

Matematički pojmovi u razrednoj nastavi

Dedić, Žana

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:865754>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-29**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Žana Dedić

MATEMATIČKI POJMOVI U RAZREDNOJ NASTAVI

Diplomski rad

Zagreb, srpanj 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

Žana Dedić

MATEMATIČKI POJMOVI U RAZREDNOJ NASTAVI

Diplomski rad

Mentor rada:

izv. prof. dr. sc. Tin Perkov

Zagreb, srpanj 2022.

SADRŽAJ

UVOD.....	1
1. Definiranje i formiranje pojma.....	1
1.1. Sadržaj i opseg pojma.....	2
1.2. Formiranje pojma.....	2
1.3. Definicija – načini i pravila definiranja.....	3
1.4. Divizija.....	5
2. Kurikulum za nastavni predmet Matematika.....	6
3. Formiranje pojma prirodnog broja.....	6
3.1. Formiranje pojmova o prirodnim brojevima do 10.....	9
3.2. Formiranje pojma o prirodnim brojevima u udžbenicima.....	13
4. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva.....	18
4.1. Formiranje pojma množenja prirodnih brojeva.....	18
4.2. Formiranje pojma dijeljenja prirodnih brojeva.....	19
4.3. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja brojeva u udžbenicima.....	21
5. Formiranje osnovnih geometrijskih pojmova.....	27
5.1. Formiranje pojma trokuta.....	28
5.2. Formiranje pojma trokuta u udžbenicima.....	29
Zaključak.....	36
Prilozi i dodatci.....	38
Izjava o izvornosti diplomskog rada.....	39
Literatura.....	40

SAŽETAK

Svaki pojam ima svoj opseg i sadržaj. Sadržaj pojma određuje se definicijom, a opseg pojma metodom divizije. U matematici se pojmovi najčešće formiraju uz pomoć definicije, što nije primjereno za razrednu nastavu. Formiranje pojma složen je proces kojim se do apstraktnih pojmova dolazi promatranjem konkretnih objekata, a obuhvaća znanstvene metode analize, sinteze, apstrakcije i generalizacije. Cilj ovoga rada bio je analizirati na koji se način u školskim udžbenicima formiraju pojmovi te poštuju li udžbenici Kurikulum za nastavni predmet Matematika, temeljni dokument za izvođenje nastave Matematike u školi. Osim s kurikulumom, udžbenici su u radu uspoređivani s preporukama stručno-znanstvene metodičke literature. Formiranje pojmova analiziralo se na primjerima formiranja pojma o prirodnim brojevima do deset, formiranja pojmova množenja i dijeljenja te na primjeru formiranja pojma trokuta. Izvršenom analizom utvrđeno je da udžbenici slijede postupke koje predlaže metodička literatura kao i da se poštuju zahtjevi kurikuluma. Udžbenici uvelike služe učiteljima kao pomoć prilikom planiranja i izvođenja nastave, ali ipak su učitelji ti koji su ključan faktor u nastavnom procesu i daju učenicima ono što udžbenici ne mogu ponuditi.

KLJUČNE RIJEČI: matematički pojam, metodika nastave matematike, kurikulum, matematički udžbenici

MATHEMATICAL CONCEPTS IN PRIMARY SCHOOL

SUMMARY

Each concept has its own extent and content. The content of the concept is determined by the definition, and the extent of the concept is determined by the method of division. In mathematics, concepts are most often formed with the help of definitions, which is not appropriate for early education. Concept forming is a complex process by which abstract concepts are arrived at by observing specific objects, and it includes scientific methods of analysis, synthesis, abstraction, and generalization. The aim of this thesis was to analyse how concepts are formed in school textbooks and whether the textbooks follow the Mathematics Curriculum, the basic document for teaching Mathematics in school. In addition to the curriculum, the textbooks were compared with the recommendations of mathematics education research literature. The forming of concepts was analysed on examples of the forming of the concepts of natural numbers up to ten, the forming of the concepts of multiplication and division, and on the example of the forming of the concept of a triangle. Based on the analysis, it was determined that the textbooks follow the procedures suggested by the literature, as well as that the curriculum requirements are respected. Textbooks greatly help teachers in planning and conducting lessons, but it is still teachers who are the key factor in the teaching process and give students what textbooks cannot offer.

KEYWORDS: mathematical concept, mathematics education, curriculum, mathematics textbook

UVOD

Matematika je u nastajanju konkretna znanost, a s druge je strane apstraktna. U matematici se pojavljuju i promatraju stvarni objekti, veličine i odnosi među njima, ali se njihova obilježja izdvajaju te apstrahiraju. Tako je i u nastavi matematike, do apstraktnih pojmova dolazi se promatranjem konkretnih objekata i primjera (Kurnik, 2009). U nastavi matematike najčešći je način poimanja pomoću definicije pojma, ali taj način nije primjeren djeci u razrednoj nastavi. Formiranje pojma složen je proces koji obuhvaća nekoliko znanstvenih metoda. U ovome će radu biti riječ o načinu na koji učenici formiraju matematičke pojmove u razrednoj nastavi, odnosno na koji način spoznaju primjerice što je broj ili što je trokut. Nacionalni kurikulum Republike Hrvatske za predškolski, osnovnoškolski i srednjoškolski odgoj i obrazovanje te odobreni udžbenici temeljne su odrednice nastave u školi. Učitelji se tijekom kreiranja i izvođenja nastave u velikoj mjeri oslanjaju na udžbenike. Cilj ovoga rada također je bio istražiti i analizirati na koji se način u udžbeniku formiraju pojmovi te slijede li oni zahtjeve kurikulumu. Osim s kurikulumom, u ovome će se radu udžbenici usporediti i s preporukama stručno-znanstvene metodičke literature.

U prvom poglavlju ovoga diplomskog rada riječ je o definiranju i formiranju pojma. Objašnjava se sadržaj i opseg pojma te postupci kojima se oni određuju – definiranje i divizija. Drugo poglavlje rada ukratko predstavlja Kurikulum za nastavni predmet Matematika (Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO], 2019). U trećem je poglavlju opisan postupak formiranja pojma prirodnog broja s naglaskom na formiranje pojma o prirodnim brojevima do deset. U ovome je poglavlju analizirano i formiranje pojma o prirodnim brojevima u udžbenicima. Četvrto poglavlje obuhvaća formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva nakon čega slijedi analiza udžbenika obzirom na uvođenje množenja i dijeljenja prirodnih brojeva. Posljednje, peto poglavlje iznosi postupak formiranja geometrijskih pojmova koje je detaljnije analizirano na pojmu trokuta, također uključujući analizu udžbenika.

1. Definiranje i formiranje pojma

Definicija (latinski *definitio*: ograničenje, određenje) je izraz kojim se određuje sadržaj nekog pojma točno i jednosmisleno uz pomoć najbližega višega rodnog pojma i specifične razlike. Prema Aristotelu definicija iznosi bitna svojstva nekog predmeta (Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje, 2021). Načelo znanstvenosti nastave matematike nalaže sklad nastavnih sadržaja i metoda sa zakonitostima matematike kao znanosti. Upravo ono uspostavlja

vezu između nastavnog predmeta matematike i matematike kao znanosti. Nastava matematike učenike upoznaje s činjenicama koje su znanstveno potvrđene te učenici u svojem mišljenju formiraju znanstveno potvrđene matematičke pojmove. Prema Kurniku (2001_a) *pojam* je oblik mišljenja u kojem se odražavaju bitna svojstva objekata koji se proučavaju. Prilikom obrade matematičkih pojmova važno je slijediti načelo znanstvenosti i pritom pravilno provoditi formiranje pojma te definiciju pojma oblikovati u skladu s osnovnim pravilima.

1.1. Sadržaj i opseg pojma

Matematički pojmovi podijeljeni su na dvije vrste: osnovni pojmovi i izvedeni pojmovi. Osnovni pojmovi su jednostavni pojmovi koji se ne definiraju, poput pojmova *točka*, *ravnina*, *prostor*, *skup*. Izvedeni pojmovi se definiraju jasno i precizno, a njihovo se značenje opisuje uz pomoć osnovnih pojmova ili nekih ranije definiranih pojmova. Svaki pojam ima svoj sadržaj i opseg. Sadržaj pojma obuhvaća sva bitna obilježja koja imaju svi objekti ili relacije iz opsega pojma. Opseg pojma je skup svih pojedinačnih objekata ili relacija na koje se može primijeniti jezični izraz pojma. Primjerice, sadržaj pojma paralelogram obuhvaća obilježja poput: paralelne nasuprotne stranice, sukladne nasuprotne stranice, sukladni nasuprotni kutovi, suplementarni kutovi uz istu stranicu. Opseg pojma obuhvaća sve one objekte za koje vrijedi navedeni sadržaj, a to su romboidi, rombovi, pravokutnici i kvadrati. Svi oni imaju paralelne i sukladne nasuprotne stranice, sukladne nasuprotne kutove te suplementarne kutove uz istu stranicu. Vidljivo je da sadržaj pojma u potpunosti određuje njegov opseg, kao i da opseg pojma u potpunosti određuje sadržaj pojma. Što je sadržaj bogatiji, opseg pojma je manji jer je i manje objekata koji zadovoljavaju više svojstava. Uz pomoć opsega pojma uvode se pojmovi rod i vrsta koji su važni prilikom definiranja pojma. Ako je opseg pojma P_1 sadržan u opsegu pojma P_2 , kaže se da je pojam P_2 rod u odnosu na pojam P_1 , a pojam P_1 je vrsta u odnosu na pojam P_2 . Primjerice pojmu kvadrat rodovi su pravokutnik, romb, paralelogram, trapez, četverokut, mnogokut i skup točaka ravnine jer je opseg pojma kvadrata sadržan u njihovom opsegu i u odnosu na njih pojam kvadrata je vrsta (Kurnik, 2001_a).

1.2. Formiranje pojma

Razvoj mišljenja učenika jedan je od osnovnih zadataka suvremene nastave matematike jer bez usmjerenog razvoja mišljenja nije moguće trajno usvajanje matematičkih znanja. U psihologiji, mišljenje se definira kao izdvajanje određenih strana i svojstava promatranog objekta u spoznaji čovjeka te njihovo dovođenje u odgovarajuće veze s drugim objektima kako

bi se stekla nova znanja. Jedan od osnovnih oblika mišljenja su pojmovi (Kurnik, 2000). Na početku je odlomka spomenuto da je *pojam* oblik mišljenja u kojem se odražavaju bitna i karakteristična svojstva objekata koji se proučavaju te da je važno provoditi postupak formiranja pojma poštujući pravila. Formiranje pojma događa se postupno u tri koraka, a u samome se procesu izdvaja nekoliko znanstvenih postupaka. Započinje promatranjem i opažanjem odnosno osjetilnom spoznajom konkretnih objekata i svojstava povezanih s pojmom. U ovome koraku prepoznaju se znanstvene metode analize i sinteze. Analizom se cjelina raščlanjuje na dijelove koji se proučavaju i uz pomoć kojih se izvode zaključci o cjelini. Zatim se metodom sinteze povezuju proučeni dijelovi u cjelinu. Drugi korak pri formiranju pojma je predodžba o pojmu koja se stvara uočavanjem zajedničkih svojstava objekata u promatranom skupu. Znanstvenom metodom apstrakcije misaono se odvlače bitna svojstva od onih koja su u tom trenutku nebitna za proučavanje. Apstrahiranje je prijelaz s konkretnog na apstraktno i upravo je taj prijelaz često težak za učenike. Nakon apstrahiranja dolazi generalizacija, odnosno prijelaz s promatranog skupa objekata na odgovarajuće promatranje njegova nadskupa. Posljednji korak je formiranje i usvajanje pojma odbacivanjem nebitnih svojstava i izdvajanjem bitnih općih svojstava objekata te iznošenjem definicije (Kurnik, 2001_b).

Za primjer će se opisati proces formiranja pojma kvadrata koji se odvija na sljedeći način: Započinje promatranjem i opažanjem konkretnih modela različitih četverokuta (pravokutnika, trapeza, kvadrata, paralelograma) koji su načinjeni od raznih materijala poput papira, kartona, drva i slično. Četverokuti se crtaju na ploči i u bilježnice. U okolini se promatraju objekti istoga oblika. Uz pomoć navedenih postupaka učenici uočavaju razlike među četverokutima. Ističe se jedan četverokut – kvadrat i učenici saznaju njegov naziv. Zatim učenici navode svojstva tog kvadrata (sve stranice jednakih duljina, sva četiri kuta jednaka, dijagonale se raspolavljaju, suprotne stranice su paralelne) i tako su nakon opažanja stvorili predodžbu o pojmu izdvajanjem obilježja kvadrata. Nakon što su se izdvojila svojstva kvadrata zadržavaju se ona bitna kako bi se složila definicija (Kvadrat je četverokut koji ima sve stranice jednake duljine i sve kutove prave).

1.3. Definicija – načini i pravila definiranja

Definicija pojma mora zadovoljavati osnovna pravila poput primjerenosti, minimalnosti sadržaja, sažetosti, prirodnosti, prikladnosti, primjenjivosti i suvremenosti. Da bi se zadovoljila pravila primjerenosti i minimalnosti sadržaja važno je da u definiciju pojma uđu samo nužna

obilježja pojma bez suvišnih riječi kako bi definicija bila primjerena, ne preuska niti preširoka, ali da razotkriva bit pojma. Kurnik (2001_a) sažeto *definiciju pojma* opisuje kao nabranje nužnih i dovoljnih obilježja pojma povezanih logičkom rečenicom ili simboličkim zapisom. Matematički pojmovi mogu se definirati na razne načine, a u nastavku bit će objašnjeno nekoliko osnovnih. Čest način definiranja pojmova u geometriji je definiranje pomoću najbližeg roda i razlike vrste. Prilikom takvog definiranja izdvaja se najbliži rod pojma i dodaje se jedno bitno obilježje koje pripada samo vrsti koja se tom definicijom definira. Primjer takve definicije je „Kvadrat je pravokutnik kojemu su sve stranice jednake duljine.“ U ovom je slučaju pravokutnik jedan od najbližih rodova kvadrata, a svojstvo jednakosti svih stranica je razlika vrste koja se definira. Također, nije pogrešno niti kvadrat definirati kao romb s pravim kutom jer je drugi najbliži rod kvadrata romb, a razlika vrste je svojstvo da su mu unutarnji kutovi pravi. Još jedan način definiranja je pomoću nabranja bitnih obilježja pojma. Prilikom takvog definiranja ističu se obilježja pojma koja se lako uočavaju. Primjer takve definicije je „Sfera je skup svih točaka prostora koje su jednako udaljene od jedne točke prostora.“ Uz navedene poznata je i rekurzivna definicija unutar koje se primjenjuje definirajući objekt. Primjer rekurzivne definicije je „Niz kojemu je svaki član osim prvog jednak zbroju prethodnog člana i konstante naziva se aritmetički niz ($a_n = a_{n-1} + d$)“, u kojoj se član aritmetičkog niza definira uz pomoć zbroja prethodnog člana aritmetičkog niza i konstante. U nastavi matematike nerijetko se koriste genetičke definicije koje i nisu definicije u pravom smislu, ali su korisne u slučajevima kada učenici nemaju dovoljno predznanja za usvajanje matematičkih definicija. Genetička definicija opisuje način postanka objekta koji se definira. Primjer takve definicije je „Ploha koja nastaje vrtanjem kružnice oko jednog njezinog promjera naziva se sfera.“ koja se razlikuje od ranije spomenutog definiranja sfere nabranjem bitnih obilježja. Osim već navedenih pravila koja definicija mora zadovoljavati važno je spomenuti i neke pogreške koje se javljaju prilikom definiranja: definicija ne smije biti preuska niti preširoka („Kvadrat je vrsta četverokuta.“ – preširoka definicija jer je definirani opseg prevelik, naime četverokut može biti i pravokutnik, paralelogram, romb i tako dalje; „Kvadrat je pravokutnik koji ima sve stranice duljine 3 cm.“ – preuska definicija u smislu premalog opsega pojma jer se odnosi samo na kvadrate sa stranicom duljine 3 cm, a pojam kvadrata se ne odnosi samo na one kvadrate koji imaju duljinu stranice 3 cm); definicija ne smije biti izražena slikovitim ili dvosmislenim jezikom („Romb je nakošeni kvadrat.“); definicija ne smije biti cirkularna („Okomiti pravci su pravci koji se sijeku pod pravim kutom, a pravi kut je kut čiji su pravci okomiti.“ – okomiti pravci su definirani pomoću pravog kuta, a pravi kut pomoću okomitih pravaca, ispravna

definicija bila bi – „Okomiti pravci su pravci koji se sijeku pod pravim kutom, a pravi kut je kut koji je jednak svom susjednom kutu.“); definicija ne smije biti negativna, ako može biti pozitivna („Neparni brojevi su oni koji nisu parni.“ – ispravna definicija bila bi „Neparni brojevi su brojevi kojima je zadnja znamenka 1, 3, 5, 7 ili 9.“); opseg pojma koji se definira ne smije biti prazan skup („Trokut koji ima sva tri prava kuta zove se tropravokutnik.“ – opseg pojma je prazan skup jer ne postoji takav trokut.)

1.4. Divizija

Sadržaj pojma određuje se definicijom, a opseg pojma određuje se postupkom koji se naziva divizija ili dioba. U svakoj se diviziji razlikuje pojam kojemu se utvrđuje opseg, stajalište ili princip po kojemu se vrši divizija te niži pojmovi koji ulaze u opseg tog pojma koji se dijeli (Vujević, 2006). Broj članova divizije je različit, njome se mogu dobiti dva, tri, četiri ili više nižih pojmova. Divizije se tako prema broju članova nazivaju dvodioba ili dihotomija, trodioba ili trihotomija i tako dalje. Jedan se pojam može podijeliti po dva ili više diobenih principa i tako se diobom istog pojma dobivaju različiti članovi. Tada je riječ o paralelnoj diviziji ili kodiviziji. U nastavku slijedi primjer paralelne divizije pojma trokuta. Određujući opseg pojma trokuta, divizija se može vršiti po principu duljine stranica te po principu veličine kutova. Divizija pojma trokuta po duljini stranica je trodioba kojom nastaju niži pojmovi jednakostraničan trokut („Jednakostraničan trokut je trokut kojemu su sve stranice jednake duljine.“), raznostraničan trokut („Raznostraničan trokut je trokut kojemu su sve stranice različite duljine.“) i jednakokračan trokut („Jednakokračan trokut je trokut kojemu su dvije stranice jednake duljine.“). Kada se divizija vrši prema principu veličine kutova dobivaju se niži pojmovi pravokutan trokut („Pravokutan trokut je trokut koji ima jedan pravi kut.“), tupokutan trokut („Tupokutan trokut je trokut koji ima jedan tupi kut.“) te šiljastokutan trokut („Šiljastokutan trokut je trokut kojemu su sva tri kuta šiljasta.“). Trokut je pojam kojemu se utvrđuje opseg, a raznostraničan trokut je član diobe, odnosno niži pojam. No, trokut može biti i niži pojam u nekoj drugoj diviziji, primjerice ukoliko se uzme geometrijski lik kao pojam kojemu se utvrđuje opseg. Tada bi divizija pojma trokuta bila subdivizija, jer se dobiveni član divizije (trokut) dijeli novom divizijom. Dioba pojma koji je sam član neke diobe naziva se poddiobom ili subdivizijom u odnosu na prvu diobu (Petrović, 1964).

2. Kurikulum za nastavni predmet Matematika

U osnovnim i srednjim školama u Republici Hrvatskoj odgoj i obrazovanje ostvaruju se na temelju nacionalnog kurikuluma, nastavnih planova i programa te školskog kurikuluma. Kurikulume donosi ministar nadležan za obrazovanje. Kurikulumom nastavnog predmeta određuju se svrha i ciljevi učenja i poučavanja nastavnog predmeta, struktura pojedinog predmeta u odgoju i obrazovanju, odgojno-obrazovni ishodi s pripadajućom razradom i opisima razina usvojenosti ishoda, učenje i poučavanje te vrednovanje u nastavnom predmetu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2022). Kurikulum nastavnog predmeta matematike teži razvoju vrijednosti i kompetencija učenika i samim time postavlja veliku odgovornost učiteljima i učenicima za ostvarivanje njegovih načela (MZO, 2019). Matematika ima veliku ulogu u napretku društva, kako u prošlosti tako i u sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta i upravljanje vlastitim životom. Učenje i poučavanje matematike potiče kreativnost, preciznost, sustavnost, apstraktno mišljenje i kritičko promišljanje, a ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena. Matematički procesi su prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema, matematičko modeliranje i primjena tehnologije. Matematičke domene su Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost. Da bi učenici razumjeli matematičke pojmove, procese i koncepte te razvili kreativnost i sposobnost apstrahiranja, poučavanje je potrebno započeti od konkretnih situacija, učenicima poznatih, i postupno doći prema apstraktnom modeliranju i opisivanju. Poučavanje matematike je strukturirano, pa je pozornost na postupnosti u usvajanju matematičkih znanja i povezivanja među njima. Matematičke se kompetencije neprestano razvijaju, matematika je prisutna u svim dijelovima odgoja i obrazovanja učenika i već je prihvaćena kao dio školskog okruženja jer se njene kompetencije primjenjuju u raznim aspektima učenja i života (MZO, 2019).

3. Formiranje pojma prirodnog broja

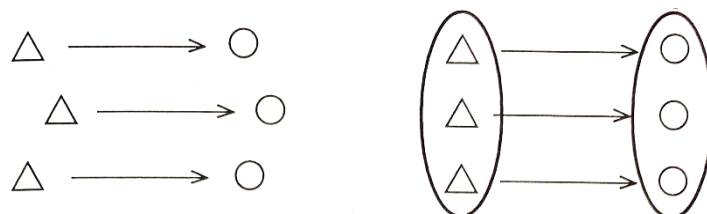
Prvi primjer formiranja matematičkog pojma koji se detaljno opisuje u ovom radu je formiranje pojma prirodnog broja i nule. Formiranje pojma prirodnog broja odvija se u prvom razredu osnovne škole. Učenici većinom prije polaska u školu znaju brojiti, odnosno poznaju brojke ili znamenke te ih znaju napisati, a neki ih učenici znaju i zbrojiti ili oduzeti. Učenikovo se znanje o prirodnim brojevima procjenjuje s obzirom na poznavanje pojedinih brojeva i s obzirom na poznavanje veza i odnosa među brojevima. Učenici tada najčešće poznaju brojeve

i izgovaraju brojevnje riječi bez razumijevanja njihova značenja te bez razumijevanja veza i odnosa među brojevima. Piagetova su istraživanja (prema: Markovac, 2001) pokazala da je dijete sposobno izgovarati brojevnje riječi prije nego što je sposobno shvatiti invarijantnost broja elemenata u skupu. Kako bi pojedinac mogao formirati pojam prirodnog broja mora posjedovati sposobnost razumijevanja invarijantnosti veličina i objekata. Najčešće se brojevi usvajaju kao auditivni podražaji bez razumijevanja značenja. Znanje koje omogućuje shvaćanje brojeva u povezanosti i odnosima s ostalim brojevima učenici će steći tijekom početne nastave matematike, dok rijetko koje dijete posjeduje to znanje dolaskom u školu. Tek kada učenik broj shvaća kao zbroj pojedinih brojeva (primjerice: $5 = 2 + 3$ ili $5 = 4 + 1$) ili pak kao rezultat koji se dobije oduzimanjem brojeva (primjerice: $5 = 9 - 4$ ili $5 = 7 - 2$), kada zna između kojih se brojeva nalazi odnosno koji su prethodnici i sljedbenici broja (primjerice: broj 9 se nalazi između brojeva 8 i 10, broj 6 se nalazi između brojeva 7 i 8; prethodnici broja 7 su 6, 5, 4, 3, 2, 1 i 0, a njegovi sljedbenici su 8, 9, 10, 11 i tako dalje) i kada zna koji je broj veći ili manji (primjerice: $4 > 2$, $3 < 8$) može se reći da on tada posjeduje znanje o pojedinim brojevima i njihovim odnosima. Tijekom početne nastave matematike brojevnim se riječima, koje su učenici prije dolaska u školu usvojili, pridružuje odgovarajući sadržaj (Markovac, 2001).

Formiranju pojma prirodnog broja prethodi upoznavanje skupa, upoznavanje podskupa te uspoređivanje skupova. Učenici dolaskom u školu posjeduju neka znanja o skupovima pa će ih radom u školi ispraviti i upotpuniti. Prije samog upoznavanja skupova na nastavi važno je provjeriti koje spoznaje o skupovima učenici imaju, što se većinom provjerava razgovorom o skupovima koje su učenici promatrali u svojoj okolini (u domu, u šumi, u vrtu i slično). Prvi korak kod usvajanja znanja o skupovima je određivanje pripadnosti odnosno nepripadnosti elemenata promatranome skupu. Da bi učenici znali odrediti pripada li određeni predmet skupu, oni moraju znati prepoznati neka njegova svojstva poput oblika, veličine, materijala od kojeg je načinjen, boje, namjene i drugo. Osim toga, pronalaženje jednakih svojstava među različitim predmetima upućuje na svojstva koja su različite predmete povezala u isti skup. Primjerice u skupu različitih komada namještaja poput stolaca, stolova, kreveta, ormara i polica učenici uočavaju da su svi načinjeni od jednakog materijala, drva. Takve aktivnosti učenike pripremaju na samostalno otkrivanje zajedničkog svojstva skupa s različitim elementima, naposljetku i na otkrivanje i spoznavanje svojstva brojnosti, zajedničkog svojstva skupova s jednako mnogo elemenata. Također će lakše shvatiti i razumjeti da skup čine članovi, odnosno elementi. Pripadnost elemenata skupu prikazuje se Vennovim dijagramom na način da elementi koji se nalaze unutar zatvorene crte pripadaju skupu, a oni izvan crte ne pripadaju. Grafički prikaz

uvijek treba biti popraćen govornim objašnjenjem koje će učenicima približiti značenje zatvorene crte. Nakon upoznavanja skupa, elemenata i njihovih grafičkih prikaza učenici upoznaju podskup. Podskup najprije uočavaju u skupovima u okolini poput skupa banana kao podskupa voća, zatim ih uočavaju u istovrsnim predmetima, primjerice u skupu raznobojnih kuglica uočavaju podskup plavih kuglica, a onda prelaze na upoznavanje grafičkog prikaza podskupa u skupu uz obavezno govorno pojašnjavanje. Važno je da učenici osvijeste da su elementi podskupa istovremeno i elementi zadanog skupa. Tada su učenici spremni upoznati postupak uspoređivanja skupova pridruživanjem. U matematici se takva pridruživanja među skupovima nazivaju funkcije. Sam postupak pridruživanja učenicima je najlakše približiti uz pomoć situacija iz stvarnoga života poput primjera da svaki đak ima svoju školsku torbu, svakome čovjeku pridruženo je ime i slično. Primjerima iz svakodnevice postavlja se podloga za razumijevanje pridruživanja elemenata dvaju skupova koje također valja započeti s realnim životnim situacijama kao što su: dvije djevojčice idu u školu i putem su im se priključila četiri dječaka ili dvoje roditelja ima troje djece. Iz takvih primjera uočava se određena povezanost elemenata dvaju skupova (skup dječaka i skup djevojčica, skup roditelja i skup djece) koja se pokazuje riječima (pridružuje, preslikava), a zatim grafički i stvarnim aktivnostima (stavljanje markice na pismo). Brojenje na prste je također jedan od načina brojenja pridruživanjem. Učenici pridružuju prste predmetima koji se broje. U početnoj nastavi matematike najpogodnije je pridruživanje približiti učenicima konkretnim, fizičkim pridruživanjem, a onda i grafičkim. U stvarnom pridruživanju postupak se odvija sve dok se ne iskoriste elementi iz jednog ili oba skupa. Primjerice pridruživanje elemenata skupa jabuka i elemenata skupa šljiva odvija se na način da se uzima po jedan element iz oba skupa, jedna jabuka i jedna šljiva, i stavljaju se jedan pored drugoga dok se ne iscrpe sve jabuke ili šljive. Nakon konkretizacije prelazi se na grafički prikaz koji je uvijek obrazložen govorom jer se radi odmak od konkretizacije.

Slika 1. Grafički prikaz pridruživanja skupova



Napomena. Preuzeto iz *Metodika početne nastave matematike* (str. 121), Markovac, 2017., Školska knjiga.

U grafičkom prikazu strelice su važne jer označavaju pridruživanje, u ovom slučaju označavaju da je svakom trokutu pridružen jedan krug. Ovakve aktivnosti su korisne kako bi učenici stekli iskustvo pridruživanja i kako bi mogli uspoređivati skupove pridruživanjem. Uspoređivanje skupova pridruživanjem također treba započeti stvarnim situacijama koje će učenicima pružiti konkretno iskustvo. Polazi se od uspoređivanja dvaju skupova koji imaju jednak broj elemenata, primjerice pred ploču izađe deset učenika i na školskoj klupi se pripremi skup od deset olovaka. Svakom učeniku se pridruži po jedna olovka i stoga se može zaključiti da oba skupa imaju jednak broj elemenata. Pridruživanje kojim se utvrđuje jednakost dva skupa po broju elemenata u matematici se zove bijekcija. Nakon nekoliko primjera uspoređivanja skupova s jednakim brojem elemenata uvodi se uspoređivanje skupova s različitim brojem elemenata. Uspoređivanje skupova s različitim brojem elemenata vrši se također pridruživanjem, ali će u jednom skupu ostati elementi koji su nepridruženi. Na taj će način učenici spoznati kada i zašto neki skupovi imaju različit broj elemenata. Funkcija kojom se utvrdilo da je jedan skup manji od drugoga je injekcija, ali ne i surjekcija, jer je ostalo nesparenih elemenata u jednom skupu koji je stoga veći po broju elemenata od drugoga skupa. Osim skupova s različitim brojem elemenata, dobro je i pridruživanjem uspoređivati skupove čiji su elementi različite veličine. Nerijetko se događa da učenik zbog veličine elemenata skupa misli da je primjerice skup osam bombona manji od skupa osam jabuka. Primjeri pridruživanja skupova s elementima različite veličine pomažu učenicima da prevladaju utjecaj vizualne percepcije koja vodi u pogrešan zaključak (Markovac, 2001).

Gusić (2000) u svojem radu ističe tri razine formiranja pojma prirodnog broja. Prva je intuitivna razina u kojoj se broj povezuje s konkretnim, primjerice dva uha, dvije ruke. Nakon intuitivne slijedi pojmovna razina u kojoj se dolazi do pojma broja, primjerice broja dva. Naposljetku je simbolička razina, to jest zapis broja, primjerice zapis broja dva je znamenka 2. Kurnik (2009) također navodi tri koraka formiranja prirodnog broja. Prvi korak je zapažanje tijekom kojeg se odvija upoznavanje konkretnih skupova i njihovih svojstava. Slijedi predodžba o broju, korak u kojem se uočavaju i izdvajaju bitna svojstva promatranih skupova. Posljednji korak je formiranje apstraktnog pojma broja. Gusić i Kurnik pri formiranju prirodnih brojeva slijede postupak od konkretnog ka apstraktnom, baš kao i Markovac.

3.1. Formiranje pojmova o prirodnim brojevima do 10

Prema Markovcu (2001), cilj formiranja pojmova prirodnih brojeva je:

- a) izgrađivati spoznaju o povezanosti prirodnih brojeva i skupova; prirodne brojeve shvaćati svojstvom brojnosti skupova s jednako mnogo elemenata,
- b) upoznati nastajanje niza prirodnih brojeva (dodavanje broja jedan) i mjesta broja u nizu (neposredni prethodnik, neposredni sljedbenik, broj između dva broja),
- c) upoznati relacije među brojevima (manji od, veći od, jednak),
- d) upoznati brojenje kao postupak kojim se doznaje količina elemenata u skupu koji se broji,
- e) upoznati značenje i pisanje znakova za brojeve, znamenaka i znakova za relacije $<$, $>$, $=$,
- f) upoznati operacije zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja s prirodnim brojevima,
- g) upoznati neka svojstva računskih operacija.

S obzirom da su apstraktni, brojevi se u početnoj nastavi matematike prikazuju uz pomoć skupova konkretnih predmeta koji predočavaju brojeve. Nastavna aktivnost kojom započinje formiranje pojmova prirodnih brojeva do deset jest rad s ekvivalentnim skupovima, odnosno skupovima koji imaju jednak broj elemenata. Učenici tako izgrađuju spoznaju o prirodnom broju kao svojstvu brojnosti skupova na način da se sastave skupovi s jednako mnogo elemenata, apstrahiraju se nebitna svojstva skupova i generalizira se svojstvo brojnosti prvenstveno govornim izrazom. Tu se uključuju materijalni (sastavljanje skupova), misaoni (apstrakcija i generalizacija) i verbalni aspekt (formuliranje sadržaja generalizacije). Za ovakve su aktivnosti potrebne dovoljne količine konkretnih materijala poput krugova, trokuta, kockica, olovki, štapića, odnosno bilo kojih materijala koji se mogu lako premješati, raspoređivati i slagati. Konkretni materijali vizualiziraju brojeve i oni su uporište misaonih aktivnosti kao i podloga apstrahiranja i generalizacija. Aktivnosti s ekvivalentnim skupovima odvijaju se na način da učitelj učenicima zada zadatak da sastave skup od primjerice osam elemenata ili učitelj postavi skup s primjerice četiri elementa, a učenici dobiju zadatak formirati skupove od konkretnih predmeta koji sadrže jednak broj elemenata kao zadani skup. Tada nastupa metodička interpretacija u kojoj se ističe ekvivalentnost skupova promatranjem, brojanjem ili pridruživanjem. Uočava se da su skupovi jednakobrojni i da im se pridružuje isti broj iako su sastavljeni od različitih elemenata. Osim sastavljanja konkretnim materijalima, korisno je i da se učenici prisjete ekvivalentnih skupova iz svakodnevice te ih identificiraju i imenuju poput skupa od tri automobila, tri putnika i tri prodavača ili četiri stolca, četiri tanjura i četiri jastuka. Poanta je u apstrahiranju nebitnih svojstava različitih elemenata u skupovima i generalizaciji

svojstva brojnosti skupova. Učenicima rad s ekvivalentnim skupovima donosi spoznaju da se skupovima s jednakim brojem elemenata uvijek pridružuje isti broj i da je takvih skupova mnogo. Nakon rada s ekvivalentnim skupovima slijedi upoznavanje nastajanja niza prirodnih brojeva i mjesta broja u nizu. Učenici spoznaju da niz brojeva nastaje dodavanjem broja jedan prethodnom broju i mogu odrediti neposredne prethodnike i sljedbenike zadanog broja. Te se spoznaje najprije stječu konkretizacijom, aktivnostima sa skupovima. Nastajanje niza prirodnih brojeva vizualizira se formiranjem skupova konkretnim materijalima tako da se svakom sljedećem skupu dodaje jedan element više od prethodnoga. Iz toga je jasno da je skup od tri elementa nastao tako da se skupu od dva elementa dodao jedan element. Važno je da aktivnosti budu praćene govorom, odnosno da učenik govorom izrazi što čini kada skupu od dva elementa dodaje jedan element – dva i jedan je tri. Učenike se upućuje da skupove slažu jedan pored drugoga na način da postave skup od jednog elementa, zatim skup od jednog elementa kojemu se dodaje drugi element i dobiva se skup dva elementa, zatim skup od dva elementa kojemu se dodaje jedan element i dobiva se skup tri elementa, nadalje skup od tri elementa kojemu se dodaje jedan element i nastaje skup četiri elementa i tako dalje. Učenici promatraju uzastopne skupove i utvrđuju da je svaki sljedeći skup nastao iz prethodnog na način da mu se dodao jedan element. Također utvrđuju da svaki prethodni skup nastaje iz sljedećeg skupa oduzimanjem jednog elementa, to jest da svaki prethodni skup sadrži jedan element manje od sljedećeg skupa. Učenici uočavaju odnose između dva susjedna skupa, stvaraju se pretpostavke za upoznavanje pojmova neposrednog prethodnika i neposrednog sljedbenika brojeva koji će se postupno usvajati. Slijedi upoznavanje postupka brojenja kojim se doznaje količina odnosno broj elemenata u skupu. Brojenjem se stječe spoznaja da brojeva riječ označava broj elemenata skupa koji se broji i važno je nakon brojenja elemenata istaknuti broj posljednjeg izbrojanog elementa u skupu jer on predstavlja ukupan broj elemenata skupa, primjerice: U skupu je ukupno pet jabuka. Učenici u početnoj nastavi matematike većinom broje predmete iz neposredne okoline poput knjiga, olovaka, bojica, voća, kamenčića i slično. Brojeve riječi pridružuju predmetima skupa koji broje i na taj način stječu spoznaju o povezanosti brojevnih riječi i predmeta koje broje. Brojenje se provodi na različite načine polazeći od brojenja koje je učenicima najlakše i potom prelazeći prema težim i složenijim primjerima. U početnoj nastavi matematike razlikuje se nekoliko načina brojenja. Brojenje predmeta pomicanjem je za učenike najlakši način jer uključuje i vizualnu i taktilnu i kinestetičku percepciju predmeta koje broje. Prilikom ovakvog načina brojanja predmeta učenici zapažaju da se broj elemenata u skupu ne mijenja s promjenom rasporeda tih elemenata. Osim pomicanjem, predmeti se na jednostavan

način broje i dodirivanjem i pokazivanjem. Ti su načini pogodni za predmete koji su veliki ili nespretni za pomicanje. Brojenje predmeta pokazivanjem isključuje kontakt učenika i predmeta te zadržava samo naznaku redoslijeda brojenja pokazivanjem. Brojenje predmeta pogledom je zahtjevnije od prethodno navedenih načina jer se prilikom brojenja oslanja samo na vizualnu percepciju i može se dogoditi da se isti predmet prebroji dva puta ili da se neki predmet slučajno izostavi. Osim statičnih predmeta, pogledom se broje i predmeti koji se gibaju, poput automobila u prometu ili ptica u letu. To je za učenike složeniji način brojenja. Još složeniji način brojenja je brojenje predmeta i pojava koji slijede jedan iza drugoga, poput pokreta, zvukova ili koraka. Najapstraktniji i učenicima najsloženiji način brojenja je mentalno brojenje ili brojenje u mislima. Takav način brojenja nema nikakvu perceptivnu podlogu i zasniva se na predodžbama o brojevima, odnosno na zamišljanju predmeta koje su prethodno percipirali. Uz navedene načine brojenja, određenu pozornost treba usmjeriti i brojenju od zadanog broja unaprijed i unatrag, primjerice brojenju unaprijed od tri ili brojenju unatrag od 9 te brojenju između dva broja unaprijed i unatrag, primjerice brojenje od broja četiri do broja devet. Prilikom brojenja pozornost treba usmjeriti na to da se brojenjem doznaje količina predmeta u skupu, da se svaki predmet skupa broji samo jednom i svaki se predmet u skupu mora obuhvatiti brojenjem te da posljednja izgovorena riječ označava broj predmeta u skupu koji se broji i ta se riječ pridružuje skupu, a ne posljednjem izbrojenom elementu. Nakon što su učenici upoznali brojenje prvi put se susreću s matematičkim znakovima – znamenkama. Iako su se prije dolaska u školu vjerojatno susreli s brojkama, učenici će na nastavi matematike spoznati da se znamenkom zapisuje svojstvo brojnosti skupova. Svaki znak koji se usvaja mora biti povezan s odgovarajućim pojmovnim sadržajem, to jest najprije se usvaja pojmovni sadržaj, zatim znak (ili više njih) kojim se taj sadržaj prikazuje. Također se uči ispravno pisanje svih znamenaka od 0 do 9 posvećujući pažnju pravilnim potezima olovke, s lijeva na desno i odozgo prema dolje. Nakon što učenici upoznaju i nauče pisati znamenke, upoznaju se s odnosima među brojevima. Znanje odnosa među brojevima uključuje spoznaju koji je broj veći, manji ili su jednaki ali i spoznaju zašto je taj broj veći ili manji, odnosno zašto su dva broja jednaka. Do odgovora učenici mogu doći brojenjem od broja do broja, a isto tako odgovor mogu izvesti iz odnosa među skupovima. Primjerice, kažemo da je broj dva manji od broja sedam, $2 < 7$, zato što brojeći dolazimo prije do broja dva nego do broja sedam. Ova je spoznaja isključivo u domeni brojeva, nastala određujući prethodnike i sljedbenike. Iz odnosa među skupovima spoznajemo da je dva manji od sedam zato što skup od dvije kuglice sadrži manje elemenata nego skup od sedam kuglica. Takav primjer se odnosi na primjenu brojeva u realnosti što je dobra podloga

za razumijevanje odnosa među brojevima. Učenici će bolje razumjeti i usvojiti odnose među brojevima ukoliko uspoređivanje skupova započnu konkretnim materijalima koji će biti podloga za apstrahiranje i generaliziranje odnosa među brojevima. Uspoređivanje odnosa uz pomoć skupova predmeta treba uvijek biti izraženo i govorom učenika. Nakon uspoređivanja skupova konkretnih materijala valja iskazati odnose među brojevima koji se uspoređuju. Primjerice, uspoređuje se skup s pet trokuta i skup sa sedam krugova. Govorom se izražava da je skup sa sedam krugova veći od skupa s pet trokuta jer ima više elemenata u skupu krugova nego u skupu trokuta. Na osnovu toga utvrđuje se i izražava da je sedam veće od pet, odnosno pet je manje od sedam. Nakon što učenici savladaju odnose među brojevima uz pomoć skupova, dobro je i promatrati ih na brojevnoj crti. Kad učenici znaju između dva broja utvrditi koji je veći, a koji manji i zašto je to tako, uvode se znakovi i termini za označavanje odnosa među brojevima: veći od $>$, manji od $<$, jednak $=$ (Markovac, 2001).

3.2. Formiranje pojma o prirodnim brojevima u udžbenicima

Matematički udžbenik može se opisati kao službeno autorizirana i pedagoški osmišljena matematička knjiga napisana s ciljem da učenicima ponudi matematičke sadržaje. Razna istraživanja pokazuju da se udžbenici koriste u velikoj mjeri u nastavi matematike u čitavom svijetu i kao takvi imaju važnu ulogu u matematičkom obrazovanju. Učitelji udžbenike koriste za pripremu nastavnog sata, a učenici ih najviše koriste za vježbanje (Glasnović Gracin, 2014). Učitelj ne mora u potpunosti temeljiti nastavu na udžbeniku, to jest aktivnostima iz udžbenika, ali se prilikom pripremanja nastave učitelji najviše oslanjaju na njega. Stoga je važno analizirati udžbenike koji se koriste u nastavi matematike i proučiti na koji način oni formiraju određene pojmove. Svako učenje matematike slijedi I-G-S-Z (I – iskustvo, G – govor, S – slika, Z – znakovi) model koji prikazuje slijed apstrahiranja prilikom formiranja pojma (Liebeck, 1995). Udžbenici mogu ponuditi samo posljednje dvije etape formiranja – slika i znak. U razrednoj se nastavi za prirodni broj koristi samo naziv „broj“, a uz prirodne se brojeve još uči i broj nula.

Formiranje pojma o prirodnim brojevima do 10 analizirat će se u udžbenicima Moj sretni broj 1 (Jakovljević Rogić i suradnici, 2021), Super matematika za prave tragače 1 (Martić i suradnici, 2021) te Otkrivamo matematiku 1 (Glasnović Gracin i suradnici, 2021).

Formiranje pojma o prirodnim brojevima u udžbeniku Moj sretni broj 1, za razliku od preostala dva analizirana udžbenika, započinje nastavnom jedinicom u kojoj se upoznaju skupovi. Najprije se uočavaju skupovi u okolini (skup lišća), zatim se pokazuje razlika između skupa i elementa skupa te se interpretiraju zadani skupovi. Zadatci obuhvaćaju aktivnosti

Nakon usvajanja brojeva do pet, udžbenik nastavlja usvajanje uspoređivanja odnosa među brojevima. Najprije se uspoređuju brojevi uz pomoć skupova predmeta, zatim se uvode znakovi i termini za označavanje odnosa među brojevima. Nakon uspoređivanja skupova predmeta uspoređuju se brojevi bez perceptivne podloge.

U radnom udžbeniku *Super matematika za prave tragače 1* formiranje pojmova o prirodnim brojevima započinje usvajanjem brojeva jedan i dva. Iako u ovome udžbeniku nije predviđena zasebna nastavna jedinica usvajanja skupova, aktivnosti sa skupovima nalaze se kao početna faza usvajanja pojma pojedinog prirodnog broja. Prilikom usvajanja brojeva jedan i dva promatraju se najprije skupovi s jednim ili s dva elementa koje učenici mogu prepoznati u svojoj okolini, a isto slijedi i prilikom usvajanja ostalih brojeva. Velika se pozornost posvećuje usvajanju pisanja znamenaka, što je vidljivo već na samom početku usvajanja pojma o prirodnim brojevima u nastavnoj jedinici *Brojevi 1 i 2*, gdje većina zadataka sadrži znamenke.

Slika 3. Nastavna jedinica *Brojevi 1 i 2*

The image shows a two-page spread from a math textbook. The left page (page 50) is titled 'BROJEVI 1 i 2'. It features a large illustration of children sitting on the floor using various electronic devices. Below this, there are icons for 'JEDAN' (one), 'JEDNO' (one), 'JEDNA' (one), 'DVA' (two), 'DVIJE' (two), and 'DVOJE' (two). A section shows the number '1' followed by several '1's and the number '2' followed by several '2's. A lightbulb icon indicates a reflection task: 'Prisjeti se ili pokaži na razrednome računalu gdje se nalaze brojevi 1 i 2. Koliko brojeva 1 i 2 ima na tipkovnici računala? Što sve može značiti 1 i 2? Nastavi nabrajati: jedno sunce, jedan mjesec, jedno računalo, dva sunca, dvije haljine, dvoje djece...'. The right page (page 51) contains several numbered exercises. Exercise 1 shows a grid of numbers. Exercise 2 asks to color words with one 'O' and cross out words with two 'A's. Exercise 3 is a pattern completion task. Exercise 4 is a matching task. At the bottom, there is a question about a picture of children on a scooter and a small image of two children on a scooter.

Napomena. Preuzeto iz *Super matematika za prave tragače 1: radni udžbenik za 1. razred osnovne škole* (1. svezak, str. 50 i 51), Martić, M., Ivančić, G., Kuvačić Roje, L., Sarajčev, E., Tkalčec, D., 2021., Profil Klett.

Na isti je način je predviđen postupak usvajanja brojeva tri, četiri i pet. Ponuđen je poneki zadatak s ekvivalentnim skupovima i pridruživanjem skupova. U zadatcima se također provlači ranije usvojen nastavni sadržaj geometrijskih tijela, geometrijskih likova, točke i crte te se na taj način ponavlja naučeno. Nakon formiranja pojma o prirodnim brojevima do pet u udžbeniku slijedi nastavna jedinica uspoređivanja naučenih brojeva. Uspoređivanje odnosa među brojevima započinje uspoređivanjem skupova koje je opisano riječima, potom se odbacuje vizualni prikaz skupova i iskazuje se odnos između brojeva te se uvode pisani znakovi.

U radnom udžbeniku Otkrivamo matematiku 1 uvođenje pojma o prirodnim brojevima također započinje usvajanjem brojeva jedan i dva. Polazi se od konkretnih primjera iz okoline u kojima se mogu uočiti skupovi od jednog ili od dva elementa. Zadatci sadrže skupove konkretnih predmeta koji služe kao perceptivna podloga za usvajanje brojeva. U udžbeniku je predviđen prostor za usvajanje pisanja znamenaka 1 i 2 uz prikaz postupka pravilnog povlačenja poteza prilikom pisanja brojki. Na isti je način predviđeno usvajanje sljedećih brojeva. Kod usvajanja svakog prirodnog broja do 10 provlači se isti zadatak s vagonima kojima se pridružuju kvadrati ovisno o brojevima koje učenici usvajaju, odnosno koje su usvojili. Nakon što ju učenici usvoje, brojeva se crta pridružuje slikovnom prikazu te se uz pomoć slike i zapisa brojevnom crtom lako uočava nastajanje svakog sljedećeg broja dodavanjem jednog elementa prethodnom skupu.

Slika 4. Zadatak s vagonima

3. DOPUNI.

3. DOPUNI.

3. DOPUNI.

PRATI PRSTOM STRELICE I BROJI.
DO KOJEG JE BROJA DOŠLA ŽABICA NA KRAJU? DO .

3. DOPUNI.

Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 1: radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole* (1. dio, str. 34, 42, 92, 104), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021., Alfa.

Kao u prethodna dva, i u ovome udžbeniku nakon formiranja pojma broja 5 slijedi usvajanje uspoređivanja odnosa naučenih brojeva jednakim postupkom.

Sva tri analizirana udžbenika slijede jednaku praksu. Najprije se uvode prirodni brojevi do pet, zatim se uspoređuju odnosi između naučenih brojeva, nakon čega slijedi formiranje zbrajanja i oduzimanja te usvajanje brojevnice. Tada se ponovno vraća na usvajanje prirodnih brojeva, a najprije broja nula i tek onda šest, sedam, osam, devet i deset. Baš kao što kurikulum nalaže, u sva tri analizirana udžbenika formiranje pojma o prirodnim brojevima započinje na konkretnim predmetima kako se brojenje ne bi svelo na mehaničko izgovaranje brojevnih riječi,

a uz konkretne predmete brojevi se prikazuju ilustracijama i crtežima. Postupno slijedi upoznavanje brojeva i brojki. Polazište kod usvajanja skupova, brojeva i odnosa među brojevima je vizualna podloga koja se postupno apstrahira i dovodi do shvaćanja brojeva kao samostalnih objekata između kojih postoje odnosi i s kojima se mogu izvoditi osnovne računске operacije. Također, slijedeći kurikulum, sva tri udžbenika sadrže spoznavanje neposrednog prethodnika i sljedbenika na brojevnoj crti te obuhvaćaju aktivnosti brojenja unaprijed i unatrag redom od zadanog broja. (MZO, 2019)

4. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva

Drugi primjer formiranja matematičkog pojma na koji se detaljno osvrće u ovom radu je formiranje pojma množenja i dijeljenja prirodnih brojeva. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva započinje realnim situacijama, konkretizirajući aktivnosti sa skupovima. Baš kao i formiranje prirodnih brojeva, množenje i dijeljenje se spoznaje od konkretnog prema apstraktnom. Prilikom formiranja pojmova množenja i dijeljenja aktivnosti sa skupovima također imaju važnu ulogu, no ne moraju biti u velikom broju kao kod formiranja pojma o prirodnim brojevima te formiranju pojmova zbrajanja i oduzimanja. Tijekom formiranja pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva teži se spoznavanju njihove povezanosti, ali ipak se prvo usvaja množenje i zatim dijeljenje. Također, izgrađuje se povezanost množenja i zbrajanja te dijeljenja i oduzimanja (Markovac, 2001).

4.1. Formiranje pojma množenja prirodnih brojeva

Formiranje pojma množenja brojeva započinje etapom aktivnosti s konkretnim materijalom poput pločica, kuglica, štapića, bojica i slično. To su aktivnosti združivanja jednakobrojnih skupova. U matematici se takvo združivanje naziva unija skupova s jednakim brojem elemenata. Primjerice, postav se četiri skupa po tri elementa. Redom se skupovi združuju dok ne budu svi u jednom skupu. Združivanje mora biti praćeno govornim objašnjenjem („Tri više tri je šest. Šest više tri je devet. Devet više tri je dvanaest.“) koje zapravo izgleda kao uzastopno zbrajanje istih brojeva. Ovakvo združivanje postupno će se izvoditi i bez podloge združivanja skupova konkretnih materijala. Tada se prelazi na tekstualne zadatke poput ovoga: „Lea svakoga dana vježba pisanje i ispiše dvije stranice. Koliko će stranica ispisati za četiri dana?“, a združivanje se može prikazati grafički, crtanjem stranica, koje je obavezno popraćeno govornim pojašnjenjem. Nakon etape konkretnih aktivnosti, slijedi etapa apstraktnih operacija kojom se formiranje pojma množenja prirodnih brojeva postupno prenosi na misaono područje.

U etapi apstraktnih operacija razlikuju se dva koraka: mentalno (usmeno) množenje i uvođenje zapisa za množenje brojeva. Cilj mentalnog množenja je usvojiti sadržaj pojma množenja, a može se izvoditi na nekoliko načina. Jedan je način uzastopno zbrajanje istog broja usmeno koje se može potkrijepiti brojevnom crtom. Važno je da učenik brojanjem uoči koliko jednakih pribrojnika ima, primjerice $5 + 5 + 5 = 15$, te da se istakne da je 3 puta 5 jednako 15. Uzastopnim zbrajanjem istog broja mogu se rješavati tekstualni zadatci, usmeno („4 više 4 je 8, 8 više 4 je 12, 12 više 4 je 16“) i pišući zbroj istog broja ($4 + 4 + 4 + 4 = 16$). Prilikom takvog rješavanja zadatka važno je istaknuti kako je 4 puta 4 jednako 16 jer će učenici lakše uočiti vezu zbrajanja i množenja te se postupno pripremiti na razumijevanje zapisa $a \cdot b = c$. Za usvajanje sadržaja množenja prirodnih brojeva dobro je učenicima zadavati zadatke navođenjem poznatih situacija u kojima se javlja množenje poput zadatka: “Svaki se dan u obitelji pojedu 2 pogače. Koliko će se pogača jesti za 6 dana?” Takve zadatke učenici mogu rješavati usmenim zbrajanjem istog broja, zapisivanjem zbrajanja istih brojeva te združivanjem jednakobrojnih skupova. Mentalno bi množenje trebalo rezultirati shvaćanjem množenja kao bržeg i kraćeg zbrajanja istih brojeva. Dobro poznavanje mentalnog množenja glavni je uvjet za uvođenje zapisa za množenje brojeva. Prijelaz sa zbrajanja istih brojeva na množenje treba objasniti kao mogućnost bržeg pronalaženja zbroja istih brojeva. Primjerice, zadatak: „U drugom b razredu učenici sjede po dvoje u školskoj klupi. Ako je školskih klupa devet, koliko je učenika u drugom b razredu?“ treba zapisati kao $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18$ da bi se uočio zbroj koji je sastavljen od istih brojeva i zatim predstaviti zapis množenjem $9 \cdot 2 = 18$. Zapis množenja važno je objasniti. Devet je školskih klupa i devet označava koliko pribrojnika ima zbroj, a broj dva označava pribrojnik jer je u svakoj klupi po dvoje učenika. Broj 18 označava zbroj istih brojeva odnosno broj učenika u razredu, to je umnožak brojeva 9 i 2. Rješavanje zadataka koji omogućuju prijelaz sa zbrajanja istih brojeva na množenje i obrazlaganje istog služe kao sredstvo za potpuno shvaćanje pisanog množenja (Markovac, 2001).

4.2. Formiranje pojma dijeljenja prirodnih brojeva

Formiranje pojma dijeljenja polazi iz realnosti, a temelj dijeljenja je rastavljanje skupova konkretnih predmeta. Baš kao i množenje, dijeljenje se odvija u dvije etape. Prva je etapa konkretnih aktivnosti u kojoj se skupovi rastavljaju na jednakobrojne podskupove, primjerice skup od 15 jagoda treba podijeliti na 5 djece da svako dijete dobije jednak broj jagoda. U ovom je primjeru poznat skup i broj elemenata u skupu (15) te je poznat broj jednakobrojnih podskupova (5), a nepoznat je broj elemenata u svakom podskupu koji je zapravo količnik

brojeva 15 i 5. Rastavljanje skupa treba pratiti govornim objašnjenjem da bi se shvatio proces dijeljenja: „Iz skupa od 15 jagoda uzima se 5 jagoda i svakom se djetetu dodijeli 1 jagoda. Uzima se ponovno skup od 5 jagoda i dijeli se svakom djetetu po 1. Isto se čini dok se ne uzmu sve jagode iz skupa. Na taj je način zajamčena sigurnost jednakog broja elemenata u svakom skupu i dijeljenje se konkretizira kao uzastopno oduzimanje istog broja od zadanog broja. Po završetku, važno je govorom istaknuti da je 15 jagoda podijeljeno na 5 učenika jednako 3 jagode jer je 3 puta 5 jednako 15. Na taj način dijeljenje postupno prelazi u apstraktno i uočava se poveznica dijeljenja i množenja. Skup se može rastaviti i na podskupove sa zanim brojem elemenata, primjerice skup od 15 jagoda treba podijeliti tako da svaki učenik dobije 3 jagode, koliko će učenika dobiti jagode?. Tada je poznat skup i broj elemenata u skupu (15) te je poznat broj elemenata u svakom podskupu (3), a nepoznat je broj jednakobrojnih podskupova koji je količnik brojeva 15 i 3. Rastavljanje skupa i ovaj je put važno pratiti govornim objašnjenjem: „Iz skupa od 15 jagoda uzimaju se 3 jagode i stavljaju se na stranu. Isto se čini toliko puta dok se ne uzmu sve jagode iz skupa. Dobiveno je 5 skupova što znači da će 5 učenika dobiti jagode.“ 15 podijeljeno na 3 jednako je 5 jer je 5 puta 3 jednako 15. U matematici se ovakva podjela skupa u svrhu usvajanja dijeljenja naziva particija skupa na podskupove s jednakim brojem elemenata. Rastavljanje skupova može se prikazati i grafički, ali ga također treba pratiti govorno objašnjenje. Nakon rastavljanja skupova konkretnih predmeta, formiranje pojma dijeljenja brojeva postupno prelazi na drugi korak, etapu apstraktnih operacija. Apstraktne operacije dijeljenja započinju mentalnim dijeljenjem. Učenici zamišljanjem izvode dijeljenje, primjerice: „Zamisli 9 učenika koje treba podijeliti na 3 grupe. Koliko će učenika biti u svakoj grupi?“. Ukoliko je to savladano, prelazi se na uzastopno oduzimanje istog broja koje se izvodi zapisivanjem, uz pomoć brojevnice crte ili najbolje usmeno. Važno je objasniti kako se dolazi do rezultata, na primjer: „15 jagoda treba podijeliti na 5 djece. To se može učiniti uzastopnim oduzimanjem broja 5. Od 15 jagoda oduzima se 5 jagoda (za svako dijete po jedna jagoda) i ostaje 10 jagoda. Od 10 jagoda oduzima se ponovno 5 jagoda (za svako dijete po jedna jagoda) i ostaje 5 jagoda. Od preostalih 5 jagoda oduzimaju se sve jagode (za svako dijete po jedna jagoda) i više ih nema. Svako je dijete dobilo 3 jagode.“, a zapis izgleda ovako: $15 - 5 = 10$, $10 - 5 = 5$, $5 - 5 = 0$, iz čega slijedi da je $15 : 5 = 3$ jer se broj 5 oduzeo tri puta od broja 15. Jedan oblik mentalnog dijeljenja može biti pomoću množenja, kada se dijeli tako da se traži broj kojim treba pomnožiti djelitelj da bi se dobio djeljenik. Tada se zadatku 15 podijeljeno s 5 pristupa na način da se traži broj kojim se treba pomnožiti broj 5 da bi se dobio broj 15. 15 podijeljeno s 5 je 3 jer je 3 puta 5 jednako 15. Mentalnim se dijeljenjem usvaja sadržaj operacije dijeljenja s

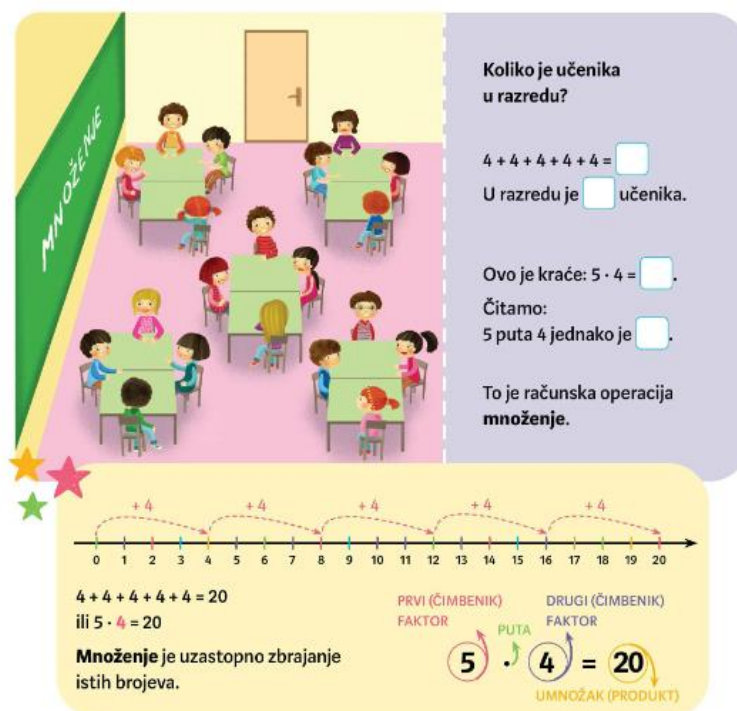
ciljem uvođenja zapisa za dijeljenje brojeva. Umjesto rastavljanja skupa ili uzastopnog oduzimanja nekog broja od zadanog skupa, dijeljenjem dvaju brojeva dolazi se do rezultata. No, objašnjavanje zapisa ne smije se izostaviti i važno ga je povezati s rastavljanjem skupova i uzastopnim oduzimanjem istog broja da bi se uočilo kako se na oba načina dolazi do istog brojevnog zapisa (Markovac, 2001).

4.3. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja brojeva u udžbenicima

Formiranje pojmova množenja i dijeljenja brojeva analizirat će se u udžbenicima Moj sretni broj 2 (Jakovljević Rogić i suradnici, 2021), Matematička mreža 2 (Cindrić i Mišurac, 2022) i Otkrivamo matematiku 2 (Glasnović Gracin i suradnici, 2021).

U udžbeniku Moj sretni broj 2 formiranje pojma množenja brojeva započinje združivanjem jednakobrojnih skupova, odnosno slikovnim prikazom učenika koji su podijeljeni na jednake skupine u razredu. Uz ilustraciju je prikazan zapis uzastopnog zbrajanja jednakih pribrojnika te zapis koji učenike upoznaje s množenjem. Slijedi prikaz istog zadatka na brojevnoj crti te uvođenje definicije množenja i imenovanje članova u računskoj operaciji množenje (slika 5).

Slika 5. Formiranje množenja brojeva



Napomena. Preuzeto iz *Moj sretni broj 2: udžbenik matematike u 2. razredu osnovne škole* (str. 64), Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G., 2021., Školska knjiga.

Ističe se razlika u govoru kod zbrajanja „uvećaj za 2“ i kod množenja „uvećaj 2 puta“ što je korisno za daljnje čitanje i rješavanje zadataka. U udžbeniku se nalaze zadatci uzastopnog zbrajanja istih pribrojnika te zapisivanje tog zbrajanja kao množenja. Slijedi nastavna jedinica množenja brojem dva koja također slijedi praksu zbrajanja jednakobrojnih skupova te predstavljanje zapisa množenjem. Imenuju se prvi i drugi faktori u operacijama množenja, ponuđeni su zadatci sa slikovnom podlogom i brojevnom crtom. Nakon množenja brojem dva udžbenik nastavlja nastavnom jedinicom zamjenom mjesta faktora. Prikazujući primjere zamjene mjesta pribrojnika pri čemu zbroj ostaje nepromijenjen, dolazi se do zamjene mjesta faktora pri čemu će umnožak ostati isti. Uz primjer se nalazi slikovna podloga i prikaz na brojevnoj crti. Nakon usvajanja ove nastavne jedinice, udžbenik upoznaje učenike s dijeljenjem. Formiranje pojma dijeljenja brojeva započinje rastavljanjem skupova, to jest slikovnim prikazom kartica koje se trebaju ravnomjerno podijeliti na četiri učenika. Zadatak se najprije rješava uzastopnim oduzimanjem istog broja, a potom zapisom koji učenike upoznaje s dijeljenjem. Zadatak je također riješen uz pomoć brojevnice crte i slijedi uvođenje definicije dijeljenja kao uzastopnog oduzimanja istog broja. Imenuju se članovi računске operacije dijeljenja (djeljenik, djelitelj i količnik). Kao i kod množenja i zbrajanja, ističe se razlika u govoru kod oduzimanja „umanji za 2“ i kod dijeljenja „umanji 2 puta“. Nakon uočavanja veze oduzimanja i dijeljenja, udžbenik prelazi na dijeljenje brojem dva. Formiranje dijeljenja brojem dva također započinje uzastopnim oduzimanjem istog broja koje se povezuje s dijeljenjem. U udžbeniku se nalaze primjeri sa slikovnom podlogom i brojevnom crtom. Nakon formiranja pojma dijeljenja brojem dva, u udžbeniku slijedi nastavak formiranja pojmova množenja i dijeljenja upoznavanjem veze između njih. Udžbenik definira množenje i dijeljenje kao suprotne računске operacije i prikazuje njihov međusobni odnos na slikovnom primjeru. Primjenjujući vezu množenja i dijeljenja učenici rješavaju zadatke računanja nepoznatog broja u jednakosti (slika 6).

Slika 6. *Veza množenja i dijeljenja*

Primijeni vezu množenja i dijeljenja i izračunaj nepoznati broj u jednakosti.

$2 \cdot \square = 6$ $\square = 6 : 2$ $\square = 3$	$2 \cdot \text{🌲} = 6$ $\text{🌲} = 6 : 2$ $\text{🌲} = \square$	Provjera: $2 \cdot 3 = \square$ Umjesto nepoznatog broja možemo nacrtati kvadratić za upisivanje ili neki znak.
---	--	--

Napomena. Preuzeto iz *Moj sretni broj 2: udžbenik matematike u 2. razredu osnovne škole* (str. 74), Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G., 2021., Školska knjiga.

Nakon usvajanja veze između množenja i dijeljenja, prema ovome udžbeniku slijedi upoznavanje parnih i neparnih brojeva nakon čega se nastavlja formiranje množenja i dijeljenja preostalih brojeva do deset. Uz prirodne brojeve, udžbenik učenike upoznaje i s nulom u množenju i dijeljenju.

Formiranje pojma množenja u udžbeniku Matematička mreža 2 započinje primjerom zbrajanja jednakih pribrojnika te povezivanjem zbrajanja i množenja koje je popraćeno slikama. Potom nastavlja množenje i određivanje umnoška uz pomoć brojevnice. Slijedi imenovanje članova u računskoj operaciji množenja, faktora i umnoška. U udžbeniku se naziv „umnožak“ spominje prije nego što je definiran kao rezultat množenja. U čitavom se udžbeniku ne spominje naziv „produkt“ koji također predstavlja rezultat množenja. Za razliku od preostala dva analizirana udžbenika, prilikom formiranja pojma množenja ovaj udžbenik ne uvodi definiciju samog množenja. Nakon upoznavanja članova računске operacije množenja, udžbenik nastavlja nastavnom jedinicom zamjene mjesta faktora. Ističe se veza zbrajanja i množenja. Zamjenom pribrojnika prilikom zbrajanja zbroj se neće promijeniti, tako i zamjenom faktora neće doći do promjene umnoška. Učenici mogu uočiti i na slikovnom prilogu da se umnožak ne mijenja ukoliko faktori zamijene mjesta (slika 7).

Slika 7. Zamjena pribrojnika i faktora

$3 \cdot 4 = \square + \square + \square = \square$
 $4 \cdot 3 = \square + \square + \square + \square = \square$
 $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$

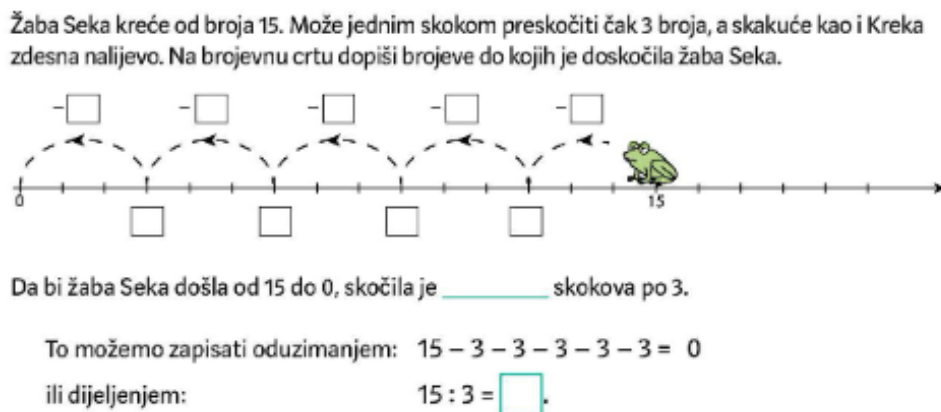
$2 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $5 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$

Ako faktori zamijene mjesta, umnožak ostaje isti.

Napomena. Preuzeto iz *Matematička mreža 2: udžbenik matematike u drugom razredu osnovne škole* (str. 74), Jakovljević Cindrić, M., Mišurac, I., 2022., Školska knjiga.

Udžbenik potom nastavlja formiranjem množenja brojem dva i brojem tri. Množenje brojem dva započinje zbrajanjem jednakih pribrojnika uz slikovnu podlogu te uz brojevu crtu. Prilikom formiranja množenja brojem tri udžbenik ne započinje slikovnim prikazom skupova već odmah kreće množenjem uz pomoć brojevine crte. Slijedi formiranje pojma dijeljenja brojeva, koje započinje rastavljanjem skupa, to jest zadatkom u kojemu se 12 naljepnica treba ravnomjerno podijeliti na 4 dijela. Primjer se rješava uzastopnim oduzimanjem istog broja, a zatim se zapisuje kraće množenjem. Slijedi dijeljenje uz pomoć brojevine crte (slika 8) te imenovanje članova računске operacije dijeljenja (djeljenik, djelitelj i količnik).

Slika 8. *Dijeljenje uz brojevnu crtu*




Napomena. Preuzeto iz *Matematička mreža 2: udžbenik matematike u drugom razredu osnovne škole* (str. 82), Jakovljević Cindrić, M., Mišurac, I., 2022., Školska knjiga.

Baš kao što u udžbeniku nije definiran sam pojam množenja, tako nije definiran ni pojam dijeljenja brojeva. Formiranje pojma dijeljenja brojeva nastavlja se formiranjem pojma dijeljenja brojem dva i brojem tri koje također kreće od uzastopnog oduzimanja istog broja. Nakon formiranja pojma dijeljenja brojem dva i brojem tri usvaja se veza između množenja i dijeljenja na primjeru uz slikovni prikaz dva skupa elemenata. Ističe se suprotnost računске operacije množenja i računске operacije dijeljenja koje se mogu provjeravati međusobno jedna drugom. Udžbenik nastavlja formiranje pojmova množenja i dijeljenja preostalim prirodnim brojevima do deset, te ponašanjem nule u množenju i dijeljenju.

Formiranje pojma množenja brojeva u udžbeniku *Otkrivamo matematiku 2* započinje zbrajanjem jednakobrojnih skupova, odnosno zbrajanjem jednakih pribrojnika koje se kraće zapisuje množenjem. Nakon nekoliko takvih primjera uvodi se definicija množenja kao zbrajanja jednakih pribrojnika. Slijedi imenovanje članova matematičke operacije množenja, faktora ili čimbenika te umnoška ili produkta. Množenje brojeva prikazuje se i uz pomoć brojevine crte. Nastavlja se nastavnom jedinicom zamjene mjesta faktora. Ponuđeni su mnogi primjeri uz slikovni prikaz faktora za lakše uočavanje nepromjenjivosti umnoška (slika 9).

Slika 9. Zamjena mjesta faktora

2. Koliko „kockica” ima ova čokolada?




5 + 5 =

2 · 5 =

Dva su reda, u svakom je po „kockica”.

Ukupno je „kockica” čokolade.



2 + 2 + 2 + 2 + 2 =

· 2 =

Pet je redova, u svakom su po 2 „kockice”.

Ukupno je kockica čokolade.

2 · 5 =

5 · 2 =

Faktori su zamijenili mjesta, ali umnožak je ostao isti.

Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 2: radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole* (2. dio, str. 24), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021.,

Alfa.


Formiranje pojma dijeljenja brojeva započinje rastavljanjem skupa na jednakobrojne podskupove koje se prikazuje i uzastopnim oduzimanjem istog broja. U udžbeniku slijedi upoznavanje članova računске operacije dijeljenja (djeljenik, djelitelj i količnik), ali nigdje se ne pronalazi definicija samog dijeljenja. Udžbenik ističe dvije vrste dijeljenja, baš kao što je spomenuto u poglavlju 4.2., rastavljanje skupova na jednakobrojne podskupove te rastavljanje skupova na podskupove sa zadanim brojem elemenata (slika 10).

Slika 10. Rastavljanje skupova

3. Pogledaj ove dvije vrste dijeljenja. Nacrtaј i dopuni. Pronađi djeljenik, djelitelj i količnik.

Dijelimo **na** 3 dijela

Razdijeli 15 cvjetova na 3 vaze tako da u svakoj vazі bude jednako mnogo cvjetova.



Kažemo da smo 15 cvjetova podijelili na 3 dijela (u 3 vaze).

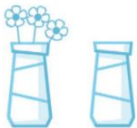
$15 : 3 = \square$ U svakoj je vazі \square cvjetova.

Djeljenik je \square . Djelitelj je \square .

\square je 5.

Dijelimo **po** 3 cvijeta

Razdijeli 15 cvjetova u vaze tako da u svakoj vazі budu 3 cvijeta.



Kažemo da smo 15 cvjetova podijelili po 3 cvijeta.

$15 : 3 = \square$ Potrebno je \square vaza.

\square je 15. \square je 3.

Količnik je \square .


Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 2: radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole* (2. dio, str. 28), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021.,

Alfa.

Formiranje pojmova množenja i dijeljenja nastavlja se dalje u udžbeniku množenjem i dijeljenjem prirodnim brojevima do deset, te ponašanjem nule u množenju i dijeljenju. Svaki se put polazi od prikaza skupova koji se najprije zapisuju računskom operacijom zbrajanja pa skraćeno računskom operacijom množenja, odnosno najprije računskom operacijom oduzimanja i zatim skraćeno računskom operacijom dijeljenja. Pritom se naglašava veza između množenja i dijeljenja. Od tri analizirana udžbenika, jedino se u ovome udžbeniku vezom množenja i dijeljenja objašnjava zašto se nulom ne dijeli (slika 11). Druga dva udžbenika samo kažu da se brojevi ne dijele nulom, bez ikakvog objašnjenja (slika 12).

Slika 11. Ponašanje nule u dijeljenju u udžbeniku Otkrivamo matematiku 2

4. Veza množenja i dijeljenja pomaže nam shvatiti zašto se nulom ne dijeli.

 $0 : 5 = 0$ jer je $0 \cdot 5 = \square$

$0 : 3 = 0$ jer je $\square \cdot 3 = \square$


$0 : 10 = \square$ jer je $\square \cdot \square = \square$

Ako je nula djeljenik, a djelitelj različit od nule, količnik je \square .

Kad bi $5 : 0$ bilo jednako 0, onda bi $0 \cdot 0$ moralo biti jednako \square . To ne vrijedi!

Kad bi $3 : 0$ bilo jednako 0, onda bi $0 \cdot 0$ moralo biti jednako \square . To ne vrijedi!

Zapamti!
Nula ne smije biti djelitelj!



Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 2: radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole* (2. dio, str. 87), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021.,

Alfa.

Slika 12. Ponašanje nule u dijeljenju u udžbeniku *Moj sretni broj 2*

DJELJENIK DJELITELJ KOLIČNIK

$4 : 1 = 4$

Ako je djelitelj broj 1, količnik je jednak djeljeniku.

$0 : 4 = 0$

Ako 0 dijelimo s brojem različitim od 0, količnik je 0.

~~$5 : 0 =$~~

Broj se ne dijeli s 0.

Napomena. Preuzeto iz *Moj sretni broj 2: udžbenik matematike u 2. razredu osnovne škole* (str. 102), Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G., 2021., Školska knjiga.

Udžbenici *Moj sretni broj 2*, *Matematička mreža 2* i *Otkrivamo matematiku 2* prema zahtjevima kurikuluma postupno i zorno prikazuju množenje kao uzastopno zbrajanje istih pribrojnika te dijeljenje kao uzastopno oduzimanje istih brojeva od zadanog broja. U svim se udžbenicima ističe komutativnost množenja te veza množenja i dijeljenja. Nadalje, u udžbenicima *Moj sretni broj 2* i *Otkrivamo matematiku 2* posvećuje se prostor za razlikovanje izraza „uvećaj za“ i „uvećaj nekoliko puta“ te „umanji za“ i „umanji nekoliko puta“ što nije slučaj u udžbeniku *Matematička mreža 2*, gdje se takvi izrazi ne spominju. Udžbenici *Moj sretni broj 2* i *Otkrivamo matematiku 2* učenike upoznaju s hrvatskim nazivljem članova računskih operacija množenja i dijeljenja (čimbenici, umnožak, djeljenik, djelitelj, količnik) ali i internacionalnim nazivima (faktor i produkt) te prema preporuci kurikuluma potiču uporabu riječi faktor zbog potrebe u višim razredima. Udžbenik *Matematička mreža 2* kod imenovanja članova računske operacije množenja uopće ne spominje nazive „čimbenik“ i „produkt“ nego isključivo „faktor“ i „umnožak“, dok za članove računske operacije dijeljenja koristi nazive kao i ostali udžbenici. Zahtjevi kurikuluma da se brojevi jedan i nula upoznaju u množenju i dijeljenju, određivanje višekratnika zadanog broja, određivanje parnog i neparnog broja te određivanje nepoznatog člana u zadacima uz pomoć veze množenja i dijeljenja ostvaruju se u sva tri analizirana udžbenika (MZO, 2019).

5. Formiranje osnovnih geometrijskih pojmova

Geometrija je sastavni dio početne nastave matematike u kojem učenici spoznaju oblike i odnose u prostoru te osnovne geometrijske pojmove. Kao i ostali pojmovi, geometrijski pojmovi temelje imaju u realnosti, odnosno polazište pri formiranju geometrijskih pojmova su objekti iz neposredne okoline. Promatranje, izrezivanje, crtanje, dodirivanje, modeliranje i

slične aktivnosti su podloga u spoznavanju sadržaja geometrijskih pojmova i vrlo su bitne prilikom apstrahiranja i generaliziranja. Početna nastava geometrije razvija sposobnost promatranja, sposobnost kojom učenici otkrivaju oblike predmeta i uspoređuju ih po sličnostima i različitostima. Nadalje, ona osposobljava učenike u prostornom predočavanju da bi mogli zamišljati različite geometrijske oblike s ciljem da budu spremni na misaoni rad apstraktnim prostornim objektima neovisno o njihovoj fizičkoj prisutnosti. Početnom nastavom geometrije razvijaju se i intelektualne sposobnosti učenika poput mišljenja, pamćenja i pažnje, kojima se usvajaju sadržaji osnovnih geometrijskih pojmova (Markovac, 2001). Formiranje geometrijskih pojmova detaljnije će se analizirati na primjeru pojma trokuta.

5.1. Formiranje pojma trokuta

Upoznavanjem trokuta proširuje se znanje učenika koje su stekli prije škole, ali i u njoj. Učenici se s trokutima upoznaju već u prvom razredu kada ih uče prepoznati i imenovati. Tijekom početne nastave matematike naučit će neka osnovna obilježja trokuta te će ga naučiti crtati. Formiranje pojma trokuta započinje prepoznavanjem i imenovanjem trokuta u odnosu na druge likove. Učenici prepoznaju oblik trokuta na predmetima iz okoline, zatim se promatra trokut izrađen od drva, plastike ili nekog drugog materijala te se naposljetku promatra trokut nacrtan na ploči ili papiru. Prilikom crtanja trokuta, određuju se prvo tri točke koje ne pripadaju istoj dužini i zatim se spoje dužinama. Promatranjem učenici uočavaju i shvaćaju da je trokut dio ravnine koji je omeđen trima dužinama. Slijedeći isti postupak učenici crtaju različite trokute u svoje bilježnice pritom pazеći na to da tri točke ne smiju biti na istoj dužini. Dobro je i da učenici nacrtaju tri točke koje pripadaju istoj dužini te da ih spoje dužinama i uoče da time nije nastao trokut. Nakon crtanja, prepoznaju se i imenuju neka obilježja trokuta. Postavljaju se različiti trokuti na ploču ili papir, analiziraju se i uočava se da svi nacrtani trokuti omeđuju dio ravnine, da su svi trokuti omeđeni trima dužinama koje nazivamo stranice trokuta te da je vrh trokuta zajednička krajnja točka dvije dužine. Nakon što učenici uoče i prepoznaju zajednička obilježja trokuta, ističu se ona obilježja trokuta koja su različita (Markovac, 2001). U poglavlju 1.4. ovoga rada već je spomenuta divizija pojma trokuta prema duljini stranica i prema veličini kutova. U razrednoj nastavi matematike, točnije u četvrtom razredu osnovne škole, prema Kurikulumu (MZO, 2019) učenici uočavaju i usvajaju diviziju pojma trokuta prema duljini stranica na jednakokračne, raznostranične i jednakostranične trokute. Zatim usvajaju pojam pravokutnog trokuta i spoznaju da raznostranični i jednakokračni trokuti mogu biti ujedno i pravokutni. Nastavak divizije pojma trokuta prema veličini kutova slijedi u višim razredima

osnovne škole. Upoznavanje i pravilno imenovanje pojedine vrste trokuta odvija se na način da se najprije izdvajaju trokuti različitih duljina stranica, potom trokuti sa stranicama jednakih duljina i na kraju trokuti s dvije stranice jednakih duljina. Uz pojedinu vrstu trokuta, osim svojstava koja ih karakteriziraju, također treba povezati opća obilježja trokuta. Crtanju pojedinih vrsta trokuta pristupa se postupno, posvećujući pažnju točnosti i urednosti, jer je za izradu geometrijskog crteža potrebno usvojiti motoričke radnje. Prilikom crtanja učenik uočava i navodi svojstva svakog trokuta koji je nacrtao (Markovac, 2001).

5.2. Formiranje pojma trokuta u udžbenicima

Formiranje pojma trokuta analizirat će se u udžbenicima od prvog do četvrtog razreda osnovne škole Nina i Tino 1, 2, 3 i 4 (Boras Mandić i suradnici, 2020), Otkrivamo matematiku 1, 2, 3 i 4 (Glasnović Gracin i suradnici, 2021) te Matematička mreža 1, 2, 3 i 4 (Cindrić i suradnici, 2022).

Udžbenik Nina i Tino geometriju uvodi u prvom razredu nakon formiranja pojmova o prirodnim brojevima do pet. Nakon upoznavanja geometrijskih tijela, ploha, crta te pravokutnika i kvadrata slijedi upoznavanje trokuta s paralelnim upoznavanjem kruga. Formiranje pojma trokuta započinje uočavanjem trokuta u okolini (u prometu, školski pribor) potom slijedi uočavanje trokuta kao plohe piramide. Nakon toga je ponuđeno nekoliko slikovnih prikaza trokuta koje učenici trebaju obojiti. Trokut je definiran kao geometrijski lik. Na obliku trokuta učenici uočavaju ravne stranice i točke koje su spojene ravnom crtom. Pojam trokuta se ne spominje do drugog razreda, kad se u udžbeniku nalaze zadatci u kojima se uočavaju trokuti među ostalim likovima. U udžbeniku drugoga razreda također je nastavni sadržaj u kojemu se dužine i vrhovi spoznaju na primjeru geometrijskog lika trokuta. Udžbenik za treći razred pojam trokuta spominje samo prilikom računanja opsega te prilikom ponavljanja nastavnog sadržaja geometrije. U udžbeniku četvrtog razreda više je nastavnog sadržaja posvećeno pojmu trokuta. Prije uvođenja definicija vezanih uz pojam trokuta, njegovih stranica, vrhova i kutova nalazi se primjer gdje se u svakodnevnom okružju može pronaći trokut (slika 13).

Slika 13. Nastavna jedinica Trokut

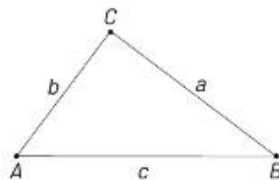
TROKUT (STRANICE, VRHOVI I KUTOVI TROKUTA)

Osim u matematici, trokut je dio prometne svakodnevice. Trokut nije samo prometni znak uz cestu, već ga svatko mora imati i u obaveznoj opremi u automobilu. Prilikom kvara ili nesreće, trokut se postavlja na vidljivo mjesto najmanje 100 m ispred automobila kako bi upozorio vozila koja nadolaze na oprez.



Promotri fotografiju. Kako se postavlja trokut? Stoji li na vrhu, kutu ili stranici?

Trokut je geometrijski lik omeđen s trima dužinama (stranicama). Trokut ima **tri stranice**, **tri vrha** i **tri kuta**. Dio ravnine omeđen s trima dužinama zove se **trokut**.



Stranice trokuta su dužine koje ga omeđuju. Stranice imenujemo prema točki koja je vrh nasuprotnoga kuta. Imena stranica pišu se malim slovima abecede.

Vrhovi trokuta su točke u kojima se stranice spajaju.

Trokut imenujemo prema imenima vrhova ($\triangle ABC$).

Stranice trokuta zatvaraju **kutove trokuta**.

Po mjeri života

Na fotografiji je obavezna oprema svakoga automobila. Vidiš li trokut? Kako je moguće tako složiti trokut?



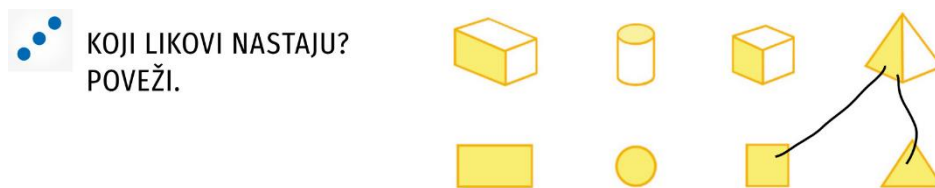
Napomena. Preuzeto iz *Nina i Tino 4: udžbenik za četvrti razred osnovne škole* (1. svezak, str. 139), Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M., 2020., Profil Klett.

Slijedi divizija pojma trokuta prema duljini stranica. Usvajanje pojma jednakostraničnog, jednakokraknog i raznostraničnog trokuta započinje uočavanjem različitih trokuta na ilustraciji, zatim izdvajanjem pojedine vrste trokuta prema duljini stranica i u konačnici definiranjem

pojedine vrste trokuta. Nakon usvajanja pojmova jednakostraničnog, jednakokračnog i raznostraničnog trokuta slijedi crtanje i konstruiranje jednakostraničnog i jednakokračnog trokuta trokutima i šestarom. Preostaje još formiranje pojma pravokutnog trokuta koje započinje uočavanjem pravokutnog trokuta na zastavi i u geometrijskom priboru te nacrtanog na papiru. Slijedi uvođenje definicije pravokutnog trokuta, potom izdvajanje pravokutnog trokuta na prikazu različitih trokuta te crtanje i konstruiranje jednakokračnog i raznostraničnog pravokutnog trokuta geometrijskim priborom. Prilikom formiranja pojmova, u odnosu na prethodne razrede, u četvrtom se razredu puno brže dolazi do definicije pojma.

U udžbeniku Otkrivamo matematiku početna nastava matematike započinje nastavnim sadržajem geometrije. Upoznaju se geometrijska tijela, ravne i zakrivljene plohe i zatim geometrijski likovi. Formiranje pojma trokuta odvija se istovremeno s formiranjem pojma kruga, kao i u udžbeniku Nina i Tino. U udžbeniku su aktivnosti prepoznavanja oblika trokuta u svakodnevicu te se spoznaje definicija trokuta kao geometrijskog lika. Slijede zadatci crtanja trokuta prostoručno i prepoznavanje trokuta (kao i ostalih poznatih geometrijskih likova) na geometrijskim tijelima (slika 14).

Slika 14. Geometrijski likovi kao plohe geometrijskih tijela





**KOJI LIKOV I NASTAJU?
POVEŽI.**

Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 1: radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole* (1. dio, str. 23), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021., Alfa.

Nastavlja se aktivnost slaganja slike od trokuta i ostalih poznatih geometrijskih likova. Formiranje pojma trokuta nadopunjuje se u udžbeniku za drugi razred, kada se na liku trokuta uočavaju dužine kao stranice trokuta. Pojam se trokuta u udžbeniku za treći razred spominje isključivo kod usvajanja i računanja opsega geometrijskog lika, baš kao i u udžbeniku Nina i Tino. Udžbenik za četvrti razred, nakon usvojenog nastavnog sadržaja u prethodnim razredima, nastavlja formiranje pojma trokuta usvajanjem pojma vrha trokuta. Istaknute su tri točke koje učenici moraju spojiti dužinama, a one su zapravo vrhovi trokuta. Slijede aktivnosti

pronalaženja trokuta u svakodnevnoj okolini te pokazivanje vrhova, stranica i kutova na njima te zadatci koji učenike navode na promišljanje o crtanju trokuta (slika 15). Nešto kasnije, u udžbeniku se uočavaju ravne crte kao one kojima je nacrtan trokut.

Slika 15. *Crtanje trokuta*

4.  Da bismo nacrtali trokut, trebamo imati tri točke koje ne pripadaju istom pravcu. Zašto tri točke ne smiju pripadati istom pravcu?
-  Nacrtaj slučaj kada tri točke pripadaju istom pravcu i pokušaj nacrtati trokut kojem su te točke vrhovi. Objasni u čemu je problem.

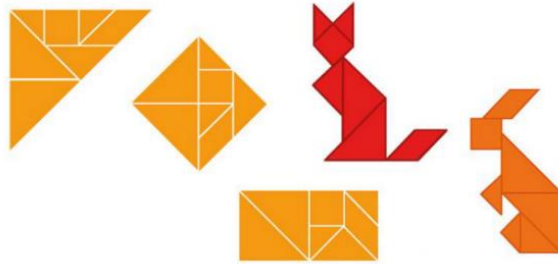
Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 4: radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole* (1. dio, str. 103), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021., Alfa.

Udžbenik nekoliko stranica posvećuje zadatcima računanja opsega trokuta te uvodi i formulu za računanje opsega trokuta. Za razliku od prethodno analiziranog udžbenika Nina i Tino, udžbenik *Otkrivamo matematiku* pojam pravokutnog trokuta uvodi prije divizije pojma trokuta prema duljini stranica. Pojam pravokutnog trokuta učenici usvajaju prisjećajući se naučenog nastavnog sadržaja o kutovima. Slijedi pronalaženje pravokutnih trokuta u okolini te aktivnost formiranja oblika trokuta od konkretnog materijala („Ti i prijatelj napravite pravokutne trokute pomoću dijelova tijela i užeta zajednički. Pokažite stranice koje zatvaraju pravi kut.“). Usvaja se crtanje pravokutnog trokuta ravnalom, trokutima i šestarom. Za razliku od preostala dva analizirana udžbenika, udžbenik *Otkrivamo matematiku* upoznaje učenike s tangramom, slagalicom koja potječe iz davnih vremena iz Kine, a sastoji se od sedam geometrijskih likova (slika 16). Aktivnosti s tangramom pomažu u razvoju crtanja i konstruiranju oblika prema zadanom predlošku ili samostalnom izboru.

Slika 16. Tangram

Zaokruži pravokutne trokute među likovima tangrama.
Koliko ih ima? _____

U digitalnom udžbeniku pronađi likove tangrama,
ispiši ih i izreži. Zatim od njih složi ove oblike:



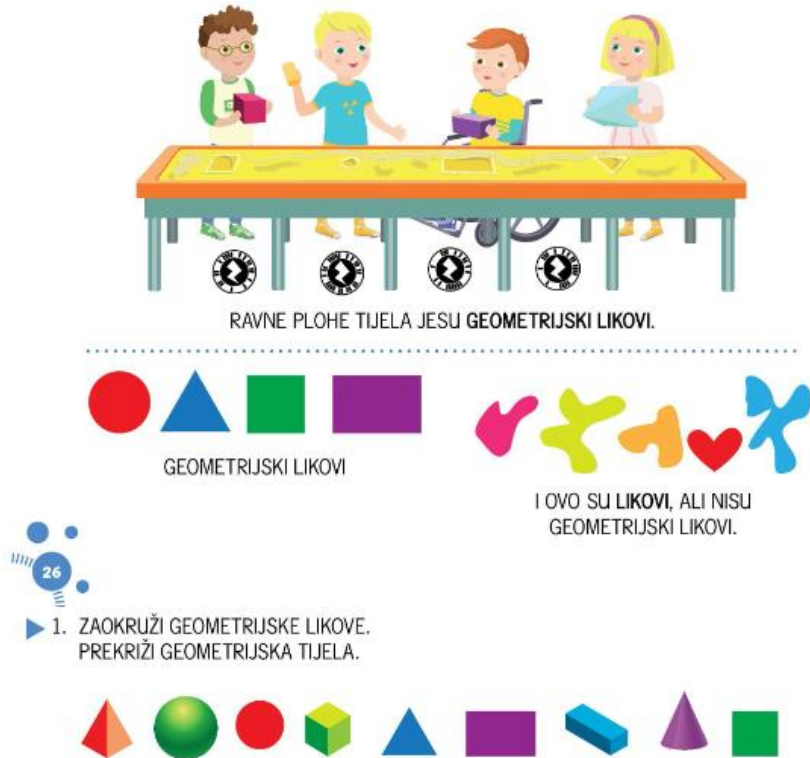
Napomena. Preuzeto iz *Otkrivamo matematiku 4: radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole* (1. dio, str. 113), Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T., 2021., Alfa.

Udžbenik nastavlja uvođenjem pojma jednakostraničnog, jednakokračnog i raznostraničnog trokuta. Udžbenik za usvajanje pojedine vrste trokuta koristi slikovne prikaze i ilustracije s pojedinačnom vrstom trokuta te nastavlja uvođenjem definicije i prepoznavanjem vrhova i stranica. Nakon formiranja pojma pojedine vrste nalaze se aktivnosti i zadatci crtanja jednakostraničnih, jednakokračnih i raznostraničnih trokuta. Udžbenik *Otkrivamo matematiku*, za razliku od preostala dva analizirana udžbenika, prikazuje postupak crtanja svake pojedine vrste trokuta s kojim su se učenici u nastavi upoznali.

Udžbenik *Matematička mreža* nastavu početne matematike započinje geometrijskim sadržajem, baš kao i udžbenik *Otkrivamo matematiku*. Formiranju pojma trokuta prethodi upoznavanje geometrijskih tijela te geometrijskih likova. U udžbeniku se geometrijski likovi najprije upoznaju i imenuju kao ravne plohe geometrijskih tijela. Prepoznaju se geometrijski likovi pored već poznatih geometrijskih tijela (slika 17), a potom slijedi upoznavanje pravokutnika, kvadrata, trokuta i kruga.

Slika 17. Upoznavanje geometrijskih likova

PROUČI ILUSTRACIJU. ŠTO RADE DJECA?

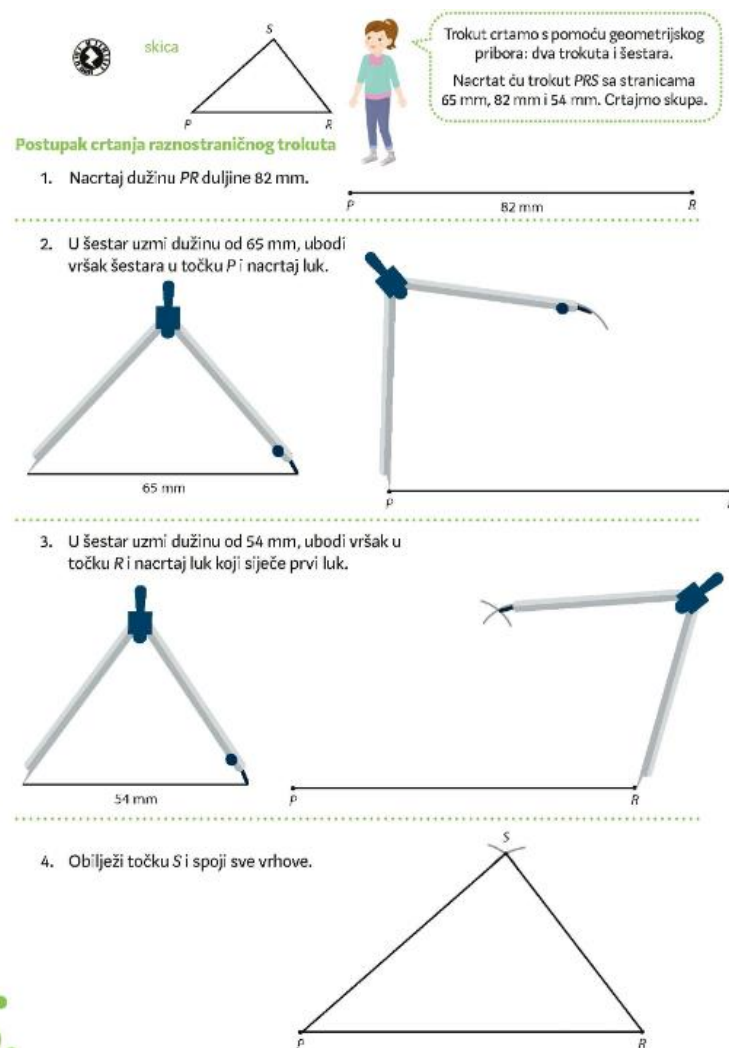


Napomena. Preuzeto iz *Matematička mreža 1: udžbenik matematike u prvom razredu osnovne škole* (str. 26), Jakovljević Cindrić, M., Mišurac, I., Špika, S., 2022., Školska knjiga.

Formiranje pojma trokuta započinje ilustracijom i prisjećanjem na oblik trokuta iz svakodnevice te isticanjem trokuta kao geometrijskog lika koji je zapravo ploha piramide. Nastavlja se s ilustracijama trokuta iz okružja te crtanjem predmeta oblika trokuta i uočavanjem trokuta među ostalim geometrijskim likovima. U udžbeniku za drugi razred, baš kao i u prethodna dva analizirana, formiranje pojma trokuta nastavlja se uočavanjem vrhova i dužina koje su stranice trokuta. Također se u trećem razredu, kao i u prethodnim udžbenicima, pojam trokuta spominje kod računanja opsega, ali u ovome se udžbeniku već u trećem razredu definira opseg trokuta kao zbroj duljina svih stranica trokuta. Nastavak formiranja pojma trokuta u udžbeniku za četvrti razred započinje ponavljanjem naučenog o trokutu, usvajanjem pojma kuta u trokutu („Trokut određuju tri kuta. Vrh trokuta ujedno je i vrh kuta. Stranice trokuta dio su krakova kuta.“) i zatim usvajanje postupka crtanja trokuta ravnalom. Udžbenik nastavlja divizijom pojma trokuta prema duljini stranica. U odnosu na prethodna dva analizirana udžbenika, ovaj udžbenik diviziju iskazuje strogo u skladu s pravilima koja su navedena u

poglavlju 1.4, jednom rečenicom koja sadrži pojam koji se dijeli, princip divizije i niže pojmove na koje se pojam dijeli prema tom principu. („S obzirom na duljine stranica, trokut može biti raznostraničan, jednakostraničan i jednakokračan.“) Tek nakon nacrtanog raznostraničnog, jednakostraničnog i jednakokračnog trokuta udžbenik prikazuje predmete oblika trokuta u svakodnevnom okruženju na kojima se mogu uočiti različite vrste trokuta. Slijedi prikaz postupka crtanja trokuta uz pomoć trokuta i šestara na primjeru raznostraničnog trokuta (slika 18) koji učenici sami primjenjuju na crtanje jednakostraničnog i jednakokračnog trokuta u sljedećim zadacima.

Slika 18. Postupak crtanja raznostraničnog trokuta



Napomena. Preuzeto iz *Matematička mreža 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole* (str. 64), Jakovljević Cindrić, M., Mišurac, I., Dragičević, A., Pastuović, B., 2022., Školska knjiga.

Formiranje pojma trokuta nastavlja se usvajanjem pravokutnog trokuta. Udžbenik nudi definiciju pravokutnog trokuta nakon što trokute iz geometrijskog pribora prikazuje kao primjere na kojima učenici mogu uočiti pravokutni trokut. Ističe se pravokutni trokut kao jednakokračni ili raznostranični i slijedi usvajanje crtanja pravokutnog trokuta ravnalom te uočavanje oblika pravokutnog trokuta među ponuđenim trokutima i u drugim geometrijskim likovima (kvadratu i pravokutniku). Slijede zadatci računanja opsega i duljine stranice trokuta.

Udžbenici Nina i Tino, Otkrivamo matematiku i udžbenik Matematička mreža prema napatku kurikulumu pojam trokuta približavaju konkretnim oblicima iz svakodnevice, odnosno povezuju geometrijski lik trokuta s predmetima iz okružja i zatim ilustracijama. U svim se udžbenicima u prvome razredu trokut upoznaje kao ravna ploha geometrijskog tijela piramide te se pronalaze aktivnosti slaganja slika od trokuta i ostalih geometrijskih likova. Također, svi udžbenici, iako u različitom redoslijedu, sadrže nastavni sadržaj koji obuhvaća diviziju trokuta prema duljini stranica, nastavni sadržaj vezan uz formiranje pravokutnog trokuta te crtanje i konstruiranje jednakokraničnih, raznostraničnih i jednakokračnih trokuta. Navedene su sličnosti u analiziranim udžbenicima nastale kao posljedica zahtjeva kurikulumu. No, kurikulum ostavlja otvoren prostor za razne mogućnosti poput odabira redoslijeda nastavnih sadržaja te odabir aktivnosti i zadataka kojima se ostvaruju odgojno-obrazovni ishodi i iz toga proizlaze razlike među udžbenicima.

Zaključak

Djeca se s mnogo matematičkih pojmova poput brojeva ili geometrijskih pojmova susreću i prije dolaska u školu, što ne znači da su u potpunosti formirali, to jest, usvojili taj pojam. Takvo poznavanje matematičkih pojmova prije škole većinom se temelji na poznavanju ili pamćenju brojevnice riječi, naziva određenih geometrijskih oblika i slično. Stoga je tijekom početne nastave matematike neophodno ispraviti i upotpuniti postojeće spoznaje. Stručno-znanstvena metodička literatura propisuje da se prilikom izgradnje i formiranja matematičkih pojmova u razrednoj nastavi uvijek polazi od konkretnih materijala koji dovode do postupnog apstrahiranja matematičkog pojma te uvođenja simbola, odnosno matematičkog zapisa. Učenicima su matematički sadržaji apstraktni i važno ih je zorno prikazati kako bi ih bolje razumjeli i lakše usvojili. Izvršena je analiza matematičkih udžbenika orijentirana na načine formiranja pojmova i uočeno je postojanje definicija u nižim razredima bez obzira što učenici nisu upoznati sa samom riječju „definicija“. Analizom je također utvrđeno da se prilikom formiranja pojma prirodnog broja i nule, pojmova množenja i dijeljenja te formiranja pojma

trokuta slijedi postupak koji predlaže metodička literatura, kao i da se pritom poštuju zadane odrednice kurikuluma. Kao posljedica ispunjavanja zahtjeva kurikuluma nastaju sličnosti među analiziranim udžbenicima, dok razlike proizlaze iz prostora koji kurikulum ostavlja otvorenim za razne mogućnosti. Premda učitelji nastavu zasnivaju na udžbenicima, oni su ključan faktor u nastavnom procesu i oni su ti koji kreiraju i zapravo provode formiranje pojmova u razredu. Prilikom usvajanja matematičkih sadržaja slijedi se I-G-S-Z model u kojemu učitelj ima jednako važnu ulogu kao i udžbenik, ako ne i važniju, jer kao što je već ranije spomenuto, udžbenici nude samo posljednje dvije etape formiranja pojma – sliku i znak.

Prilozi i dodatci

Slike

Slika 1. <i>Grafički prikaz pridruživanja skupova</i>	8
Slika 2. <i>Nastavna jedinica Jedan</i>	14
Slika 3. <i>Nastavna jedinica Brojevi 1 i 2</i>	15
Slika 4. <i>Zadatak s vagonima</i>	17
Slika 5. <i>Formiranje množenja brojeva</i>	21
Slika 6. <i>Veza množenja i dijeljenja</i>	22
Slika 7. <i>Zamjena pribrojnika i faktora</i>	23
Slika 8. <i>Dijeljenje uz brojevnju crtu</i>	24
Slika 9. <i>Zamjena mjesta faktora</i>	25
Slika 10. <i>Rastavljanje skupova</i>	26
Slika 11. <i>Ponašanje nule u dijeljenju u udžbeniku Otkrivamo matematiku 2</i>	26
Slika 12. <i>Ponašanje nule u dijeljenju u udžbeniku Moj sretni broj 2</i>	27
Slika 13. <i>Nastavna jedinica Trokut</i>	30
Slika 14. <i>Geometrijski likovi kao plohe geometrijskih tijela</i>	31
Slika 15. <i>Crtanje trokuta</i>	32
Slika 16. <i>Tangram</i>	33
Slika 17. <i>Upoznavanje geometrijskih likova</i>	34
Slika 18. <i>Postupak crtanja raznostraničnog trokuta</i>	35

Izjava o izvornosti diplomskog rada

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istog nisam koristila drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

(vlastoručni potpis studenta)

Literatura

- Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M. (2020): *Nina i Tino 1: udžbenik za prvi razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M. (2020): *Nina i Tino 2: udžbenik za drugi razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M. (2020): *Nina i Tino 3: udžbenik za treći razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M. (2020): *Nina i Tino 4: udžbenik za četvrti razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Cindrić, M., Mišurac, I., Špika, S. (2022): *Matematička mreža 1: udžbenik matematike u prvom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Cindrić, M., Mišurac, I. (2022): *Matematička mreža 2: udžbenik matematike u drugom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Cindrić, M., Mišurac, I. (2022): *Matematička mreža 3: udžbenik matematike u trećem razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Cindrić, M., Mišurac, I., Dragičević, A., Pastuović, B. (2022): *Matematička mreža 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Glasnović Gracin, D. (2014): Matematički udžbenik kao predmet istraživanja. *Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, 16 (3), 211 – 237.
- Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T. (2021): *Otkrivamo matematiku 1: radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T. (2021): *Otkrivamo matematiku 2: radni udžbenik iz matematike za drugi razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T. (2021): *Otkrivamo matematiku 3: radni udžbenik iz matematike za treći razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Glasnović Gracin, D., Žokalj, G., Soucie, T. (2021): *Otkrivamo matematiku 4: radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Gusić, I. (2000): Tri razine obrade matematičkih pojmova. *Matematika i škola*, 8 (2), 111-118.
- Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje* (2021). Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021. Pristupljeno 18. 4. 2022. <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=14198>
- Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2021): *Moj sretni broj 1: udžbenik matematike u 1. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.

- Jakovljević Rogić, S., Miklec, D., Prtajin, G. (2021): *Moj sretni broj 2: udžbenik matematike u 2. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Kurnik, Z. (2000): Poučak ili teorem. *Matematika i škola*, 8 (2), 101-105.
- Kurnik, Z. (2001_a): Matematički pojam. *Matematika i škola*, 11 (2), 8-16.
- Kurnik, Z. (2001_b): Metodika uvođenja novih pojmova. *Matematika i škola*, 12 (3), 55-59.
- Kurnik, Z. (2009): *Znanstveni okviri nastave matematike*. Zagreb: Element.
- Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku: metodički priručnik za učitelje razredne nastave, nastavnike i profesore matematike*. Zagreb: Educa.
- Markovac, J. (2001): *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Martić, M., Ivančić, G., Kuvačić Roje, L., Sarajčev, E., Tkalčec, D. (2021): *Super matematika za prave tragače 1: radni udžbenik za 1. razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO] (2019). Kurikulum za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj. Narodne novine 7/2019.
- Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2022). Nacionalni kurikulum. Pristupljeno 14.6.2022. <https://mzo.gov.hr/istaknute-teme/odgoj-i-obrazovanje/nacionalni-kurikulum/125>.
- Petrović, G. (1964): *Logika: udžbenik za III. razred gimnazije*. Zagreb: Školska knjiga.
- Vujević, M. (2006): *Uvođenje u znanstveni rad u području društvenih znanosti*. Zagreb: Školska knjiga.