ravan niz numeriranih kvadrata, dijete će jasnije razumjeti magnitudu i mentalni brojevni pravac, nego da su brojevi poredani u krug.



Slika 6 Prijelaz od konkretne prezentacije ka apstraktnij: (Concretness fading) u montessori pristupu: a) početne fizičke jedinice, b) drveni kvadrat označen krugovima koji označavaju jedinice, c) drvene pločice sa upisanim brojevima koji označavaju vrijednost<sup>4</sup>

- Treba izbjegavati materijale slične svakodnevnim predmetima ili one koji imaju ometajuća, nebitna obilježja. Irelevantni detalji djeci odvlače pažnju, potiču ih na drugačiju igru. Plastično voće neće brojiti, nego će prionuti simboličkoj igri kuhanja, tržnice ili slično. Ako je materijal lišen svega nebitnog, pažnja je usmjerena na matematički koncept. Tako je, primjerice, za učenje matematike bolje upotrijebiti papirić s brojevima, nego pravi novac.

<sup>3</sup> Snimljeno u varaždinskom centru Malac genijalac

<sup>4</sup>Preuzeto sa <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/2158244015589588>

- Odrasli trebaju eksplicitno objasniti odnos između manipulativa i matematičkog koncepta, ne samo verbalno, nego i gestom

## 6. Primjena Numicona u predškolskoj dobi

### 6.1. Što je Numicon

*Numicon* je didaktički materijal namijenjen razvoju ranih matematičkih kompetencija, razvijen na Oxfordskom sveučilištu. Sastoji se od seta različitih manipulativa. Na tržištu se nude setovi različitih namjena: početno učenje kod kuće, veliki setovi za grupni rad u vrtićima i školama, setovi za djecu s poteškoćama. Temeljni element čine plastični *Numiconovi* brojevni oblici (u daljnjem tekstu: oblici) koji predstavljaju brojeve od jedan do deset. (slika 7.)



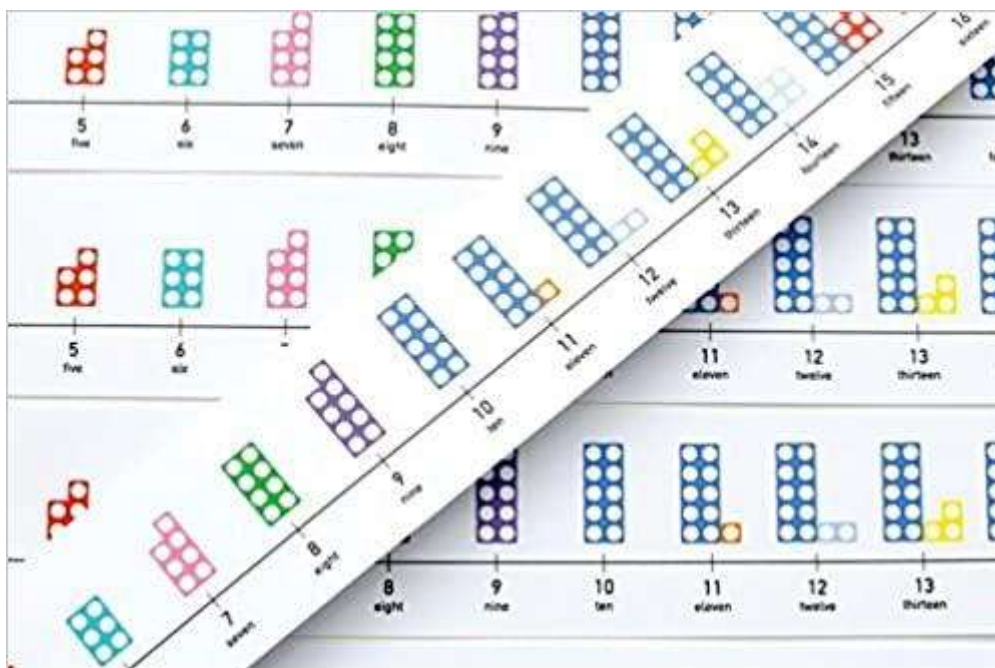
Slika 7. *Numiconovi brojevni oblici*<sup>5</sup>

Ostali elementi su:

- obojeni čepovi: mogu se umetnuti u otvore oblika, mogu se nataknuti na izbočine ploče
- ploča sa 10x10 ispupčenja koja mogu biti prekrivena oblicima i čepovima (u daljnjem tekstu: ploča)
- brojevni pravac na kojem su brojevi prikazani oblikom, znamenkama i brojevnim riječju (slika 8.)

<sup>5</sup> Preuzeto sa <https://www.tts-group.co.uk/box-of-1-10-Numicon-shapes/1016771.html>





Slika 8. Numiconov brojevni pravac<sup>6</sup>

- zvrkovi (eng. spinner) koriste se kao alternativa kockici za bacanje. Na podlogu se umeću izmjenjive prekrivke prikazane na slici 9.



Slika 9. izmjenjive prekrivke za spinner (zvrk), koriste se umjesto bacanja kockice.<sup>7</sup>

- brojevni pravac desetica: prikaz uzdužno poredanih oblika broja deset u realnoj veličini do ukupnog iznosa 100

<sup>6</sup> Preuzeto sa <https://www.amazon.co.uk/Numicon-Table-top-Number-Oxford-University/dp/B00A2F4O2I>

<sup>7</sup> preuzeto sa <https://www.skyrocketmaths.com.au/pages/free-resources>

- prekrivke: dvodimenzionalni prikazi oblika, u realnoj veličini, jednobojni ili istih boja kao i pripadajući oblik; s urezanim otvorima da mogu prekrivati ploču ili bez otvora (samo obris oblika)
- polužna vaga (slika 10.): koristi se za poučavanje jednakosti, kao pomoć zbrajanju, za uvođenje znakove „veće od“ i „manje od“, „jednako“, primjenjiva je u algebri. Masa oblika proporcionalna je vrijednosti oblika. Jasno je vidljivo da je 6 teže (više) od tri, a oblici 3 i 2 bit će u ravnoteži s oblikom 5.



Slika 10. Vaga<sup>8</sup>

Posebno je korisno kad se *Numicon* povezuje s brojevnim štapićima (number rods, Cuisenaire rods) pa su u veće setove uključene okrugle pločice za brojenje, brojevni štapići (Cuisenaireovi štapići) i njihov pomoćni materijal (slikovni prikazi, brojevni pravac – vodilica

---

<sup>8</sup> Preuzeto sa <https://www.edushop.nz/product/284657>

za štapiće), kartice s brojevima, meka tamna vrećica za multisenzorne aktivnosti (eng. feely bag) u kojoj će djeca opipom prepoznati lik.

Slike 11. i 12. prikazuju setove namijenjene radu u vrtićima: „Čvrsti temelji s Numiconom“ („Firm foundations with Numicon“) (slika 10.) i nešto bogatiji Osnovni paket A za uzrast 5-7 godina (slika 11.)



Slika 11. Set Čvrsti temelji sa Numiconom<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> Preuzeto sa <http://www.simetris.si/Numicon/wp-content/uploads/2014/08/Numicon-temeljni-paket-Vrtec.jpg>



Slika 12. Veliki početni set za uzrast 5-7 godina<sup>10</sup>

Oblici zorno prikazuju mnoge temeljene matematičke ideje. Jasno je vidljivo da je idući broj za jedan veći od prethodnog, prepoznatljiv je ponavljajući obrazac par-nepar, omogućava računanje bez brojenja; brojevi su prikazani kao cjeline, a ne kao skupovi jedinica; preklapanjem oblika lako je predočiti u kakvom je odnosu pojedini broj s ostalim brojevima.

## 6.2. *Koncept provođenja aktivnosti*

Priručnik *Closing the Gap with Numicon* (Elliott i dr., 2008) upućuje voditelje da usmjerenu aktivnost *Numiconom* provode nekoliko puta tjedno, u trajanju po 25 minuta. Za pripremnu aktivnost predlažu kratku igru u kojoj je važno slušanje i gledanje, tj. potiče se koncentracija kod djece. Nakon toga provodi se neka od predloženih aktivnosti brojenja, a onda predviđena glavna aktivnost. Ističe se važnost da djeca naučeno primijene u životnom kontekstu. Voditelji djeci zadaju problem i potiču ih da ga povežu sa stečenim znanjem. Uz svaku glavnu aktivnost navedenu u priručniku postoje prijedlozi kako ju primijeniti u kombinaciji s drugim poticajima i područjima.

Na kraju aktivnosti provodi se refleksija prilikom koje djeca objašnjavaju što su radila.

<sup>10</sup> Preuzeto sa <http://www.simetris.si/Numicon/wp-content/uploads/2015/05/Apparatus-B-Class.jpg>

Aktivnosti se u početku izvode s manjim brojem oblika; količina se postupno povećava dok se ne upotrijebe svih deset.

*Numicon* treba uklopiti u bogato matematičko okruženje i povezati ga s drugim sredstvima rada: npr. broj pet treba predočiti raznovrsnim prikazima, obraditi pjesmicu o pet pačića, čitati knjige o Pet prijatelja, govoriti o jednom manje od šest, jednom većem od četiri itd.

## **7. Prijedlozi aktivnosti *Numiconom***

Prijedlozi aktivnosti, ciljevi i matematički rječnik koji se uz aktivnosti usvaja preuzeti su iz knjige *Closing the Gap with Numicon Teaching Guide* (2008).

### *7.1. Brojenje*

Ciljevi aktivnosti: brojenje po redu, brojenje jedan po jedan, uspoređivanje brojeva, usvajanje pojma broja

Matematički rječnik: brojenje, nazivi brojeva, koliko, više, manje, jednako, dovoljno, nedovoljno, naći, idući, prije, poslije, previše, premalo, najviše, najmanje

Često se događa da djeca prilikom učenja brojeva ne uparuju broj i objekt jedan-na-jedan, već neke objekte preskoče, neke broje dvaput. Ovo se može prevenirati tako da prilikom brojenja djeca ne samo dodiruju predmet, nego ga i pomaknu.

- Brojenje čepova uz istovremeno umetanje čepova na izbočenja na ploči
- Umetanje čepova u otvore oblika. Uloga voditelja je govorom istaknuti da zadnji izgovoreni broj predstavlja i vrijednost oblika.
- Kada se djeca izvješte u brojenju do deset, voditelj poreda oblike od 1 do 10, pokaže neki od oblika, a dijete broji od njega
- Brojenje unazad uz oblike
- Oblik utisnuti u plastelin. Nastaju izbočine u onom rasporedu u kojem su i otvori na obliku. Dijete ih broji pritišćući prstom jednu po jednu izbočinu. (slika 13.)



Slika 13. Utiskivanje oblika u plastelin<sup>11</sup>

- Brojenje *Numiconom* u sklopu svakodnevnih aktivnosti: oblike u većem formatu ispisati na pisaču ili nacrtati, naljepiti ih na zid iznad stuba; djeca tijekom penjanja istovremeno broje.
- Uspoređivanje: djeca izbroje otvore na dva oblika. Voditelj pita koji je oblik veći i objašnjava da veći oblik ima više otvora, manji oblik ima manje otvora. Aktivnost ponavljati sa novim parovima oblika.
- Pojam broja: iz skupine od deset oblika vrijednosti jedan zagrabi nekolicinu. Broje ih i istovremeno nižu jedan po jedan na *Numiconov* brojevni pravac. Očitavaju vrijednost do koje su došli. Zatim jedinice premještaju na ploču, u formaciji *Numiconovog* oblika. Prekrivaju odgovarajućim većim oblikom, imenuju vrijednost oblika i nalaze broj na brojevnom pravcu.
- Tko ima više: pripremljene su četiri posude, svaka sadrži 10 čepova jedne boje. Svako dijete izabere boju i dijete zagrabi šakom čepove jedne boje. Slažu ih uz brojevni pravac i uspoređuju tko ima više. Ako sudjeluje troje djece i više, uvodimo termine najviše i najmanje. Potom djeca slažu čepove na ploču u formaciji *Numiconovog* brojevnog oblika, prekrivaju odgovarajućim oblikom (provjera točnosti brojenja), nalaze broj na brojevnom pravcu.

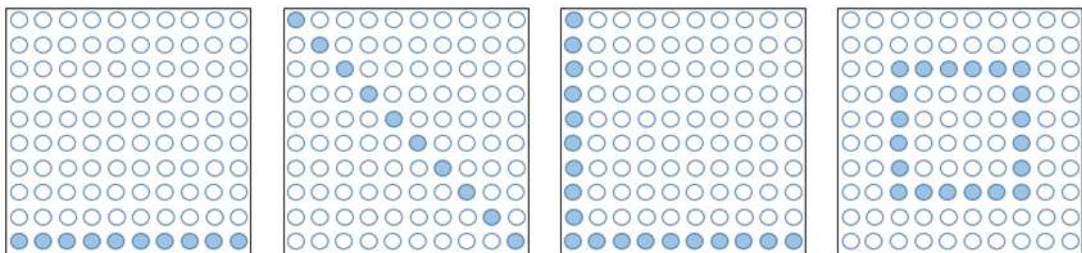
<sup>11</sup> Preuzeto sa <https://inspiremyplay.com/getting-started-with-Numicon-at-home/>

## 7.2. Uzorak i niz

Ciljevi: preslikati, nastaviti i kreirati ponavljajući uzorak; razvoj vizualno-prostorne percepcije i organizacijskih vještina, razumjeti smjer

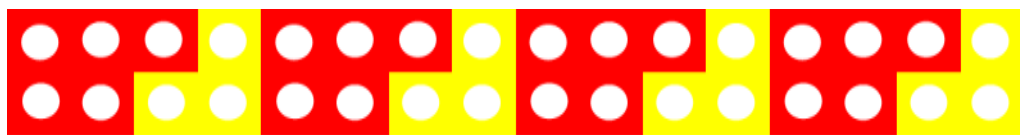
Matematički rječnik: jednako, uzorak, previše, premalo, dovoljno, nedovoljno, idući, prije, nakon, smjer, dijagonalno, ugao, rub, dolje, poprijeko

- Uzorak čepovima: voditelj priprema ponavljajući uzorak čepovima na ploči, opisuje ga, npr. crveno-žuto-crveno-žuto. Djeca preslikavaju uzorak na svojoj ploči i nastavljaju ga. Voditelj postavlja pitanje „Koja je iduća boja“. Najjednostavnija varijanta ove aktivnosti je upotrebom samo dviju boja, svaka u ritmu jedan-jedan. Izazovnije zadaci uključit će više od dvije boje, čepovi iste boje mogu se ponavljati jedan za drugim.
- Niz: voditelj čepovima iste boje formira na ploči niz ili oblik kao na slici 14. Djeca kopiraju na svojoj ploči. Složenija varijanta: umjesto jednobojnih čepova, ove nizove može se formirati ponavljajućim uzorkom boja



Slika 14. Nizovi napravljeni jednobojnim čepovima na ploči.

- Uzorak oblicima: voditelj formira uzorak oblicima, npr. kao na slici 15. Djeca reproduciraju uzorak na površini stola.



Slika 15. Uzorak oblicima

- Djeca sama kreiraju ponavljajući uzorak čepovima pa oblicima

## 7.3. Upoznavanje oblika

Ciljevi: slobodno istraživanje oblika, uparivanje jednakih oblika, razumijevanje pojma veće, manje

Matematički rječnik: veliki, mali, jednako velik, istog oblika, veći, najveći, manji, najmanji

Za upoznavanje oblika korisno je istaknuti *Numiconov* brojevni pravac na vidljivo mjesto u skupini da ga djece uočavaju češće tijekom dana. U aktivnostima neka djeca će oblike imenovati brojem, neka bojom. Voditelj svojim govorom modelira ispravno imenovanje oblika, npr. izjavom „Tako je. Ovaj zeleni oblik predstavlja osam.“

- Prekrivanje ploče oblicima: Djeca oblicima pokušavaju popuniti cijelu ploču (slika 16.). U početku je dobro pripremiti više oblika jedinice i dvojke; ako je rotiranje neparnih oblika presloženo djeci, onda koristiti samo parne oblike dok se djeca ne izvješte.



Slika 16. prekrivanje ploče oblicima<sup>12</sup>

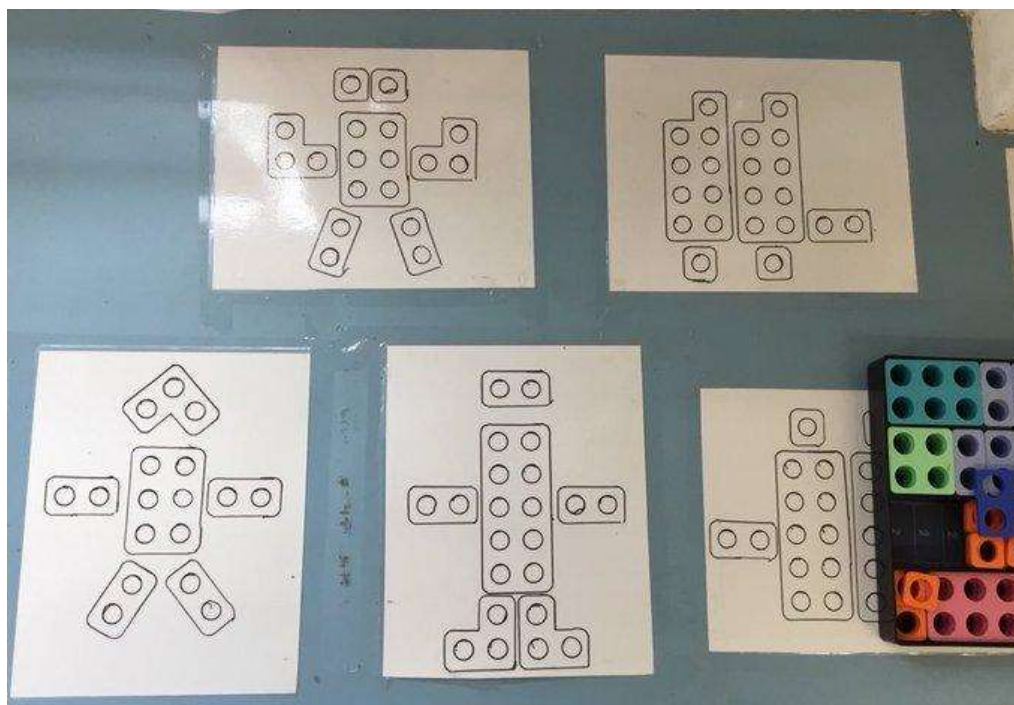
- Kreiranje slika oblicima: slike se mogu izrađivati na ploči ili na stolu. U početku djeca preslikavaju zadani motiv. Motiv može biti zadan *Numiconovim* prekrivkama (dvodimenzionalni oblici jednake boje i oblika kao trodimenzionalni, njima se prekriva ploča), neobojenim predlošcima sa ucrtanim

---

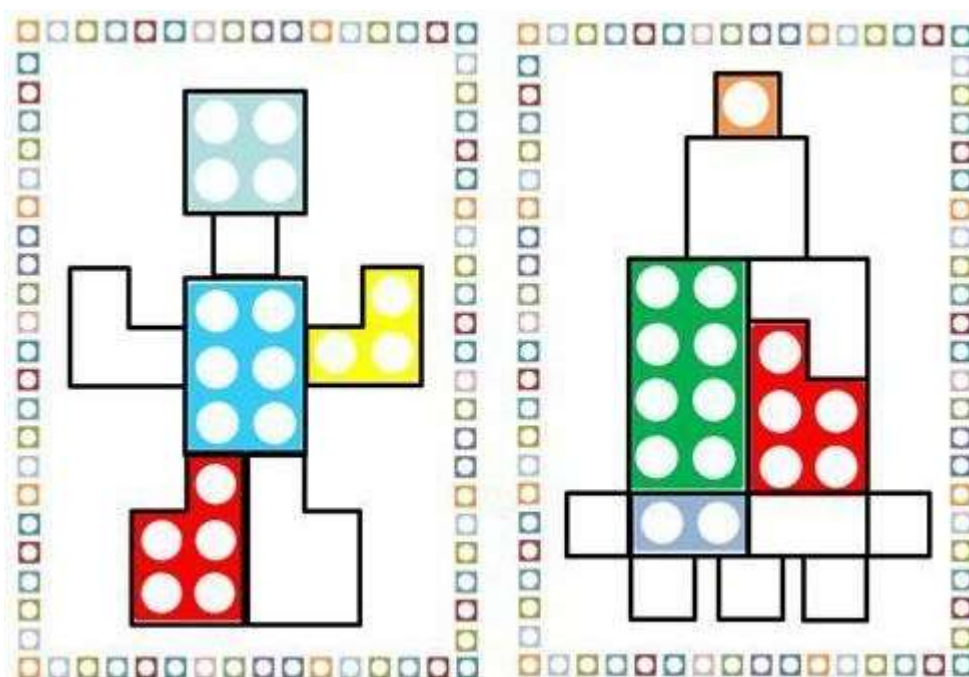
<sup>12</sup> Preuzeto sa <https://inspiremyplay.com/getting-started-with-Numicon-at-home/>



otvorima (slika 17.) ili obrisima oblika (slika 18.), a može biti zadan i umanjenom slikom.



Slika 17. predlošci za izradu slika Numiconovim oblicima.<sup>13</sup>

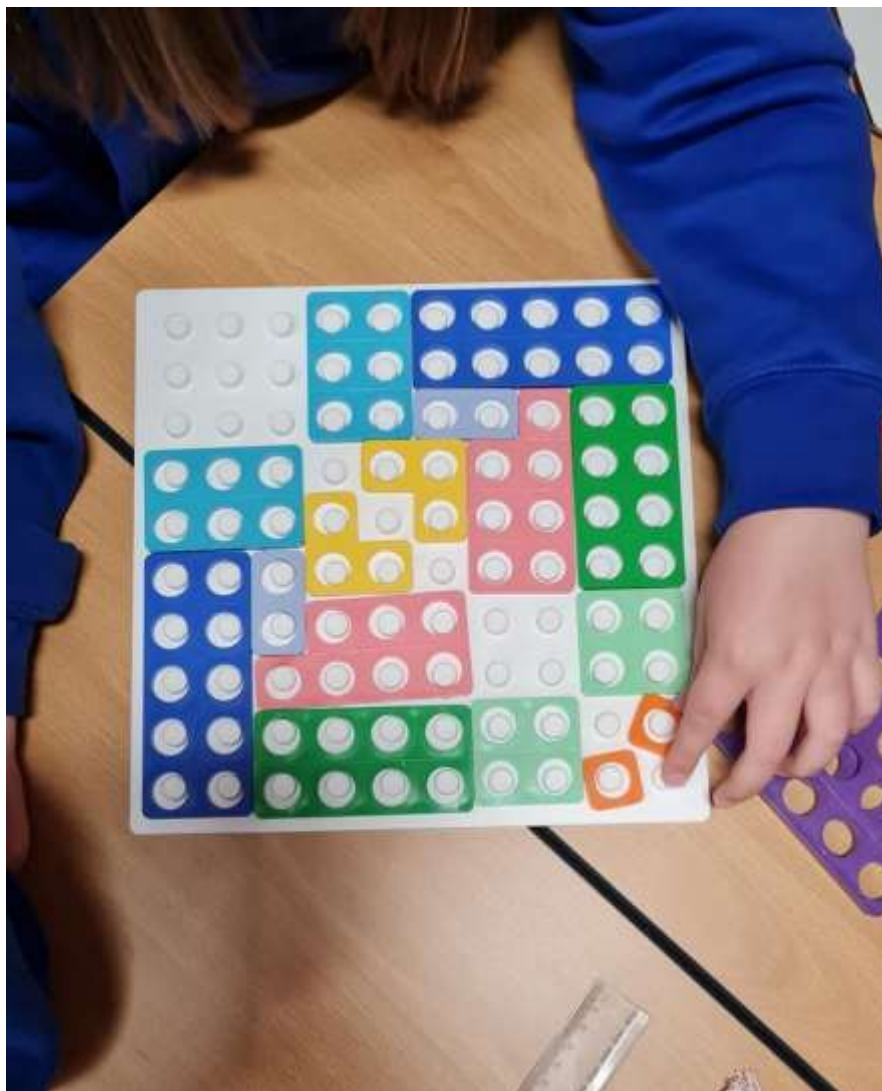


Slika 18. predlošci za izradu slika<sup>14</sup>

<sup>13</sup> Preuzeto sa <https://twitter.com/oupprimary/status/999938430783180800>

<sup>14</sup> Preuzeto sa <https://www.pinterest.co.uk/pin/536772849338970970/>

- Uparivanje jednakih oblika: jedan set oblika složen je redom na stolu, dok je drugi set raspršen. Djeca uparuju raspršene oblike sa poredanima. Uspoređuju ih slažući ih jedan na drugi. Oblici mogu magnetnim trakama biti pričvršćeni na magnetnoj ploči. Oblik se može odabrati zvrkom i to tako da su na zvrku predlošci sa slikama oblika ili samo boje, djeca traže odabrani oblik.
- Nađi svoj par: voditelj pripremi onoliko oblika koliko ima djece s tim da se svaki oblik ponavlja dvaput; razdijeli djeci svakome po jedan oblik, djeca međusobno traže par svom obliku.
- Izrada simetričnih slika: voditelj postavlja oblike na jednoj polovini ploče. Djeca kreiraju zrcalnu sliku na drugoj polovini. Složeniji zahtjev je ako je os simetrije dijagonala ploče (slika 19.)



Slika 19. simetrična slika, os simetrije je dijagonala ploče<sup>15</sup>

<sup>15</sup> Preuzeto sa <https://www.facebook.com/photo?fbid=2015991481884901&set=pcb.2693106900991308>

- Uspoređivanje oblika: voditelj odabire dva različita oblika između, pita djecu koji oblik je veći, koji je manji. U početku odabire oblike velike razlike, npr. 1 i 10. Aktivnost se ponavlja sa različitim parovima oblika. Djeca mogu dodirom, bez gledanja, prepoznavati koji oblik je veći. Kad djeca s lakoćom uspoređuju veličine oblika, voditelj uzima jedan oblik i traži da djeca pronađu veći ili manji od njega. Zatim voditelj uzima tri različita oblika, djeca prepoznaju koji je najveći, koji najmanji.

#### 7.4. *Poredak oblika*

Ciljevi: poredati oblike po veličini

Matematički rječnik: prvi, posljednji, idući, nakon, prije, između

Djeca obično prije usvoje „prvi“ i „posljednji“ jer su apsolutni u svakom pojedinom nizu, dok su idući, nakon, prije i između relativni u odnosu na svaki pojedini član niza. Prilikom aktivnosti naglasak treba stavljati samo na jedan aspekt, npr. „nakon“. Kad savladaju zadani pojam, može se prijeći na idući, npr. na pojam „prije“. Sve opisane aktivnosti u početku se izvode s manjim brojem oblika, postupno prelazeći na svih 10 oblika.

- Oblici su pomiješani na stolu, objasniti da je zadatak poredati ih po veličini. Voditelj uzima prvi oblik, djeca nalaze iduće.
- Oblici od 1 do 10 poredani su na stolu. Djeca zatvaraju oči, voditelj mijenja mjesta dvama oblicima. Djeca otvaraju oči i vraćaju oblike na ispravno mjesto.
- Dva seta oblika 1-10: jedan je raspršen, drugi poredan na stolu, jedan oblik nedostaje u poretku. Djeca pronalaze traženi oblik u raspršenom setu i umeću ga na ispravno mjesto.

#### 7.5. *Imenovanje oblika*

Cilj: imenovati oblike i brojiti jedan po jedan

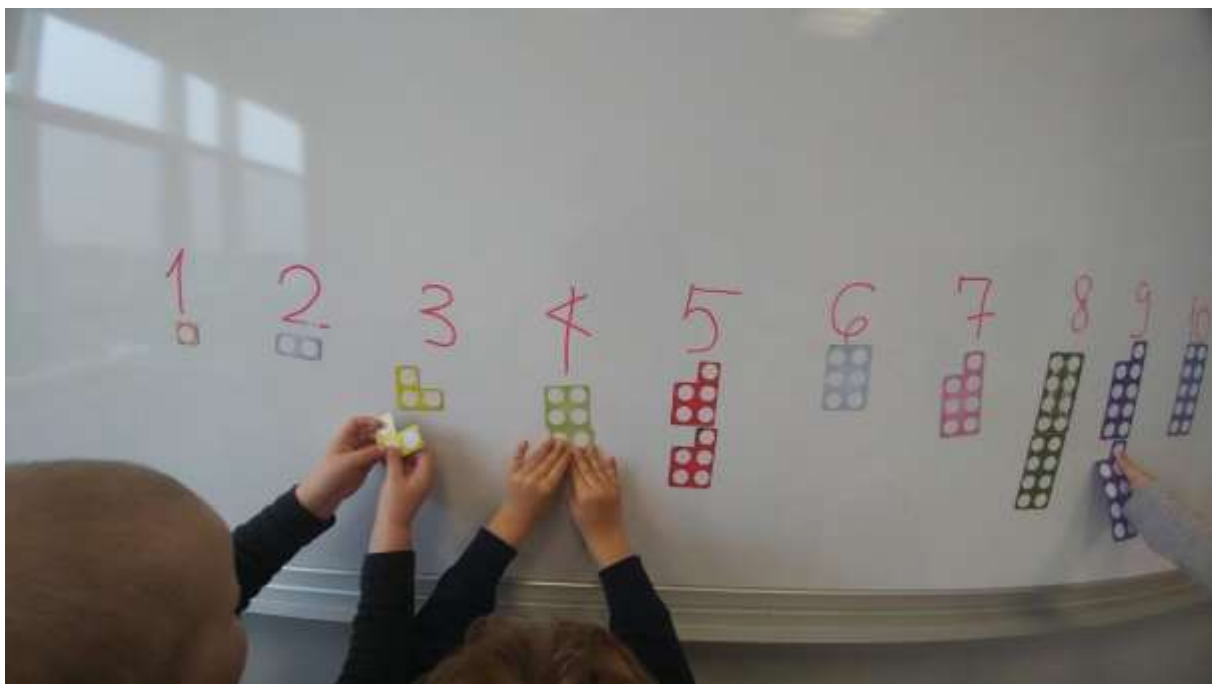
Matematički rječnik: koliko, više, dovoljno, nedovoljno, brojevi 1-10, jednako

- Oblici su poredani po veličini. Voditelj pokazuje i govori. „Ako je ovo jedan, što je ovo?“ (pokazuje oblik 2). „Ako je ovo dva, što je ovo?“ (pokazuje oblik tri)... Zatim pokazuje oblike nasumičnim redom i pita „Koji je ovo oblik?“, „Je li ovo...?“. Ponekad pokazuje na prethodni oblik.

- Djeca umeću čepove u oblik i istovremeno broje. Voditelj reflektira rečenicom „To je ukupno...“. Složenija varijanta: prije umetanja, djeca pretpostavljaju koliko je čepova potrebno da se ispuni oblik.
- Igra zvrkom: zvrkom odabirati oblik i slagati ih redom po veličini, pritom imenujući oblik. Može se provoditi kao igra za 2-4 igrača, djeca naizmjenice okreću zvrk i traže odabrani lik.
- Voditelj pokazuje djeci tri oblika. Oni zatvore oči, voditelj sakrije jedan oblik. Djeca pogađaju koji oblik nedostaje.
- Bez brojenja otvora povezivati oblik, broj i karticu s napisanim brojem
- Dijete zvrkom odabire oblik, imenuje ga. Čepove slaže na ploču u formaciji oblika. Prekriva oblikom da provjeri je li upotrebljen ispravan broj čepova. Pronalazi odgovarajući broj na pravcu.

#### 7.6. *Nizanje oblika i brojeva (kartice s napisanim znamenkama)*

- Djeca poredaju po veličini oblike 1-10. Ispod svakog oblika stavljaju odgovarajuću karticu s napisanim brojem, izgovarajući pritom o kojem broju se radi. Ovom prilikom s djecom se može raspraviti da postoji kartica s brojem 0, ali nema takvog oblika.
- Oblici 1-10 su poredani po veličini, ispod svakog oblika je kartica s odgovarajućim brojem. Djeca zatvore oči, voditelj zamijeni mjesta dvama oblicima i pripadajućim karticama. Djeca vraćaju oblike i kartice na ispravno mjesto. Složenija varijanta: oblici ostaju na mjestu, voditelj mijenja mjesto dvjema karticama. Djeca prepoznaju zamijenjene kartice i vraćaju ih na mjesto.
- Kartice s brojevima 1-10 poredane na stolu. Djeca uzimaju oblike i stavljaju ih ispod pripadajućih karata, istovremeno imenujući brojeve (slika 20.).



Slika 20. Djeca uzrasta 3-4 godine uparaju oblike i odgovarajuće brojeve. <sup>16</sup>

### 7.7. Oblik kao osnova za vizualno grupiranje

Cilj: grupirati objekte da se bez brojenja sazna koliko ih je, priprema za usvajanje mjesne vrijednosti broja, učvrstiti mentalnu sliku oblika, razvijati matematičko mišljenje.

Matematički jezik: koliko, uzorak, skup od..., desetine, manje, uzeti od, više, dodati, po redu

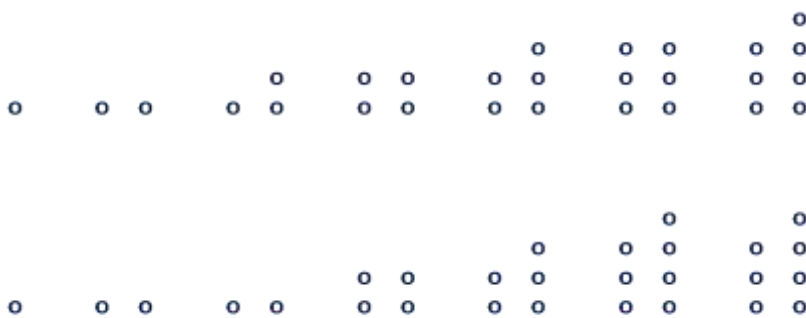
- Voditelj na ploču nasumično rasporedi do 10 čepova, u početku manju količinu. Pita djecu kako bez brojenja mogu saznati koliko je čepova. Potiče ih da čepove organiziraju u uzorak *Numiconovog* oblika, zatim da prepoznaju o kojem se obliku radi (slika 21.). Djeca provjeravaju točnost pretpostavke prekrivajući čepove odgovarajućim oblikom. Voditelj može rasporediti 10-20 čepova, pa i više, ako su djeca uspješno savladala dosad navedene aktivnosti s brojevima do deset.

<sup>16</sup> Snimljeno u varaždinskom centru Malac genijalac.



Slika 21. Određivanje broja grupiranjem čepova.<sup>17</sup>

- Izgubljeni čep: Dvije ploče postavljene su jedna uz drugu, na njima su čepovi jedne boje poredani u obliku uzoraka 1-7. Djeca zatvore oči, voditelj uzima jedan čep sa jednog od oblika na način da formira oblik za jedan manji. Djeca otvaraju oči, pogađaju koji oblik je izmijenjen, vraćaju čep na mjesto. Složenija varijanta: čep sa jednog oblika premjestiti na drugi tako da se formira oblik za jedan veći (slika 22.). Tijekom aktivnosti treba poticati djecu da objašnjavaju što se dogodilo, voditelj reflektira koristeći se terminima zbrajanja i oduzimanja: „Od pet smo uzeli jedan i ostalo je četiri. Šestici smo dodali jedan pa smo dobili sedam.“ S obzirom na vještine djece, broj uzoraka se može smanjiti na četiri ili povećavati do 10.



Slika 22. Uvod u zbrajanje i oduzimanje

<sup>17</sup> Preuzeto sa

[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiRyPnXIYvzAhXX-aQKHahyB\\_kQFnoECACQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.Numicon.co.nz%2Ffiles%2FFirmFoundations\\_sample\\_6\\_12.pdf&usg=AOvVaw1uN](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiRyPnXIYvzAhXX-aQKHahyB_kQFnoECACQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.Numicon.co.nz%2Ffiles%2FFirmFoundations_sample_6_12.pdf&usg=AOvVaw1uN)

## 7.8. Zbrajanje

Ciljevi: povezati zbrajanje s kombiniranjem dvaju ili više oblika, upotreba rječnika zbrajanja i oduzimanja, spoznaja da se zbrajanjem dolazi do odgovora na pitanje „Koliko ukupno?“, naći broj za jedan veći, naći dvostruko veći

Matematički jezik: zajedno, dodati, koliko, na isti način, drugačije, isti broj, isto kao

- Djeci ponuditi oblik 2 ili 4, reći im da pronađu dva manja lika kojim će prekriti početni lik. Postupno uvoditi veće parne oblike, zatim neparne oblike.
- Toranj: Voditelj na ploču priprema prekrivke kao na slici 23. i



Slika 23. Slika 15. Broj pet prikazan kao kombinacija različitih oblika<sup>18</sup>

pita djecu što primjećuju. Djeca na prekrivke stavljaju odgovarajuće oblike i tako prikazuju različitim kombinacijama isti broj. Zatim čepovima ispunjavaju oblik pet na drugoj ploči; te čepove prekrivaju nekom kombinacijom oblika kako je prikazano prekrivkama (slika 23). Postupno dižu toranj od čepova i oblika dok ne upotrijebe sve kombinacije, svaki put opisuju: „Ovo je četiri i jedan... Ovo je tri, i jedan, i jedan...“ Na slici 24. je prikazan toranj broja sedam.

<sup>18</sup> Preuzeto sa <https://www.hope-education.co.uk/product/curricular/mathematics/Numicon/Numicon-number-bond-overlays-for-base-board/he1803927%2025.8.2021>



Slika 24. Toranj od čepova i oblika. Svaka razina prikazuje broj sedam.<sup>19</sup>

- Djeca zavrte zvrk sa predloščima 1-5, uzimaju zadani oblik, ponove još jednom. Voditelj pita koliko je to ukupno. Djeca slažu oblike tako da formiraju novi, veći oblik (zbroj). Voditelj ptiče djecu da govore punim rečenicama: „stavio sam 5 i 3 zajedno. Sad imam osam.“ Kontrola: prekrivaju dva lika jednim većim.
- Jedan više: Dva oblika 1 postavljeni jedan uz drugoga. Voditelj pita djecu „Što smo dobili?“ i poprati riječima „Da. Jedan i još jedan su dva.“ Nastavljaju dodavati jedinicu svakom pojedinom liku u nizu, popratiti uvijek verbalnim izrazom „... i još jedan daju...“
- Djeca zvrkom odabiru oblik, pokazuju ga i kažu „Za jedan veći je broj...“
- Naprednija djeca mogu reći koji je za jedan veći samo gledajući brojeve ili reći koji je za jedan veći od bilo kojeg broja u rasponu djetetovog brojenja.
- Dvostruko veći: zamoliti djecu da nađu dva jednaka oblika kojim će prekriti oblik dva. Ponavljaju tražeći oblike da prekriju oblike četiri, osam pa deset. Voditelj s djecom komentira što primjećuju i uvodi riječ „dvostruko“
- Napipaj par: u mekoj tamnoj vreći (*Feely bag*) nalaze se oblici 1-5, bar po dva od svakog. Djeca opipom pronalaze parove jednakih oblika i pronalaze im zbroj na brojevnom pravcu.
- U poticajnoj okolini, već u vrtičkoj dobi neka djeca će moći zbrajati brojeve preko 10. U podlozi je strategija koju Clements i Sarama (2014) nazivaju

<sup>19</sup> Preuzeto sa <https://malivrtuljak.hr/numikon/>



„rastavi da dobiješ deset“, U prvom razredu pomoću ove strategije uče zbrajati jednoznamenkaste brojeve s prelaskom desetice. Primjerice brojevi 8 i 6 zbrajaju se na sljedeći način:

$$8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 10 + 4 = 14$$

Broj 6 rastavljen je na dva manja broja. Primjenom zakona asocijativnosti prvo su zbrojeni 8 i 2 da se dobije pribrojnik 10. Za ovu važnu i moćnu strategiju važno je poznavati parove brojeva koji zajedno daju deset. *Numiconovi* oblici pregledno prikazuju sve moguće kombinacije. Već i samo pospremanje oblika u za to predviđenu kutiju, zahtijeva kombiniranje oblika koji zajedno čine deset (slika 25.)



Slika 25. Kutija za Numiconove oblike<sup>20</sup>

### 7.9. Oduzimanje

Ciljevi: povezati oduzimanje sa „uzeti“, oduzimanjem odgovoriti na pitanje „Koliko je ostalo“, naći za jedan manji

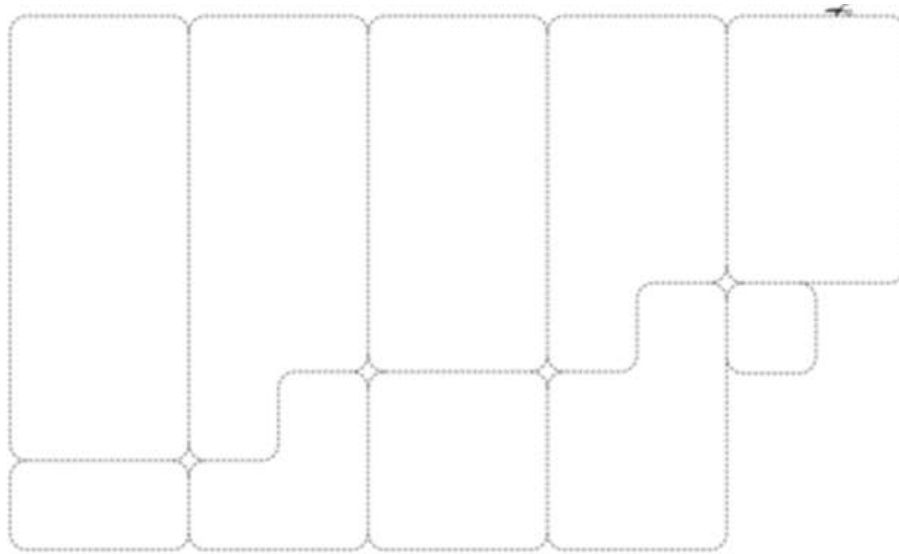
Matematički rječnik: uzmi, ostaje, jednako; ispred, manje, iduće, manje od, jednako veliko, jedan manje, uzmi/makni jedan, koliko još, koliko manje

- Uzimanje: Voditelj pokazuje oblik sedam, djeca ga imenuju. Voditelj prekriva rukom tri otvora i kaže „Želim uzeti tri. Što ostaje kad od sedam uzmem tri?“ Djeca vide da je ostalo četiri, provjeravaju prislanjajući odgovarajući oblik na nepokriveni dio oblika sedam. Voditelj govori „Ako od sedam uzmem tri, ostaje

<sup>20</sup> Preuzeto sa <https://www.cosydirect.com/Numicon-80pk-49756>

četiri.“ Aktivnost se ponavlja raznim parovima oblika, svaki put potičući djecu da se koriste matematičkim rječnikom.

- Djeca pred sobom imaju oblik deset. Zvrkom odabiru broj koliko će otvora prekriti na obliku. Jedno dijete prekriva zadani broj rupa na obliku, drugo dijete prepoznaje koliko je ostalo, izgovara broj i provjerava odgovarajućim oblikom. Oba djeteta izgovaraju kompletnu rečenicu „Od deset smo uzeli... pa je ostalo...“
- Djeca se upoznaju s predlošcima za oduzimanje (slika 26): to su na papiru ocrtni oblici, samo vanjski rubovi, bez ucrtanih otvora i bez boje: Uparuju oblike s obrisima. Voditelj pokazuje kako predloškom prekriti dio oblika, što simbolizira radnju „uzeti od“. Radnju prati riječima: Imamo oblik 6. želimo mu uzeti/maknuti dva. (*predloškom oblika 2 prekriva gornji red na obliku 6*). „Pravimo se da smo mu uzeli 2, sakrili smo ih. Možete li vidjeti koliko ih je ostalo? Tako je. Kad od šest uzmemo 2, ostane četiri.“



Slika 26. predlošci za oduzimanje. Ispisuju se na papir i izrezuju.<sup>21</sup>

- Za jedan manji: oblici su poredani od većeg prema manjem. Voditelj ukazuje na opadajući uzorak, povezuje sa silaskom niz stube. Na obliku 10 prekriva jednu rupu. Pita djecu što vide, njihov odgovor popratni rečenicom „Da, broj za jedan manji od 10 je devet.“; djeca kontroliraju prekrivajući ostatak oblika oblikom devet. Nastaviti prekrivati po jednu rupu na svim oblicima redom 9-1, poticati djecu da kažu „Jedan manji od ... je...“

<sup>21</sup> Preuzeto sa <https://www.Numicon.co.nz/page/489315>

- Igra u paru: karte s brojevima 1-10 okrenute su licem prema dolje. Jedno dijete izvlači jednu kartu, slaže čepiće u odgovarajući *Numicon* oblik. Drugo dijete uzima jedan čepić iz složenog oblika i govori koliko je ostalo, bez brojenja, gledajući u uzorak
- Koji je za jedan manji? Jedno dijete ima pripremljene oblike poredane po veličini. Drugo dijete bira jedan oblik iz drugog seta, ne pokazuje ga suigraču, nego kaže: Imam devet. Koji je za jedan manji?; suigrač iz svojeg seta pokazuje oblik osam, zatim uspoređuju oblike. Dijete treba potaknuti da objasni što se događa kad jedan oduzmeš od bilo kojeg broja.

Djeca do sad poznaju riječ „razlika“ kao izraz koji opisuje nešto što nije jednako. Sada se sreću sa novim značenjem te riječi: razlika kao rezultat oduzimanja. U početku im je ovo teško shvatiti.

- Razlika brojeva: voditelj pokazuje djeci oblike pet i devet, pita ih koje različitosti vide između njih (boja i veličina). Objasnjava da traže razliku u veličini. Polaze oblik 5 na vrh oblika 9, pa pita koji je uzorak ostao nepokriven. Djeca provjeravaju prislanjajući oblik 4. Voditelj objašnjava da se uzorak koji je ostao zove razlika. Koristi rječnik „Razlika između 9 i 5 je 4.“ i „Razlika između 9 i 4 je 5.“ Ponavlja različitim uzorcima, uvijek modelirajući rečenicu „Razlika između... i ... je...“
- Koliko još? Voditelj najavljuje „Sad ćemo istražiti za koliko je pet veći od tri.“. Oblik pet prekriva oblikom tri, pita djecu što vide i koji oblik je potreban da do kraja prekrije peticu. Kada djeca dođu do odgovora, modelira izraz „Pet je za dva veći od tri.“ Ponavlja s puno primjera.
- Koliko manje? Voditelj najavljuje „Saznat ćemo za koliko je šest manji od deset.“ Oblik deset prekriva oblikom šest. Djeca pronalaze oblik četiri kojim prekrivaju ostatak oblika deset. Provjeravaju na brojevnom pravcu. Voditelj modelira izraz „Broj deset je za četiri manji od šest.“

#### 7.10. *Rasuđivanje o brojevima*

Ciljevi: logičko razmišljanje o brojevima

Matematički rječnik: veći od, manji od, za jedan više od, za jedan manje od, za dva više od, za dva manje od itd., prije, poslije, između, idući, parni, neparni

- Par-nepar: set oblika 1-10 nalazi se na stolu. Voditelj diskutira s djecom zašto su neki oblici pravokutni, neki imaju izdvojeni dio. Djeca se upoznaju s terminima par i nepar. Poredaju oblike po veličini. Prepoznaju ponavljajući uzorak paran broj – neparan – paran... Parne oblike preklapaju jedan na drugi počevši od najvećeg prema najmanjem kao na slici 27. Isto rade i s neparnim. Prislanjem dvaju oblika jedan u produžetku drugog (zbrajanje) istražuju obrasce: dva parna broja daju paran broj, dva neparna broja daju paran broj (jedan oblik treba zarotirati da se dva izdvojena dijela nadopune), paran i neparan broj daju neparan broj.



Slika 27. upoznavanje parnih i neparnih brojeva<sup>22</sup>

- Na stolu su poredani oblici i kartice s brojevima. Voditelj pokazuje oblik pet i komentira s djecom različite atribute: neparan, crveni, manji od 10, 9, 8, 7, 6, veći od 1, 2, 3, 4, za jedan manji od 6, za jedan veći od 4, jednak je kao 2 i 3 zajedno, kad ga oduzmemo od 8, ostane 3; za pet je manji od 10... Ponavljaju s ostalim oblicima

<sup>22</sup> Preuzeto sa <https://www.pinterest.co.kr/pin/299419075231462033/>

- Djeca na magnetnoj ploči pred sobom imaju poredane oblike 1-10. Jedno dijete uzima neki oblik iz drugog seta tako da ostala djeca ne vide, stavlja ga u tamnu vreću, ostala djeca postavljaju pitanja kako bi otkrili koji je oblik u pitanju. Vjerojatno će dominirati izravna pitanja kao „Je li crven?“, „Je li 4?“. poticati neizravna pitanja koja će im pomoći da zaključuju, poput „Je li veće od crvenog oblika?“. Treba pomoći djeci da upotrijebe dobivene informacije: „Koji brojevi bi mogli biti? A koji ne?“ Npr. ako je bilo pitanje „Je li veći od 4?“, a odgovor je potvrđan, s magnetne ploče miču brojeve 1-4, tj. eliminacijom ostaje novi, suženi izbor potencijalnih odgovora. Igra traje dok ne pogode koji je oblik sakriven. Uloga voditelja je potaknuti zaključivanje tako da komentira što svaki pojedinu odgovor podrazumijeva

## 8. Zaključak

Matematika je važno obrazovno područje u razvoju djeteta. Uspješnost u matematici visoko je povezana sa uspjehom u drugim životnim aspektima, kao što su mogućnost zaposlenja, visina primanja. Budući da se matematička znanja nadograđuju, važno je od malih nogu osigurati kvalitetnu i poticajnu sredinu u kojoj će djeca stjecati predmatematičke vještine. Naglasak podučavanja treba biti na razumijevanju ideja, a tek potom na fluentnosti računskih operacija.

Djeca predškolske dobi znanja stječu prvenstveno manipulirajući objektima., zato poticajno matematičko okruženje podrazumijeva bogat izbor konkretnih predmeta koji će djecu potaknuti na istraživanje. Pri tome ne znači da je svaki didaktički materijal sam po sebi dovoljan, koliko god dobar bio. Ključnu ulogu ima voditelj koji usmjerava djecu, objašnjava koncepte, potiče spoznaju. Kako kažu Marshall i Swan (2008.): „Manipulativi ne podučavaju, učitelji da“:

*Numicon* je didaktički materijal primjeren predškolskom uzrastu. Ukoliko ga se primjenjuje u odgovarajućem kontekstu, na ispravne načine, uz odgovarajuću interakciju i usmjeravanje, njime se može usvajati mnogo matematičkih koncepata.

## Literatura

- Back, J. (2013). *Manipulatives in the Primary Classroom*. <https://nrich.maths.org/10461>
- Ball, D.L. (1992). Magical Hopes: Manipulatives and the Reform of Math Education. *American Educator. The Professional Journal of the American Federation of Teachers*, 16.
- Clements, D, Sarama, J.. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Clements, D. (1999). 'Concrete' Manipulatives, Concrete Ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1, 45 - 60.
- Elliott, S., Atkinson, R., Tacon, R., Wing, T. (2008) *Closing the Gap with Numicon Teaching Guide*. Oxford University Press
- Furner, J. M., Worrell, N. L. (2014). The importance of Using Manipulatives In Teaching Math Today. *Transformations*, 3 (1), članak 2.
- Glasnović Gracin, D. (2010). Predmatematičke vještine. *Matematika i škola*, 55, 200-205.
- Glasnović Gracin, D. (2021). *Predmatematičke i matematičke vještine*. <https://www.youtube.com/watch?v=m935GarCfHs>
- Kurnik, Z. (2000). Apstrakcija. *Matematika i škola*, 6, 11-15.
- Laski, E.V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, 5(2): 1-8.
- Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku : metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike*. Educa.
- Marshall, L., Swan, P. (2008). Exploring the Use of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is? *EDU-COM International Conference*, 338-350. Edith Cowan University.
- Ross, W., Valée-Touregaeau, F., Van Herwegen, J. (2020). Mental arithmetic and Interactivity: the effect of Manipulating external Number Representations on Older Children's Mental Arithmetic succes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 985-1000.

Sarama, J., Clements, D. (2004). Building Blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 181-189.

Sarama, J., Clements, D. (2009). Building Blocks and cognitive Building Blocks. Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1, 313-337.

Sharma, M. C. , Posokhova, I. (2001). *Matematika bez suza : kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Ostvarenje.

Woodham, L., Pennant, J. (2014). How can I Support the Development of Early Number Sense and Place Value. <https://nrich.maths.org/10739>

### **Izjava o izvornosti završnog rada**

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.