

# Elementi vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika

---

**Obadić, Marta**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:412910>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-14**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**Marta Obadić**

**ELEMENTI VREDNOVANJA U NASTAVNOM PREDMETU  
MATEMATIKA**

**Diplomski rad**

**Zagreb, srpanj 2021.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**Marta Obadić**

**ELEMENTI VREDNOVANJA U NASTAVNOM PREDMETU  
MATEMATIKA**

**Diplomski rad**

**Mentor rada:  
izv. prof. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

**Zagreb, srpanj 2021.**

## *Zahvala*

*Zahvaljujem se izv. prof. dr. sc. Dubravki Glasnović Gracin na prihvaćanju mentorstva.*

*Iznimno sam zahvalna na njenom stručnom vođenju i usmjeravanju prilikom nastajanja ovog rada te strpljenju i trudu kojeg je uložila kako bi se moja ideja realizirala.*

*Posebno se zahvaljujem svojoj obitelji i prijateljima, koji su me uvijek podržavali i ohrabivali kroz cijelo obrazovanje te nisu gubili vjeru u mene.*

## Sadržaj

<b>Sažetak</b> .....	
<b>Summary</b> .....	
<b>1. Uvod</b> .....	1
<b>2. Vrednovanje</b> .....	3
2.1. <i>Pojam vrednovanja</i> .....	4
2.2. <i>Vrste vrednovanja</i> .....	6
2.2.1. <i>Unutarnje i vanjsko vrednovanje</i> .....	6
2.2.2. <i>Formativno, sumativno i dijagnostičko vrednovanje</i> .....	7
2.3. <i>Pristupi vrednovanju prema hrvatskim obrazovnim dokumentima</i> .....	9
2.4. <i>Metode vrednovanja</i> .....	10
<b>3. Matematička kompetencija</b> .....	13
3.1. <i>Kompetencije</i> .....	13
3.2. <i>Učiteljske kompetencije</i> .....	14
3.3. <i>Matematičke kompetencije učitelja i učenika</i> .....	17
<b>4. Vrednovanje u nastavi matematike</b> .....	21
4.1. <i>Formativno vrednovanje u nastavi matematike</i> .....	21
4.1.1. <i>Matematički razgovor</i> .....	22
4.1.2. <i>Postavljanje pitanja i slušanje s povratnom informacijom</i> .....	23
4.1.3. <i>Formativno korištenje sumativnog testa</i> .....	23
4.1.4. <i>Pojedinačni komentari rada učenika</i> .....	24
4.1.5. <i>Tehnike formativnog praćenja znanja u nastavi matematike</i> .....	25
4.1.6. <i>Vršnjačko vrednovanje i samovrednovanje</i> .....	28
4.2. <i>Sumativno vrednovanje u nastavi matematike</i> .....	29
4.2.1. <i>Pisane provjere znanja</i> .....	29
4.2.2. <i>Mjerila ocjenjivanja</i> .....	30
4.3. <i>Vanjsko vrednovanje matematičkih sadržaja</i> .....	32
4.3.1. <i>Državna matura</i> .....	32
4.3.2. <i>Istraživanje TIMSS</i> .....	33
4.3.3. <i>PISA istraživanje</i> .....	34
<b>5. Elementi vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika prema kurikulumu iz 2019. godine</b> .....	36
5.1. <i>Kurikulum</i> .....	36
5.2. <i>Kurikulum nastavnog predmeta Matematika</i> .....	37
5.3. <i>Elementi vrednovanja prema novom kurikulumu</i> .....	40
5.3.1. <i>Usvojenost znanja i vještina</i> .....	41

5.3.2. Matematička komunikacija.....	42
5.3.3. Rješavanje problema .....	43
5.3.4. Vrednovanje matematičkih postignuća.....	43
<b>6. Primjena elemenata vrednovanja u nastavi matematike.....</b>	<b>45</b>
6.1. Cilj istraživanja .....	45
6.2. Metodologija .....	45
6.2.1. Ispitanici.....	45
6.2.2. Instrument istraživanja .....	46
6.2.3. Postupak .....	47
6.2.4. Analiza podataka.....	48
6.3. Rezultati.....	48
6.3.1. Razumijevanje elemenata vrednovanja .....	48
6.3.2. Nedoumice i nejasnoće vezane uz elemente vrednovanja .....	52
6.3.3. Primjena elemenata vrednovanja na konkretnim zadacima .....	54
6.4. Diskusija i zaključak.....	59
<b>7. Zaključak .....</b>	<b>61</b>
<b>Literatura .....</b>	<b>63</b>
<b>Prilozi.....</b>	<b>68</b>

## Sažetak

Provedbom nove kurikularne reforme dogodile su se i promjene u nastavnom predmetu Matematika. Između ostaloga, uvedeni su novi elementi vrednovanja: Usvojenost znanja i vještina, Matematička komunikacija i Rješavanje problema. Ovaj rad donosi pregled literature o vrednovanju te o vrednovanju u nastavi matematike i o novim elementima vrednovanja. Detaljno su prikazani primjeri vrednovanja u nastavi matematike te kako implementirati formativno vrednovanje u nastavu matematike. Svaki element vrednovanja objašnjen je zasebno i usko je povezan s matematičkim procesima. U radu je detaljno opisano kvalitativno istraživanje provedeno s učiteljicama razredne nastave o novim elementima vrednovanja. Istraživanje je provedeno kao studija slučaja s tri učiteljice različite duljine staža. Cilj istraživanja je bio ispitati kako su ispitanice razumjele nove elemente vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika te kako i na koji način ih oni vrednuju, a samim time što im predstavlja najveći izazov. Rezultati su pokazali da se ispitanice učiteljice ne snalaze najbolje s novim elementima vrednovanja te da im je potrebna dodatna podrška i edukacija. Najviše problema im izaziva element Rješavanje problema koji im nije dovoljno jasan te smatraju da nije primjenjiv kod svih učenika. Nove elemente vrednovanja trebale su popratiti odgovarajuće edukacije i potpora za učitelje, a to je u ovom slučaju izostalo.

**KLJUČNE RIJEČI:** Usvojenost znanja i vještina, Rješavanje problema, Matematička komunikacija, vrednovanje u nastavi matematike

## Summary

With the implementation of the new curricular reform, changes have taken place in the subject of Mathematics. Among other things, new elements of evaluation were introduced: Acquisition of knowledge and skills, Mathematical communication and Problem solving. This paper provides an overview of the literature on evaluation, on evaluation in mathematics teaching, and on new elements of evaluation. Examples of evaluation in mathematics teaching along with how to implement formative evaluation in mathematics teaching are presented in detail. Each element of evaluation is explained separately and is closely related to mathematical processes. The paper describes in detail the qualitative research conducted with primary school teachers on new elements of evaluation. The research was conducted as a case study with three teachers of different lengths of service. The aim of the research was to examine how the respondents understood the new elements of evaluation in the subject Mathematics, and how and in what way they evaluate them, and what is the biggest challenge for them. The results showed that the surveyed teachers do not cope best with the new elements of evaluation and that they need additional support and education. The problem solving element causes them the most problems, which is not clear enough to them and they also believe that it is not applicable to all students. New elements of evaluation were to be accompanied by appropriate education and support for teachers, and this was missing in this case.

**KEY WORDS:** Acquisition of knowledge and skills, Problem solving, Mathematical communication, evaluation in mathematics teaching



# 1. Uvod

Kako društvo, gospodarstvo i kultura doživljavaju dinamične promjene, suvremeni odgojno obrazovni sustav mora kvalitetno odgovoriti na iste. Tehnologija ubrzano i nepredvidivo napreduje, važnost održivog razvoja svakim je danom sve veća, a neizvjesnost po pitanju dugoročnog razvoja veća je nego ikada ranije. Zbog toga je od ključne važnosti uvođenje kvalitetnih i odgovarajućih promjena koje će omogućiti transformaciju odgojno obrazovnog sustava, a sve u smjeru formiranja „otvorenog, mobilnog i inovativnog društva“ (Ministarstvo znanosti obrazovanja i sporta [MZOS], 2014).

S toga je došlo do potrebe za unapređenjem hrvatskog obrazovnog sustava te je 2019. godine donesena nova kurikularna reforma. S početkom provedbe eksperimentalnog programa „Škola za život“ kompetencijski pristup i usmjerenost na učenika tijekom poučavanja ušli su na široka vrata u hrvatski odgojno obrazovni sustav. Tim se programom nastoji učitelje i učenike potaknuti na razvoj kompetencija i cjeloživotno obrazovanje te cjelokupnom društvu, kulturi i ekonomiji osigurati održivost i prosperitet (Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO], 2019).

Nova kurikularna reforma je obuhvatila i nastavni predmet Matematika. Matematika ima vrijednost i intelektualnu ljepotu, bogata je i poticajna. Igrala je i igra važnu ulogu u napretku društva u prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta koji nas okružuje i za upravljanje vlastitim životom. Učenje i poučavanje matematike omogućuje razvoj matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu (MZO, 2019.) Vrednovanje učenika u nastavi Matematike jedan je od važnih čimbenika za razvoj matematičkih znanja i vještina učenika. Učitelj treba biti kompetentan i dobro vladati sustavom vrednovanja. Novom kurikularnom reformom su uvedeni novi elementi vrednovanja kojima se nastoji što bolje i preciznije vrednovati učenikovo postignuće te im dati povratnu informaciju o stečenim kompetencijama. Novi elementi vrednovanja su: Usvojenost znanja i vještina, Matematička komunikacija i Rješavanje problema. Motivacija za pisanje ovog rada leži u tome što se možda premalo govori o samom vrednovanju u nastavi matematike te je primjetno da učitelji razredne nastave imaju poteškoća s novim elementima vrednovanja. Stoga je ova tema bila izazov za uvid u literaturu, kao i za uvid u mišljenja učiteljica oko ovog aktualnog problema.

U drugom poglavlju ovog rada biti će objašnjeno što je to vrednovanje, koje su vrste vrednovanja te različiti pristupi vrednovanju prema hrvatskim obrazovnim dokumentima te metode vrednovanja.

Nakon toga, u trećem poglavlju, slijede matematičke kompetencije koje učitelji trebaju posjedovati za kvalitetno poučavanje i provođenje nastave matematike te kompetencije koje trebaju razvijati kod svojih učenika.

U četvrtom poglavlju ovog diplomskog rada biti će objašnjeno kako kvalitetno implementirati vrednovanje u nastavu matematike kroz formativno vrednovanje i sumativno vrednovanje te će biti prikazano vanjsko vrednovanje u nastavi matematike kroz državnu maturu, TIMSS i PISA istraživanje.

Peto poglavlje sadrži elemente vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika prema kurikulumu iz 2019. godine. U ovom poglavlju će biti objašnjeno što je to kurikulum, kako izgleda i što sadrži kurikulum nastavnog predmeta Matematika te koji su to novi elementi vrednovanja i što pojedini element podrazumijeva.

U šestom poglavlju rada će biti prikazano kvalitativno istraživanje provedeno s učiteljicama razredne nastave o novim elementima vrednovanja. Istraživanje je provedeno kao studija slučaja s tri učiteljice različite duljine staža, a istraživačka pitanja odnose se na to kako učitelji razumiju pojedini element vrednovanja u nastavi matematike, imaju li nedoumica i nejasnoća oko elemenata vrednovanja u nastavi matematike te kako primjenjuju elemente vrednovanja u određenim zadanim matematičkim zadacima.

## 2. Vrednovanje

Vrednovanje odgojnog i obrazovnog rada sastavni je dio svakog školskog sustava te bitan čimbenik stalnog razvijanja i unapređivanja odgojnog i obrazovnog rada. Ono treba biti konstantno nadopunjivano, nadograđivano, prilagođeno promjenama, potrebama vremena i prilika. Vrednovanje kao pedagoška pojava postoji otkada postoji i škola.

Suvremena, kvalitetna i bolja škola treba imati izgrađen i primjeren sustav vrednovanja (Mužić i Vrgoč, 2005). Vrednovanje učenikova rada nije samo ocjenjivanje završnog rada, već je to proces kroz koji učenik sazrijeva te se nastoji što bolje upoznati učenika. Teži se tome da što više elemenata utječe na završnu ocjenu i da se ona formira na osnovu različitih načina i oblika vrednovanja (Kadum-Bošnjak i Brajković, 2007). Budući da je vrednovanje, kao i škola, društveno i povijesno determinirano tako vrednovanje kao važnu etapu kurikuluma promatramo s nekoliko stajališta:

- koga i što se vrednuje (prvenstveno se misli na subjekte u procesu obrazovanja);
- što je polazište i koji je sadržaj (usmjeren na objekt koji se vrednuje);
- tko je nositelj vrednovanja i što je cilj vrednovanja (je li usmjeren na uvid u stanje razvoja i napredovanje svakog učenika, što će osigurati optimalne ishode u odgoju i obrazovanju učenika) (Mrkonjić i Vlahović, 2008).

Učiteljima vrednovanje predstavlja složen proces koji se zasniva na poznavanju i razumijevanju kurikulumom definiranih odgojno-obrazovnih ciljeva, očekivanja i ishoda, mogućnosti dosega i ograničenja pojedinih pristupa, oblika i metoda vrednovanja te procesa učenja, konteksta učenja i osobitosti učenika. Na temelju rezultata vrednovanja donose se važne odluke za učenika, stoga vrednovanje zahtijeva puni profesionalni integritet učitelja i korištenje objektivnim informacijama o učenju i učeničkim postignućima. I učenicima vrednovanje predstavlja izrazito osjetljivo područje koje može značajno odrediti njihovu motivaciju za učenje, pristup učenju pa čak volju i želju za sudjelovanje u odgojno-obrazovnome procesu (Okvir za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016).

## 2.1. Pojam vrednovanja

Prema Pravilniku o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (NN 82/2019, čl. 2.) „vrednovanje je sustavno prikupljanje podataka u procesu učenja i postignutoj razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, kompetencijama, znanjima, vještinama, sposobnostima, samostalnosti i odgovornosti prema radu, u skladu s unaprijed definiranim i prihvaćenim metodama i elementima.“ Vrednovanje u odgojno-obrazovnom sustavu obuhvaća sve aktivnosti kojima se dolazi do obavijesti (informacija) o tome kako i koliko se ostvaruju njezini ciljevi. Na temelju postavljenih kriterija dolazi se do pouzdanih polazišta za relevantne odluke. Sam naziv vrednovanje implicira na pojam „vrijednost“ što znači da se ističe ono važno, ono što vrijedi. Vrijednosti dolaze do izražaja upravo postavljanjem kriterija. (Mužić i Vrgoč, 2005). Prema Matijeviću (2004) za pojam vrednovanja često se koristi i istoznačnica međunarodnog podrijetla, a to je evaluacija. Evaluacija je sustavni proces prikupljanja, analiziranja i interpretiranja informacija o stupnju ostvarivanja ciljeva odgoja i obrazovanja, odnosno ciljeva nastave. Tim se postupcima traži odgovor na pitanje „Koliko dobro?“ i „Kako?“ Uz svaki kurikulum definiran je i postupak evaluacije, odnosno evaluacija je važan element svakog kurikuluma (Matijević, 2004).

Kao što je navedeno u Pravilniku o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (2019), vrednovanje uključuje praćenje. „Praćenje je sustavno uočavanje i bilježenje zapažanja o postignutoj razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svrhu poticanja učenja i provjere postignute razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda i očekivanja definiranih nacionalnim, predmetnim i međupredmetnim kurikulumima, nastavnim programima te strukovnim i školskim kurikulumima“ (Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi, NN 82/2019, čl. 2.). Praćenjem se u samom tijeku djelatnosti ustanovljuje njezino napredovanje, a time i poteškoće i nedostaci koje treba otkloniti da bi se time optimirale mogućnosti uspješnog ostvarivanja ciljeva te djelatnosti (Mužić i Vrgoč, 2005). To je zapravo proces koji se odvija istovremeno s realizacijom, a katkad ih je teško izdvojeno promatrati. Tijekom vremena razvijene su razne tehnike praćenja aktivnosti i rezultata učenika, od sustavnog promatranja do bilježenja rezultata određenim oblicima pismene ili praktične provjere. Do formiranja bogatih zbirki konkretnih učeničkih radova koje mogu biti predmetom zajedničke analize učenika, učitelja i roditelja, ili stručnjaka koji pomažu u profesionalnoj orijentaciji. Podaci uočeni različitim tehnikama praćenja oslonac su za donošenje ocjena o učeniku, odnosno o postignutim rezultatima i sudjelovanju u različitim aktivnostima (Matijević, 2004). Praćenje treba biti ispitivačko i

aktivno, u smislu da učitelj aktivno ispituje koliko učenik trenutno zna i kakve probleme ima, a ne da učitelj računa da će to već nekako doznati (Kyriacou, 2001).

Vrednovanje također uključuje i provjeravanje koje podrazumijeva „procjenu postignute razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, kompetencija i očekivanja u nastavnome predmetu ili području i drugim oblicima rada u školi tijekom školske godine“ (Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi, NN 82/2019, čl. 2.). Provjeravanje učenika u primarnom obrazovanju sastavni je dio nastavnog procesa i služi za utvrđivanje razine postignuća učenika, provjeravanjem treba evidentirati ekstenzitet i intenzitet stečenih znanja, stupnja razvijenosti radnih sposobnosti i kvalitetu usvojenih odgojnih vrijednosti. Ono se vrši: razgovorom i ispitivanjem, izradom pisanih, grafičkih, praktičnih, tehničkih i drugih zadaća, testovima znanja, rješavanjem nizova, zadataka objektivnog tipa, kontrolnim provjerama znanja i drugo (Kadum-Bošnjak, 2013). Razlika između praćenja i provjeravanja je u tome da praćenje implicira kontinuiranost te aktivnost, dok se provjeravanje veže uz iterativnost (Mužić i Vrgoč, 2005). To bi značilo da se praćenje odvija kontinuirano u odgojno obrazovnom procesu dok se provjeravanje odvija s vremena na vrijeme kada je to potrebno.

Naposljetku, vrednovanje uključuje i ocjenjivanje koje se definira kao „pridavanje brojčane ili opisne vrijednosti rezultatima praćenja i provjeravanja učenikovog rada“ (Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi, NN 82/2019, čl. 2.). Odnosi se na davanje ocjene na temelju određenje ljestvice (brojčana ocjena) ili pomoću tekstualnog opisa situacije onoga što se i kod koga se ocjenjuje (opisna ocjena). Taj termin obično implicira i obavijest roditeljima učenika i samim učenicima o njihovom uspjehu (Mužić i Vrgoč, 2005). „Ocjenjivanje je svaka aktivnost kojom se prosuđuje učenikov uspjeh“ (Kyriacou, 2001, str. 159). Ono se odnosi na tehnike kojima možemo pratiti učenikov napredak prema određenim obrazovnim rezultatima. Najčešće svrhe ocjenjivanja su: osigurati učiteljima povratnu informaciju o učeničkom napretku, učenicima osigurati pedagoške povratne informacije, motivirati učenike, osigurati evidenciju napretka, poslužiti kao izraz sadašnjih postignuća, ocijeniti učeničku spremnost za buduće učenje te dokaz o djelotvornosti nastavnika i škola. (Kyriacou, 2001). Najbolje je kada je ocjena rezultat zajedničkog dogovora učenika i učitelja jer je čitav proces zapravo zajednički rad učenika i učitelja. Ocjena predstavlja dijagnozu stanja u usporedbi s očekivanim rezultatima (Matijević, 2004).

## 2.2. Vrste vrednovanja

### 2.2.1. Unutarnje i vanjsko vrednovanje

Kada govorimo o vrstama vrednovanja najčešće se spominje unutarnje i vanjsko vrednovanje (Matijević, 2005). Ove dvije vrste vrednovanja proizlaze iz pitanja tko vrednuje odnosno tko je realizator vrednovanja.

Ako se vrednovanje odvija u okviru nastave, a sudionici su učitelji i učenici govorimo o unutarnjem vrednovanju (Matijević, 2005). Unutarnje vrednovanje podrazumijeva „praćenje i ocjenjivanje te pedagoško usmjeravanje učenika“ (str. 285) i pritom se mora imati u vidu da se praćenje i ocjenjivanje, posebice u primarnom obrazovanju, uvijek odnosi na spoznajni, doživljajni i psihomotorički aspekt obrazovanja, odnosno na biološki, sociološki i samoaktualizirajući aspekt odgoja (Kadum-Bošnjak 2013, prema Bognar i Matijević, 2002). To je bitna strukturna komponenta u mikrostrukturi nastavnoga sata ili neke opsežnije nastavne aktivnosti. Tijekom zajedničkih aktivnosti učitelji i učenici zajednički prate i ocjenjuju aktivnosti i rezultate zajedničkih aktivnosti. Dodijeljene ocjene služe za otklanjanje nedostataka, unapređenje nastave i procesa učenja, dogovor o novim aktivnostima i slično. Rezultat unutarnjeg vrednovanja su školske ocjene zapisane u imenik odnosno e-imenik te ocjena na kraju godine (Matijević, 2004).

Vanjsko vrednovanje je „postupak u kojem specijalizirana agencija prikuplja podatke, informacije i dokaze o radu ustanove, posebne jedinice predmetne ustanove ili o ključnim aktivnostima ustanove u cilju izrade iskaza o njezinoj kvaliteti. Vanjsko vrednovanje provodi skupina vanjskih kolega stručnjaka tj. predstavnika akademske zajednice ili stručnjaka u predmetnom području, koji dolaze iz drugih društveno-gospodarskih grana, a sam se postupak obično sastoji od: analize izvješća o samoanalizi, obilaska učilišta i izrade izvješća s vrednovanja“ (Pojmovnik Agencije za znanost i visoko obrazovanje, 2021). Vanjsko vrednovanje sadrži stručnu procjenu o relevantnim područjima rada škola: upravljanju školom, ljudskim i materijalnim resursima, ključnim procesima, kvaliteti samovrednovanja i planiranja razvoja, kvaliteti nastave i podršci učenicima, kao i o rezultatima i ishodima te postignućima učenika i ostvarivanju odgojno-obrazovnih ciljeva (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Vanjsko vrednovanje je potrebno prosvjetnim vlastima i stručnjacima koji su zaduženi za promjene nastavnih kurikuluma, odnosno promjene nekih sastavnica kurikuluma. Ovu vrstu vrednovanja organiziraju stručnjaci koji nisu zaposleni u školi. Najčešće su to savjetnici državnih ustanova za nadzor i kontrolu rada škola te neovisni znanstveni instituti ili međunarodne ustanove i organizacije za odgoj, obrazovanje ili školstvo (npr. UNSECO,

OECD). Ove institucije i organizacije provode posebne projekte da bi sustavno pratili i vrednovali rezultate djelovanja škola i školskih sustava (npr. Projekt PISA, državna matura) (Matijević, 2004). Vanjsko vrednovanje se odnosi na ocjene subjekata izvan škole o vrijednosti određene škole. U Republici Hrvatskoj vanjskim vrednovanjem bavi se prvenstveno Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja (NCVVO).

### 2.2.2. *Formativno, sumativno i dijagnostičko vrednovanje*

S obzirom na svrhu vrednovanja razlikujemo formativno vrednovanje, sumativno vrednovanje i dijagnostičko vrednovanje (Matijević, 2004).

„Formativno vrednovanje ili vrednovanje za učenje proces je koji se odvija kontinuirano tijekom poučavanja i učenja, a učenicima i učiteljima daje povratnu informaciju o tome kako prevladati raskorak između postavljenih ciljeva učenja i naučenog“ (Brajković, 2019, str. 8, prema Heritage 2010). Dakle, formativno vrednovanje služi i učiteljima i učenicima. Učiteljima omogućuje lakše otkrivanje stilova učenikova učenja, njegova znanja, uvjerenja, motivacije, interesa i slično, a sve to pomaže u lakšem planiranju efikasnijih strategija poučavanja u nastavi. Učenicima se daje jasna poruka i omogućuje im se preuzimanje odgovornosti za vlastito učenje. Ono se ne ocjenjuje (Brajković, 2019). To je vrednovanje kojemu je cilj poboljšati uspješno učenje učenika i usmjereno je na pronalaženje grešaka, poteškoća ili manjkavosti u učeničkom radu i pruža savjete i podatke kako bi se rad u budućnosti poboljšao (Kyriacou, 2001). Obilježja formativnog vrednovanja su:

- zahtijeva od učenika preuzimanje odgovornosti za vlastito učenje
- jasno definira specifične ciljeve, očekivanja učenja
- usredotočeno je na ishode obrazovanja koji su vrijedni jer su primjenjivi i izvan konteksta učenja
- identificira trenutna znanja ili vještine učenika te korake potrebne za postizanje željenih ciljeva učenja
- podrazumijeva i planiranje postizanja željenih rezultata
- potiče učenike na samostalno praćenje napretka prema ciljevima učenja
- daje primjere ciljeva učenja uključujući, kad je to relevantno, kriterije vrednovanja ili rubrike koje se upotrebljavaju za vrednovanje, a kasnije i za ocjenjivanje rada učenika
- kontinuirano je, što uključuje i samoprocjenu i procjenu drugih učenika unutar aktivnosti učenja

- uključuje povratne informacije koje nisu evaluacijske, već specifične, pravovremene i povezane s ciljevima učenja i koje učenicima omogućuju poboljšanje rada
- promiče razvoj metakognicije i promišljanje učenika o svom radu (Brajković i Žokalj, 2021).

„Formativno vrednovanje ne zamjenjuje sumativno, ono daje mogućnost vrednovanja učeničkih postignuća bez negativnih posljedica ocjenjivanja“ (Brajković, 2019, str. 9). Zahvaljujući formativnom vrednovanju, učitelji lakše prilagođavaju poučavanje potrebama svakog učenika i učenicima lakše ukazuju na dodatne strategije učenja koje im mogu pomoći pri učenju. Česta je zabluda da je formativno vrednovanje učestalo vrednovanje učenika kratkim ispitima znanja. Ono se odvija tijekom samog poučavanja pa ti učestali ispiti znanja nemaju smisla (Brajković, 2019).

Za razliku od formativnog vrednovanja koje je usmjereno na sadašnjost radi osiguranja bolje budućnosti sudionika obrazovnog procesa, drukčija je svrha sumativnog vrednovanja. Ono služi ustanovljivanju i širenju razmjerno konačnih i obuhvatnih, tj. sumirajućih prosudbi o učinkovitosti pojedinih sudionika i elemenata odgojno-obrazovnog sustava, tj. od pojedinih učenika i nastavnika do čitavog sustava (Mužić i Vrgoč, 2005). Odvija se na kraju usvajanja sadržaja neke tematske cjeline, nastavnog sata ili obrazovnog razdoblja primjenom testova, kontrolnih zadataka, ispita znanja i usmenih ispitivanja. Takva se procjena uobičajeno izražava brožčanom ocjenom ili nekom drugom evaluacijom učenikova rada (Brajković, 2019). Osnovni zadatak sumativnog vrednovanja je dobivanje dokumenta (svjedodžba, diploma) i time ostvarivanje prava, odnosno mogućnost prelaska na sljedeći stupanj obrazovanja ili sljedeći razred (Mužić i Vrgoč, 2005). Ovisno o zadacima nastave i sadržaju učenja za ovu se evaluaciju primjenjuju određene tehnike i postupci, kao što su testiranje, skale sudova, procjena određenih konkretnih proizvoda, zatim procjena crteža, referata o istraživanjima i sl. (Matijević, 2004). Sumativno vrednovanje ne omogućuje učeniku poboljšanje učenja niti ga potiče na postizanje sljedeće razine razvoja. Ako učenici dobiju lošu ocjenu, učitelji će im omogućiti tzv. ispravak ocjene, ali ako dobiju odličnu ocjenu, učitelji rijetko pomažu učenicima da jednom ocijenjeno znanje ili sposobnosti prošire, podignu na novi stupanj ili ih iskoriste za stjecanje novih znanja (Brajković i Žokalj, 2021).

Dijagnostičko vrednovanje se preklapa s formativnim vrednovanjem, ali precizno određuje poteškoće u učenju ili probleme (Kyriacou, 2001). Određenim testovima mogu se odrediti pojedine potrebe i povezati s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (Kyriacou, 2001). Ono se provodi prije samog poučavanja neke tematske cjeline ili nekog obrazovnog



razdoblja. Odnosi se na primjenu svih metoda kojima učitelj nastoji otkriti predznanje učenika, vještine koje već posjeduju, interese i stilove učenja u svrhu boljeg planiranja poučavanja nastavne cjeline koja slijedi. Razlika između dijagnostičkog i formativnog vrednovanja jest u tome što se dijagnostičko vrednovanje odvija prije poučavanja, a formativno vrednovanje tijekom poučavanja i neodvojivi je dio nastave. Metode kojima se može koristiti za dijagnostičko vrednovanje iste su one kojima se koristi i u formativnom vrednovanju (Brajković, 2019). Ako učenik kontinuirano zaostaje u razvoju sposobnosti čitanja ili računanja, učitelj će ustanoviti uzroke teškoća i zaostajanja te izraditi plan aktivnosti za pružanje pomoći tom učeniku (Matijević, 2014). Rezultati takvog vrednovanja se ne ocjenjuju i ne evaluiraju ni na koji način, već se u planiranju nastave uvažavaju znanja, interesi ili različiti stilovi učenja. Različitim metodama kojima se koristimo u dijagnostičkom vrednovanju potičemo učenike da se prisjete vlastitih znanja koja već imaju i da razmišljaju o planiranoj cjelini kako bismo im olakšali učenje (Brajković i Žokalj, 2021).

Ove tri vrste vrednovanja preklapaju se i povezuju s pristupima vrednovanju iz Pravilnika o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (2019) koji će biti opisani u sljedećem poglavlju.

### *2.3. Pristupi vrednovanju prema hrvatskim obrazovnim dokumentima*

Prema Pravilniku o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (2019) razlikujemo tri osnovna pristupa vrednovanju: vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje i vrednovanje naučenoga.

*Vrednovanje za učenje* odvija se tijekom učenja i poučavanja. Odnosi se na proces prikupljanja informacija i dokaza o procesu učenja te na interpretacije tih informacija i dokaza kako bi učenici unaprijedili proces učenja, a učitelji poučavanje. Vrednovanjem za učenje primjenom različitih metoda učenicima se pruža mogućnost da tijekom procesa učenja steknu uvid u to kako mogu unaprijediti svoje učenje da bi ostvarili ciljeve učenja, čime se naglasak stavlja na sam proces učenja. Primjena vrednovanja za učenje i učenicima i učiteljima pruža informaciju o razini usvojenosti znanja, vještina i stavova u odnosu na kurikulumom postavljene odgojno-obrazovne ishode, kao i na smjernice za poboljšanje procesa učenja i poučavanja tijekom samoga odgojno-obrazovnog procesa. Budući da se informacije dobivene vrednovanjem za učenje uvijek primjenjuju za usmjeravanje i poboljšavanje učenja i

poučavanja, ono je istovremeno i formativno (Okvir za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016).

*Vrednovanje kao učenje* temelji se na ideji da učenici vrednovanjem uče. Ono podrazumijeva aktivno uključivanje učenika u proces vrednovanja uz podršku učitelja kako bi se maksimalno poticao razvoj učenikova samostalnog i samoreguliranog pristupa učenju. Učenici s razvijenom vještinom samoregulacije, čiji je važan aspekt upravo samovrednovanje, uspješno postavljaju specifične i dostižne ciljeve učenja, odabiru primjerene pristupe i strategije učenja te aktivno nadgledaju i reguliraju kognitivne, emocionalne, motivacijske i ponašajne aspekte učenja radi njegova poboljšanja. Samovrednovanje kao metakognitivni proces osvješćivanja i razmišljanja o vlastitome procesu učenja može se poticati i poučavati na svim razinama i u svim područjima učenja na učenicima primjeren način (Okvir za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016).

*Vrednovanje naučenoga* jest sumativno vrednovanje kojemu je svrha procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda nakon određenoga (kraćega ili dužega) razdoblja učenja i poučavanja. Njime se sažimaju informacije o tome što učenik zna i može učiniti u određenoj vremenskoj točki kako bi se dokumentiralo i izvijestilo o njegovim postignućima i napredovanju. U tu se svrhu vrednovanje naučenoga uglavnom koristi ocjenama ili nekom drugom sumativnom procjenom naučenoga (Okvir za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016).

#### 2.4. Metode vrednovanja

Razlikujemo dvije metode vrednovanja, tradicionalne i alternativne metode vrednovanja (Brajković, 2019).

Tradicionalni i najčešći način vrednovanja učenikova postignuća usmjeren je na kognitivno područje (znanja, shvaćanja i primjena), dok je afektivno i psihomotoričko područje, osim u specifičnim predmetima, zanemareno i nije u funkciji optimalnog učenikovog razvoja (Kadum-Bošnjak, 2013). Tradicionalne su metode vrednovanja testovi, usmeno ispitivanje, petominutni testovi, provjere pismenih zadaća i slično (Brajković, 2019). Slabosti tradicionalnog načina vrednovanja očituje se u sljedećem: prenaplašen autoritet učitelja, jak i presudan utjecaj subjektivnih činitelja, prisila i kažnjavanje slabim ocjenama, prva ocjena nerijetko ostaje i zaključna, imaju različite kriterije i o istim pitanjima imaju različite stavove,

prvim ocjenama je učenik „obilježen“ te ocjena nije kontinuirani proces provjeravanja (Kadum-Bošnjak, 2013).

Alternativne metode vrednovanja uključuju učeničke mape, listu samoprocjena, procjenu od strane drugih učenika i druge. Pod alternativne metode zapravo možemo uključiti već spomenuto vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje (Brajković, 2019). Samovrednovanje je proces koji vrednuje sposobnost učenika da valjano i pouzdano procjeni svoje učenje. Uvježbavanjem nadzora nad svojim učenjem i analizirajući ga u odnosu na očekivane rezultate učenik razvija vještine koje mu osiguravaju stalne i vjerodostojne interpretacije učenja (Rajić, 2013, prema Earl i Katz, 2006). Vršnjačka evaluacija može se promatrati kao aktivnost učenja, odnosno vrednovanje kao učenje koja istovremeno ocjenjuje ishode učenja (Rajić, 2013, prema Freeman, 1995). Pod ovim pojmom smatra se da učenici ocjenjuju uratke i ishode učenja drugih učenika s obzirom na unaprijed odgovorene kriterije (Rajić, 2013, prema van den Berg, Admiraal i Pilot 2006). Portfolio je mapa učeničkih radova u koju učenici skupljaju svoje uratke i različite radove u jednu mapu. Na početku školske godine učenici i učitelji dogovaraju se o tehnicama čuvanja rezultata svojih individualnih aktivnosti i o načinu primjene, odnosno krajnjoj svrsi tih aktivnosti, Prikupljaju se rezultati pisanja, crtanja i praktičnih radova. Sakupljeni radovi znakovito i autentično reprezentiraju učenikove aktivnosti i rezultate. Oni omogućuju temeljitiji uvid u učenikove sposobnosti i nedostatke te regulaciju procesa učenja i poučavanja. Mapa je i važno sredstvo u ostvarivanju optimalne individualizacije učenja (Matijević, 2004).

Pri izboru metoda vrednovanja treba imati na umu tri kriterija: valjanost, pouzdanost i ravnopravnost. Valjanost se odnosi na to omogućuje li odabrana metoda da doista dobijemo informacije koje želimo dobiti. Pouzdanost se odnosi na to daje li neka metoda istu informaciju ako bismo je više puta upotrijebili u radu s istim učenicima. Ravnopravnost se odnosi na to omogućuje li odabrana metoda svim učenicima, bez obzira na njihove eventualne razvojne teškoće, kulturološke razlike ili socioekonomski status, da demonstriraju što znaju i mogu (Brajković i Žokalj, 2021). Osim što se za svu djecu ne trebamo koristiti istim metodama istodobno, metode vrednovanja moguće je, a ponekad i nužno, prilagođavati pojedinoj djeci (Brajković i Žokalj, 2021). Metode vrednovanja moguće je prilagoditi:

- s obzirom na vrijeme, npr. dulje vrijeme primjene metoda vrednovanja, vrednovanje u sekvencama tijekom tjedna, izbor vremena – kad će se provesti metoda vrednovanja
- s obzirom na okruženje, npr. pomoć asistenta u čitanju i ispunjavanju, osiguravanje tišine u radu

- s obzirom na format, npr. koristiti se slikovnim materijalom, povećati font slova, prevesti na prvi jezik djeteta, koristiti se tehnologijom (Brajković i Žokalj, 2021).

Umjesto da se usmjerava na to jesu li neke metode *nove* ili *stare* trebalo bi ih birati u odnosu na svrhu koja se njihovom primjenom želi postići. Vrednuje li se formativno, treba razmisliti upotrebljava li se doista određena metoda kako bi se otkrio raskorak između učenikova učenja i cilja učenja ili se njome samo procjenjuje učenikovo znanje (sumativno vrednovanje). Nije metoda vrednovanja ono što vrednovanje čini formativnim, već činjenica jesu li se rezultati vrednovanja koristili kako bi se unaprijedilo učenje učenika (Brajković, 2019). Tradicionalne i alternativne metode su podjednako korisne i treba ih primjenjivati, samo učitelj treba biti kompetentan i znati koja metoda je prikladna u kojem trenutku i kod koje vrste vrednovanja.

### 3. Matematička kompetencija

Kao što smo mogli vidjeti u prethodnom poglavlju, vrednovanje je složen i zahtjevan proces koji iziskuje izrazito visoku kompetentnost učitelja. Stoga će u ovom poglavlju biti predstavljene ključne kompetencije koje odlikuju kvalitetnog učitelja s naglaskom na matematičkoj kompetenciji. Pomnije će se proučiti koje to kompetencije čine stručnog učitelja matematike te koje kompetencije učenici trebaju steći.

#### 3.1. Kompetencije

U današnje vrijeme, pojam kompetencije se sve češće pojavljuje u svim granama i zanimanjima pa tako i u obrazovanju. Što je to zapravo kompetencija i što znači biti kompetentan? Prema pojmovniku Agencije za znanost i visoko obrazovanje (2021) kompetencije predstavljaju dinamičnu kombinaciju kognitivnih i metakognitivnih vještina, znanja i razumijevanja, međuljudskih, intelektualnih i praktičnih vještina te etičkih vrijednosti. Razvoj tih kompetencija cilj je svakoga obrazovnog programa. Kompetencije se razvijaju u svim programskim jedinicama i utvrđuju u različitim stupnjevima programa. Neke su kompetencije područno specifične (svojsvene određenoj disciplini), dok su druge generičke (zajedničke svim programima). Uobičajeno je da se razvoj kompetencija odvija ciklički i na integriran način tijekom cijelog programa.

U hrvatskoj pedagoškoj literaturi pojam kompetencija definiran je kao osobna sposobnost da se čini, izvodi, upravlja ili djeluje na razini određenog znanja, umijeća i sposobnosti, što osoba može dokazati na formalni i neformalni način (Ćatić, 2012, prema Mijatović, 2000).

Weinert (2001) navodi da kompetencije predstavljaju dostupne ili naučene kognitivne vještine i sposobnosti koje se upotrebljavaju za uspješno i odgovorno rješavanje određenih problema i s time povezanih motivacijskih, voljnih i socijalnih spremnosti i sposobnosti za rješavanje problema u nepredviđenim okolnostima.

Nadalje, pojam kompetencija povezan je s mogućnošću izvršavanja zadataka u sve složenijim poslovnim okruženjima, koja karakteriziraju slabo definirani problemi, kontradiktorne informacije, neformalna suradnja te apstraktni, dinamični i visoko integrirani procesi. Kompetencije, kao pojam koji osim znanja, vještina i stavova obuhvaća i sposobnost njihova aktiviranja te učinkovitog iskorištavanja u određenoj situaciji, postaju veoma privlačne

i edukatorima i poslodavcima jer ih je lako identificirati sa sposobnostima, kvalifikacijama i stručnošću. Kompetencije su stoga široko prihvaćene u međunarodnoj i domaćoj obrazovnoj politici te odgojnim i obrazovnim znanostima. Postale su novi standard za izradu kurikuluma i programa za osposobljavanje i stručno usavršavanje (Ćatić, 2012).

Jurčić (2012) opisuje kompetenciju kao sposobnost pojedinca za uspješno rješavanje individualnih ili socijalnih zahtjeva ili za uspješnu izvedbu aktivnosti ili zadaće (prema Rychen, 2003). Kompetentnost se može opisati i kao sposobnost učinkovitoga djelovanja u brojnim situacijama, temelji se na stečenom znanju, ali nije ograničena tim znanjem (Jurčić, 2012, prema Perrenoud, 2002). Kompetencije su i kombinacija znanja, vještina, stajališta, osobnih karakteristika koje omogućuju pojedincu aktivno sudjelovanje u nekoj situaciji te analiziranje i interpretiranje te situacije. (Jurčić, 2012, prema Hrvatić, 2007). Svaki pojedinac treba imati znanja, vještine i stajališta radi samoostvarenja na radnom mjestu i daljega razvoja. Što je ljudski rad složeniji, zahtjevniji i odgovorniji to je potrebno više kompetencija (Jurčić, 2012).

Europski parlament navodi osam ključnih kompetencija koncepta cjeloživotnoga učenja, a to su: komunikacija na materinjem jeziku, komunikacija na stranim jezicima, matematička kompetencija i osnovne kompetencije u prirodoslovlju i tehnologiji, digitalna kompetencija, učiti kako učiti, socijalna i građanska kompetencija, inicijativnost i poduzetnost, kulturna svijest i izražavanje u području kulture (Preporuka Europskog parlamenta i savjeta o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje, 2006).

Svaki posao iziskuje određenu vrstu kompetencije. Učiteljski posao je izuzetno odgovoran i složen pa iziskuje cijeli niz kompetencija među koje spadaju određene matematičke i pedagoške kompetencije.

### *3.2. Učiteljske kompetencije*

Kao što je već spomenuto, posao učitelja je doista zahtjevan i odgovoran te su mu s toga potrebne višebrojne kompetencije koje se razvijaju u početnoj izobrazbi i dalje profesionalnim usavršavanjem temeljenim na načelima cjeloživotnog obrazovanja koje obuhvaća formalno i neformalno učenje. Sadržaji početnoga obrazovanja i daljega stručnog razvoja trebaju se temeljiti na interdisciplinarnosti i suradničkom poučavanju, koje će omogućiti stjecanje kompetencija važnih za rad u kulturno-pluralnoj Europi (Jurčić, 2012, prema Hrvatić i Piršl, 2007).

U ovom kontekstu nameće nam se pitanje: Što podrazumijeva obrazovanje utemeljeno na kompetencijama? Kompetencijski usmjereno obrazovanje podrazumijeva osposobljavanje učenika za dinamičku kombinaciju znanja, vještina, sposobnosti i stavova u specifičnome obrazovnom području, odnosno predmetu. Kompetencijski usmjereno obrazovanje treba odgovoriti na pitanja kao što su: Što učenik treba naučiti, odnosno znati? Koje izvore treba poznavati? Koja su mu temeljna uvjerenja i stavovi? Što je sposoban učiniti? Koje i kakve su mu glavne sklonosti? Koje je vještine razvio i stekao? Za kakvo je okruženje osposobljen djelovati? (Barić, Mandarić i Razum, 2019).

Prema Jurčiću (2012) važna pretpostavka za uspješan rad učitelja je njegova pedagoška kompetentnost u pet područja: 1. područje metodologije izgradnje kurikuluma nastave; 2. područje organizacije i vođenje odgojno-obrazovnoga procesa; 3. područje oblikovanja razrednog ozračja; 4. područje utvrđivanja učenikova postignuća u školi; 5. područje izgradnje modela odgojnoga partnerstva s roditeljima. Također, kompetentnost učitelja nastaje dinamičkim integriranjem znanja, sposobnosti i vrijednosti.

Kyriacou (2001) navodi 4 standarda koja se očekuju od netom završenih osnovnoškolskih i srednjoškolskih nastavnika: 1. znanje i razumijevanje; 2. planiranje, poučavanje i upravljanje nastavom; 3. praćenje, ocjenjivanje, bilježenje, izvještavanje i odgovornost; 4. drugi profesionalni standardi.

Temeljni europski dokumenti koji utvrđuju specifične kompetencije koje učitelji trebaju razvijati su:

- Common European Principles for Teacher Competences and Qualifications (Europska komisija, 2005)
- Tuning educational structures in Europe: Summary of Outcomes – Education (2005)
- Teacher Education in Europe: An ETUCE Policy Paper (2008).

U dokumentu „Common European Principles for Teacher Competences and Qualifications“ (European komisija, 2005) navode se sljedeće učiteljske kompetencije: znanja specifičnoga predmeta, znanja pedagogije, vještine i kompetencije potrebne za vođenje učenika te razumijevanje društvenoga i kulturološkoga značenja obrazovanja. U dokumentu se dalje navode tri ključne kompetencije učitelja. Učitelji bi morali biti osposobljeni za:

- rad s informacijama, tehnologijom i znanjem;
- rad s ljudima - učenicima, suradnicima i ostalim partnerima u obrazovanju;

- rad u društvu i s društvom, na lokalnoj, regionalnoj, nacionalnoj, europskoj i široj globalnoj razini (Lončarić i Pejić Papak, 2009).

U dokumentu „Tuning Educational Structures in Europe: Summary of Outcomes – Education“ (2005) su navedene sljedeće specifične kompetencije za učitelje: 1. Posvećenost poticanju postignuća i napretka učenika; 2. Kompetencija u razvoju i poticanju strategija učenja; 3. Kompetencija u savjetovanju učenika i roditelja; 4. Znanje iz predmeta i područja koje poučava; 5. Sposobnost efektivne komunikacije s pojedincima i grupama; 6. Sposobnost kreiranja klime poticajne za učenje; 7. Sposobnost primjene naučenog; 8. Sposobnost efektivnog upravljanja vremenom; 9. Sposobnost analize i samoevaluacije vlastitog rada; 10. Svjesnost o potrebi kontinuiranog profesionalnog razvoja; 11. Sposobnost procjene ishoda učenja i učenikovih postignuća; 12. Kompetencija suradničkog rješavanja problema; 13. Sposobnost reagiranja na različite potrebe učenika; 14. Sposobnost poboljšanja okoline za poučavanje i učenje; 15. Sposobnost prilagodbe kurikuluma specifičnom kontekstu obrazovanja.

Teacher Education in Europe: An ETUCE Policy Paper (2008) navodi popis kompetencija koje učiteljski studiji trebaju razvijati kod svojih studenata. U predmetima trebaju biti zastupljena područja teorije obrazovanja, pedagogije, metode rada u razredu, razvojne psihologije te pravnih pitanja u obrazovanju. Dokument ističe da školska praksa mora biti integrirana u program te da kod studenata treba pojačati kompetencije iz područja znanstvenoga istraživanja. Tome treba pridodati znanja iz pojedinih područja kurikuluma. Programe je poželjno obogatiti i novim područjima kao što je obrazovanje za multikulturalnost i primjenu informacijsko komunikacijske tehnologije.

Europska komisija (2010) podijelila je učiteljske kompetencije u pet kategorija. Te kompetencije učiteljima su nužne kako bi se mogli nositi s novim zahtjevima u obrazovanju. Prema tom dokumentu kompetencije koje učitelji trebaju posjedovati su:

- osposobljenost za nove načine rada i primjenu odgovarajućih pristupa s obzirom na socijalnu, kulturnu i etničku različitost učenika te organiziranje optimalnoga i motivirajućega okruženja koje će olakšati i poticati proces učenja te za timski rad s drugim učiteljima i suradnicima u odgojno-obrazovnom procesu;
- osposobljenost za nove radne zadatke izvan razreda, u školi i sa socijalnim partnerima;
- osposobljenost za razvijanje novih kompetencija i znanja kod učenika: razvijanje osposobljenosti učenika za cjeloživotno učenje;



- razvijanje vlastite profesionalnosti;
- primjenu informacijsko-komunikacijske tehnologije u situacijama formalnoga učenja.

Ozbiljniji napredak i razvoj škole u pogledu krajnjeg ishoda odgoja i obrazovanja učenika temelji se, prije svega, na kompetencijama učitelja. Ove činjenice trebaju biti svjesni svi učitelji u sustavu odgoja i obrazovanja. S toga učitelj treba konstantno unaprjeđivati svoj rad i razvijati svoje kompetencije. Bez dovoljne samosvijesti o vlastitim kompetencijama učitelj svoju praksu često promatra, ali i ostvaruje kao rutinu, kao djelovanje po navici, što je daleko od stručno-znanstvenog shvaćanja prakse koju treba promatrati kao kompetentno djelovanje (Jurčić, 2012).

### *3.3. Matematičke kompetencije učitelja i učenika*

Matematička kompetencija je sposobnost razvijanja i primjene matematičkog mišljenja u cilju rješavanja niza problema u svakodnevnim situacijama. Oslanjajući se na dobro savladano računanje, naglasak se stavlja na rasuđivanje i aktivnosti isto kao i na znanje. Matematička kompetencija uključuje, u različitim stupnjevima, sposobnost i volju korištenja matematičkog načina mišljenja (logičko i prostorno razmišljanje) i izražavanja (formulama, modelima, konstrukcijama, grafikonima, dijagramima) (Preporuka Europskog parlamenta i savjeta o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje, 2006). U skladu s time, hrvatski Nacionalni okvirni kurikulum (2010) matematičku kompetenciju opisuje kao osposobljenost učenika za razvijanje i primjenu matematičkog mišljenja u rješavanju problema u različitim svakodnevnim situacijama.

Prema Common European Principles for Teacher Competences and Qualifications (Europska komisija, 2005) matematička kompetencija je jedna je od temeljnih kompetencija za cjeloživotno obrazovanje. S toga i sama nastava matematike treba biti dobro i kvalitetno osmišljena. Učitelji trebaju biti kompetentni i raspolagati širokim znanjem, vještinama i sposobnostima. Tu se posebno ističu učitelji razredne nastave koji učenike poučavaju osnovama matematike te matematičkog jezika i uvode ih u svijet matematike u vrlo važnom periodu za razvoj djetetovog logičkog mišljenja i zaključivanja.

Prema Ballu, Lubienskom i Mewbornu (2001) znanja potrebna za poučavanje matematike su: znanja matematike u okvirima školskog kurikuluma, znanja matematike korištena u poučavanju koja izlaze izvan okvira školskog kurikuluma, znanja o učenicima i njihovim specifičnostima relevantnima za matematičko obrazovanje te kombinacija znanja o

poučavanju i znanju o matematici. Leou (1998) predlaže model koji postavlja četiri kategorije koje određuju nastavnikove kompetencije za poučavanje matematike, a to su: umijeća poučavanja, materijalna organizacija i prezentacija, okolina (atmosfera) za učenje stvorena između nastavnika i učenika te nastavnički stavovi ili uvjerenja o matematici. Horvat (2019) navodi da su opće kompetencije nastavnika matematike: rješavanje problema, argumentiranje, komuniciranje, modeliranje i matematičko reprezentiranje sadržaja. Isti autor navodi i specifične kompetencije nastavnika matematike koje se odnose na vještine i znanja matematičkih sadržaja, a to su: brojevi i aritmetika, algebra i funkcije, geometrija, veličine i mjerenje, podatci, vjerojatnost i statistika (Horvat, 2019). Spomenute učiteljske kompetencije za poučavanje matematike čine temelj za učeničke matematičke kompetencije.

U projektu PISA definirano je osam kategorija matematičkih kompetencija učenika koje trebaju doseći do kraja obveznog obrazovanja. Te matematičke kompetencije su: Matematičko mišljenje i zaključivanje; Argumentiranje; Komunikacija; Modeliranje; Postavljanje i rješavanje problema; Prikazivanje; Korištenje simboličkog, formalnog i tehničkog jezika i operacija; Korištenja pomagala i alata (OECD, 2013). Rezultati međunarodnih istraživanja, Programme for International Student Assessment (PISA) ukazuje na ispodprosječne rezultate hrvatskih učenika u matematičkoj pismenosti, a u Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ukazuje na iznadprosječne rezultate hrvatskih učenika u matematičkoj pismenosti. Rezultati u PISA istraživanju ukazali su na nedovoljno razvijene matematičke kompetencije naših učenika, a najlošije rezultate su pokazali u domeni primjene znanja. Upravo je primjena znanja jedna od najvažnijih matematičkih kompetencija u suvremenom matematičkom obrazovanju. Suvremeni standardi matematičkih kompetencija težište učenja i poučavanja na svim razinama matematičkog obrazovanja stavljaju na rješavanje problema, razmišljanje, povezivanje i komunikaciju matematičkim spoznajama u pisanoj i usmenoj formi (Mišurac, 2014).

Američka udruga nastavnika matematike The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) uvodi suvremene standarde matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike: rješavanje problema, razmišljanje, zaključivanje i dokazivanje, komunikacija, povezivanje i reprezentacija. Rješavanje problema jedna je od najvažnijih kompetencija matematičkog obrazovanja. Sastoji se od analiziranja zadatka te traženja najbolje strategije koja dovodi do rješenja. Učitelji trebaju pronalaziti i birati problemske zadatke iz stvarnog života kako bi učenici razvili svoja matematička znanja i vještine. NCTM je postavio standarde za dostizanje matematičke kompetencije za rješavanje problema na svim razinama

obrazovanja, a to su: rješavanje problema koji se pojavljuju u nastavi matematike i svakodnevnim životnim situacijama; izgradnja novog matematičkog znanja kroz rješavanje problema; primjena i adaptacija raznolikih i svrsishodnih strategija za rješavanje problema; praćenje i promišljanje o cjelokupnom procesu rješavanja problema (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014). Razmišljanje, zaključivanje i dokazivanje procesi su koji se trebaju poticati. Razine kompetencija koje učenici na svim razinama iz tog standarda trebaju postići su: prepoznati razmišljanje, zaključivanje i dokazivanje kao temeljne aspekte matematike; odabirati i upotrebljavati različite načine razmišljanja i metode dokazivanja; razvijati i procjenjivati matematičke argumente i dokaze; stvarati i testirati matematičke pretpostavke (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014). Komunikacija je iznimno važna u matematičkom obrazovanju zato što omogućava prenošenje matematičkih spoznaja i razmjenu ideja. Kompetencija za služenje matematičkom komunikacijom podrazumijeva: organizirati i učvrstiti matematičko mišljenje kroz komunikaciju; biti sposoban izražavati drugim osobama svoje matematičko mišljenje cjelovito i jasno; biti sposoban analizirati i evaluirati svoje i tuđe matematičko razmišljanje i strategije; koristiti matematički jezik za precizno izražavanje matematičkih spoznaja (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014). Kroz komunikaciju se uči, proširuju se matematička znanja, razmjenjuju ideje i strategije. Od velike je važnosti povezivanje novih sadržaja i procesa s prethodnima te njihovo povezivanje sa stvarnim problemima i životnim situacijama. Povezivanje u nastavi matematike iznimno je važno na svim razinama obrazovanja i kod povezivanja u nastavi matematike treba razvijati sljedeće kompetencije: prepoznavanje, uspostavljanje i upotrebljavanje veza između različitih matematičkih spoznaja; razumijevanje međupovezanosti matematičkih spoznaja i nadograđivanje tog razumijevanja kako bi se dobila koherentna cjelina; prepoznavanje i primjenjivanje matematike u kontekstima svakodnevnih životnih situacija (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014). U nastavi matematike važna je i reprezentacija te se na svim razinama matematičkog obrazovanja učenike želi potaknuti da: kreiraju reprezentaciju za organiziranje, bilježenje komuniciranje matematičkim spoznajama; odabiru, primjenjuju i tumače različite načine prikazivanja u rješavanju problema; primjenjuju reprezentiranje za oblikovanje i interpretiranje matematičkih problema. (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014).

Svaki učitelj, pa tako i učitelj matematike, ima isti cilj: osigurati najveću moguću kvalitetu nastave koja će učenicima omogućiti otkrivanje koncepata, procedura i vještina koje će im pomoći da postupno razviju matematičku kompetenciju. U tom procesu razvijanja

matematičke kompetencije učenika važnu ulogu, između ostaloga, ima i vrednovanje u nastavi matematike. Ono će detaljnije biti opisano u sljedećem poglavlju.

## 4. Vrednovanje u nastavi matematike

Osnovni zadatak nastave, kao organizirane djelatnosti od posebnog društvenog značenja, jest realizacija određenih društvenih zahtjeva pa je stoga nastava podvrgnuta društvenom prosuđivanju i vrednovanju (Kadum i Kadum, 2019, prema Kadum-Bošnjak, Cotič i Felda, 2014; Švajcer, 1987). U nastavi matematike tri su važna načela vrednovanja:

- Vrednovanje treba odražavati najbitnije dijelove/aspekte matematike koje učenici trebaju naučiti;
- Vrednovanje treba unaprijediti učenje i poučavanje;
- Vrednovanje treba svakom učeniku dati priliku da nauči važne dijelove/aspekte matematike (Bass, 1993).

Vrednovanje u hrvatskom sustavu odgoja i obrazovanja u najvećoj se mjeri u prošlosti svodilo na sumativno vrednovanje, odnosno vrednovanje naučenoga nakon određene cjeline i gotovo uvijek rezultira ocjenom. Ocjenjivanje se najčešće svodilo na brojčano, a izvještavanje je uglavnom u pravilu svedeno na komunikaciju o razini postignuća iskazanog pukom ocjenom. U usporedbi s razvijenim obrazovnim sustavima, nedostaje formativnih oblika vrednovanja i sustavnog praćenja učenika različitim oblicima vrednovanja koji su usmjereni dijagnosticiranju nedostataka i izazova u učenju te prije svega služe modificiranju učenja te ne rezultiraju nužno ocjenom. Nepostojanje jasnih kriterija i željene razine objektivnosti u vrednovanju i ocjenjivanju te poticanje negativnih obrazaca motivacije i učenja kod učenika ističu se kao nedostaci ovog dijela sustava (Strategija obrazovanja, znanosti i tehnologije, 2014).

### 4.1. *Formativno vrednovanje u nastavi matematike*

U prethodnom poglavlju o vrednovanju objašnjeno je kakvo je to formativno vrednovanje i što mu je cilj, a u ovom poglavlju biti će pojašnjeno kako formativno vrednovanje implementirati u nastavu matematike te kako se ono reflektira na nastavu matematike. Kod ocjenjivanja u nastavi matematike javljaju se tri problema: tradicionalna vrednovanja ne daju učenicima savjet kako njihov rad ili razumijevanje može biti poboljšano; naglašavaju kompetitivnost, a ne osobno napredovanje; negativan utjecaj povratne informacije demotivira učenike sa slabim postignućima te ne postavlja izazov onima s visokim postignućima (Black, Harrison, Lee, Marshall i Wiliam, 2002). Stoga dolazi do potrebe za formativnim vrednovanjem odnosno vrednovanjem za učenje u nastavi matematike. Formativno vrednovanje u nastavi matematike ostvaruje se razgovorom, postavljanjem pitanja, formativnim zadacima i

aktivnostima, pojedinačnim komentarima, kolegijalnim vrednovanjem i samovrednovanjem te formativnim korištenjem sumativnog testa (Hodgen i Wiliam, 2006). Komunikacija je usmjerena od učitelja prema učeniku, od učenika prema učitelju i od učenika prema učeniku (Hodgen i Wiliam, 2006). Principi formativnog vrednovanja u nastavi matematike su sljedeći:

- Polazi se iz pozicije učenika;
- Učenik treba biti aktivan u procesu;
- Učenici trebaju razgovarati o svojim idejama;
- Učenici trebaju razumjeti svrhu učenja (kriteriji uspjeha) i svoje vlastite pozicije u donosu na te kriterije;
- Povratna informacija bi trebala učenicima govoriti kako da poboljšaju svoje znanje (Hodgen i Wiliam, 2006).

#### 4.1.1. Matematički razgovor

Jedan od načina ostvarivanja formativnog vrednovanja u nastavi matematike je dijalog u učionici, odnosno matematički razgovor i razgovor o matematici gdje se učenici imaju priliku izraziti, raspravljati i prosuđivati o idejama, argumentirati i razuvjeravati. Učitelj treba kreirati aktivnosti koje potiču na razmišljanje i diskusiju, poticati učenika na razgovor kroz postavljanje pitanja i slušanje, poticanje svih učenika na sudjelovanje u diskusiji, poticati kolegijalnu diskusiju među učenicima te sadržajnu i otvorenu diskusiju na razini cijelog razreda. Npr. to se može ostvariti tako da učitelj zada problem u kojem „očiti“ odgovor nije točan, tako da učitelj brani pogrešan odgovor (Kako znaš da zadatak nema rješenja?), poticanjem diskusije oko nekih „jednostavnih“ zatvorenih pitanja (Jesu li svi kvadrati pravokutnici?), zadavanjem problema s više rješenja, ili bez rješenja te korištenje onoga što znamo o učeničkom razumijevanju matematičkih koncepata (Jesam li dobro složio brojeve po veličini: 9, 25, 52, 101? Što vas je možda zbunilo u ovom zadatku?) (Hodgen i Wiliam, 2006). Učitelj treba kreirati aktivnosti koje potiču generiranje različitih rješenja (Izračunajte  $34 \cdot 25$  na što više načina.), korištenje udžbenika (Nađite 2 teška i 2 laka zadatka. Što je slično/različito među njima?), traženje pogreške ( $8 + (6 : 2) = 7$  Što biste savjetovali prijatelju kako ne bi radio ovakve pogreške?), alternativa udžbeniku (Kako biste u *svom* udžbeniku napisali ovu lekciju? Napišite objašnjenja, zadatke, savjete i sl.) te generiranje matematičke strukture (Grupirajte ove trokute u tri grupe. Po kojem kriteriju ste ih grupirali?) (Hodgen i Wiliam, 2006). Nema univerzalnog recepta za kreiranje poticajnih aktivnosti, učitelj treba iskoristiti svoju znanje, kreativnost i kompetencije. Treba adaptirati „stare“ aktivnosti kako bi postale formativne te treba surađivati s drugim učiteljima.

#### 4.1.2. Postavljanje pitanja i slušanje s povratnom informacijom

Poticanje učeničkog govora kroz postavljanje pitanja i slušanje s povratnom informacijom također je jedan od načina ostvarivanja formativnog vrednovanja u nastavi matematike. Slušajući učenike, učitelj može više naučiti o tome što i kako dobro učenici znaju. Više učenika ima više prilike za izražavanje njihovih ideja kroz duža izlaganja. Više slušaju i uspoređuju svoje ideje s idejama drugih te tako više uče od svojih kolega. Kada ih se sluša, učenici shvaćaju da je učitelj stvarno zainteresiran za to što oni govore te ih to potiče da više sudjeluju u razgovoru. Govoreći manje, učitelj ima više vremena da promisli o intervencijama koje čini (Hodgen i Wiliam, 2006).

Dva su aspekta učiteljevog postavljanja pitanja: iniciranje formativne aktivnosti te odgovaranje učenicima na njihove ideje. Također, postoje i dva tipa slušanja: evaluacijsko slušanje i interpretativno slušanje (Hodgen i Wiliam, 2006). Sudjelovanje svih učenika u razgovoru može se potaknuti povećanjem vremena čekanja odgovora kod složenijih pitanja, traženjem od učenika da najprije zapišu odgovor, davanje određenog vremena da prodiskutiraju u paru, koristeći strategiju *ne-dizanja ruku* kako bi svi učenici bili pozvani u diskusiju te učitelj može čuti učenikovo obrazloženje prije razredne diskusije. Također, učitelj treba poticati na postavljanje slutnji i onda kada ih učenici ne znaju opravdati, poticati učenike da kažu kada ne razumiju čak i kada ne znaju formulirati odgovarajuće pitanje, započinjati diskusije bilježenjem nekoliko ideja iz različitih grupa na ploči, dati vremena za razmišljanje čak i kada je ideja ili odgovor točan te dati odgovarajuće vrijeme čekanja za odgovore na razmišljanja drugih učenika (Hodgen i Wiliam, 2006). Kod diskusija gdje sudjeluje veći broj učenika treba koristiti česte, kratke cjelorazredne diskusije kombinirane s diskusijama u malim grupama, diskusiju u parovima tj. nasumično biranje partnera koji će izvijestiti razred o diskusiji ili učenici izvještavaju o partnerovim idejama te rad 4-6 učenika na različitim, ali povezanim problemima i kasnije preslagivanje grupa u kojima učenici razgovaraju o onome što su napravili – svaki je učenik „ekspert” za dio zadatka (Hodgen i Wiliam, 2006). Kod poticanja otvorene diskusije učenici oklijevaju dati odgovor ako misle da nije točan ili nije vrijedan. Treba poticati i davati vrijednost svakom odgovoru, i djelomičnom i netočnom, te poticati učenike da pokušavaju opovrgnuti svaku ideju s kojom se ne slažu ili ju ne razumiju (Hodgen i Wiliam, 2006).

#### 4.1.3. Formativno korištenje sumativnog testa

Formativno korištenje sumativnog testa jedan je od izvrsnih primjera kako možemo pisanu provjeru, koju uglavnom ocjenjujemo samo brojčano, pretvoriti u formativno vrednovanje. Učitelj treba s učenicima analizirati test s naglaskom na pitanja koja su

predstavljala najveći problem te dati dodatne primjere, predložiti učenicima da nađu kolegu iz razreda koji je točno riješio zadatak i zamoliti ga da mu objasni svoje rješenje ili sastaviti probni test usred cjeline kako bi dijagnosticirali područja koja učenici ne razumiju u potpunosti. Učenici mogu u parovima sastaviti i teži test. Neka daju i rješenja svojih zadataka te neka obrazlože zašto je njihov test teži od originalnog. Učitelj može zadati da u grupama prođu kroz njihova rješenja pa pokušaju zajedno još jednom što bolje riješiti test. Primjerice, i postaviti im pitanja: Koja su vam pitanja teška, a koja lagana? Objasnite lagana pitanja kolegi. Pitajte kolegu da vam objasni teška (Black, Harrison, Lee, Marshall i Wiliam, 2002).

#### *4.1.4. Pojedinačni komentari rada učenika*

Jedan od važnih aspekata formativnog vrednovanja su pojedinačni komentari rada učenika. Oni omogućavaju učeniku da sam otkrije greške (Pet odgovora nije točno. Nađi ih i ispravi. Točan odgovor je ... Možeš li naći način kako da ga dobiješ?), identificira gdje učenici koriste i proširuju postojeće znanje (Ovo si riješio pomoću oduzimanja. Možeš li provjeriti svoj rezultat? Čini se da imaš problema kod oduzimanja ovakvih brojeva. Možeš li usporediti s 2. zadatkom i reći zbog čega si ovdje pogriješio?) te potiču učenika na refleksiju (Koristio si dva različita načina da riješiš ovaj zadatak. Koje su prednosti, a koji nedostaci svakog od njih? Dobro si savladao ... Možeš li smisliti svoj, još teži zadatak?). Učitelj može sugerirati učenicima da s drugima diskutiraju o svojim idejama (Čini se da si pomiješao redoslijed računskih operacija. Prodiskutiraj s ... o tome. Usporedi svoje rješenje s onim od ... i napiši savjet nekom drugom učeniku koji to još nije učio), može pomoći učenicima da pokažu svoj rad (Sada mnogo jasnije crtaš pravokutne trokute. Usporedi ovo sa svojim radom iz siječnja. Koji bi savjet dao drugima, kako da crtaju pravokutne trokute? Tvoja su rješenja sva točna, ali su malo štura. Usporedi ih s kriterijima za ocjenjivanje ispita. Pokušaj zajedno s ... napisati rješenja koja bi uvjerala ocjenjivača da ti da sve bodove.) te im dati savjet o učenju činjenica i procedura (Ima nekoliko množenja kod kojih si napravio pogreške. Pogledaj ponovno tablicu množenja. Označi ona množenja koja dobro znaš. Razmisli kako možeš izračunati ona koja ti ne idu najbolje? Što ti može pomoći da izračunaš  $7 \cdot 8$ ?). Treba učenicima dati specifičnu povratnu informaciju na određeni aspekt njihova rada, identificirati posebni obrazac grešaka u učenikovom radu, strukturirati odgovor koji omogućuje učeniku da sam uoči i ispravi greške, posvetiti određeni dio nastave da se prepravi određeni dio rada/zadaće te poticati učenike da samostalno vrednuju svoj rad koristeći postojeće znanje (Hodgen i Wiliam, 2006).

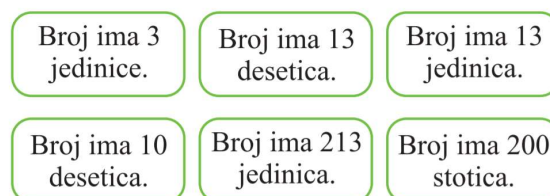


#### 4.1.5. Tehnike formativnog praćenja znanja u nastavi matematike

Postoje i neke zanimljive alternativne tehnike formativnog praćenja znanja u nastavi matematike koje su preuzete iz djela Keeley i Tobey (2011). U toj literaturi nazvane su FACT tehnikama (engl. formative assessment classroom techniques). Doprinos tih tehnika je u području kvalitete informacija dobivenih pomoću njih. Njihova temeljna obilježja su:

- Omogućuju prikupljanje i otkrivanje učeničkog predznanja ili ideja učenika o matematičkim konceptima prije procesa učenja
- Nude uvid u razumijevanje matematičkih koncepata tijekom procesa učenja
- Omogućuju suočavanje različitih mišljenja; poticanje rasprave, zaključivanje
- Omogućuju iskustvo u drukčijim načinima razmišljanja
- Omogućuju otkrivanje pogrešnih ideja učenika (Manfreda Kolar, 2020).

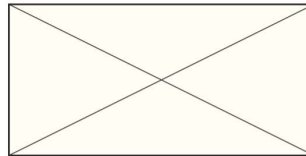
Prva tehnika je *Razvrstavanje karata* u kojoj za odabrani matematički pojam čije razumijevanje želimo provjeriti sastavljamo zbirku kartica s različitim opisima/primjerima. Učenici imaju zadatak razvrstati kartice na one koje su odgovarajuće i one koje to nisu. Tijekom razvrstavanja učenici raspravljaju o razlozima zbog kojih je određena kartica dodijeljena određenoj skupini. Svrha ove tehnike je dobiti uvid u učeničke ideje o matematičkom pojmu ili postupku i promatrati raspravu među učenicima, njihova neslaganja i argumentiranja. Na temelju toga određujemo je li potreban daljnji rad kako bi se steklo bolje razumijevanje određenog matematičkog pojma (Manfreda Kolar, 2020). Primjer kartica kod usvajanja brojeva do 100 prikazan slikom 1: *Razmisli što sve vrijedi za broj 213. Oformite dvije grupe u koje ćete stavljati kartice: vrijedi / ne vrijedi. Karticu možeš razvrstati samo ako se svi u skupini slažu. Također, možete napraviti treću grupu za one kartice kod kojih skupina nije bila ujedinjena u mišljenjima.*



Slika 1. Kartice (Manfreda Kolar, 2020, str. 7).

Sljedeća tehnika je *Suočavanje u krugu* u kojoj učenici stoje u krugu, a učitelj navodi tvrdnju za koju predviđa da će pokrenuti različite odgovore učenika. Svi učenici koji se slažu s tvrdnjom naprave korak prema središtu kruga, dok ostali ostaju na svojim mjestima. Učenici

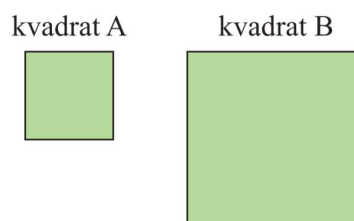
koji se nalaze unutar kruga okreću se prema vanjskim učenicima te se oblikuju male skupine za raspravu. Slijedi ponovna postavka u krugu i ponavljanje procesa. Svrha ove tehnike je dobiti uvid u učeničko razumijevanje pojma (Manfreda Kolar, 2020). Primjer tvrdnje kod usvajanja dijelova cjeline prikazan slikom 2: Učenicima pokažemo pravokutni list papira koji je presavijen po objema dijagonalama i oblikujemo tvrdnju: *Pravokutnik je podijeljen na četvrtine*.



Slika 2. Pravokutnik (Manfreda Kolar, 2020, str. 7).

Očekujemo da će tvrdnja pobuditi različite odgovore jer nisu sva 4 dijela međusobno sukladna. Učenik koji je navikao samo na tipična dijeljenja cjeline na sukladne dijelove u ovom slučaju može doći do pogrešnih zaključaka (Manfreda Kolar, 2020).

Kod tehnike *Stupčasti prikaz mišljenja*, učenicima dajemo problem koji nudi različita moguća tumačenja. Svaki učenik zapiše odgovor na samoljepljivi papirić, a zatim ga stavlja u stupčasti prikaz koji na kraju prikazuje sva moguća učenička rješenja. Slijedi razgovor o različitim rješenjima. Učenici s različitim odgovorima trebaju argumentirati svoj izbor i pokušati uvjeriti druge. Učitelj vodi razgovor, usmjerava učenike i suočava različite perspektive na rješenje problema. Problem se može odabrati tako da ga možemo vidjeti i shvatiti na različite načine pa će učenici davati različite odgovore, ali samo jedan od predloženih odgovora može biti točan, dok će ostali biti mogući, ali ipak netočni. Svrha ove tehnike je suočavanje s različitim mišljenjima (Manfreda Kolar, 2020). Primjer kod usvajanja površine likova prikazan slikom 3:



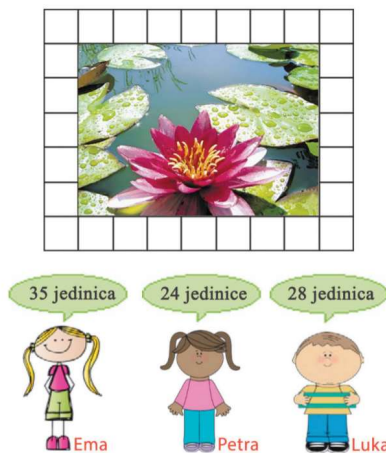
Slika 3. Kvadrati (Manfreda Kolar, 2020, str. 7).

Kvadratu *A* dvostruko produljimo stranice te tako dobijemo kvadrat *B*. Odaberi onaj odgovor koji opisuje kako se pri tome mijenja površina kvadrata *B*.

- a) Površina se poveća 2 puta.
- b) Površina se nije promijenila.
- c) Površina se poveća 4 puta.
- d) Nemamo dovoljno informacija.

Među ponuđenim odgovorima trebali bi biti i oni za koje očekujemo da bi ih učenik koji ima pogrešnu ideju mogao izabrati. U ovom slučaju to je odgovor da se površina poveća dva puta. Slično tome, zbunjujuća je i činjenica da u zadatku nema konkretnih brojevanih podataka o duljini stranica te bi stoga netko mogao izabrati odgovor *d* (Manfreda Kolar, 2020).

U tehnici *Pojmovni crtić* odabiremo situaciju koja se temelji na pogrešnoj ideji matematičkog pojma te tada prezentiramo izmišljene ljude koji daju svoje ideje/tumačenja pojma. Učenik treba odlučiti s kojom se izjavom najviše slaže i zašto. Svrha ove tehnike je otkrivanje pogrešnih predodžbi učenika i suočavanje različitih mišljenja (Manfreda Kolar, 2020). Primjer kod usvajanja pojma opsega nekog lika prikazan slikom 4: *Što misliš, koliko jedinica iznosi opseg donje slike? S kojim djetetom se slažeš i zašto?*



Slika 4. Opseg lika (Manfreda Kolar, 2020, str. 8).

Ponovo je potrebno detaljno razmišljanje o odabiru odgovora. Budući da učenici često imaju problema s razlikovanjem pojmova opsega i površine, razumno je ponuditi umnožak duljine i širine okvira kao odgovor. Na prvi pogled je točan odgovor samo jedan, i to 24. No, moglo bi se dogoditi da učenik interpretira pojam jedinice drugačije od očekivanja učitelja i kao

„jedinicu“ broji kvadratiće koji okružuju sliku. Tako bi dobio odgovor 28, koji je u tom slučaju također točan (Manfreda Kolar, 2020).

U posljednjoj tehnici *Objasni i zamijeni* svaki učenik zapisuje rješenje problema i svoj način razmišljanja na listić, zamota ga u kuglicu koju stavlja u zajedničku posudu. Učenici zatim izvlače kuglice iz posude i prezentiraju tuđi način razmišljanja. Svrha ove tehnike je da se učenici uključe u različite načine razmišljanja. Tehnika je prikladna za rješavanje problema ili zadataka koji se mogu riješiti na različite načine. Prednost ove tehnike je da se čak i manje samouvjereni ili manje sposobni učenici usude izraziti svoje mišljenje jer ostaju anonimni (Manfreda Kolar, 2020). Primjer: Poljoprivrednik je kupio konja za 1 100 kuna, prodao ga za 1 200 kuna, ponovno kupio za 1 300 kuna i ponovno prodao za 1 400 kuna. Je li zaradio novac? Ako da, koliko je zaradio? (Manfreda Kolar, 2020).

#### 4.1.6. Vršnjačko vrednovanje i samovrednovanje

Kao što je već spomenuto, u oblike formativnog vrednovanja spadaju i vršnjačko vrednovanje i samovrednovanje. Kolegijalno vrednovanje pomaže u razvoju vještina samovrednovanja, a razgovaranje o matematici je preduvjet za oboje (Hodgen i Wiliam, 2006). Kod vršnjačkog vrednovanja, učitelj može zadati da učenici komentiraju u paru tj. da zajedno ocjenjuju stvaran ili konstruirani rad.

*Dvije zvijezde i želja* je tehnika u kojoj učitelj zadaje učenicima da nađu dvije stvari koje su dobro učinjene i jedno područje gdje se mogu popraviti (Hodgen i Wiliam, 2006). Kada učitelj želi provjeriti razumijevanje može napraviti kartice s tvrdnjama (npr. množenjem dobivamo veće brojeve, s 0 ne možemo dijeliti, ...) koje treba grupirati u grupe „slažem se“, „ne slažem se“ i „ne znam“. Na kraju lekcije mogu revidirati odgovore (Hodgen i Wiliam, 2006). Također, učenik može pomoću nastavnog listića pripremiti provjeru za kolegu iz razreda te tada slijedi vršnjačko vrednovanje s povratnom informacijom. Učenik može zadatke potražiti u udžbeniku, na internetu ili ih sam sastaviti (Manfreda Kolar, 2020). Što se tiče samovrednovanja, nakon završetka nastavne cjeline, svakom učeniku se može ponuditi izlazni nastavni listić s nepotpunim rečenicama kao što su: dvije stvari koje sam naučio/la ..., pitanja koja mi se javljaju ..., to mi je uspjelo jer ..., moje slabe točke su ... i sl. Izlazni listić umjesto nepotpunih tvrdnji može uključivati i pitanja koja se odnose na kriterije uspješnosti: Što znam? Na što sam ponosan?, Koja su moja slaba područja? Što želim poboljšati?, Kako ću naučiti ono što još ne znam? Koje izvore ću koristiti? i sl. Za mlađe učenike koji još nisu vješti u samorefleksiji, umjesto izlaznih listića može se primijeniti tehnika samoprocjene u obliku

semafora. Svaki učenik ima crvenu, žutu i zelenu karticu. Učitelj želi provjeriti njihovo razumijevanje pozivajući ih da podignu odgovarajuću boju (zelena – potpuno razumijem, žuta – djelomično razumijem, crvena – ne razumijem). Na taj način učenici procjenjuju svoje znanje, dok je to istovremeno i povratna informacija učitelju za daljnje planiranje nastave (Manfreda Kolar, 2020).

#### *4.2. Sumativno vrednovanje u nastavi matematike*

U drugom poglavlju o vrednovanju je objašnjeno što je to sumativno vrednovanje, a u ovom poglavlju će biti prikazano kako se ono provodi u nastavi matematike.

Ostvarenost odgojno-obrazovnih ishoda u matematici sumativno se vrednuje na različite načine kako bi se što bolje mogla provjeriti njihova usvojenost. Učenike se može vrednovati usmenim i pisanim provjeravanjem. Može se vrednovati sudjelovanje u projektu, praktični rad, izlaganje o nekom sadržaju (prezentacija) (Jurjević Jovanović, Rukljač i Viher 2020). Ono se zapravo svodi na provjeravanje i ocjenjivanje učenika. Provjeravanje učenika može se obavljati na posebnom nastavnom satu, ali i u pojedinim dijelovima ostalih tipova nastavnih sati. S obzirom na tehniku izvođenja, provjeravanje učenika u nastavi matematike najčešće se provodi usmeno i/ili pisano. Prirodni završetak provjeravanja je ocjenjivanje učenika, a izvodi se na temelju ispitivanja (usmenih, pisanih, praktičnih) ili na osnovi promatranja učenikova rada, reagiranja i ponašanja tijekom nastavnog procesa (Kadum i Kadum, 2019).

##### *4.2.1. Pisane provjere znanja*

Kod sumativnog vrednovanja u nastavi matematike bitnu ulogu imaju pisane provjere znanja te je stoga jako važno znati kako koji zadatak bodovati. Znanje učenika u matematici pisano se može provjeravati nastavnim listićima, kontrolnim zadacima, nizom zadataka objektivnog tipa i/ili testovima znanja. Pisani uradak ocjenjuje se na osnovi postignutog broja bodova, odnosno točnih odgovora (rezultata) (Kadum i Kadum, 2019). Zadatak može nositi 0 ili 1 bod, 0, 1 ili 2 boda ili više bodova, ovisi kako učitelj postavi kriterije. Važno je da se boduju ishodi koji se vrednuju u pojedinoj provjeri znanja. Kod bodovanja zadataka postoje dva osnovna načela: bodovanje pokušaja i oduzimanje bodova za pogreške, ovisno o njihovoj vrsti. Bodovanje pokušaja se svodi na to da se svaki ispravan, relevantan korak u rješavanju zadatka boduje, a rad koji ne vodi rješavanju zadatka se ne boduje. Kod oduzimanja bodova za pogreške imamo tri različite vrste pogrešaka: sustavne pogreške, omaške te netočno pročitane ili prepisane

zadatak koji nije bitno pojednostavljen (Kadum i Kadum, 2019). Postoje i još neka moguća načela kod bodovanja zadataka, a to su:

- bodovi se ne oduzimaju za istu pogrešku;
- boduju se ispravno provedeni koraci nakon pogreške – „Slijedi grešku“;
- zanemaruje se daljnji rad ukoliko je zadatak riješen, ali je učenik nastavio raditi;
- (kod rješavanja zadataka džepnim računalom) ukoliko u zadatku nije navedeno da je potrebno prikazati postupak, za napisano rješenje učenik dobiva sve bodove;
- ukoliko rješenje nije napisano (nacrtano) u traženoj točnosti, ne dodjeljuju se bodovi (Kadum i Kadum, 2019).

Učitelj sam odlučuje koje načelo će prihvatiti ili ne prihvatiti, ovisno o dominantnim ishodima i ciljevima pojedinog zadatka ili testa.

#### 4.2.2. Mjerila ocjenjivanja

U sustavu ocjenjivanja učenika valja istaknuti nedostatak jedinstvenog mjerila za pojedine ocjene. Činitelji koji najčešće utječu na mjerila ocjenjivanja su: izbor (težina) zadataka, odnosno pitanja, zahtjevnost učitelja te razina znanja učenika. Razinu složenosti zadataka (pitanja) učitelj, prema vlastitome sudu, izražava bodovima. Postignuti broj bodova osnovica je za određivanje brojčane ocjene (Kadum i Kadum, 2019). Ako se pri ispravljanju pisanog ispita u zadacima boduju „koraci“, tj. da se za svaku važnu međuvrijednost (važan međurezultat, međukorak) dobiva određeni broj bodova, najčešće se primjenjuje skala prikazana tablicom 1. Uočava se da je za ocjenu dovoljan (2) potrebno ostvariti najmanje 50% bodova, dok je za ocjenu odličan (5) potrebno ostvariti 90% od svih mogućih bodova (Kadum i Kadum, 2019).

Tablica 1

Prijedlog skale za pretvaranje broja bodova u ocjene bodujući „korake“ (Kadum i Kadum, 2019).

Broj bodova u postotku	manje od 50%	od 50% do 63%	od 64% do 76%	od 77% do 89%	90 i više %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Ako se boduju samo točni odgovori, samo točna rješenja i zanemarujemo li, odnosno ne uvažavamo međurezultate (međuvrijednosti, međukorake) tada bismo trebali primjenjivati blaži kriterij i pritom se najčešće koristi skala prikazana tablicom 2 (Kadum i Kadum, 2019).

Tablica 2

Prijedlog skala za pretvaranje broja bodova u ocjene bodujući „ili je ili nije“ (Kadum i Kadum 2019.)

Broj bodova u postotku	manje od 40%	od 40% do 55%	od 56% do 70%	od 71% do 85%	86% i više %
Ocjena	nedovoljan (1)	dovoljan (2)	dobar (3)	vrlo dobar (4)	odličan (5)

Navedene bodovne granice (prikazane u tablici 1 i 2) za pojedinu ocjenu samo su orijentacijske. Najbolje je da svaki učitelj načini svoju skalu za pretvaranje broja bodova u ocjene, uvažavajući pritom mnoge činitelje, kao na primjer, složenost programa, složenost zadataka, odnosno pitanja u ispitnome materijalu, osobitostima razrednog odjela i sl. Tek ispravci pisanog ispita i analiza rezultata omogućuju provjeru njegove primjerenosti. Iz distribucije rezultata možemo zaključiti je li ispitni materijal bio primjeren, „lagan“ ili „težak“. Ako smo dobili približno normalnu distribuciju rezultata, možemo zaključiti da je ispitni materijal primjeren (Kadum i Kadum, 2019).

Analička		RAZINA OSTVARENOSTI			
		ODLIČAN	VRLO DOBAR	DOBAR	DOVOLJAN
ELEMENTI VREDNOVANJA	ZBRAJANJE	Automatizirano i točno zbraja brojeve do 20.	Uz manje greške zbraja brojeve do 20.	Često griješi u zbrajanju brojeva do 20.	Točno zbraja s pomoću konkretnog materijala.
	ODUZIMANJE	Automatizirano i točno oduzima brojeve do 20.	Uz manje greške oduzima brojeve do 20.	Često griješi u oduzimanju brojeva do 20.	Točno oduzima s pomoću konkretnog materijala.
	ODREĐIVANJE NEPOZNATOG BROJA	Točno određuje nepoznati broj u jednakostima koristeći se vezom zbrajanja i oduzimanja.	Uz manje greške određuje nepoznati broj u jednakostima koristeći se vezom zbrajanja i oduzimanja.	Često griješi u određivanju nepoznatog broja u jednakostima koristeći se vezom zbrajanja i oduzimanja.	Učenik vrlo često griješi u određivanju nepoznatog broja u jednakostima i ne prepoznaje vezu zbrajanja i oduzimanja.

Slika 5. Analička rubrika za vrednovanje naučenog (Jurjević Jovanović, Rukljač i Viher 2020, str. 153).

Na slici 5 možemo vidjeti primjer rubrike za sumativno vrednovanje u nastavi matematike. U prvom stupcu nalaze se elementi koji se vrednuju, a u prvom retku se nalaze ocjene. U samoj tablici je napisano koju razinu učenik treba ostvariti da bi dobio određenu ocjenu.

Možemo zaključiti da je sumativno vrednovanje u nastavi matematike također jedan od izazova za učitelje jer učitelj treba sam procijeniti kako će formirati skalu za ocjenjivanje određenog testa te kojim principom će se voditi kod bodovanja zadataka. Stoga učitelj treba biti kompetentan i objektivan pri ocjenjivanju te jasno postaviti i obrazložiti učenicima kriterije ocjenjivanja.

#### *4.3. Vanjsko vrednovanje matematičkih sadržaja*

Vanjsko vrednovanje matematičkih sadržaja u Republici Hrvatskoj provodi se kroz nacionalne ispite, državnu maturu te sudjelovanjem u TIMSS i PISA istraživanju (NCVVO, 2021). Ovi ispiti nam daju uvid u postignuća naših učenika iz različitih područja pa tako i iz matematike i matematičke pismenosti. Osim toga, na temelju rezultata tih ispita imamo uvid u efikasnost i kvalitetu našeg obrazovnog sustava.

##### *4.3.1. Državna matura*

Državna matura provodi se polaganjem ispita državne mature, odnosno polaganjem ispita obveznog i izbornog dijela. Ispiti obveznog dijela se odnose na sljedeće općeobrazovne nastavne predmete: Hrvatski jezik, Matematika i strani jezik. Ispiti u obaveznom dijelu državne mature mogu se polagati na jednoj od dviju razina i to višoj (A) i osnovnoj (B) razini (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Primjerice, ispitu iz Matematike na višoj je razini u školskoj godini 2019./2020. pristupilo 9 567 pristupnika. Većina pristupnika dolazi iz gimnazijskih programa, posebice iz općih gimnazija, dok među pristupnicima iz strukovnoga sektora prevladavaju oni iz sektora Elektrotehnika. Ispit je bio umjerene težine s tendencijom k težemu te ima visoku pouzdanost. Ispitni zadatci umjerene su težine. Prosječni je indeks diskriminativnosti visok te upućuje da zadatci dobro razlikuju pristupnike prema znanju. Najčešće ocjene na ispitu bile su dovoljan (2) i dobar (3) dok je u većini razreda srednje škole najčešća ocjena bila vrlo dobar (4) (NCVVO, 2020). Ispitu iz Matematike na osnovnoj razini u školskoj godini 2019./2020. pristupilo je 19 644 pristupnika. Većina pristupnika dolazi iz strukovnih sektora, posebice iz sektora Ekonomija i trgovina, dok među pristupnicima iz gimnazija prevladavaju oni iz općih te jezičnih programa. Ispit je bio umjerene težine s tendencijom k težemu te ima visoku pouzdanost. Ispitni zadatci umjerene su težine. Prosječni je indeks diskriminativnosti visok te upućuje na to da zadatci dobro razlikuju pristupnike prema znanju. Najčešće ocjene na ispitu bile su dovoljan (2) i dobar (3) dok je u svim razredima srednje škole najčešća ocjena bila dovoljan (2) (NCVVO, 2020). Iz ovih podataka možemo



zaključiti da se dvostruko više učenika odlučuje za osnovnu razinu ispita iz Matematike te da višoj razini uglavnom pristupaju učenici gimnazijskih programa. Uspoređujući rezultate proteklih godina možemo uočiti da naši učenici iz godine u godinu ostvaruju sve lošije rezultate ili rezultati stagniraju te su postavljeni niski kriteriji prolaznosti. Poražavajuća je činjenica da je na obje razine najviše učenika dobilo ocjenu dovoljan (2) i dobar (3). Također, možemo uočiti da se kod pristupnika više razine, ocjena koju učenici najčešće imaju u većini razreda srednje škole ne podudara s najčešćom ocjenom koju su dobili na ispitu iz mature te je ta ocjena manja za jednu ili dvije.

#### *4.3.2. Istraživanje TIMSS*

Istraživanje TIMSS je međunarodno istraživanje trendova u znanju matematike i prirodoslovlja provodi se u sklopu organizacije IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – Međunarodno udruženje za vrednovanje obrazovnih postignuća). Istraživanje u cijelosti u Republici Hrvatskoj provodi Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja uz potporu Ministarstva znanosti i obrazovanja te u suradnji s IEA. TIMSS mjeri postignuća učenika u matematici i prirodoslovlju u četvrtim i osmim razredima osnovne škole te u četvrtim razredima srednje škole (TIMSS Advanced), a 2015. godine uvedeno je istraživanje temeljnih matematičkih vještina – TIMSS Brojevi (TIMSS Numeracy) (NCVVO, 2021). Istraživanje TIMSS iz matematike i prirodoslovlja temelji se na trima sadržajnim domenama za svako područje te na trima kognitivnim domenama. Sadržajne domene odnose se na nastavni sadržaj koji se ispituje; to su u matematici za četvrti razred domene brojeva, geometrijskih oblika i mjerenja te prikaza podataka, a u prirodoslovlju domene znanosti o životu, fizičkih znanosti i znanosti o Zemlji. U provedbi ispitivanja učenici rješavaju ispitne knjižice koje se sastoje od zadataka iz svake od triju sadržajnih domena za svako područje, a svakim se zadatkom ispituje i jedna od triju kognitivnih domena: činjenično znanje, primjena znanja ili zaključivanje. Istraživanje TIMSS, osim ispitnih knjižica, primjenjuje i upitnike za učenike, roditelje, učitelje i ravnatelje, kojima se prikupljaju podatci o sredstvima za učenje kod kuće, školskome okruženju, metodama poučavanja, kurikulumu, školskoj i razrednoj klimi pogodnoj za učenje i općim socioekonomskim pokazateljima (NCVVO, 2021). U TIMSS 2019. istraživanju u Republici Hrvatskoj je sudjelovalo je 3 785 učenika četvrtih razreda i njihovih roditelja, 263 učitelja i 153 ravnatelja osnovnih škola diljem Hrvatske, a njegov posljednji ciklus obilježio je postupni prelazak načina provedbe u e-okruženje (NCVVO, 2021). Hrvatski su učenici ostvarili iznadprosječne rezultate u oba područja – matematici (509 bodova) i prirodoslovlju (524 boda), a kroz tri ciklusa provedbe ovoga

istraživanja u Hrvatskoj zabilježen je trend poboljšanja postignutih rezultata u gotovo svim sadržajnim domenama matematike i prirodoslovlja. Izrazito velik udio učenika RH dostiže osnovnu razinu iz matematike (95 %) i prirodoslovlja (98 %), odnosno postiže rezultate koji su iznad prosjeka rezultata svih zemalja sudionica TIMSS-a. Srednju razinu iz matematike dostiže 70 % hrvatskih učenika, dok je taj postotak iz prirodoslovlja nešto veći i iznosi 80 %. Na višoj se razini nalazi 28 % učenika iz matematike i 34 % učenika iz prirodoslovlja, dok u Hrvatskoj naprednu razinu iz matematike i prirodoslovlja dostiže samo 4 % učenika (NCVVO, 2021). Razlike među spolovima ne postoje kad je riječ o postignućima iz prirodoslovlja, dok je razlika od oko 10 bodova u korist dječaka ostala konstantna kad je riječ o postignućima iz matematike. Prema popratnim anketama, viša postignuća hrvatskih učenika iz oba ispitivana područja povezana su s pohađanjem ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja, češćim aktivnostima roditelja vezanim uz predmatematičku i predčitalačku pismenost u ranoj dobi, većom motivacijom za učenjem matematike i prirodoslovlja te osjećajem sigurnosti i pripadnosti školi. Također, viša postignuća učenika povezana su i s većim zadovoljstvom nastavnika, većom kvalitetom nastave matematike i prirodoslovlja te sveukupnim pozitivnim ozračjem u školi (NCVVO, 2021).

#### *4.3.3. PISA istraživanje*

PISA je najveće međunarodno obrazovno istraživanje koje ispituje znanja i kompetencije učenika u dobi od petnaest godina. Provodi se u zemljama članicama Organizacije za ekonomsku suradnju i razvoj (OECD) i partnerskim zemljama u trogodišnjim ciklusima (2000., 2003., 2006., 2009., 2012., 2015., 2018. itd.). Ispituje znanja i sposobnosti iz triju područja: matematičke, prirodoslovne i čitalačke pismenosti (OECD, 2021). Odabrana je dob od petnaest godina jer se u većini zemalja članica OECD-a učenici u toj dobi bliže kraju obveznog obrazovanja pa se želi ispitati u kojoj su mjeri usvojili znanja i vještine neophodne za potpuno i aktivno sudjelovanje u današnjem društvu (OECD, 2021).

Cilj PISA istraživanja nije ispitati koliko dobro učenici mogu reproducirati naučena znanja, već je ispitivanje usmjereno na to koliko dobro učenici mogu primjenjivati ta znanja i te vještine u novim situacijama i nepoznatim okruženjima, u školi i izvan nje. Takav pristup temeljen je na činjenici da današnja moderna društva ne nagrađuju pojedince za ono što znaju, već za ono što mogu činiti sa svojim znanjem. Iz tog je razloga PISA usmjerena na kompetencije koje će petnaestogodišnjim učenicima biti potrebne u budućnosti te ispituje kako primjenjuju ono što su naučili (NCVVO, 2013).

Matematička pismenost, prema PISA-i, je sposobnost pojedinca da formulira, primjenjuje i tumači matematiku u različitim kontekstima. Ona obuhvaća matematičko zaključivanje i korištenje matematičkih koncepata, postupaka, činjenica i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava. Matematička pismenost pomaže pojedincu da prepozna ulogu koju matematika ima u svijetu i da donosi dobro utemeljene odluke i prosudbe koje su mu potrebne kao konstruktivnom, zainteresiranom i promišljajućem građaninu (NCVVO, 2021). Ispitivanje matematičke pismenosti u PISA istraživanjima zasnovano je na sljedeće tri dimenzije: *Matematički procesi*: svrstani u tri kategorije (matematičko formuliranje situacija, primjenjivanje matematičkih koncepata, činjenica, postupaka i zaključivanja te tumačenje, primjenjivanje i vrednovanje matematičkih rezultata) opisuju što pojedinci rade kako bi povezali kontekst problema s matematikom i tako riješili taj problem. Svaki od tih procesa temeljen je na sedam osnovnih matematičkih kompetencija (komuniciranje, matematiziranje, prikazivanje, zaključivanje i argumentiranje, razvijanje strategija za rješavanje problema, korištenje simboličkog, formalnog i tehničkog jezika i operacija te korištenje matematičkih alata) od kojih se svaka zatim temelji na matematičkom znanju pojedinca i pojedinim matematičkim temama. *Matematički sadržaji*: definirani s obzirom na četiri sveobuhvatne ideje (prostor i oblik, promjena i odnosi, količina te neizvjesnost) koje se odnose na poznate cjeline kao što su brojevi, algebra i geometrija. *Matematički konteksti*: definirani prema aspektu svijeta pojedinca u koji su smješteni problemi. Korištena su četiri konteksta: osobni, obrazovni, društveni i znanstveni (NCVVO 2021). U području matematičke pismenosti Hrvatska je ostvarila ispodprosječni rezultat te se nalazi na 40. mjestu u ukupnom poretku od 78 zemalja. U razdoblju od 12 godina u Hrvatskoj nije uočen značajan pozitivan ili negativan trend u postignućima hrvatskih učenika u matematičkoj pismenosti. Na skali matematičke pismenosti, osnovnu razinu (razina 2) nije dosegao svaki treći učenik, odnosno nešto manje od trećine dječaka i djevojčica. Ti učenici ne posjeduju osnovna matematička znanja i vještine potrebne za potpuno i aktivno sudjelovanje u društvu (NCVVO, 2019).

Na temelju ovih ispita i istraživanja možemo zaključiti da su hrvatskom obrazovnom sustavu potrebne promjene kako bi se on još više unaprijedio i poboljšao. Ipak, možemo uočiti da učenici primarnog obrazovanja u TIMSS ispitivanju postižu iznadprosječne rezultate iz područja matematike. S idejom da se poboljša hrvatski obrazovni sustav provedena je kurikularna reforma naziva „Škola za život“ u sklopu koje su kreirani novi ishodi te novi elementi vrednovanja u nastavi Matematike što će detaljnije biti objašnjeno u sljedećem poglavlju.

## **5. Elementi vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika prema kurikulumu iz 2019. godine**

### *5.1. Kurikulum*

Izraz kurikulum u pedagošku je terminologiju preuzet iz latinskog jezika, ali je u Hrvatsku stigao iz engleskih i američkih stručnih krugova. U latinskom jeziku riječ curriculum znači natjecanje, život, tijek, utrkivanje, tečaj. U engleskom kolokvijalnom jeziku riječ curriculum znači: popis predmeta uključenih u listu neke škole ili proces poučavanja u nekoj određenoj školi (Matijević, 2004). Danas je uobičajeno izrazom kurikulum sadržajno obuhvatiti konkretizirane ili operacionalizirane ciljeve učenja, zatim sadržaje učenja, nastavne metode, nastavne medije, nastavne situacije, nastavne strategije, te evaluaciju procesa i ostvarenih ciljeva (Matijević, 2004).

Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske predstavlja sustav koji služi ujednačavanju i podizanju kvalitete odgojno-obrazovnoga procesa te ispunjavanju zajednički određenih odgojno-obrazovnih ciljeva, očekivanja i ishoda neovisno o odgojno-obrazovnoj ustanovi koju djeca i mlade osobe pohađaju. Ovako određen Nacionalni kurikulum ima znatno šire značenje od dosad uvriježenih nastavnih planova i programa u Republici Hrvatskoj (MZOS, 2016). Svi nacionalni kurikulumski dokumenti oblikovani su s idejom o djetetu i mladoj osobi kao o središnjem sudioniku odgojno-obrazovnoga procesa. Djeci i mladim osobama, roditeljima, odgojno-obrazovnim radnicima kurikulumski dokumenti jasno ukazuju na odgojno-obrazovna očekivanja i ishode koja postavljamo pred djecu i mlade osobe. Nacionalni kurikulumski dokumenti imaju jasnu i unaprijed određenu strukturu. Razvojni su i otvoreni dokumenti koje je moguće promijeniti kao odgovor na potrebe djece i mladih osoba, odgojno-obrazovnih radnika i ustanova te pod utjecajem novih znanstvenih i tehnoloških spoznaja i spoznaja iz odgojno-obrazovne prakse (MZOS, 2016).

Svaki kurikulum sastoji se od opisa nastavnog predmeta ili međupredmetne teme, odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja, predmetnih područja (domena, pristupa) u organizaciji, odgojno-obrazovnih ishoda, načina učenja i poučavanja predmeta ili međupredmetne teme te vrednovanja ishoda. U kurikulumima nastavnih predmeta navodi se i povezanost s drugim odgojnoobrazovnim područjima, međupredmetnim temama ili ostalim predmetima. Specifičnost navedenih kurikulumuma jest što se učenje i poučavanje predmeta temelji na pet do šest glavnih ciljeva ili pristupa koji se odnose na predmet u cjelini, a ne na pojedini razred ili obrazovni ciklus. Ti se ciljevi dodatno razrađuju domenama i ishodima

učenja. Domene, ishodi i sadržaj predmeta u pojedinim su kurikulumima prikazani grafički što dodatno olakšava shvaćanje nastavnih predmeta i njihovu organizaciju (MZOS, 2016).

## 5.2. Kurikulum nastavnog predmeta Matematika

Na početku dokumenta Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije (MZO, 2019) napisana je svrha i opis nastavnog predmeta Matematika u kojem se navodi važnost matematičke pismenosti svakog pojedinca i zašto je poučavanje matematike bitno što smo već kroz ovaj rad naveli. Nadalje, su navedeni odgojno-obrazovni ciljevi učenja i poučavanja predmeta. Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa:

- primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu
- samostalno i u suradničkom okruženju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji
- rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije
- razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito
- prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva (MZO, 2019).

Što se tiče same strukture kurikuluma, on sadrži matematičke procese i domene. Matematički su procesi važni na svim razinama obrazovanja te prožimaju sve domene kurikuluma nastavnog predmeta Matematika. Organizirani su u pet skupina: 1. prikazivanje i komunikacija, 2. povezivanje, 3. logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, 4. rješavanje problema i matematičko modeliranje, 5. primjena tehnologije (slika 6) (MZO, 2019).

U kurikulumu nastavnog predmeta Matematika koncepti su grupirani u sljedeće domene (slika 6): Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i

vjerojatnost. Domene se postupno razvijaju i nadograđuju cijelom vertikalom učenja i poučavanja matematike, a udio pojedine domene u godinama učenja prilagođen je razvojnim mogućnostima učenika i potrebi sustavne izgradnje cjelovitoga matematičkog obrazovanja. Domene koje obuhvaćaju pojmove poput broja i oblika istaknutije su u ranijim godinama učenja, dok su u kasnijim godinama učenja zastupljenije domene složenijih matematičkih koncepata, poput funkcija ili vjerojatnosti. Na razini pojedine godine učenja i poučavanja za svaku su domenu iskazani odgojno-obrazovni ishodi, jasni i nedvosmisleni iskazi očekivanja od učenika (MZO, 2019).

U domeni Brojevi učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka. Brojiti i računati započinje se u skupu prirodnih brojeva s nulom. Postupno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i kompleksnih brojeva. Razvija se predodžba o brojevima, povezuju njihove različite interpretacije te se uporabom osnovnih svojstava i međusobnih veza računskih operacija usvaja vještina učinkovitoga i sigurnoga računanja. Koncepti iz domene Brojevi osnova su svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okružju (MZO, 2019).

U domeni Algebra i funkcije učenici se služe različitim vrstama prikaza; grade algebarske izraze, tablice i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija. Uočavaju nepoznanice i rješavaju jednadžbe i nejednadžbe računski provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i služeći se tehnologijom kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u danome kontekstu. Određenim algebarskim procedurama koriste se i za primjenu formula i provjeravanje pretpostavki. Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju njihova svojstva. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz stvarnoga života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti (MZO, 2019).

Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa. Rastavljanjem i sastavljanjem oblika uspoređuju se njihova svojstva i uspostavljaju veze među njima. Iz učenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima. Koristeći se geometrijskim priborom i tehnologijom, učenici će izvoditi geometrijske transformacije, istraživati i primjenjivati njihova svojstva te razviti koncepte sukladnosti i sličnosti. Interakcijom s ostalim domenama i

matematičkim argumentiranjem prostornih veza, rabeći prostorni zor i modeliranje, učenici pronalaze primjenu matematičkih rješenja u različitim situacijama. Prepoznaju ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnome okruženju te ih upotrebljavaju za opis i analizu svijeta oko sebe (MZO, 2019).

U domeni Mjerenje usvajaju se standardne mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu, volumen, masu, vrijeme, temperaturu, kut i brzinu te ih se mjeri odgovarajućim mjernim uređajima i kalendarom. Procjenjivanjem, mjerenjem, preračunavanjem i izračunavanjem veličina određuju se mjeriva obilježja oblika i pojava uz razložnu i učinkovitu upotrebu alata i tehnologije. Rezultati se interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji. Učenici će mjerenjem povezati matematiku s drugim odgojno-obrazovnim područjima, s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnome mjestu, prepoznati mjeriva obilježja ravninskih i prostornih oblika u umjetnosti te ih upotrebljavati za opis i analizu svijeta oko sebe (MZO, 2019).

Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku. Podatke dane grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Sve se to postiže koristeći se jezikom statistike. Ona podrazumijeva uporabu matematičkoga aparata kojim se računaju mjere srednje vrijednosti, mjere raspršenja, mjere položaja i korelacije podataka. Nakon prepoznavanja veza među podacima i promatrajući frekvencije pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerojatnosti. Određuje se broj povoljnih i svih mogućih ishoda, procjenjuje se i izračunava vjerojatnost što nam omogućuje predviđanje događaja (MZO, 2019).



*Slika 6. Matematički procesi i domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika (MZO, 2019, str 14).*

Odgojno-obrazovni ishodi kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika opisani su sljedećim elementima:

- odgojno-obrazovni ishod
- razrada ishoda
- odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti „dobar“ na kraju razreda
- sadržaji
- preporuke za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda (MZO, 2019).

### 5.3. Elementi vrednovanja prema novom kurikulumu

U nastavnome predmetu Matematika vrednovanje je sastavni dio procesa učenja i poučavanja koje daje obavijest o razini usvojenosti matematičkih znanja, razvijenosti matematičkih vještina i potiče izgradnju pozitivnoga stava učenika prema učenju matematike. Učenike prije poučavanja na razumljiv način valja upoznati s očekivanim ishodima i kriterijima vrednovanja koji ukazuju na njihovu usvojenost. Što i kako se vrednuje, potrebno je unaprijed planirati i najaviti. Suvremenim pristupom vrednovanje treba biti instrument unaprjeđenja napretka učenika, ali i poučavanja učitelja i cijeloga odgojno-obrazovnoga sustava. Na taj način ono zahtijeva odgovornost svih sudionika procesa (MZO, 2019).

Proces učenja prati kvalitetan način vrednovanja s jasnim kriterijima vrednovanja prilagođenim učeniku, a redovita i razumljiva povratna informacija o radu i rezultatima usmjerena je napredovanju učenika. Za svaki odgojno-obrazovni ishod nastavnog predmeta Matematika predložene su razine usvojenosti koje ne predstavljaju ocjene ali mogu poslužiti kao smjernice u vrednovanju učenikovih postignuća: zadovoljavajuća, dobra, vrlo dobra i odlična (slika 7) (MZO, 2019).

Primjer:

Odgojno-obrazovni ishod	zadovoljavajuća	dobra	vrlo dobra	odlična
<b>MAT OŠ A.1.1.</b> Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.	Broji unaprijed i unatrag, prikazuje brojeve pomoću konkretna, čita i zapisuje brojeve do 20 i nulu, određuje količinu i prikazuje ju brojem.	Određuje broj neposredno ispred i neposredno iza zadanoga broja, prikazuje brojeve na brojevnoj crti, razlikuje jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve.	Broji u skupinama od po 2 i 5, rastavlja broj na desetice i jedinice, koristi se brojevima do 20 u opisivanju neposredne okoline.	Broji zadanim korakom, rastavlja broj na različite načine, u zapisu broja objašnjava vrijednost pojedine znamenke.



### *Slika 7. Primjer vrednovanja (MZO, 2019).*

Svi ishodi navedeni u razradi ishoda i razinama usvojenosti mogu poslužiti kao kvalitativni opisivači učenikovih kompetencija odnosno kao bilješke kojima se iskazuje procjena napredovanja učenika. Važno je naglasiti da svaki učitelj autonomno izrađuje kriterije kojima vrednuje ostvarenost odgojno-obrazovnih ishoda nastavnog predmeta prema predloženim elementima vrednovanja. Učitelj bi trebao planirati vrednovanje u trenutku dok planira i poučavanje (MZO, 2019).

Razina usvojenosti „dobar” odgojno-obrazovnog ishoda služi:

- unapređenju procesa učenja, poučavanja i vrednovanja ponajprije učiteljima i nastavnicima u planiranju metoda učenja kojima će se potaknuti viši kognitivni procesi u učenika i dublje učenje
- pomaže pri planiranju i provedbi vrednovanja, jer omogućuju jasnoću dosljednost u interpretaciji dokaza o razvoju znanja, vještina, sposobnosti i stavova/vrijednosti učenika te su osnova za određivanje kriterija vrednovanja
- učenicima i roditeljima daju jasan iskaz očekivanja, ali i mogućnost samoprocjene napretka u predmetu Matematika u različitim trenucima učenikova odgojno-obrazovnog puta (MZO, 2019).

Elementi vrednovanja u nastavnome predmetu Matematika jesu: 1. Usvojenost znanja i vještina, 2. Matematička komunikacija te 3. Rješavanje problema (MZO, 2019).

#### *5.3.1. Usvojenost znanja i vještina*

Usvojenost znanja i vještina se ostvaruje tako da učenik opisuje matematičke pojmove, odabire odgovarajuće i matematički ispravne procedure te ih provodi, provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rezultata te upotrebljava i povezuje matematičke koncepte (MZO, 2019). Ovaj element vrednovanja možemo povezati s matematičkim procesima povezivanja te logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje. Kod povezivanja učenici uspostavljaju i razumiju veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikuju cjeline njihovim nadovezivanjem. Uspoređuju, grupiraju i klasificiraju objekte i pojave prema zadanome ili izabranome kriteriju. Povezuju matematiku s vlastitim iskustvom, prepoznaju je u primjerima iz okoline i primjenjuju u drugim područjima kurikuluma. Time ostvaruju jasnoću, pozitivan stav i otvorenost prema matematici te povezuju matematiku sa sadržajima ostalih predmeta i životom tijekom procesa cjeloživotnoga učenja (MZO, 2019). Kod logičkog mišljenja, argumentiranja i zaključivanja

učenici se suočavaju s izazovnim problemima koji ih potiču na promišljanje, argumentiranje i dokazivanje te donošenje samostalnih zaključaka. Učenici postavljaju matematici svojstvena pitanja te stvaraju i istražuju na njima zasnovane matematičke pretpostavke, uočene pravilnosti i odnose. Stvaraju i vrednuju lance matematičkih argumenata, zaključuju indukcijom i dedukcijom, analiziraju te primjenjuju analogiju, generalizaciju i specijalizaciju. Primjenjuju poznato u nepoznatim situacijama i prenose učenje iz jednoga konteksta u drugi. Razvijaju kritičko mišljenje te prepoznaju utjecaj ljudskih čimbenika i vlastitih uvjerenja na zaključivanje. Proces mišljenja razvijen nastavom matematike učinkovito primjenjuju u svome svakodnevnom životu (MZO, 2019).

### *5.3.2. Matematička komunikacija*

Matematička komunikacija ostvaruje se tako da se učenik koristi odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju, koristi se odgovarajućim matematičkim prikazima za predstavljanje podataka, prelazi između različitih matematičkih prikaza, svoje razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama, postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljenoga pitanja, organizira informacije u logičku strukturu te primjereno se koristi tehnologijom (MZO, 2019). Ovaj element vrednovanja možemo povezati s matematičkim procesima prikazivanja i komunikacije te primjena tehnologije. Kod prikazivanja i komunikacije učenici smisleno prikazuju matematičke objekte, obrazlažu rezultate, objašnjavaju svoje ideje i bilježe postupke koje provode. Pritom se koriste različitim prikazima: riječima, crtežima, maketama, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima, simbolima i slično. U danoj situaciji odabiru prikladan prikaz, povezuju različite prikaze i prelaze iz jednoga na drugi. Prikupljaju i tumače informacije iz raznovrsnih izvora. Razvijanjem sposobnosti komuniciranja u matematici i o matematici učenici se koriste jasnim matematičkim jezikom, razumiju njegov odnos prema govornome jeziku, slušaju i razumiju matematičke opise i objašnjenja drugih te razmjenjuju i sučeljavaju svoje ideje, mišljenja i stavove. Uspješna komunikacija doprinosi lakšemu i bržemu usvajanju novih sadržaja i kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika, ali i kurikuluma ostalih nastavnih predmeta (MZO, 2019). Kod primjene tehnologije, korištenje alatima i tehnologijom pomaže učenicima u matematičkim aktivnostima u kojima su u središtu zanimanja matematičke ideje, pri provjeravanju pretpostavki, pri obradi i razmjeni podataka i informacija te za rješavanje problema i modeliranje. Učenici uočavaju i razumiju prednosti i nedostatke tehnologije. Na taj

se način prirodno otvaraju mogućnosti za nove ideje, za dublja i drukčija matematička promišljanja, kao i za nove oblike učenja i poučavanja (MZO, 2019).

### *5.3.3. Rješavanje problema*

Rješavanje problema ostvaruje se tako da učenik prepozna relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja, uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu, ispravno rješava probleme u različitim kontekstima, provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema te generalizira rješenje (MZO, 2019). Ovaj element vrednovanja možemo povezati s matematičkim procesom rješavanja problema i matematičko modeliranje gdje učenici analiziraju problemsku situaciju, prepoznaju elemente koji se mogu matematički prikazati i planiraju pristup za njezino rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka. Odabiru, osmišljavaju i primjenjuju razne strategije, rješavaju problem, promišljaju i vrednuju rješenje te ga prikazuju na prikladan način. Razvojem ovoga procesa, osim primjene matematičkih znanja, učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost u suočavanju s novim i nepoznatim situacijama (MZO, 2019).

Elementi su odraz ciljeva predmeta i vrednuju se u postotcima, do 5. razreda u omjeru 40 : 30 : 30, a u narednim razredima u omjeru 30 : 30 : 40 (MZO, 2019).

### *5.3.4. Vrednovanje matematičkih postignuća*

Matematička postignuća učenika kvalitativno se opisuju te dodatno vrednuju broječanom ocjenom (nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5). Ona se dopunjuje procjenom usvojenosti elemenata generičkih kompetencija: odgovornosti, samostalnosti i samoinicijativnosti, komunikacije i suradnje. Zaključna ocjena iz matematike mora se temeljiti na usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. U tu svrhu nužno je ostvarenost ishoda provjeravati na što više različitih načina i u što više vremenskih točaka (MZO, 2019). Zaključna ocjena mora biti utemeljena na vjerodostojnim, valjanim i dokazivim informacijama o učenikovu učenju i napretku, o onome što je naučio i kako se razvio. Dobro ju je temeljiti na što više različitih informacija (o postignuću na većemu broju provjera, o rezultatima sudjelovanja u projektima, o kvaliteti učenikovih prezentacija, o njegovu sudjelovanju u radu u skupini s drugim učenicima i sl.). Na taj će način ocjena biti utemeljena na mnogim relevantnim podacima (dobivenima različitim metodama vrednovanja u okviru pristupa vrednovanja naučenoga, ali i vrednovanja za učenje i kao učenje) (MZO, 2019).

Izvješćivanje koje se odvija tijekom svakoga odgojno-obrazovnog razdoblja temelji se na informacijama dobivenima putem svih pristupa vrednovanja učeničkih postignuća: vrednovanjem za učenje, vrednovanjem kao učenje i vrednovanjem naučenoga. Pritom se upotrebljavaju različiti načini izvješćivanja, od kojih su neki formalniji (npr. svjedodžba na kraju nastavne godine, slanje pisanoga izvješća i ocijenjenoga uratka na uvid roditeljima i dr.), a neki manje formalni (npr. razgovor s učenikom i roditeljima o postignućima te sljedećim ciljevima učenja i strategijama učenja). Izvješćivanje tijekom odgojno-obrazovnih razdoblja ima ponajprije dijagnostičku i formativnu ulogu. Na temelju informacija koje je prikupljao o učeniku tijekom odgojno-obrazovnoga rada, učitelj pri izvješćivanju odgovara na sljedeća pitanja: koje je odgojno-obrazovne ishode učenik već savladao i na kojoj razini te u kojim se odgojno-obrazovnim postignućima ističe te u kojim je specifičnim područjima potrebno poboljšanje. Izvješćivanje o postignućima i napredovanju učenika može se provoditi na različite načine, u skladu s potrebama učenika i obitelji te specifičnostima škole (MZO, 2019).

Novim kurikulumom se učiteljima daje i veća autonomija, kako u samoj organizaciji nastave tako i kod vrednovanja. U organizaciji procesa učenja i poučavanja učitelj odabire i prilagođava širinu i dubinu sadržaja ishoda, osmišljava probleme, metode i strategije kako bi se na najbolji način prilagodio potrebama, mogućnostima i interesima svojih učenika. Učitelj je slobodan samostalno odrediti način i redoslijed ostvarivanja ishoda te dodatnu literaturu i izvore informacija kojima se koriste i učenici. On je odgovoran inovativnim pristupom, istraživanjem novih izvora znanja i primjerenom primjenom novih tehnologija učenje i poučavanje učiniti cjelovitim. Postavlja visoka i primjerena očekivanja od svojih učenika, a ta primjerena očekivanja potiču učenika da u učenje ulaže trud, razvija osjećaj kompetentnosti, odgovornosti i sustavnosti te u punoj mjeri ostvaruje vlastite potencijale. S obzirom kako učitelj ima veću autonomiju te su uvedeni novi elementi vrednovanja pitanje je kako su se učitelji snašli i u kojoj mjeri su razumjeli nove elemente vrednovanja, što će biti prikazano u sljedećem poglavlju.

## 6. Primjena elemenata vrednovanja u nastavi matematike

Referirajući se na prethodna poglavlja, jasno je da je vrednovanje složen i zahtjevan proces koji iziskuje visoku kompetentnost, iskustvo i znanje učitelja. Učitelji trebaju biti spremni na konstantno učenje i usavršavanje te imati široki spektar znanja. Provedbom nove kurikularne reforme iz 2019. godine, učitelji su stavljeni pred nove izazove. Kao što je u prethodnom poglavlju navedeno, kurikularnom reformom došlo je i do promjena u nastavnom predmetu Matematika. Između ostaloga, kreirani su novi elementi vrednovanja, a to su: Usvojenost znanja i vještina, Matematička komunikacija i Rješavanje problema. S obzirom da je u vrijeme pisanja ovog diplomskog rada u praksi bio novi kurikulum koji je stupio na snagu 2019. godine, pitanje je kako su se učitelji razredne nastave snašli u vrednovanju novih elemenata u nastavnom predmetu Matematika, što će i biti pokazano u ovom poglavlju.

### 6.1. Cilj istraživanja

Cilj istraživanja je ispitati jesu li i na koji način učitelji razumjeli nove elemente vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika te kako i na koji način prema njima vrednuju te što im pritom predstavlja najveći izazov.

Istraživačka pitanja su:

1. Što učitelji podrazumijevaju pod pojedinim elementom vrednovanja u nastavi matematike?
2. Imaju li učitelji nedoumica i nejasnoća oko elemenata vrednovanja u nastavi matematike?
3. Kako primjenjuju elemente vrednovanja u određenim zadanim matematičkim zadacima?

### 6.2. Metodologija

#### 6.2.1. Ispitanici

U ovom istraživanju korišten je kvalitativan istraživački pristup studije slučaja pomoću polustrukturiranih intervjua. U ispitivanju su sudjelovale tri učiteljice razredne nastave u dobi od 28 godina, 45 godina i 60 godina. Sve tri ispitanice su iz Krapinsko - zagorske županije. Prva ispitanica ima 1 godinu i 3 mjeseca staža u razrednoj nastavi, a u vrijeme istraživanja radi u 4. razredu. Druga ispitanica ima 21 godinu staža u razrednoj nastavi i u vrijeme istraživanja radi u kombiniranom razrednom odjeljenju 3./4. razred. Treća ispitanica ima 36 godina staža u



razrednoj nastavi i u vrijeme istraživanja predaje u 2. razredu. U ovom radu zvati ćemo ih, prema godinama njihovog staža, Učiteljica 1, Učiteljica 21 i Učiteljica 36.

### 6.2.2. Instrument istraživanja

U sklopu dizajna instrumenta istraživanja sastavljena su pitanja za polustrukturirani intervju u skladu s istraživačkim pitanjima (tablica 3).

Tablica 3

#### Pitanja i zadatci za polustrukturirani intervju

PITANJA	
1. Jeste li upoznati s elementima vrednovanja u nastavi Matematike prema kurikulumu iz 2019. godine?	
2. Imate li kakvih nedoumica odnosno nejasnoća oko pojedinih elemenata vrednovanja u nastavi Matematike?	
3. Što podrazumijevate pod elementom Usvojenost znanja i vještina?	
4. Što podrazumijevate pod elementom Matematička komunikacija?	
5. Što podrazumijevate pod elementom Rješavanje problema?	
6. Ispričajte neku situaciju koja Vam je bila izazovna kod vrednovanja pojedinih elemenata ili općenito kod vrednovanja u nastavi matematike.	
7. Vrednujete li navedene elemente formativno ili koristite samo sumativno vrednovanje?	
ZADATCI	
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;"><b>LIJEVA I DESNA STRANA JEDNAKOSTI</b></p> <p>1. Pogledaj sliku i odgovori.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Što će se dogoditi kada dječak stavi uteg na vagu?</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Što će se dogoditi ako dječak makne uteg s vage?</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">Što tada trebamo učiniti da vaga ostane u ravnoteži?</p> </div>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>4. Ana je u 5 dana pročitala knjigu. Svaki je dan pročitala 10 stranica. Koliko stranica ima njena knjiga? Zapiši u obliku zbrajanja: _____  Zapiši u obliku množenja: _____</p> <p>Marko je u 10 dana pročitao istu knjigu. Svaki dan je pročitao 5 stranica. Koliko stranica ima knjiga? Zapiši u obliku zbrajanja: _____  Zapiši u obliku množenja: _____</p> </div>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>5. Dopuni.</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>87 + 6 = 87 + 3 + 3</math>  <math>= 90 + 3</math>  <math>=</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>54 + 7 = 54 + 6 +</math> <input type="text"/>  <math>= 60 +</math> <input type="text"/>  <math>=</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>49 + 4 = 49 +</math> <input type="text"/>  <math>=</math> <input type="text"/>  <math>=</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>73 + 8 = 73 +</math> <input type="text"/>  <math>=</math> <input type="text"/>  <math>=</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>36 + 6 = 36 +</math> <input type="text"/>  <math>=</math> <input type="text"/>  <math>=</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>68 + 5 = 68 +</math> <input type="text"/>  <math>=</math> <input type="text"/>  <math>=</math> </div> </div> </div>	

1. Pogledaj sliku i na njoj nađi točke A i B. Različitim bojama pokaži tri načina (puta) kojima autom možemo doći od točke A do točke B. Koji je od tih putova najkraći?



1. Pogledaj slike pa odgovori.



Na slici je \_\_\_\_\_ stotica. Na slici je \_\_\_\_\_ stotica.

5. Hrvatsko narodno kazalište nalazi se u nekoliko gradova. Procijeni broj sjedala u tim kazalištima.



HNK	Moja procjena	Stvarni broj
Zagreb		
Osijek		
Rijeka		
Split		

Pronađi podatke na internetu o stvarnom broju sjedala u ovim kazalištima. Provjeri svoju procjenu.

Dijagram prikazuje visinu četiriju djevojčica.



Imena nisu upisana na dijagramu. Dunja je najviša. Sanja je najniža. Dijana je viša od Sare. Koliko je visoka Sara?

a) 75 cm  
b) 100 cm  
c) 125 cm  
d) 150 cm

Instrument se sastoji od dva dijela. Prvi dio (pitanja 1. – 7.) se odnosi na prva dva istraživačka pitanja, a drugi dio (Zadatci) se odnosi na treće istraživačko pitanje. Pitanja su sastavljena na temelju teorije napisane u prethodnim poglavljima ovog diplomskog rada: ponajviše se odnose na peto poglavlje o elementima vrednovanja u nastavi Matematike prema novom kurikulumu te na četvrto poglavlje o formativnom vrednovanju u nastavi Matematike. Drugi dio instrumenta se sastoji od sedam zadataka koji su izvađeni iz udžbenika za prvi i drugi razred (Glasnović Gracin, Soucie i Žokalj, 2020). Posljednji zadatak je preuzet iz istraživanja TIMSS (TIMSS, 2019). Zadatci su različiti i izabrani su prema kriterijima vezanih uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike.

### 6.2.3. Postupak

Istraživanje, odnosno intervjui, su provedeni početkom lipnja 2021. godine, zasebno za svaku učiteljicu. Provedeni su kontaktno, pristale su biti snimane te su im postavljena pitanja na koja su one odgovarale. S obzirom da se radi o polustrukturiranom intervjuu, osim pitanja prikazanih u tablici 3, po potrebi su se ispitanicama postavljali dodatni upiti sa ciljem dobivanja

odgovora na istraživačka pitanja. Nakon obavljenih intervjua, snimke su ponovno preslušane i transkribirane te zatim analizirane.

#### *6.2.4. Analiza podataka*

Kod analize podataka (transkribiranih intervjua, prilog 1) koristila se kvalitativna tekstualna analiza. U sklopu analize tražile su se izjave ispitanica koje se odnose na različite elemente vrednovanja (Usvojenost znanja i vještina, Matematička komunikacija, Rješavanje problema) u svjetlu istraživačkih pitanja. Te su izjave kodirane obzirom na elemente te za rezultate odabrane one koje su najreprezentativnije.

### *6.3. Rezultati*

Rezultati će biti prikazani u trima potpoglavljima. Prvo potpoglavlje 6.3.1. odnosi se na prvo istraživačko pitanje o razumijevanju novih elemenata vrednovanja u nastavi matematike. Drugo potpoglavlje 6.3.2. se odnosi na drugo istraživačko pitanje o nedoumicama i nejasnoćama vezanih uz nove elemente vrednovanja. Na kraju, treće potpoglavlje 6.3.3. koje se odnosi na treće istraživačko pitanje, vezano je uz primjenu elemenata na konkretnim zadacima.

#### *6.3.1. Razumijevanje elemenata vrednovanja*

U kurikulumu se navodi da element Usvojenost znanja i vještina uključuje da učenik opisuje matematičke pojmove, odabire odgovarajuće i matematički ispravne procedure te ih provodi, provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rezultata te upotrebljava i povezuje matematičke koncepte (MZO, 2019). Učiteljica 1 za taj element navodi:

„Taj element ocjenjujem pisanim provjerama znanja odnosno svim vrstama pismenih uradaka. Usvojenost znanja i vještina je konačan rezultat učenikovog znanja nakon svake usvojene nastavne cjeline. (pisano množenje dvoznamenkastim brojem, pisano dijeljenje, kocka i kvadar) To je osnovni element koji se može ocijeniti kod svakog nastavnog sadržaja.“

Učiteljica 21 za taj element navodi:

„Usvojenost znanja i vještina je element vrednovanja u kojem učenik opisuje matematičke pojmove, odabire odgovarajuće matematičke ispravne algoritme, te ih provodi. Također, smatram da ovaj element vrednovanja obuhvaća sve klasične usmene i pismene provjere znanja, i sama pristupam vrednovanju na ovaj način. Uvijek mi je teško ocijeniti učenika koji predlaže dobar način rješavanja zadatka, ali griješi u jednostavnim zadacima, npr. „čisto“ zbrajanje, oduzimanje... Primjer je usmena ili pismena provjera znanja.“



Učiteljica 36 za taj element navodi:

„Pod Usvojenost znanja i vještina podrazumijevam nastavni sadržaj kojeg su učenici usvojili, to se odnosi na samostalno rješavanje matematičkih zadataka te uočavanje, primjenjivanje i obrazlaganje matematičkih zakonitosti. Ocjenjujem ga pismenom i usmenom provjerom znanja. Poteškoće se javljaju kod ocjenjivanja pismenog dijeljenja i množenja i dijeljenje s ostatkom jer neki učenici nisu dovoljno dobro usvojili tablicu množenja i dijeljenja. Također, ako dovoljno dobro ne barata pismenim zbrajanjem i oduzimanjem javljaju se poteškoće kod ocjenjivanja naročito kod tekstualnih zadataka. Ne pronalazi rješenje jer se nije naučio, pogotovo na složenijim primjerima te mi je s toga teško ocijeniti.“

Iz navedenih izjava možemo uočiti da sve tri ispitanice element Usvojenost znanja i vještina ocjenjuju pisanim i usmenim provjerama znanja. Međutim, uočavaju se razlike u shvaćanju ovog elementa. Za Učiteljicu 1 to znači konačan rezultat učenikovog znanja nakon svake usvojene nastavne cjeline, Učiteljica 21 naglašava da je to element vrednovanja u kojem učenik opisuje matematičke pojmove, odabire odgovarajuće matematičke ispravne algoritme, te ih provodi, a Učiteljica 36 pod tim elementom podrazumijeva nastavni sadržaj kojeg su učenici usvojili te da se to odnosi na samostalno rješavanje matematičkih zadataka te uočavanje, primjenjivanje i obrazlaganje matematičkih zakonitosti. Možemo uočiti razlike s obzirom na staž i vidjeti kako ispitanice s više staža imaju više znanja i iskustva kod vrednovanja ovog elementa te ga mogu bolje i jasnije objasniti.

Pod matematičkom komunikacijom u kurikulumu (MZO, 2019) podrazumijeva se da se učenik koristi odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju, koristi se odgovarajućim matematičkim prikazima za predstavljanje podataka, prelazi između različitih matematičkih prikaza, svoje razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama, postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljenoga pitanja, organizira informacije u logičku strukturu te primjereno se koristi tehnologijom (MZO, 2019). Učiteljica 1 za taj element navodi:

„Matematička komunikacija je provjera učenikovog znanja uz samostalno objašnjenje matematičkih pojmova, ideja i rezultata. Taj element ocjenjujem uglavnom usmenim provjeravanjem jer mi je važno da učenik svaki zadatak postavi, točno riješi i samostalno obrazloži postupak i rezultat i da se vidi njegovo razumijevanje. Taj element mogu primijeniti kod svakog nastavnog sadržaja i nemam problema s tim.“

Učiteljica 21 navodi:

„Element vrednovanja Matematička komunikacija opisuje i vrednuje kako se učenik služi odgovarajućim matematičkim jezikom, na primjer, matematičkim simbolima i terminologijom pri usmenom i pismenom rješavanju zadataka. Na primjer, objašnjava i koristi pojmove faktori, umnožak, na primjeru objašnjava primjenu pravila o povezanosti zbrajanja i oduzimanja.“

Učiteljica 36 za ovaj element navodi:

„Pod Matematičkom komunikacijom podrazumijevam učenikovo objašnjavanje matematičkih pojmova te korištenje matematičkih izraza, simbola i znakova pri usmenom i pismenom izražavanju. Ovaj element više ocjenjujem usmeno. Zadam učeniku zadatak usmenim putem, učenik treba to zapisati matematičkim izrazom odnosno postaviti zadatak, riješiti ga i objasniti kako je došao do rješenja. Učenik koji slabije logički zaključuje ili uopće logički ne zaključuje, kod njega je teže ocijeniti ovaj element.“

Iz navedenih izjava možemo uočiti da sve tri ispitanice element Matematička komunikacija uglavnom ocjenjuju usmenim provjerama znanja. Također, možemo uočiti da je za sve tri ispitanice ovaj element poprilično jasan te ga objašnjavaju s određenom sigurnošću. Njihova objašnjenja se djelomično poklapaju s onime što piše u kurikulumu (MZO, 2019). Za Učiteljicu 1 to znači provjeravanje učenikovog znanja uz samostalno objašnjenje matematičkih pojmova, ideja i rezultata, Učiteljica 21 naglašava da element Matematička komunikacija opisuje i vrednuje kako se učenik služi odgovarajućim matematičkim jezikom, na primjer, matematičkim simbolima i terminologijom pri usmenom i pismenom rješavanju zadataka, a Učiteljica 36 podrazumijeva da je to učenikovo objašnjavanje matematičkih pojmova te korištenje matematičkih izraza, simbola i znakova pri usmenom i pismenom izražavanju. Uočavamo da su izjave Učiteljice 21 i Učiteljice 36 poprilično slične te da one malo šire objašnjavaju element Matematička komunikacija.

Rješavanje problema prema kurikulumu (MZO, 2019) podrazumijeva da učenik prepoznaje relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja, uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu, ispravno rješava probleme u različitim kontekstima, provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema te generalizira rješenje (MZO, 2019). Učiteljica 1 za ovaj element navodi:

„Pod elementom rješavanja problema podrazumijevam samostalno postavljanje i rješavanje složenijih zadataka i primjenu i povezivanje naučenih matematičkih sadržaja. Ocjenjujem ga usmeno, za sada samo kod odličnih učenika. Ostalim učenicima stavljam bilješku sa strane, opisno ih pratim u rubrici bilješke. Da, teško mi je općenito taj element vrednovati...“

Učiteljica 21 navodi:

„Od učenika se očekuje da prepozna relevantne elemente problema i da uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, provjerava ispravnost matematičkih postupaka, te generalizira rješenje. Na primjer, učenik predlaže algoritam rješavanja netipičnog, još nepoznatog tipa zadataka. Ili: izdvaja i grupira relevantne podatke u duljem zadatku riječima.“

Učiteljica 36 navodi sljedeće:

„Pod Rješavanjem problema podrazumijevam problemske zadatke kod kojih učenici trebaju koristiti i povezati više matematičkih sadržaja i različite računske radnje. Ono zahtjeva više logičko razmišljanje i zaključivanje te koncentraciju. Kod boljih učenika koji su bolje matematički potkovani je i lakše ocijeniti ovaj element, dok se kod slabijih učenika javlja problem s ovim elementom jer nemaju kapaciteta za rješavanje ovakvih zadataka. Na satu je lakše ocijeniti učenika koji reagira brzo, temeljito i argumentirano. Učenici koji su slabiji iz matematike pod ovim elementom uglavnom imaju opisno praćenje.“

Mišljenje Učiteljice 1 nije u potpunosti u skladu s onim što piše u kurikulumu (MZO, 2019) jer ona podrazumijeva da je to samostalno postavljanje i rješavanje složenijih zadataka i primjenu i povezivanje naučenih matematičkih sadržaja dok u kurikulumu stoji da učenik prepozna relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja, uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu, ispravno rješava probleme u različitim kontekstima, provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema te generalizira rješenje (MZO, 2019). Mišljenje Učiteljice 36 također se ne podudara s onime što piše u kurikulumu (MZO, 2019) jer ona podrazumijeva da su to samo problemski zadatci kod kojih učenici trebaju koristiti i povezati više matematičkih sadržaja i različite računske radnje. Mišljenje Učiteljice 21 najbolje se podudara s onime što piše u kurikulumu (MZO, 2019), a ona ističe da se od učenika se očekuje da prepozna relevantne elemente problema i da uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, provjerava ispravnost matematičkih postupaka, te generalizira rješenje. Samim time možemo zaključiti da Učiteljica 21 pokazuje najbolje razumijevanje ovog elementa dok Učiteljica 1 i Učiteljica 36 imaju problema s razumijevanjem ovog elementa.

S obzirom na izjave ispitanih učiteljica možemo zaključiti da razumjele elemente Usvojenost znanja i vještina te Matematička komunikacija. Učiteljice s više staža bolje objašnjavaju element Usvojenost znanja i vještina. Također, njihovi odgovori se većim dijelom

poklapaju s onime što piše u kurikulumu (MZO, 2019). Najbolje razumiju element Matematička komunikacija gdje se njihovi odgovori uglavnom poklapaju s onime što piše u kurikulumu (MZO 2019), ali njihovi odgovori nisu skroz potpuni jer navode samo neke karakteristike ovog elementa koji stoje u kurikulumu (MZO, 2019). Kod ovog elementa također, učiteljice s više staža bolje i šire objašnjavaju njegovo značenje. Najmanje sigurnosti imaju kod elementa Rješavanje problema gdje se njihovi odgovori ne podudaraju s onim što piše u kurikulumu (MZO, 2019). Jedino se odgovor Učiteljice 21 djelomično poklapa s kurikulumom (MZO, 2019) te samim time ona pokazuje najbolje razumijevanje elementa Rješavanje problema.

### *6.3.2. Nedoumice i nejasnoće vezane uz elemente vrednovanja*

Drugo istraživačko pitanje odnosi se na nedoumice i nejasnoće vezane uz elemente vrednovanja u nastavnom predmetu Matematika. Sve tri ispitanice su priznale da imaju određene probleme vezane uz elemente vrednovanja.

Učiteljica s najmanje staža, Učiteljica 1 smatra da joj je potrebna dodatna edukacija vezana uz vrednovanje Rješavanja problema te navodi:

„Imam nejasnoća i nedoumica vezanih uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike. Najveći izazov predstavlja mi element Rješavanje problema. Smatram da taj element nije moguće broječno ocijeniti kod svih učenika već samo kod onih koji pokazuju izrazit interes i logičko razumijevanje u nastavi matematike. Znači da je taj element kod učenika s teškoćama teško vrednovati jer oni nemaju sposobnosti obrazlaganja matematičkih znanja i njegovog primjenjivanja u rješavanju problema. Po meni bi taj element trebao biti samo formativno vrednovan odnosno opisno praćen kroz godinu jer se događa da učenik koji ima sposobnost dobrog logičkog zaključivanja može dobiti ocjenu odličan, a učenik s teškoćama možda neće biti sposoban riješiti taj problem ni na najnižoj razini. Tada učenik s teškoćama možda uopće nema ocjenu kroz godinu iz tog elementa jer ju je nemoguće iskazati sumativno. Smatram da mi je potrebna dodatna edukacija.“

Učiteljica 1 također navodi kako joj prva dva elementa ne predstavljaju problem, ali da joj poprilično puno muke zadaje element Rješavanje problema koji joj nije dovoljno jasan:

„Prva dva elementa doživljavam kao pismeno i usmeno provjeravanje kao što je bilo prije pa mi to ne predstavlja problem, ali treći element Rješavanje problema mi još uvijek nije dovoljno jasan i ne znam kako ga primijeniti u vrednovanju i vlastitom radu za svaki nastavni sadržaj. U stalnoj sam komunikaciji sa starijim i iskusnijim kolegicama, međutim ni njima nije u potpunosti jasno što sve uzeti u obzir prilikom vrednovanja tog zadnjeg elementa pa stoga nisam ni dobila

neku konkretnu pomoć. Zajedno otkrivamo što bi bilo najbolje za učenike, a i što jednostavnije za nas učitelje.“

I ispitanica s najviše staža, Učiteljica 36, navodi teškoće vezane uz element Rješavanje problema, ali ona smatra da joj nije potrebna posebna edukacija jer smatra da se može snaći obzirom na svoje iskustvo:

„Uvijek bi se moglo naći nekih nejasnoća. Nema savršenog elementa koji bi bio sto posto jasan. Nije mi sto posto jasan element Rješavanje problema jer smatram da nije dovoljno objašnjeno kako ga primjenjivati u nastavi. Nije mi potrebna dodatna edukacija jer smatram da imam dovoljno iskustva, makar uvijek ima prostora za napredak.“

Za razliku od Učiteljice 1 i Učiteljice 36, Učiteljica 21 navodi samovrednovanje i vrednovanje prvašića kao njoj najveći izazov, ali sama je pronašla način kako to riješiti – formativnim vrednovanjem:

„Samovrednovanje predstavlja najveći izazov, učenici tog uzrasta nisu još sposobni sami procijeniti svoje znanje. Kroz praksu tijekom godina i razmjenom iskustva s drugim učiteljicama, mislim da neće biti problema. Dodatna edukacija je dobrodošla.“ „Izazovno je vrednovati učenike 1. razreda. Njihov pristup nastavi općenito (nesigurnost novog okruženja, prijelaz iz predškolske ustanove ili roditeljskog doma u školu), nužnost održavanja motivirajućeg razredno-nastavnog ozračja i pozitivne samopercepcije učenika ponekad otežavaju vrednovanje. Rješavam to čestim formativnim vrednovanjem i uvođenjem jednostavnog samovrednovanja kroz igru.“

Učiteljica 36 također navodi kako je često imala poteškoća u prilagođavanju sadržaja za učenike s individualiziranim pristupom, ali je problem riješila u suradnji s edukacijskim rehabilitatorom i drugim kolegama:

„Imala sam u praksi slabije učenike, koji su imali individualizirani pristup te sam nastavni sadržaj trebala prilagoditi njihovim sposobnostima. To nije uvijek bilo lagano, pa sam se savjetovala s edukacijskim rehabilitatorom i drugim kolegama.“

Možemo zaključiti kako ispitanicama najviše problema zadaje element Rješavanje problema. Učiteljica 1 smatra da taj element nije moguće brojčano ocijeniti kod svih učenika već samo kod onih koji pokazuju izrazit interes i logičko razumijevanje u nastavi matematike. Također, naglašava kako je taj element kod učenika s teškoćama teško vrednovati jer oni nemaju sposobnosti obrazlaganja matematičkih znanja i njegovog primjenjivanja u rješavanju problema. Učiteljica 36 ističe kako joj element Rješavanje problema nije dovoljno jasan jer nije

dovoljno objašnjeno kako ga primjenjivati u nastavi. S druge strane Učiteljica 21 kao najveću poteškoću navodi samovrednovanje i vrednovanje prvašića jer smatra da učenici tog uzrasta nisu još sposobni sami procijeniti svoje znanje te njihov pristup nastavi općenito (nesigurnost novog okruženja, prijelaz iz predškolske ustanove ili roditeljskog doma u školu), nužnost održavanja motivirajućeg razredno-nastavnog ozračja i pozitivne samopercepcije učenika ponekad otežavaju vrednovanje.

### 6.3.3. Primjena elemenata vrednovanja na konkretnim zadacima

Treće istraživačko pitanje odnosi se na primjenu elemenata vrednovanja na konkretnim zadacima. Kod svakog zadatka učiteljice su trebale odrediti kojem elementu vrednovanja najbolje pripada i zašto smatraju da pripada baš tom elementu.

Prvi zadatak je iz udžbenika za drugi razred gdje učenik treba objasniti što treba učiniti da vaga ostane u ravnoteži.



Slika 8. 1. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin, Soucie i Žokalj, 2020, str 66.)

Učiteljica 1 navodi: „Rješavanje problema - zato što učenik treba odgovoriti na pitanje što trebamo učiniti da vaga ostane u ravnoteži, treba argumentirati zašto i logički zaključiti. (...) Ovo je također i Usvojenost znanja i vještina jer učenik treba zbrojiti utege, direktno primjenjuje naučeno.“

Učiteljica 21 navodi: „Matematička komunikacija - jer učenik opisuje i objašnjava slikovni prikaz adekvatnim matematičkim rječnikom, samostalno iznosi opažanja o matematičkom prikazu i cjelovitim rečenicama opisuje slikovno-tekstualni prikaz i predlaže moguće rješenje.“

Učiteljica 36 navodi: „Matematička komunikacija - jer učenik treba objasniti kako će postići ravnotežu i koristi matematičke izraze.“

Prema opisu elemenata vrednovanja, ovaj zadatak spada najviše u Matematičku komunikaciju te dio u Usvojenost znanja i vještina. Možemo vidjeti kako su učiteljice s više godina staža

prepoznale da se radi o Matematičkoj komunikaciji te objasnile zašto dok učiteljica s manje staža ovo svrstava u Rješavanje problema. No učiteljica s manje staža je prepoznala da se radi i o Usvojenosti znanja i vještina.

Drugi zadatak je također iz udžbenika za drugi razred, a u njemu se traži da učenik riješi tekstualni zadatak i rješenje zapiše u obliku zbrajanja i u obliku množenja.

4.	Ana je u 5 dana pročitala knjigu. Svaki je dan pročitala 10 stranica. Koliko stranica ima njena knjiga? Zapiši u obliku zbrajanja:  Zapiši u obliku množenja:	Marko je u 10 dana pročitao istu knjigu. Svaki dan je pročitao 5 stranica. Koliko stranica ima knjiga? Zapiši u obliku zbrajanja:  Zapiši u obliku množenja:
----	--	---

Slika 9. 4. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin i sur., 2020, str 25.)

Učiteljica 1: „Usvojenost znanja i vještina - jer direktno primjenjuju naučeno.“

Učiteljica 21: „Usvojenost znanja i vještina (ako su zadaci ovog tipa poznati od prije). Iz iskustva znam da ovakav zadatak ne predstavlja značajniji izazov. Radi se o 2. razredu; učenici će još uvijek imati više teškoća s čitanjem i razumijevanjem teksta, nego rješavanjem zadatka.“

„Rješavanje problema (ako je novi tip zadatka) jer je svaki tekstualni zadatak učenicima zahtjevniji od numeričkog, ovdje je razina složenosti dodatno povećana povezanošću dvaju dijelova zadatka.“

Učiteljica 36 smatra da element vrednovanja ovisi i o individualnim sposobnostima pojedinih učenika:

„Rješavanje problema - jer smatram da slabiji učenici ne bi znali riješiti ovaj zadatak jer iziskuje logičko zaključivanje i povezivanje.“

Ovaj zadatak, prema opisu iz kurikuluma i mjestu gdje se nalazi u udžbeniku, najviše spada u Usvojenost znanja i vještina te Matematičku komunikaciju. Učiteljica 1 i Učiteljica 21 su dobro prepoznale da se radi od Usvojenosti znanja i vještina dok Učiteljica 36 ovo smatra Rješavanjem problema. Zanimljivo je da ni jedna učiteljica ovdje nije navela Matematičku komunikaciju, a traži se od učenika korištenje matematičkih simbola.

Treći zadatak je također iz udžbenika za drugi razred, a u njemu se od učenika traži da zbroji dvoznamenkasti i jednoznamenkasti broj na duži način.

5. Dopuni.

$$\begin{aligned} 87 + 6 &= 87 + 3 + 3 \\ &= 90 + 3 \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 54 + 7 &= 54 + 6 + \square \\ &= 60 + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 49 + 4 &= 49 + \square + \square \\ &= \square + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 73 + 8 &= 73 + \square + \square \\ &= \square + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 + 6 &= 36 + \square + \square \\ &= \square + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 68 + 5 &= 68 + \square + \square \\ &= \square + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

Slika 10. 5. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin i sur., 2020, str 69.)

Učiteljica 1: „Usvojenost znanja i vještina - jer se također direktno primjenjuje naučeno.“

Učiteljica 21: „Usvojenost znanja i vještina - jer nakon usvajanja algoritma (koji se naslanja na znanja stečena u 1.razredu), učenici će uspješno rješavati zadatke ovog tipa.“

Učiteljica 36: „Usvajanje znanja i vještina - jer učenici direktno primjenjuju naučeno.“

Sve tri učiteljice se slažu u svojim izjavama da se radi o elementu Usvojenost znanja i vještina.

Njihov zaključak je točan jer ovaj zadatak spada u element Usvojenost znanja i vještina.

Četvrti zadatak je također iz udžbenika za drugi razred, a u njemu se od učenika traži da različitim bojama pokažu tri načina kojima autom mogu doći od točke A do točke B.



Slika 11. 1. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin i sur., 2020, str 18.)

Učiteljica 1: „Rješavanje problema - jer sami trebaju naći najkraći put od točke A do točke B te prikazati tri različita puta. (...)

Usvojenost znanja i vještina - zbog pitanja kako se zove najkraća spojnica između dvije točke te je to direktna primjena.“

Učiteljica 21: „U ovom zadatku moguće je primijeniti sva tri elementa vrednovanja:



-usvajanje znanja i vještina - jer se traži odgovor na pitanje koje postavlja sovrca

-mat. komunikacija - jer je potreban opis slike uz upotrebu matematičkih pojmova: točka, dužina

-rješavanje problema - jer je potrebno pronalaženje puteva i određivanje najkraćeg puta.“

Učiteljica 36: „Rješavanje problema - jer iziskuje logičko zaključivanje, povezivanje i razmišljanje te trebaju riješiti problemsku situaciju.“

Ovaj zadatak, prema opisu elemenata vrednovanja, spada najviše u Rješavanje problema što su sve tri učiteljice dobro prepoznale. Učiteljica 1 je navela da bi to još moglo biti Usvojenost znanja i vještina dok je Učiteljica 21 navela da je ovdje moguće primijeniti sva tri elementa vrednovanja.

Peti zadatak je iz udžbenika za treći razred, a u njemu se od učenika traži da objasne zašto se ovo zove stotica.



Slika 12. 1. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin i sur., 2020, str 12.)

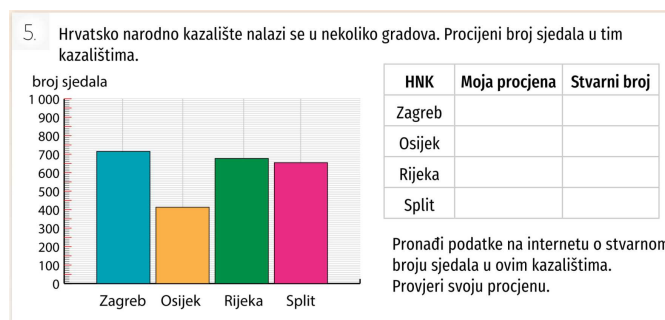
Učiteljica 1: „Matematička komunikacija - jer učenici moraju objasniti zašto se ovo zove stotica, samostalno opisuju rješavanje zadatka.“

Učiteljica 21: „Matematička komunikacija - jer se primarno zahtjeva objašnjene matematičkog pojma odnosno izražavanje uz upotrebu matematičkog rječnika.“

Učiteljica 36: „Matematička komunikacija - jer učenik mora objasniti matematički pojam.“

Ovdje se radi o Matematičkoj komunikaciji, što su sve učiteljice dobro prepoznale.

Šesti zadatak je također iz udžbenika za treći razred, a od učenika se traži da prvo procjene te zatim očitaju s grafa koliko je stvarni broj sjedala u kazalištima.



Slika 13. 5. zadatak iz udžbenika (Glasnović Gracin i sur., 2020, str 21.)

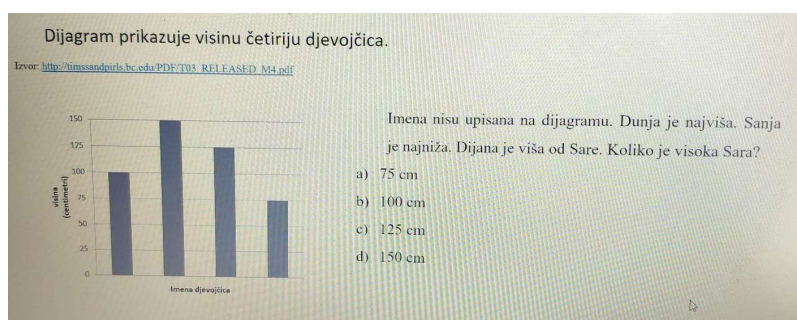
Učiteljica 1: „Rješavanje problema - jer opće znanje primjenjuje u statistici.“

Učiteljica 21: „Rješavanje problema - jer se zahtjeva korištenje više izvora informacija i upotrebu istih.“

Učiteljica 36: „Rješavanje problema - jer smatram da to slabiji učenici ne bi znali riješiti jer je potrebno puno razmišljanja i zaključivanja.“

Ovaj zadatak spada najviše u Usvojenost znanja i vještina dok su sve učiteljice ovo svrstale pod Rješavanje problema. Razlog tome može biti što je domena vezana uz statistiku nova u matematičkom kurikulumu.

Sedmi zadatak preuzet je iz TIMSS istraživanja (TIMSS, 2019). Od učenika se traži da na temelju dijagrama i danih podataka otkriju koliko je visoka Sara.



Slika 14. Zadatak iz TIMSS istraživanja (TIMSS, 2019.)

Učiteljica 1: „Rješavanje problema - jer učenici samostalno moraju otkriti koliko je visoka Sara i matematička komunikacije jer samostalno moraju objasniti kako su došli do rješenja.“

Učiteljica 21: „Usvojenost znanja i vještina - jer je ovo relativno jednostavan zadatak, učenici će bez većih teškoća doći do rješenja (pod pretpostavkom da se radi o 3. razredu, brojevi do 1000).“

Učiteljica 36: „Matematička komunikacija i rješavanje problema - jer učenici trebaju samostalno otkriti i doći do rješenja, trebaju logički zaključivati, a ujedno i objasniti kako su došli do rješenja.“

Ovaj zadatak spada najviše u Rješavanje problema. Učiteljica 1 i Učiteljica 36 su prepoznale da se radi o Rješavanju problema dok je Učiteljica 21 navela da je ovo Usvojenost znanja i vještina. To može biti točno ukoliko se na satu vježbalo mnogo takvih zadataka.

Kao što možemo vidjeti, učiteljice su se najviše slagale u trećem i petom zadatku koji su ujedno i najjednostavniji zadatci. Treći zadatak spada u element Usvojenost znanja i vještina dok peti zadatak spada u Matematičku komunikaciju. Kod ovih zadataka sve tri učiteljice su dale isti odgovor. Kod ostalih zadataka njihovi odgovori se razlikuju. Primjećujem da im dosta nedoumica izazivaju zadatci iz statistike, koja je nov sadržaj u kurikulumu. Možemo vidjeti da su u šestom zadatku sve tri učiteljice navele da je to Rješavanje problema, a zadatak spada pod Usvojenost znanja i vještina. Također, u sedmom zadatku svaka od njih je dala različit odgovor. U četvrtom zadatku su sve prepoznale da se radi o Rješavanju problema, dok je Učiteljica 21 još navela da bi tu mogla vrednovati još i ostala dva elementa.

#### *6.4. Diskusija i zaključak*

Nakon provedenog istraživanja iz rezultata je vidljivo da ispitane učiteljice imaju određenih problema vezanih uz nove elemente vrednovanja. Stoga bi bilo poželjno da im se omogući dodatna edukacija povezana s elementima vrednovanja u nastavi Matematike te njihovo samostalno učenje i usavršavanje. Učiteljica 1 je i sama navela da joj je potrebna dodatna edukacija i da se često konzultira sa starijim kolegama. Njihovo slabije poznavanje kurikuluma može se i pripisati tome što je kurikulum nov, u vrijeme pisanja ovog rada još nije prošlo 2 godine od njegova donošenja, i još ima puno mjesta za učenje i napredak.

Također, postavljeno im je pitanje vezano uz formativno vrednovanje te koliko često i kako ga provode u nastavi Matematike. Navele su da često koriste formativno vrednovanje, no po njihovim odgovorima zaključuje se da se to uglavnom svodi na opisno ocjenjivanje odnosno neki komentar uz ocjenu ili samo opisno praćenje u rubriku. Tek ponekad koriste samovrednovanje i kolegijalno vrednovanje, što je jako malo. U četvrtom poglavlju o vrednovanju u nastavi matematike navedeno je i opisano mnogo različitih tehnika formativnog vrednovanja i praćenja (Manfreda Kolar, 2020) te je istaknuto kako je potrebno puno više formativnog vrednovanja da bi učenici bolje i jasnije razumjeli nastavni sadržaj te kako bi

poboljšali svoje učenje matematike (Strategija obrazovanja, znanosti i tehnologije, 2014). Kod učiteljica koje su ispitane, vrednovanje u nastavi matematike se uglavnom svodi na sumativno, što znači da u ovom području ima još mnogo mjesta za poboljšanja. Očito postoji potreba za educiranjem i implementacijom novih tehnika formativnog vrednovanja i praćenja. Možemo zaključiti da znanje ispitanica o novim elementima vrednovanja i samom vrednovanju u nastavi matematike nije cjelovito i temeljito jer se ono samo djelomično poklapa s onim što piše u kurikulumu (MZO, 2019). Također, ispitanice nisu u potpunosti sigurne u primjenu određenih elemenata vrednovanja kada su im dani različiti zadatci te imaju poteškoće s određivanjem zadataka za pojedini element vrednovanja. Potrebna im je dodatna edukacija i određene smjernice kako koji element vrednovati. Najviše problema im zadaje element Rješavanje problema te smatraju da bi se taj element trebao samo formativno pratiti jer kod učenika koji su „slabiji“ u matematici i učenici koji imaju teškoća u učenju matematike teško je vrednovati taj element. Učiteljica 36 navodi sljedeće:

„Imam puno staža i iskustva i mogu zaključiti da su učenici prije bili puno više zainteresirani i puno bolje su logički zaključivali te su bili više samostalni i motivirani pogotovo za zadatke za dodatnu nastavu i problemske zadatke. Dok u današnje vrijeme, učenici su pasivniji i treba im puno više motivacije, potpore i asistencije pri rješavanju različitih zadataka.“

Možda je i ovo jedan od razloga zašto je učiteljima teško vrednovati element Rješavanje problema.

Također, kroz istraživanje možemo vidjeti neke razlike prema duljini staža te je moguće da staž i iskustvo utječu na razumijevanje i primjenu elemenata vrednovanja. Ispitanice s više radnog staža bolje i jasnije objašnjavaju pojedini element vrednovanja te pokazuju veću sigurnost i bolju primjenu tih elemenata na različitim zadacima.

Ovo istraživanje je studija slučaja koja je provedena na trima učiteljicama pa se rezultati ne mogu generalizirati, ali ovo istraživanje pokazuje konkretne probleme s kojima se susreću učitelji različitih godina staža u razrednoj nastavi u odnosu na nove elemente vrednovanja. U sljedećim koracima istraživanje bi se moglo provesti na većem broju učitelja pa bi se tada mogli izvući generalniji zaključci. Također, bi se u sljedećim koracima istraživanja različitim pitanjima moglo obuhvatiti više formativno vrednovanje i provesti to na više ispitanika te bi se tada mogli donijeti generalniji zaključci vezani uz formativno vrednovanje u nastavi Matematike.

## 7. Zaključak

Vrednovanje je složen i zahtjevan proces za svakoga učitelja. Ono je podložno konstantnim promjenama, unapređivanju te se prilagođava potrebama vremena i prilika. Učitelj, da bi bio dobar u svome poslu, a tako i u vrednovanju, treba posjedovati sljedeće kompetencije: 1. znanje i razumijevanje; 2. planiranje, poučavanje i upravljanje nastavom; 3. praćenje, ocjenjivanje, bilježenje, izvještavanje i odgovornost; 4. druge profesionalne standarde (Kyriacou, 2001). Kao što je već navedeno u trećem poglavlju, svaki učitelj, pa tako i učitelj koji poučava matematiku, ima isti cilj: osigurati najveću moguću kvalitetu nastave koja će učenicima omogućiti otkrivanje koncepata, procedura i vještina koje će im pomoći da postupno razviju matematičku kompetenciju. Suvremeni standardi matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike su: rješavanje problema, razmišljanje, zaključivanje i dokazivanje, komunikacija, povezivanje i reprezentacija (NCTM, 2000, prema Mišurac, 2014). U tom procesu razvijanja matematičke kompetencije učenika važnu ulogu, između ostaloga, ima i vrednovanje u nastavi matematike.

Vrednovanje u nastavi matematike predstavlja izazov za današnje učitelje jer su novom kurikularnom reformom doneseni novi elementi vrednovanja. No, kod uvođenja novih elemenata postavlja se pitanje jesu li oni adekvatno prezentirani i objašnjeni učiteljima. Kvalitativno istraživanje provedeno u ovom radu pokazuje da postoji velika potreba za edukacijama i suradnjom među učiteljima oko iskustava u vrednovanju elemenata u Matematici. Ispitanice su pokazale da trebaju podršku kod vrednovanja u nastavi matematike. Poseban problem se javlja kod elementa Rješavanje problema jer nisu sigurne kako ga vrednovati kod svih učenika. Smatraju da kod „slabijih“ učenika taj element ne može biti brojčano ocijenjen. Ispitanice su pokazale i da imaju teškoća s vrednovanjem sadržaja iz statistike koje su ocijenile kao rješavanje problema, iako se zapravo radi o usvojenosti znanja i vještina. Moguće da je tome tako jer im je taj sadržaj nov te nisu dovoljno educirane i sigurne u vrednovanje tog sadržaja. Stoga se elementu Rješavanje problema treba posvetiti veća pažnja u edukacijama i podrškama za učitelje te većoj suradnji među učiteljima. Također, veća pažnja se treba posvetiti i novim domenama i njihovom vrednovanju.

Smatram da je potrebno dodatno educirati i osvijestiti učitelje o nužnosti formativnog vrednovanja u nastavi matematike, koje je također u neku ruku novina, te doprinosu i učinku koje ono ima na učenike. Učitelji uglavnom koriste sumativno vrednovanje jer se boje nečeg novog i poprilično su nesigurni u sebe, a to sve proizlazi iz činjenice da možda nisu dovoljno educirani. S toga je potreban rast i razvoj te želja za učenjem i usavršavanjem.

Što se tiče elemenata vrednovanja u nastavi matematike jasno smo mogli vidjeti kroz intervjue da su ispitanice imale poteškoća oko određivanja koji zadatak je primjeren određenom elementu vrednovanja, mogle su samo djelomično navesti što se kojim elementom podrazumijeva te se vrlo često vraćaju „starom“ elementu vrednovanja koji se odnosi samo na znanje sadržaja. Rješavanje problema pritom predstavlja najveći izazov. Ispitanice smatraju da im je potrebna dodatna edukacija i da bi element Rješavanje problema trebalo samo formativno vrednovati jer ga nije moguće ocijeniti kod svih učenika. Postavlja se pitanje koliko je zapravo dobro odrađen prijelaz u novu kurikularnu reformu nastavnog predmeta Matematika i jesu li se elementi vrednovanja, kao i nove domene, posebno za razrednu nastavu matematike, mogli bolje prezentirati i objasniti te koliko su učitelji motivirani za dodatno usavršavanje. Učiteljica 1 je imala zanimljiv završni komentar: „Ne razumijem zašto se krenulo u provedbu s novim kurikulumom i novim elementima vrednovanja iz Matematike ako se prije toga nisu usuglasili svi stručnjaci budući da slušanjem različitih predavanja dolazim do zaključka da se njihova mišljenja razilaze.“ Nećemo ulaziti u to koliko je ona u pravu jer smatram da se nikada neće usuglasiti svi stručnjaci, već treba pronaći koncensus. Novi elementi vrednovanja su trebali biti mnogo više na javnoj diskusiji, kada su doneseni trebale su ih pratiti brojne edukacije i potpore za učitelje.

## Literatura

1. Agencija za znanost i visoko obrazovanje [AZVO]. Pojmovnik. (2021). Preuzeto 1.4.2021.: <https://www.azvo.hr/hr/pojmovnik/78-kompetencije>
2. Barić, D. Mandarić, B. V. i Razum, R. (2019). *Nastavničke kompetencije*. Katolički bogoslovni fakultet Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska.
3. Ball, D., Lubienski, S. i Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. U V. Richardson (ur.), *Handbook of research on teaching*. Washington: American Educational Research Association, 433–456.
4. Bass, H. (1993). *Measuring What Counts: A Conceptual Guide for Mathematics Assessment*, Washington, DC: National Academies Press.
5. Black, P., Harrison C., Lee C., Marshall B. i Wiliam D. (2002). *Working Inside the Black Box: Assessment for learning in the classroom*, London: King's College London.
6. Brajković, S. i Žokalj, G. (2021). *Učenje u tijeku, kako formativnim vrednovanjem potaknuti učenje*, Zagreb: ALFA.
7. Brajković, S. (2019). *Formativno vrednovanje (uz primjere)*, Zagreb: Alfa. Preuzeto s [http://www.alfaportal.hr/naslovna/formativno\\_vrednovanje.pdf?fbclid=IwAR1ViNciA0aVPF\\_Ei7Citc1EvzgzRPHsGqVAzJdk5Ls8mHzaZ-GtN\\_SJLECO](http://www.alfaportal.hr/naslovna/formativno_vrednovanje.pdf?fbclid=IwAR1ViNciA0aVPF_Ei7Citc1EvzgzRPHsGqVAzJdk5Ls8mHzaZ-GtN_SJLECO) (16.3.2021.)
8. Ćatić, I. (2012). Kompetencije i kompetencijski pristup obrazovanju. *Pedagoški istraživanja*, 9(1/2), 175-187. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/113448> (1.4.2021.)
9. European Commission: Education and Culture (2005.). Common European Principles for Teacher Competences and Qualifications. Preuzeto s <http://www.pef.uni-lj.si/bologna/dokumenti/eu-common-principles.pdf> (1.4.2021.)
10. European Commission (2010). Changes in teacher and trainer competences: Synthesis report of the first homework. Preuzeto s [https://ec.europa.eu/assets/eac/education/experts-groups/2011-2013/teacher/teacher-competences\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/assets/eac/education/experts-groups/2011-2013/teacher/teacher-competences_en.pdf) (1.4.2021.)
11. European Trade Union Committee for Education (2008), Teacher Education in Europe: An ETUCE Policy Paper. Preuzeto s [https://www.csee-etu.org/images/attachments/ETUCE\\_PolicyPaper\\_en.pdf](https://www.csee-etu.org/images/attachments/ETUCE_PolicyPaper_en.pdf) (1.4.2021.)

12. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2020). *Otkrivamo matematiku 2* [e-udžbenik], Zagreb: Alfa.
13. Glasnović Gracin, D., Soucie, T. i Žokalj, G. (2020). *Otkrivamo matematiku 3* [e-udžbenik], Zagreb: Alfa.
14. Hodgen, J. i Wiliam, D. (2006). *Mathematics inside the black box: Assessment for Learning in the mathematics classroom*, London: King's College London.
15. Horvat, Z. (2019). *Didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika matematike*. (Doktorska disertacija). Filozofski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska.
16. Jurjević Jovanović, I., Rukljač, I. i Viher, J. (2020). *Vrednovanje u razrednoj nastavi*, Zagreb: Školska knjiga.
17. Jurčić, M. (2012). *Pedagoške kompetencije suvremenog učitelja*, Zagreb: Recedo.
18. Kadum, S. i Kadum, V. (2019). *Poglavlja iz didaktike matematike*, Zagreb: Element.
19. Kadum-Bošnjak, S. (2013). *Dokimologija u primarnom obrazovanju*. Sveučilište Jurja Dobrile u Puli, Pula, Hrvatska.
20. Kadum-Bošnjak, S. i Brajković, D. (2007). Praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje učenika u nastavi. *Metodički obzori*, 2(4), 35-51. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/19440> (16.3.2021.)
21. Kyriacou, C. (2001). *Temeljna nastavna umijeća*, Zagreb: Educa.
22. Leou, S. (1998). Teaching Competencies Assessment Approaches for Mathematics Teachers. *National Science Council*, 8(3), 102–107. Preuzeto s <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.550.4725&rep=rep1&type=pdf> (1.4.2021.)
23. Lončarić, D. i Pejić Papak, P. (2009). Profiliranje učiteljskih kompetencija. *Odgojne znanosti*, 11(2), 479–497. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/48458> (1.4.2021.)
24. Manfreda Kolar, V. (2020). Formativno praćenje u poučavanju matematike. *Matematika i škola*, 2(96), 3-10. Preuzeto s <https://mis.element.hr/fajli/1674/96-02.pdf> (4.5.2021.)
25. Matijević, M. (2005). Evaluacija u odgoju i obrazovanju. *Pedagoška istraživanja*, 2(2), 279-297. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/139323> (16.3.2021.)
26. Matijević, M. (2004). *Ocjenjivanje u osnovnoj školi*, Zagreb: Tipex.



27. Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2021). Državna matura. Preuzeto 16.4.2021.: <https://mzo.gov.hr/istaknute-teme/odgoj-i-obrazovanje/vrednovanje-i-osiguranje-kvalitete-u-sustavu-odgoja-i-obrazovanja/drzavna-matura/459>
28. Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2021). Vanjsko vrednovanje odgojno-obrazovnih ustanova. Preuzeto 8.4.2021.: <https://mzo.gov.hr/istaknute-teme/odgoj-i-obrazovanje/vrednovanje-i-osiguranje-kvalitete-u-sustavu-odgoja-i-obrazovanja/vanjsko-vrednovanje-odgojno-obrazovnih-ustanova/1007>
29. Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO]. (2019). Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2. Preuzeto 24.4.2021.: [https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT\\_kurikulum\\_1\\_71.pdf](https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT_kurikulum_1_71.pdf)
30. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta [MZOS]. (2016). Nacionalni kurikulum za osnovnoškolski odgoj i obrazovanje. Preuzeto 18.5.2021.: <http://www.kurikulum.hr/wp-content/uploads/2016/03/NKOO-1.pdf>
31. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta [MZOS]. (2016). Okvir nacionalnoga kurikuluma. Preuzeto 18.5.2021.: <http://www.kurikulum.hr/wp-content/uploads/2016/02/ONK-18.2-POPODNE-2.pdf>
32. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta [MZOS]. (2014). Strategija obrazovanja, znanosti i tehnologije. Preuzeto 23.4.2021.: <https://mzo.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Obrazovanje/Strategija%20obrazovanja,%20znanosti%20i%20tehnologije.pdf>
33. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta [MZOS]. (2010). Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje. Preuzeto 1.4.2021.: [http://mzos.hr/datoteke/Nacionalni\\_okvirni\\_kurikulum.pdf](http://mzos.hr/datoteke/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf)
34. Mišurac, I. (2014). *Suvremeni standardi matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike*. Filozofski fakultet Sveučilišta u Splitu, Split, Hrvatska.
35. Mrkonjić, A. i Vlahović, J. (2008). Vrednovanje u školi. *Acta Iadertina*, 5(1), 27-37. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/190056> (16.3.2021.)
36. Mužić, V. i Vrgoč, H. (2005). *Vrjednovanje u odgoju i obrazovanju*, Zagreb: Hrvatsko pedagoško-književni zbor.

37. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. [NCVVO]. (2021). Matematička pismenost. Preuzeto 16.4.2021.: <https://pisa.ncvvo.hr/sto-pisa-ispituje/matematicka-pismenost/>
38. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. [NCVVO]. (2021). TIMSS. Preuzeto 16.4.2021.: <https://www.ncvvo.hr/medunarodna-istrazivanja/timss/>
39. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. [NCVVO]. (2020). *Statistička i psihometrijska analiza ispita državne mature u školskoj godini 2019./2020.* Zagreb. Preuzeto 16.4.2021.: <https://mk0ncvvtot6usx5xu4d.kinstacdn.com/wp-content/uploads/2021/03/Statisticka-i-psihometrijska-analiza-ispita-drzavne-mature-19-20.pdf>
40. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. [NCVVO]. (2019). PISA 2018: rezultati, odrednice i implikacije Međunarodno istraživanje znanja i vještina učenika. Preuzeto 16.4.2021.: [https://mk0pisanvvcpcw453.kinstacdn.com/wp-content/uploads/2019/12/PISA-2018\\_izvje%C5%A1taj.pdf](https://mk0pisanvvcpcw453.kinstacdn.com/wp-content/uploads/2019/12/PISA-2018_izvje%C5%A1taj.pdf)
41. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. [NCVVO]. (2013). PISA. Preuzeto 16.4.2021.: <https://www.ncvvo.hr/medunarodna-istrazivanja/pisa/>
42. National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston. Preuzeto 1.4.2021.: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
43. Okvir za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (2016). Preuzeto s <http://www.kurikulum.hr/wp-content/uploads/2016/03/Okvir-za-vrednovanje.pdf> (16.3.2021.)
44. Organizacija za ekonomsku suradnju i razvoj. [OECD]. (2021). PISA. Preuzeto 13.5.2021.: <https://www.oecd.org/pisa/>
45. Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (2019). Preuzeto s [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_09\\_82\\_1709.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_09_82_1709.html) (8.4.2021.)
46. Preporuka Europskog parlamenta i savjeta o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje (2006). Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/61536> (1.4.2021.)
47. Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning. (2006). Official Journal of the European Union. Preuzeto

s <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:en:PDF>  
(1.4.2021.)

48. Škola za život (2019). Metodički priručnici za osnovnu školu. Preuzeto s <https://skolazazivot.hr/obrazovni-sadrzaji/metodicki-prirucnici/metodicki-prirucnici-za-osnovnu-skolu/> (18.5.2021.)

49. Tuning Educational Structures in Europe Workgroup: Education (TUNING 2; 2005), Tuning educational structures in Europe: Summary of Outcomes – Education. Preuzeto s [http://www.ehea.info/media.ehea.info/file/Tuning\\_project/93/2/Tuning-Phase2-Final-Report\\_575932.pdf](http://www.ehea.info/media.ehea.info/file/Tuning_project/93/2/Tuning-Phase2-Final-Report_575932.pdf) (1.4.2021.)

50. Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. In D. S. Rychen & L. H. Salganik (Eds.), Defining and selecting key competencies. Hogrefe & Huber Publishers.

# Prilozi

## Prilog 1: Intervjui

### Učiteljica 1

1. Jeste li upoznati s elementima vrednovanja u nastavi Matematike prema kurikulumu iz 2019. godine? (Gdje ste upoznali te elemente? Jeste li imali kakvu edukaciju vezanu uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike? Opišite kako je ta edukacija izgledala. Što ste naučili? Koliko ste se educirali?)

„Jesam. Upoznala sam ih na edukacijama na platformi Lumen i u suradnji sa starijim kolegicama te samostalnim proučavanjem kurikuluma iz Matematike. Nisam imala posebnu edukaciju, samostalno sam istraživala i informirala se o novim elementima i kriterijima ocjenjivanja. Mislim da bi se trebala još educirati i da bi bilo korisno kada bi imali još neke seminare i predavanja na temu elemenata vrednovanja i kriterija ocjenjivanja. Bilo bi korisno kada bi se na županijskoj razini donesle jasne smjernice što se pojedinim elementom podrazumijeva.“

2. Imate li kakvih nedoumica odnosno nejasnoća oko pojedinih elemenata vrednovanja u nastavi Matematike? (Što vam predstavlja najveći izazov? Što mislite na čemu biste još mogli poraditi? Smatrate li da Vam je potrebna dodatna edukacija?)

„Imam nejasnoća i nedoumica vezanih uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike. Najveći izazov predstavlja mi element Rješavanje problema. Smatram da taj element nije moguće brojčano ocijeniti kod svih učenika već samo kod onih koji pokazuju izrazit interes i logičko razumijevanje u nastavi matematike. Znači da je taj element kod učenika s teškoćama teško vrednovati jer oni nemaju sposobnosti obrazlaganja matematičkih znanja i njegovog primjenjivanja u rješavanju problema. Po meni bi taj element trebao biti samo formativno vrednovan odnosno opisno praćen kroz godinu jer se događa da učenik koji ima sposobnost dobrog logičkog zaključivanja može dobiti ocjenu odličan, a učenik s teškoćama možda neće biti sposoban riješiti taj problem ni na najnižoj razini. Tada učenik s teškoćama možda uopće nema ocjenu kroz godinu iz tog elementa jer ju je nemoguće iskazati sumativno. Smatram da mi je potrebna dodatna edukacija.“

3. Što podrazumijevate pod elementom Usvojenost znanja i vještina? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Taj element ocjenjujem pisanim provjerama znanja odnosno svim vrstama pismenih uradaka. Usvojenost znanja i vještina je konačan rezultat učenikovog znanja nakon svake usvojene nastavne cjeline. (pisano množenje dvoznamenkastim brojem, pisano dijeljenje, kocka i kvadar) To je osnovni element koji se može ocijeniti kod svakog nastavnog sadržaja.“

4. Što podrazumijevate pod elementom Matematička komunikacija? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Matematička komunikacija je provjera učenikovog znanja uz samostalno objašnjenje matematičkih pojmova, ideja i rezultata. Taj element ocjenjujem uglavnom usmenim provjeravanjem jer mi je važno da učenik svaki zadatak postavi, točno riješi i samostalno obrazloži postupak i rezultat i da se vidi njegovo razumijevanje. Taj element mogu primijeniti kod svakog nastavnog sadržaja i nemam problema s tim.“

5. Što podrazumijevate pod elementom Rješavanje problema? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Pod elementom rješavanja problema podrazumijevam samostalno postavljanje i rješavanje složenijih zadataka i primjenu i povezivanje naučenih matematičkih sadržaja. Ocjenjujem ga usmeno, za sada samo kod odličnih učenika. Ostalim učenicima stavljam bilješku sa strane, opisno ih pratim u rubrici bilješke. Da, teško mi je općenito taj element vrednovati kao što sam već navela prije zbog kojih razloga.“

6. Ispričajte neku situaciju koja Vam je bila izazovna kod vrednovanja pojedinih elemenata ili općenito kod vrednovanja u nastavi matematike. (Kako ste se snašli? Kako ste riješili taj problem? Jeste li tražili nečiju pomoć?)

„Prva dva elementa doživljavam kao pismeno i usmeno provjeravanje kao što je bilo prije pa mi to ne predstavlja problem, ali treći element Rješavanje problema mi još uvijek nije dovoljno jasan i ne znam kako ga primijeniti u vrednovanju i vlastitom radu za svaki nastavni sadržaj. U stalnoj sam komunikaciji sa starijim i iskusnijim kolegicama, međutim ni njima nije u potpunosti jasno što sve uzeti u obzir prilikom vrednovanja tog zadnjeg elementa pa stoga nisam ni dobila neku konkretnu pomoć. Zajedno otkrivamo što bi bilo najbolje za učenike, a i što jednostavnije za nas učitelje.“

7. Vrednujete li navedene elemente formativno ili koristite samo sumativno vrednovanje? (Na koji način vrednujete formativno? Opišite i navedite neki primjer za pojedini element vrednovanja. Koliko često koristite formativno vrednovanje i praćenje?)

„Prva dva elementa vrednujem sumativno uz opisno praćenje u rubrici bilješke, a treći element za sada samo kod nekih učenika vrednujem sumativno dok kod onih nešto slabijih u području matematike primjenjujem formativno vrednovanje. Formativno vrednovanje koristim jedanput tjedno za sad uglavnom kod provjere domaćih zadaća, a povremeno i kod zadataka koje rješavaju na satu ili samovrednovanje. Kod samovrednovanja zadam nekoliko zadataka učenici ih sami riješe i prekontroliraju rješenja te si tada stavljaju plus ako je točno ili minus ako je netočno te kasnije prebroje bodove i uočavaju vlastite pogreške.“

## ZADATCI

1. „Rješavanje problema zato što učenik treba odgovoriti na pitanje što trebamo učiniti da vaga ostane u ravnoteži, treba argumentirati zašto i logički zaključiti.“

„Ovo je također i Usvojenost znanja i vještina jer učenik treba zbrojiti utege, direktno primjenjuje naučeno.“

2. „Usvojenost znanja i vještina jer direktno primjenjuju naučeno.“

3. „Usvojenost znanja i vještina jer se također direktno primjenjuje naučeno.“

4. „Rješavanje problema jer sami trebaju naći najkraći put od točke A do točke B te prikazati tri različita puta.“

„Usvojenost znanja i vještina zbog pitanja kako se zove najkraća spojnica između dvije točke te je to direktna primjena.“

5. „Matematička komunikacije jer učenici moraju objasniti zašto se ovo zove stotica, samostalno opisuju rješavanje zadatka.“

6. „Rješavanje problema jer opće znanje primjenjuje u statistici.“

7. „Rješavanje problema jer učenici samostalno moraju otkriti koliko je visoka Sara i matematička komunikacije jer samostalno moraju objasniti kako su došli do rješenja.“

## ZAVRŠNI KOMENTAR

„Ne razumijem zašto se krenulo u provedbu s novim kurikulumom i novim elementima vrednovanja iz Matematike ako se prije toga nisu usuglasili svi stručnjaci budući da slušanjem različitih predavanja dolazim do zaključka da se njihova mišljenja razilaze.“

## **Učiteljica 21**

1. Jeste li upoznati s elementima vrednovanja u nastavi Matematike prema kurikulumu iz 2019. godine? (Gdje ste upoznali te elemente? Jeste li imali kakvu edukaciju vezanu uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike? Opišite kako je ta edukacija izgledala. Što ste naučili? Koliko ste se educirali?)

„Naša škola bila je uključena u eksperimentalni program Škola za život. Tijekom 2019.godine u našoj su školi održana brojna predavanja, edukacije i radionice za sve predmete. Posebna pažnja bila je posvećena vrednovanju u nastavi matematike. Imali smo primjere zadataka koji su bili usmjereni na neku vrstu istraživanja. Na kraju predavanja uvijek su bile diskusije u kojima je naglašeno da posebno treba vrednovati svaku aktivnost i rad učenika. Također bi trebalo poticati samostalnost učenika u pisanju domaćih zadaća. Educirala sam se i preko sudjelovanja u radu ŽSV-a.“

2. Imate li kakvih nedoumica odnosno nejasnoća oko pojedinih elemenata vrednovanja u nastavi Matematike? (Što vam predstavlja najveći izazov? Što mislite na čemu biste još mogli poraditi? Smatrate li da Vam je potrebna dodatna edukacija?)

„Samovrednovanje predstavlja najveći izazov, učenici tog uzrasta nisu još sposobni sami procijeniti svoje znanje. Kroz praksu tijekom godina i razmjenom iskustva s drugim učiteljicama, mislim da neće biti problema. Dodatna edukacija je dobrodošla.“

3. Što podrazumijevate pod elementom Usvojenost znanja i vještina? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Usvojenost znanja i vještina je element vrednovanja u kojem učenik opisuje matematičke pojmove, odabire odgovarajuće matematičke ispravne algoritme, te ih provodi. Također, smatram da ovaj element vrednovanja obuhvaća sve klasične usmene i pismene provjere znanja, i sama pristupam vrednovanju na ovaj način. Uvijek mi je teško ocijeniti učenika koji predlaže dobar način rješavanja zadatka, ali griješi u jednostavnim zadacima, npr. „čisto“ zbrajanje, oduzimanje... Primjer je usmena ili pismena provjera znanja.“

4. Što podrazumijevate pod elementom Matematička komunikacija? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Element vrednovanja Matematička komunikacija opisuje i vrednuje kako se učenik služi odgovarajućim matematičkim jezikom, na primjer, matematičkim simbolima i terminologijom pri usmenom i pismenom rješavanju zadataka. Na primjer, objašnjava i koristi pojmove faktori, umnožak, na primjeru objašnjava primjenu pravila o povezanosti zbrajanja i oduzimanja.“

5. Što podrazumijevate pod elementom Rješavanje problema? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Od učenika se očekuje da prepozna relevantne elemente problema i da uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema, provjerava ispravnost matematičkih postupaka, te generalizira rješenje. Na primjer, učenik predlaže algoritam rješavanja netipičnog, još nepoznatog tipa zadataka. Ili: izdvaja i grupira relevantne podatke u duljem zadatku riječima.“

6. Ispričajte neku situaciju koja Vam je bila izazovna kod vrednovanja pojedinih elemenata ili općenito kod vrednovanja u nastavi matematike. (Kako ste se snašli? Kako ste riješili taj problem? Jeste li tražili nečiju pomoć?)

„Izazovno je vrednovati učenike 1. razreda. Njihov pristup nastavi općenito (nesigurnost novog okruženja, prijelaz iz predškolske ustanove ili roditeljskog doma u školu), nužnost održavanja motivirajućeg razredno-nastavnog ozračja i pozitivne samopercepcije učenika ponekad otežavaju vrednovanje. Rješavam to čestim formativnim vrednovanjem i uvođenjem jednostavnog samovrednovanja kroz igru.“

7. Vrednujete li navedene elemente formativno ili koristite samo sumativno vrednovanje? (Na koji način vrednujete formativno? Opišite i navedite neki primjer za pojedini element vrednovanja. Koliko često koristite formativno vrednovanje i praćenje?)

„Formativno vrednovanje koristim gotovo svakodnevno. Obzirom da u razredu imam mali broj učenika često razgovaramo o uočenim nedostacima u radu pojedinog učenika. Također, često pišem konstruktivne i detaljne komentare na uočene tipične pogreške, druge moguće načine rješavanja i slično.“

Primjeri formativnog vrednovanja prema elementima vrednovanja



Usvojenost znanja i vještina	„Odabrala si odličan postupak za rješavanje ovog zadatka, ipak, još jednom provjeri zbroj svih brojeva u zagradi!“
Matematička komunikacija	„Jako dobro objašnjavaš rješavanje zadataka s pretvaranjem mjernih jedinica za novac. Dodatno se potruđi oko mjernih jedinica za duljinu.“
Rješavanje problema	„Da bi došao do rješenja ovog zadatka, dobro je podatke staviti u skupine.“

## ZADATCI

1. „Matematička komunikacija jer učenik opisuje i objašnjava slikovni prikaz adekvatnim matematičkim rječnikom, samostalno iznosi opažanja o matematičkom prikazu i cjelovitim rečenicama opisuje slikovno-tekstualni prikaz i predlaže moguće rješenje.“

2. „Usvojenost znanja i vještina (ako su zadaci ovog tipa poznati od prije). Iz iskustva znam da ovakav zadatak ne predstavlja značajniji izazov. Radi se o 2. razredu; učenici će još uvijek imati više teškoća s čitanjem i razumijevanjem teksta, nego rješavanjem zadatka.“

„Rješavanje problema (ako je novi tip zadatka) jer je svaki tekstualni zadatak učenicima zahtjevniji od numeričkog, ovdje je razina složenosti dodatno povećana povezanošću dvaju dijelova zadatka.“

3. „Usvojenost znanja i vještina jer nakon usvajanja algoritma (koji se naslanja na znanja stečena u 1.razredu), učenici će uspješno rješavati zadatke ovog tipa.“

4. „U ovom zadatku moguće je primijeniti sva tri elementa vrednovanja:

-usvajanje znanja i vještina jer se traži odgovor na pitanje koje postavlja sovrta

-mat. komunikacija jer je potreban opis slike uz upotrebu matematičkih pojmova: točka, dužina

-rješavanje problema jer je potrebno pronalaženje puteva i određivanje najkraćeg puta.“

5. „Matematička komunikacija jer se primarno zahtjeva objašnjene matematičkog pojma odnosno izražavanje uz upotrebu matematičkog rječnika.“

6. „Rješavanje problema jer se zahtjeva korištenje više izvora informacija i upotrebu istih.“

7. „Usvojenost znanja i vještina jer je ovo relativno jednostavan zadatak, učenici će bez većih teškoća doći do rješenja (pod pretpostavkom da se radi o 3. razredu, brojevi do 1000).“

### **Učiteljica 36**

1. Jeste li upoznati s elementima vrednovanja u nastavi Matematike prema kurikulumu iz 2019. godine? (Gdje ste upoznali te elemente? Jeste li imali kakvu edukaciju vezanu uz elemente vrednovanja u nastavi Matematike? Opišite kako je ta edukacija izgledala. Što ste naučili? Koliko ste se educirali?)

„Jesam. Na platformi Lumen sam se prvi put upoznala s tim elementima. Na županijskom aktivu sam imala edukaciju o elementima vrednovanja u nastavi Matematike. Bila je to pozitivna edukacija i razmijenili smo mišljenja te vodili konstruktivne rasprave. Naučila sam što se pojedini element podrazumijeva. Educirala sam se sama i razmjenjivala sam iskustvo s drugim učiteljima iz svoje škole te smo raspravljali o tome na sjednici Učiteljskog vijeća i Razrednog vijeća. Lumen nisam baš koristila, a to što i jesam nije baš bilo toliko razumljivo i korisno. Mogle se je to i bolje odraditi. Bilo je previše sadržaja koji nisu bili potrebni.“

2. Imate li kakvih nedoumica odnosno nejasnoća oko pojedinih elemenata vrednovanja u nastavi Matematike? (Što vam predstavlja najveći izazov? Što mislite na čemu biste još mogli poraditi? Smatrate li da Vam je potrebna dodatna edukacija?)

„Uvijek bi se moglo naći nekih nejasnoća. Nema savršenog elementa koji bi bio sto posto jasan. Nije mi sto posto jasan element Rješavanje problema jer smatram da nije dovoljno objašnjeno kako ga primjenjivati u nastavi. Nije mi potrebna dodatna edukacija jer smatram da imam dovoljno iskustva, makar uvijek ima prostora za napredak.“

3. Što podrazumijevate pod elementom Usvojenost znanja i vještina? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Pod Usvojenost znanja i vještina podrazumijevam nastavni sadržaj kojeg su učenici usvojili, to se odnosi na samostalno rješavanje matematičkih zadataka te uočavanje, primjenjivanje i obrazlaganje matematičkih zakonitosti. Ocjenjujem ga pismenom i usmenom provjerom znanja. Poteškoće se javljaju kod ocjenjivanja pismenog dijeljenja i množenja i dijeljenje s

ostatkom jer neki učenici nisu dovoljno dobro usvojili tablicu množenja i dijeljenja. Također, ako dovoljno dobro ne barata pismenim zbrajanjem i oduzimanjem javljaju se poteškoće kod ocjenjivanja naročito kod tekstualnih zadataka. Ne pronalazi rješenje jer se nije naučio, pogotovo na složenijim primjerima te mi je s toga teško ocijeniti.“

4. Što podrazumijevate pod elementom Matematička komunikacija? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Pod Matematičkom komunikacijom podrazumijevam učenikovo objašnjavanje matematičkih pojmova te korištenje matematičkih izraza, simbola i znakova pri usmenom i pismenom izražavanju. Ovaj element više ocjenjujem usmeno. Zadam učeniku zadatak usmenim putem, učenik treba to zapisati matematičkim izrazom odnosno postaviti zadatak, riješiti ga i objasniti kako je došao do rješenja. Učenik koji slabije logički zaključuje ili uopće logički ne zaključuje, kod njega je teže ocijeniti ovaj element.“

5. Što podrazumijevate pod elementom Rješavanje problema? (Kako ocjenjujete taj element? Možete li mi navesti neki primjer? Ima li neki matematički dio odnosno nastavni sadržaj kod kojeg Vam je bilo teško ocijeniti taj element?)

„Pod Rješavanjem problema podrazumijevam problemske zadatke kod kojih učenici trebaju koristiti i povezati više matematičkih sadržaja i različite računске radnje. Ono zahtjeva više logičko razmišljanje i zaključivanje te koncentraciju. Kod boljih učenika koji su bolje matematički potkovani je i lakše ocijeniti ovaj element, dok se kod slabijih učenika javlja problem s ovim elementom jer nemaju kapaciteta za rješavanje ovakvih zadataka. Na satu je lakše ocijeniti učenika koji reagira brzo, temeljito i argumentirano. Učenici koji su slabiji iz matematike pod ovim elementom uglavnom imaju opisno praćenje.“

6. Ispričajte neku situaciju koja Vam je bila izazovna kod vrednovanja pojedinih elemenata ili općenito kod vrednovanja u nastavi matematike. (Kako ste se snašli? Kako ste riješili taj problem? Jeste li tražili nečiju pomoć?)

„Imala sam u praksi slabije učenike, koji su imali individualizirani pristup te sam nastavni sadržaj trebala prilagoditi njihovim sposobnostima. To nije uvijek bilo lagano, pa sam se savjetovala s edukacijskim rehabilitatorom i drugim kolegama.“

7. Vrednujete li navedene elemente formativno ili koristite samo sumativno vrednovanje? (Na koji način vrednujete formativno? Opišite i navedite neki primjer za pojedini element vrednovanja. Koliko često koristite formativno vrednovanje i praćenje?)

„Koristim i formativno i sumativno vrednovanje. Kod formativnog vrednovanja koristim liste za samoprocjenu te učenici kada pišu matematički diktat mijenjaju bilježnice i jedan drugom ispravljaju i zapisuju broj bodova. Često koristim formativno vrednovanje i praćenje, otprilike jednom tjedno, ovisi o situaciji. Nažalost, roditelje više zanima ono što je u rubrici nego ono što piše u opisu.“

## ZADATCI

1. „Matematička komunikacija jer učenik treba objasniti kako će postići ravnotežu i koristi matematičke izraze.“
2. „Rješavanje problema jer smatram da slabiji učenici ne bi znali riješiti ovaj zadatak jer iziskuje logičko zaključivanje i povezivanje.“
3. „Usvajanje znanja i vještina jer učenici direktno primjenjuju naučeno.“
4. „Rješavanje problema jer iziskuje logičko zaključivanje, povezivanje i razmišljanje te trebaju riješiti problemsku situaciju.“
5. „Matematička komunikacija jer učenik mora objasniti matematički pojam.“
6. „Rješavanje problema jer smatram da to slabiji učenici ne bi znali riješiti jer je potrebno puno razmišljanja i zaključivanja.“
7. „Matematička komunikacija i rješavanje problema jer učenici trebaju samostalno otkriti i doći do rješenja, trebaju logički zaključivati, a ujedno i objasniti kako su došli do rješenja.“

## ZAVRŠNI KOMENTAR

„Imam puno staža i iskustva i mogu zaključiti da su učenici prije bili puno više zainteresirani i puno bolje su logički zaključivali te su bili više samostalni i motivirani pogotovo za zadatke za dodatnu nastavu i problemske zadatke. Dok u današnje vrijeme, učenici su pasivniji i treba im puno više motivacije, potpore i asistencije pri rješavanju različitih zadataka.“

## Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istog nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

---

(vlastoručni potpis studenta)