

Analiza zastupljenosti matematičkih textualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole

Purgar, Petra

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/um:nbn:hr:147:561748>

Rights / Prava: [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-03**

Repository / Repozitorij:

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education -
Digital repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE
(Čakovec)

DIPLOMSKI RAD

Ime i prezime pristupnika: Petra Purgar

TEMA DIPLOMSKOG RADA: Analiza zastupljenosti matematičkih tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole

MENTOR: prof. dr. sc. Predrag Vuković

Čakovec, lipanj 2023.

SADRŽAJ

| | |
|--|----|
| SAŽETAK | 5 |
| SUMMARY | 6 |
| 1. UVOD..... | 1 |
| 2. TEKSTUALNI ZADATCI U NASTAVI MATEMATIKE | 3 |
| 2.1. TEKSTUALNI ZADATAK | 3 |
| 2.2. PODJELA TEKSTUALNIH ZADATAKA | 5 |
| 2.2.1. <i>Unutarmatematički zadatci</i> | 7 |
| 2.2.1.1 <i>Primjeri unutarmatematičkih zadataka</i> | 8 |
| 2.2.2. <i>Realistični zadatci</i> | 9 |
| 2.2.2.1. <i>Primjeri realističnih zadataka</i> | 10 |
| 2.2.3. <i>Autentični zadatci</i> | 11 |
| 2.2.3.1. <i>Primjeri autentičnih zadataka</i> | 12 |
| 2.2.4. <i>Tekstualni zadatak s kontekstom</i> | 13 |
| 2.2.4.1. <i>Primjeri tekstualnih zadataka s kontekstom</i> | 15 |
| 2.2.5. <i>Tekstualni zadatci bez konteksta</i> | 16 |
| 2.2.5.1. <i>Primjeri tekstualnih zadataka bez konteksta</i> | 17 |
| 2.2.6. <i>Zadatci matematičkog modeliranja</i> | 18 |
| 2.2.6.1. <i>Primjeri zadataka matematičkog modeliranja</i> | 20 |
| 2.3. FAZE RJEŠAVANJA TEKSTUALNIH ZADATAKA..... | 26 |
| 3. ANALIZA ZASTUPLJENOSTI TEKSTUALNIH ZADATAKA..... | 31 |
| 3.1. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 1 | 32 |
| 3.2. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 2 | 36 |
| 3.3. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 3 | 40 |
| 3.4. USPOREDBA | 45 |
| 4. ZAKLJUČAK | 48 |
| POPIS SLIKA..... | 50 |
| POPIS TABLICA..... | 51 |
| POPIS GRAFOVA..... | 53 |
| LITERATURA..... | 54 |

ŽIVOTOPIS.....57

IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZVEDBI RADA.....58

Zahvala

Zahvaljujem prof. dr.sc. Predragu Vukoviću na prihvaćanju mentorstva. Veliko hvala asistentici Mateji Sabo Junger mag. prof. math na stručnom vodenju tijekom pisanja ovog diplomskog rada, danoj pomoći, strpljenju i savjetima.

Zahvaljujem svojoj obitelji, prijateljima i životnom suputniku koji su mi pružili najveću podršku u jednoj od najvećih stepenica života.

SAŽETAK

Tema ovog diplomskog rada je *Analiza zastupljenosti matematičkih tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole*. Rad nudi detaljno objašnjenje vrsta tekstualnih zadataka te različite podjele zadataka. Nastava matematike obuhvaća kontinuirani rad što podrazumijeva redovito rješavanje raznih vrsta zadataka. Rješavanjem matematičkih zadataka učenici uče matematičke sadržaje, matematičke pojmove, a i samim time primjenu matematike u svakodnevnim životnim situacijama. Važnost rješavanja zadatka je upravo u tome da učenici steknu sposobnost razumijevanja, logičkog zaključivanja i povezivanja, no o tome svemu ovisi vrsta te kontekst zadatka. Matematički tekstualni zadaci imaju nekoliko podjela, a njihova zastupljenost u udžbenicima se razlikuje od izdavača do izdavača. Ovim radom analizirani su matematički udžbenici te zastupljenost matematičkih tekstualnih zadataka triju različitih izdavača. Analizirana je zastupljenost unutarmatematičkih, realističnih, autentičnih zadataka, zadataka s kontekstom i bez konteksta, te zadataka matematičkog modeliranja. Analiziranjem udžbenika triju izdavača dobiven je udio zastupljenosti svake vrste tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole. Istraživanje je pokazalo najveću zastupljenost tekstualnih zadataka bez konteksta i unutarmatematičkih zadataka, dok realističnih, autentičnih i tekstualnih zadataka s kontekstom ima u nešto manjem broju. Matematičko modeliranje nije zastupljeno u analiziranim udžbenicima za razrednu nastavu.

KLJUČNE RIJEČI: tekstualni zadatak, realistični zadaci, kontekst, matematički udžbenik, matematičko modeliranje

SUMMARY

The topic of this diploma thesis is the analysis of the representation of mathematical textual problems in textbooks for the 4th grade of elementary school. The paper offers a detailed explanation of the types of text tasks and the different division of tasks. Teaching mathematics includes continuous work, which includes regular solving of various types of problems. By solving mathematical problems, students learn mathematical content, mathematical concepts, and thus apply mathematics in everyday life situations. The importance of solving the task is precisely that the students acquire the ability to understand, make logical conclusions and make connections, but this all depends on the type and context of the task. Mathematical text problems have several divisions, and their representation in textbooks varies from publisher to publisher. This work analyzed mathematics textbooks and the representation of mathematical text problems from three different publishers. The representation of intra-mathematical, realistic, authentic tasks, tasks with and without context, and mathematical modeling tasks was analyzed. By analyzing the textbooks of three publishers, the percentage of representation of each type of text task in textbooks for the 4th grade of elementary school was obtained. The research showed the highest prevalence of textual tasks without context and intra-mathematical tasks, while realistic, authentic and textual tasks with context are in a slightly smaller number. Mathematical modeling is not represented in the analyzed textbooks for primary school.

KEY WORDS: text task, realistic tasks, context, mathematics textbook, mathematical modeling

1. UVOD

Istina leži u jednostavnosti, a ne u mnogostrukosti i zbumjenosti stvari.

Isaac Newton

Živimo u vremenu brzih promjena, u kojem se tehnologije, komunikacija, znanja neprestano mijenjaju s jednim ciljem, a to je cilj poboljšanja i usavršavanja (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019). „Ono što su za početnu nastavu hrvatskog jezika štivo i čitanje, to su za početnu nastavu matematike računski zadaci i njihovo rješavanje“ (Markovac, 2001, str. 90). Cjelokupno učenje matematike podrazumijeva dugotrajni proces rješavanja različitih zadataka. Na taj način, učenici svladavaju propisani nastavni sadržaj. U tom smislu, temelj matematike čine zadaci čijim se rješavanjem gradi učeničko znanje (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019). Svaki zadatak sadrži nešto nepoznato, nešto što učenik nije znao, a što saznaje rješavanjem zadatka (Markovac, 2001).

„Nastava matematike je složen proces. Na uspješnost nastave utječe mnogobrojni čimbenici od kojih se neki odnose na važna pitanja jezika nastave matematike. Jezik nastave matematike je veoma složen jer sadrži dvije komponente: govorni jezik i matematički jezik“ (Kurnik, 2008, 99). Nastava matematike podrazumijeva kontinuirani proces rješavanja raznih vrsta matematičkih zadataka. Svaki matematički zadatak s kojim se učenik susreće, tokom školovanja ili izvan, sadržava poznate te nepoznate elemente koji se trebaju otkriti ili objasniti rješavanjem samog zadatka (Kos, Glasnović Gracin, 2012). Kurnik (2000) naglašava da se rješavanjem matematičkih zadataka ostvaruju zadaci nastave matematike. Primjerenum izborom i upotrebom matematičkih zadataka u nastavi učenici usvajaju matematičke pojmove i odnose među njima. Na taj način zadaci postaju važno sredstvo u oblikovanju učeničkih osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika. Zadaci doprinose razvoju matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja svakog pojedinca (Kurnik, 2000).

Suvremena nastava matematike prepostavlja drugačiju spoznajnu djelatnost učenika od tradicionalne. Težište suvremene nastave matematike se postavlja na razvijanju umijeća samostalnog i stvaralačkog proučavanja matematike od strane učenika, te stvaranju preduvjeta za uspješnu primjenu stečenih matematičkih znanja i umijeća. Samostalna spoznajna djelatnost učenika pri proučavanju matematike ostvaruje se primjerenum izborom i korištenjem nastavnih zadataka. Na taj način zadaci postaju važno sredstvo pri oblikovanju u učenika sustava

osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika i doprinose razvoju njihovih matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja (Kurnik, 2008).

Rješavanje raznih oblika matematičkih zadataka najčešći je postupak kojim se susrećemo u početnoj nastavi matematike. Postupak rješavanja matematičkih zadataka može poslužiti za motiviranje učenika za nastavu matematike, za obradu novih nastavnih sadržaja, u vježbanju i ponavljanju rješavanja matematičkih zadataka osigurava trajnost znanja pridonosi izgradnji vještina i navika, utječe na razvoj psihičkih sposobnosti, omogućuje primjenu učenikova znanja, te je značajan element za upoznavanje učenikovih mogućnosti, praćenje i vrednovanje njegova napretka i jedan su od odlučujućih elemenata u ocjenjivanju učenikovog rada i razvoja (Ovčar, 1987).

Udžbenici su važni resursi za učenje i poučavanje mnogih predmeta pa tako i matematike. Oni igraju veliku ulogu u nastavi matematike kao školskom predmetu diljem svijeta. Izgled struktura i sadržaj uvelike utječu na učeničke predodžbe što je za njega matematika te kakvu će sliku i stavove steći o matematici (Glasnović Gracin, 2020).

Korištenje različitih istraživačkih metoda može pomoći u rasvjetljavanju što se zapravo poučava u razredu, npr. analizom kurikularnih i udžbeničkih sadržaja, anketama ili intervjuiima koji će pomoći u dobivanju realne slike o nastavi matematike. S obzirom na to da matematički udžbenici u nastavi matematike imaju vrlo važnu ulogu, korisno je istražiti relevantnu literaturu koja se bavi istraživanjima o matematičkim udžbenicima (Glasnović Gracin, 2014).

Cilj ovog rada je analizirati zastupljenost matematičkih tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole. U ovom diplomskom radu, nakon uvoda, u drugom poglavlju bit će riječi općenito o tekstualnim zadatcima i njihovojo podjeli te će biti pobliže objašnjena svaka vrsta tekstualnih zadataka s primjerima istih. Također, drugo poglavlje bavi se fazama rješavanja tekstualnih zadataka. Treće poglavlje bavi se analizom zastupljenosti tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred od triju izdavača: Alfa, Školska knjiga i Profil Klett. Zatim slijedi njihova usporedba i zaključak provedene analize udžbenika.

2. TEKSTUALNI ZADATCI U NASTAVI MATEMATIKE

2.1. *Tekstualni zadatak*

Tekstualni zadatci su matematički zadatci u kojima su veličine i odnosi među njima izraženi verbalnim formulacijama. Njihovim rješavanjem ostvaruju se materijalni, funkcionalni i odgojni nastavni zadatci iz programa početne nastave matematike. U organizaciji nastavnog procesa postupak rješavanja tekstualnih zadataka može poslužiti za motiviranje učenika za matematiku, za usvajanje novih nastavnih sadržaja, za osiguranje trajnosti znanja, doprinosi izgradnji vještina i navika, utječe na razvoj psihičkih sposobnosti, omogućuje primjenu učenikova znanja, zatim značajan je za upoznavanje učenikovih mogućnosti, za praćenje i vrednovanje njegova napretka, a uz to važan su element u ocjenjivanju učenikovog rada i razvoja (Ovčar, 1987). „O uspješnoj primjeni zadataka u nastavi matematike ovisi i stupanj pripremljenosti učenika za sljedeću razinu njihovog matematičkog obrazovanja ili za njihovu praktičku djelatnost u nekom drugom području“ (Kurnik, 2000, 51).

Tekstualni zadatak zapravo je logički strukturirana govorna cjelina koja sadržava kvantitativne podatke u različitim odnosima i vezama te zahtjev da se iz poznatih uvjeta i podataka pronađe nepoznat broj ili veličina. Tekstualnim zadatcima učenici na specifičan način upoznaju svakodnevnu stvarnost u kojoj žive i rade. Da bi se ostvarila njihova odgojno – obrazovna svrha, tekstualni zadaci moraju udovoljavati određenim metodičkim zahtjevima. Tekstualni zadaci trebali bi biti u skladu s realnošću i na ispravan način odražavati stvarnost iz koje potječu. Nadalje, tekstualni zadaci moraju biti jasni i razgovijetni, a podaci i uvjeti koje sadrže moraju učenicima biti razumljivi. Razumljivosti tekstualnog zadatka pridonosi i njegovo govorno oblikovanje (Markovac, 2001, 92). Kurnik (2006) navodi da su školski tekstualni zadaci pretežno problemski zadaci u kojima broj poznatih veličina, nepoznatih veličina i uvjeta gotovo uvijek omogućuje dobivanje rješenja. Oni se razrješavaju prirodno i prema očekivanjima (Kurnik, 2006).

„Zadatak je složen matematički objekt i njegov sastav nije uvijek jednostavno analizirati. Međutim, prirodno se u širem smislu izdvaja pet njegovih osnovnih sastavnica: uvjeti, cilj, teorijska osnova, rješavanje, osvrt“ (Kurnik, 2008, 325). Uvjeti čine sastavne dijelove svakoga zadatka. Uvjete čine poznate ili dane veličine, nepoznate ili tražene veličine i objekte te uvjeti koji opisuju veze između poznatih i nepoznatih veličina i objekata. Cilj zadatka je pronalaženje rezultata odnosno određivanje nepoznatih veličina, svojstava ili veza među njima te izvođenje zaključaka. Za pronalazak rješenja nekoga zadatka, potrebno nam je znanje

odnosno teorijske činjenice koje su povezane s uvjetima i samim ciljem zadatka. Rješavanje zadatka provodi se nakon analize te podrazumijeva put od uvjeta do rezultata kojim se ostvaruje cilj zadatka (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019).

Primjer matematičkih sadržaja u kojima je analiza važna jesu školski tekstualni zadaci (Kurnik, 2008). Školski tekstualni zadaci su takvi problemski zadaci da broj poznatih veličina, nepoznatih veličina uvjeta i gotovo uvijek omogućuje dobivanje rješenja. Svaki zadatak sastoji se od zapravo dva zadatka. Kako navodi Kurnik (2006), to su: sastavljanje jednadžbi prevođenjem s govornog jezika na matematički jezik i rješavanje jednadžbi. U procesu svođenja problema na rješavanje jednadžbi važnu ulogu imaju pitanja kojima nastavnik provjerava jesu li učenici razumjeli problem i znaju li opisati i izdvojiti sve njegove značajke, a s druge strane, potiče njihovo mišljenje i usmjerava njihovu misao na bitne dijelove problema. Umijeće postavljanja pitanja jedan je od oblika nastavnikove kreativnosti i zato ga treba njegovati i razvijati. Neka od pitanja koja se odnose na razumijevanje zadatka su: *Što je zadano? Što je nepoznato? Što treba naći? Što se zahtijeva? Koliko ima nepoznanica? Kako ćeš označiti nepoznato? Kako glasi uvjet? Od koliko se dijelova sastoji uvjet? Možeš li zadatak drugčije izraziti?* (Kurnik, 2006).

„Posebna pozornost pridaje se izboru zadataka koji su sredstvo kojim se formira sustav osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika. U skladu s tim, postižu se bolji rezultati i sama nastava biva kvalitetnija“ (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019, 470). Svaki zadatak treba u nastavnom procesu imati i obrazovnu i odgojnu ulogu. Zato je od posebne važnosti ova sastavnica zadatka. Ona ima mogućnosti ispitivanja novih ideja i daljnjih usmjeravanja mišljenja učenika. Određeno usmjeravanje može se najbrže postići nekim od pitanja kao što su: *Može li se način rješavanja zadatka pojednostaviti? Dade li se zadatak riješiti na neki drugi način? Jesmo li opisani postupak rješavanja već koristili kod nekog drugog zadatka?* (Kurnik, 2000).

Cilj svakog rada je učenicima približiti sadržaj predmeta i omogućiti im stjecanje znanja na njima svojstven način. Za razliku od tradicionalne nastave u kojoj dominantnu ulogu ima učitelj, u suvremenoj nastavi ta uloga pripada učeniku. Najčešća učenikova djelatnost je rješavanje zadatka. Krajnji cilj matematičkog obrazovanja je stvoriti matematički pismenog pojedinaca koji će svoje matematičke spoznaje uspješno primjenjivati u svom privatnom i profesionalnom životu (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019). Suvremena nastava matematike stavlja težište stavlja na razvijanje umijeća samostalnoga, stvaralačkoga proučavanja matematike od strane učenika te na stvaranje preduvjeta za uspješnu primjenu stečenih matematičkih znanja i umijeća (Kurnik, 2008).

Izbor zanimljivog i odgovarajućega zadatka, prilagođenoga sposobnostima učenika doprinosi njihovoj motivaciji. Motivacija prati cjelokupan tijek aktivnosti učenika na putu do rješenja matematičkog zadatka. Ona se može povećati uporabom kreativnih zadataka koja je važna učiteljima jer omogućava provedbu dinamične nastave usmjerene na zadovoljavanje učenikovih potreba. Takvi zadatci važni su i za učenike jer ih potiču na učenje s razumijevanjem i približavaju nastavne probleme njihovim osobnim iskustvima. Poveže li se neki zadatak sa svakodnevnim životom, sami će sadržaj biti poznat i lako razumljiv. Zadaci kao elementi poticanja kreativnosti u udžbenicima, uz traženje novih, neobičnih rješenja problema, zahtijevaju posjedovanje određenog znanja. Potrebno je da učenici shvate sami tekst zadatka te uoče glavne dijelove zadatka: zadane podatke, nepoznаницу и uvjet. Važno je da učenici uoče povezanost matematičkih zadataka, ali i njihovu povezanost sa svakodnevnim životom. Uz to, učitelji bi trebali iskoristiti svaku moguću situaciju kako bi povezali sadržaje matematike sa sadržajima drugih predmeta i s različitim životnim kontekstima (Jurić, Mišurac, i Vežić, 2019).

Tekstualni zadatci pred učenike stavlju dodatne zahtjeve jer tekst treba pročitati s razumijevanjem, promisliti koju računsku operaciju ili matematički model treba primijeniti, izračunati zadatak te promisliti o rješenju i napisati odgovor koji je u skladu s početnim pitanjem. Na taj način zatvara se tzv. krug matematizacije. Tekstualni zadatci služe tome da učenik mora razumjeti tekst kako bi riješio problem (Glasnović Gracin, 2013).

2.2. Podjela tekstualnih zadataka

Tekstualni zadatci su zadatci u kojima se podaci i odnosi među njima formuliraju riječima koje treba računski oblikovati, a zatim odgovarajućom računskom operacijom doznati nepoznati podatak izražen brojem. Tekstualni se zadaci moraju stupnjevati po težini pa se obično dijele na jednostavne i složene. Jednostavnima se smatraju oni za čije je rješavanje potrebno izvesti jednu operaciju, a složenima oni sa dvije odnosno više operacija istog ili različitog stupnja. Uvode se najprije jednostavni, a zatim složeni tekstualni zadaci (Markovac, 2001, 90 - 93).

Prema smislu sadržaja tekstualne zadatke možemo podijeliti na nekoliko vrsta. Kako navodi Ovčar (1987) tekstualni zadatci se dijele na:

- ∅ Tekstualni zadaci u kojima se radi o čistim brojevima i njihovim odnosima;
- ∅ Fiktivni tekstualni u kojima su odnosi i podaci realni, ali se ne kaže gdje se stvarno ovaj odnos javlja;

- ∅ Tekstualni zadaci po fantaziji, gdje se podaci i odnosi ne slažu sa stvarnošću ili je ne respektiraju;
- ∅ Tekstualni zadaci koji odražavaju neposrednu stvarnost, a nastaju iz neposredne okoline (obitelj, škole, kraja, tvornice, poljoprivrednog dobra itd.);
- ∅ Tekstualni zadaci iz zabavne matematike u kojima verbalne formulacije sadrže neku „zamku“ ili odvraćaju dječju pozornost od bitnih odnosa između veličina;
- ∅ Posebna vrsta tekstualnih zadataka čine nastavni matematički problemi. Pri sadržajnom određivanju pojma nastavni matematički problem treba upozoriti na bitne posebnosti ove vrste zadataka (Ovčar, 1987).

Kurnik (2000) dijeli zadatke prema složenosti i težini i to u sljedeće dvije skupine: standardni zadaci i nestandardni zadaci. Standardni zadaci su zadaci kod kojih nema nepoznatih sastavnica: uvjeti su postavljeni jasno i precizno, cilj je očigledan, teorijska osnova se lako uočava i bez dublje analize, a način rješavanja je poznat te on teče prirodno i prema očekivanjima. Oni ne doprinose u tolikoj mjeri razvoju kreativnih sposobnosti učenika, ali su važni kao sredstvo boljeg razumijevanja i bržeg usvajanja novih matematičkih sadržaja. Nestandardni zadatci su zadatci kod kojih je bar jedna sastavnica nepoznata. Ako su nepoznate dvije ili više sastavnica, nestandardni zadatci nazivaju se još i problemski zadatci. Prema cilju, Kurnik zadatke dijeli u: odredbene zadatke i dokazne zadatke. Odredbeni zadaci imaju cilj pronalazak nepoznate veličine ili traženog objekta dok cilj dokaznih zadataka jest pokazati istinitost neke postavljene tvrdnje. Nadalje, prema mjestu i ulozi u nastavnom procesu razlikujemo nekoliko tipova nastavnih zadataka: uvodni zadaci, primjeri, zadaci za ponavljanje i uvježbavanje, zadaci za domaću zadaću, dodatni zadaci, dopunski zadaci. Uvodni zadaci se nalaze u udžbeniku na početku nekog odjeljka. Oni služe za uvođenje u određeni teorijski problem. Pri rješavanju nekog takvog zadatka učenici pokazuju nesigurnost, muče se i najčešće ga ne znaju riješiti. Upravo time se postiže svrha uvodnog zadatka. Postavljena problemska situacija ukazuje na činjenicu da bez novih znanja promatrani problem i njemu slične probleme ili nije moguće riješiti, ili je njihovo rješavanje povezano sa znatnim teškoćama. Cilj uvodnih zadataka je pobuđivanje interesa i motivacija potrebe obrade novog nastavnog gradiva. Zadaci za ponavljanje i uvježbavanje služe za provjeru stupnja usvojenosti gradiva. Zadaci za domaću zadaću služe, ne samo za ponavljanje usvojenog gradiva, već da bi učenici stekli stalne navike. Dodatni zadaci služe za produbljivanje gradiva koje se upravo obrađuje, ali može biti i izvan toga. Dopunski zadaci služe za popunjavanje praznina u znanju odnosno dopunjavanje znanja. Problemски zadaci najčešće se koriste na matematičkim natjecanjima. Rješavanje problemskih

zadataka razvija se uspješnije rješavanjem velikim brojem zadataka. Zabavni zadaci nisu zastupljeni u nastavi matematike u velikim količinama, no oni postoje, pa tako i zabavna nastava matematike. Zabavni zadaci najčešće su u kontekstu sa stvarnim životnim situacijama (Kurnik, 2000).

Markovac (2001) računske zadatke u početnoj nastavi matematike podijelio je u četiri skupine: numerički ili zadaci brojevima, tekstualni ili zadaci rijećima, zadaci s veličinama i geometrijski zadaci (Markovac, 2001, 90).

Prema Kos i Glasnović Gracin (2012) tekstualni zadaci dijele se na: tekstualni zadatak s kontekstom i tekstualni zadatak bez konteksta (Kos, Glasnović Gracin, 2012)

2.2.1. Unutarmatematički zadatci

U ovakvoj vrsti zadatka verbalnom formulacijom izražavaju se odnosi među brojevima. Tekst zadatka najčešće ne upućuje izravno na matematičku operaciju koju treba izvesti sa zadanim brojevima kako bi se odredio traženi broj. Prema Ovčaru (1987.), ova vrsta zadataka pripada tekstualnim zadacima u kojima se radi o čistim brojevima i njihovim odnosima (Ovčar, 1987).

Prema Markovac (2001) to su zadaci u kojima su brojevi povezani znakovima računskih operacija i relacija. Takvi su npr. zadaci $4 + 6 =$, $9 \cdot 8 =$, $7 < 9$, itd. Riječ je, dakle, o zadacima u kojima se javljaju brojevi (dva ili više), znakovi za operacije, te znakovi za relacije. S tom vrstom zadatka učenici se najprije susreću, polazeći dakako od najjednostavnijih i za učenike najlakših. Glavna svrha numeričkih zadataka je izgradnja odgovarajuće računske tehnike jer omogućuju da se pažnja usredotoči na isključivo na tijek izvođenja računskih operacija. Najjednostavniji numerički zadaci uspoređivanja brojeva. Zatim slijede zadaci u kojima se operirajući s dva broja, pronađi treći broj koji je prema njima u relaciji u jednakosti. Posebnu skupinu numeričkih zadataka čine zadaci s više računskih operacija unutar kojih se raščlambom mogu uspostaviti pojedini stupnjevi teškoća. Upotrebom okruglih zagrada unosi se element teškoće u numeričke zadatke pa se stoga i posebno objašnjavaju. Primjena numeričkih zadataka u početnoj nastavi matematike zahtijeva odgovarajuće metodičko oblikovanje načina korištenja. Prvi uvjet njihove valjane primjene je razumijevanje sadržaja zadatka što ovisi prije svega o znanju smisla operacije koja će se sa zadanim brojevima izvoditi. Razumijevanje zadataka ovisi i znanju značenja znakova. Također, ovisi i o predznanju kojim učenik raspolaže pri analizi i rješavanju zadatka, ali ovisi i koncentraciji pažnje i mišljenja na sadržaj i tok rješavanja zadatka (Markovac, 2001, 90 – 91).

Kos i Glasnović Gracin (2012) smatraju da su tekstualni zadatci bez konteksta zadatci zadani riječima, ali koji nisu stavljeni u određenu situaciju iz svakodnevice. Primjerice zadatak tipa „Od zbroja brojeva 14 i 5 oduzmi njihovu razliku“ je tekstualni zadatak, ali nije stavljen u kontekst iz svakodnevice, već je njegova situacija unutarmatematička (Kos, Glasnović Gracin, 2012).

2.2.1.1 Primjeri unutarmatematičkih zadataka

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri unutarmatematičkih tekstualnih zadataka. Kako je navedeno, unutarmatematički zadatci su zadatci koji nisu stavljeni u kontekst svakodnevnice već je njihova situacija unutarmatematička.

Primjer 1. „Koji je broj za 47 manji od 71?“ (Ovčar, 1987, 24)

Primjer 2. „Drugi je pibrojnik 4. Zbroj je 9. Koliki je prvi pibrojnik?

Primjer 3. Umanjenik je 6. Umanjitelj je 4. Kolika je razlika?

Primjer 4. Koji je broj za 6 veći od broja 2?

Primjer 5. Umanjitelj je 4. Razlika je 15. Koliki je umanjenik?

Primjer 6. Umanjenik je za 3 manji od 17. Umanjitelj je broj koji se nalazi između 2 i 4. Izračunaj razliku.

Primjer 7. Prvi je pibrojnik 5. Drugi je pibrojnik za 6 veći od prvoga. Koliki je zbroj?“ (Martić, Ivančić, Kuvačić Roje, Sarajčev, Tkalčec, 2022, 17-94)

Primjer 8. „Rastavi broj 6 891 na dva pibrojnika pri čemu je jedan od njih za 245 veći od drugoga.“

Primjer 9. Koliko ima troznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka 6? Odredi njihov zbroj.

Primjer 10. Koje se znamenke mogu upisati u kvadratič da bi vrijedila nejednakost

57□ 283 < 576 283 ?“ (Glasnović Gracin, Žokalj, Soucie, 2021, listić 13-16)

Unutarmatematički zadatci su najčešća vrsta zadataka u matematičkim udžbenicima. Koliko izgledom ponekad izgledali jednostavni, oni ponekad predstavljaju i određeni izazov učenicima. To se najčešće dogodi kada su zadani sa puno zagrada gdje učenici trebaju razmišljati koju računsку operaciju prvo računati. Prednost ovih zadataka je upravo u tome što su dovoljno jednostavni da ih svi riješe, a i samim time da učenici otkrivaju kojom tehnikom

riješiti zadatak. Ovakvi zadatci zahtjevaju učenikovu pažnju i koncentraciju. Zadatak postavljen u kontekst je uvelike značajan za učenike što u ovome primjeru nije slučaj. Zadatak je postavljen apstraktno što učenicima nije zanimljivo i ponekad im je zadatak teško shvatljiv.

2.2.2. Realistični zadatci

Tekstualni zadatak može biti stavljen u određeni kontekst, ali i ne mora. Tekstualni zadatak s kontekstom ili situacijski zadatak je zadatak stavljen u određeni kontekst, odnosno realističnu ili autentičnu situaciju. U takvom tipu zadatka cilj je riješiti zadanu problemsku situaciju, odnosno odgovarajućim matematičkim postupkom doznati nepoznati podatak, razvijati strategije rješavanja problemskih situacija unutar zadatka te razvijati matematičko izražavanje (Kos, Glasnović Gracin, 2012).

Prema Ovčaru (1987) fiktivni tekstualni zadaci u kojima su odnosi i podaci realni, ali se ne kaže gdje se stvarno ovaj odnos javlja. Podaci u ovakvoj vrsti zadatka respektiraju vrijednosti veličina i njihove odnose kakvi se javljaju u neposrednoj stvarnosti. Neki metodičari smatraju da je osnovni nedostatak ovako verbalno formuliranih zadataka u tome što se fiktivno opisuju stvarnost, a ne određuju gdje se opisani odnos stvarno javlja. Ova primjedba nije značajna za rješavanje tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike, jer učenici ove dobi veoma rijetko susreću matematičke zadatke kojima bi se rješavali stvari životni problemi. Također, Ovčar (1987) ovaku vrstu zadataka pripisuje i tekstualnim zadacima po fantaziji, gdje se podaci i odnosi ne slažu sa stvarnošću ili je ne respektiraju. U nastavi matematike često smo prisiljeni rješavati takvu vrstu tekstualnih zadataka u kojima se ne respektiraju vrijednosti iz neposredne stvarnosti niti odnosi među njima. Naime, često autori udžbenika i nastavnici sastavljaju zadatke kojima se simulira neka poznata situacija iz svakodnevnog života, npr. kupovanje u trgovini. Kako učenici pojedinih razreda operiraju u određenom skupu prirodnih brojeva, nije moguće u tekstualnim zadacima uzimati brojeve veće negoli su prevideni. Rješavanje ovakvih tekstualnih zadataka ima svoje opravdanje jer se učenici osposobljavaju za prikazivanje poznatih životnih situacija matematičkim simbolima (Ovčar, 1987).

Jedan od razloga za neuspjeh rješavanja ovakvog tipa zadataka jest nedostatak učeničkog iskustva s promišljanjem kod realističnih zadataka. U metodici matematike postoje postupci kako sistematično pristupiti rješavanju tekstualnih zadataka s kontekstom, ali često je u nastavi i za domaću zadaću cilj riješiti što više zadataka. Pristup promišljanju o rješenju

zadataka s kontekstom zahtjeva vrijeme što je jedan od razloga što se često preskače ovaj važan dio i to dovodi do problema u rješavanju realističnih zadataka (Glasnović Gracin, 2013).

2.2.2.1. Primjeri realističnih zadataka

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri realističnih tekstualnih zadataka. Kako je navedeno, realistični matematički zadatci su vrsta tekstualnih matematičkih zadataka koji su stavljeni u kontekst, odnosno u neku realističnu situaciju.

Primjer 1. „U školsku torbu Ivan je stavio 2 velike bilježnice i 5 malih. Koliko je bilježnica Ivan stavio u torbu?

Primjer 2. U knjizi je bilo 9 zadataka. Marta je riješila 3 zadatka. Koliko je zadataka ostalo neriješeno?

Primjer 3. Karlo je dobio 5 nagrada. Iva je dobila 3 nagrade više. Koliko je nagrada dobila Iva?

Primjer 4. Tea je pojela 8 jagoda. Luka je pojeo 2 godine manje. Koliko je jagoda pojeo Luka?

Primjer 5. U vrtu su zasađene 2 crvene, 4 žute i 1 bijela ruža. Koliko je ukupno ruža zasađeno u vrtu?

Primjer 6. „Mirta je platila ružu 10 kuna, a maćuhicu 7 kuna. Filip je platio tulipan 8 kuna i krizantemu 10 kuna. Tko je za cvjetove potrošio više novca?“ (Martić, Ivančić, Kuvačić Roje, Sarajčev, Tkalčec, 2022, 17-48)

Primjer 7. Kad je majka rodila Tianu imala je 24 godine, a kada je rodila Lanu imala je 28 godina. Koliko godina danas imaju Tiana, Lana i majka ako je zbroj njihov godina 65?

Primjer 8. Nika i Maks prije 8 godina imali su ukupno 14 godina. Koliki će biti zbroj njihovih godina za 9 godina?

Primjer 9. Ana je zamislila broj. Pomnožila ga je brojem 7 i dobila rezultat 84. Koji je broj zamislila?

Primjer 10. U nekoj slastičarnici tijekom dana prodali su ukupno 142 sladoleda ili od dvije ili od tri kuglice. Broj prodanih kuglica iznosio je 348. Koliko je sladoleda od dvije, a koliko od tri kuglice prodano tog dana?“ (Glasnović Gracin, Žokalj, Soucie, 2021, listić 6-9)

Rješavanjem realističnih zadataka u nastavi matematike učenici se osposobljavaju za primjenu znanja iz matematike u svom svakodnevnom životu. Učenik ga smatra instrumentom

kojim se nešto rješava u pojedinim sredinama. Tekstualni zadaci koriste se i za razvijanje računske tehnike povezujući ju neposredno uz učenikovu stvarnost. Rješavanjem ove vrste zadataka upoznaje se smisao i značenje pojedinih računskih operacija. Kako bi se ostvarila odgojno-obrazovna svrha tekstualnih zadataka, oni moraju zadovoljiti određene metodičke zahtjeve, a to da je oni ponajprije moraju biti realni. To ne znači da svi podaci o nekoj pojavi, npr. broj stanovnika nekog grada, moraju biti absolutno točni. Realnost se očituje u približnoj točnosti i vjerodostojnosti podataka koji se nalaze u zadatku. Osim toga, zadaci moraju biti jasni i razumljivi. Jezična formulacija zadatka mora biti jasna i primjerena učenikovim mogućnostima i interesima. Podatke u tekstualnim zadacima treba uzimati iz neposredne okoline jer će se time pridobiti i održati zanimanje učenika (Jurić, Mišurac, Vežić, 2019).

2.2.3. Autentični zadaci

Rješavanje ove vrste zadataka ima posebno odgojno i obrazovno značenje. Njihovim rješavanjem učenici se osposobljavaju za matematizaciju neposredne stvarnosti. Pri rješavanju ovakvih zadataka učenik je u mogućnosti da uspoređuje neposrednu stvarnost i matematički izraz kao model te stvarnosti. Učenik će uočiti da matematički izraz izražava samo neke, točno određene, odnose promatrane stvarnosti. Značajna je i spoznaja da se određeni odnosi u neposrednoj stvarnosti mogu prikazati različitim matematičkim izrazima, odnosno da se različiti oblici neposredne stvarnosti mogu izraziti jednakim matematičkim izrazom. Prema Ovčaru (1987) u ovu vrstu zadataka pripada i posebna vrsta tekstualnih zadataka koju čine nastavni matematički problemi. Pri sadržajnom određivanju pojma nastavni matematički problem treba upozoriti na bitne posebnosti ove vrste zadataka. Nastavni matematički problem jest matematički zadatak. Matematički sadržaji i zakonitosti obuhvaćene nastavnim matematičkim problemom teorijski i praktično su riješeni u matematici kao znanosti. Nastavni matematički problemi nisu stvarni, životni, nego na određen način simuliraju takvu stvarnost. Konstruiraju ih autori udžbenika, zbirk zadataka, radnih bilježnica, testova, zadataka objektivnog tipa i sl. Namijenjeni su učenicima za rješavanja da bi se ostvarili konkretni zadaci nastave (Ovčar, 1987).

Prema Kos i Glasnović Gracin (2012) velika je sličnost između realističnih i autentičnih zadataka, no autentična situacija označuje situaciju koja je originalna u svakodnevici. Primjerice, zadatak „Izračunaj koliko godina je tvoja majka starija od tebe“ je stavljen u autentičnu situaciju jer zahtjeva autentične podatke iz stvarnosti. U zadatku „Mario ima 7 godina, a njegova majka 41 godinu. Koliko je godina Marijeva majka starija od njega?“ postoji realistična i autentična situacija. Pod realističnom situacijom smatra se situacija koja imitira

autentičnu situaciju. U prvom slučaju riječ je o autentičnim podacima, a u drugom o nekom izmišljenom dječaku Mariju. Zadaci s realističnim i autentičnim kontekstom pomažu u povezivanju matematičkog gradiva sa svakodnevicom, što je svakako jedan od ciljeva programa za matematiku (Kos, Glasnović Gracin, 2012).

Autentični zadatci u mnogo većoj mjeri motiviraju učenike u odnosu na realistične zadatke u kojima je situacija izmišljena. Kroz zadatke s autentičnim kontekstom učenici vide veću važnost i korist matematike koju uče i više su motivirani. To su zadatci koji uistinu dolaze iz svakodnevnih situacija. Primjerice, kada razred ide na izlet, nastavnik ili agencija sami izračunavaju cijenu puta (Glasnović Gracin, 2013).

2.2.3.1. Primjeri autentičnih zadataka

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri autentičnih tekstualnih zadataka. Autentični zadatci imaju kontekst odnosno imitiraju stvarnost učenika.

Primjer 1. „Zamisli da svaki dan uštediš po 1 kn. Koliko ćeš kuna uštedjeti tjedan dana? Što možeš kupiti za taj novac?

Primjer 2. Koliko godina imaš sada? Koliko ćeš godina imati za 26 godina?

Primjer 3. Koliko učenika ima u tvom razredu? Je li to parni ili neparni broj? Koliko parova učiteljica može složiti u tvom razredu? Kada se složite u parove, hoće li jedan učenik ostati bez svog para? Objasni.“ (Glasnović Gracin, D. i sur., 2021, 17-157)

Primjer 4. „Vijeće učenika jedne osnovne škole ima 25 članova. Koliko razrednih odjela ima ta škola? Obrazloži svoj odgovor. Ima li više učenika u razrednoj ili u predmetnoj nastavi i za koliko? Najprije procijeni, a zatim izračunaj. Istraži ima li tvoja škola vijeće učenika? Koju ulogu vijeće učenika ima u školi?“ (Lončar, L. i sur., 2021,13)

Primjer 5. „Koliko je učenika u tvom razredu. Saznaj koliko je učenika u još nekom trećem razredu. Koliko vas je zajedno?

Primjer 6. Pokušaj s prijateljem / prijateljicom izmjeriti koracima duljinu neke prostorije tako da prvo procijenite mogući broj koraka, a zatim izbrojite.

Primjer 7. Koliko imaš godina? Nabroji tri odrasla člana svoje šire obitelji i napiši koliko svaki od njih ima godina.

Ja imam _____ godina.

On/ona je ____ godina stariji/starija od mene.

Primjer 8. Damir je visok 186 cm, a Davor 177 cm. Za koliko je centimetara Davor viši od Davora?

Koliko si ti visok/visoka? _____ cm.

Za koliko je tvoja učiteljica viša / niža od tebe?

Primjer 9. Prvo procijeni, a zatim izmjeri.

Mjerenjem odredi koliko je dugačak školski hodnik.

Mjerenjem odredi koliko je dugačka školska zgrada.

Mjerenjem odredi koliko je dugačko školsko igralište.

Mjerenjem odredi koliko je _____.

Primjer 10. Izračunaj.

Ako dijete u jednom danu treba popiti 1 L tekućine, koliko tekućine treba popiti cijeli tvoj razred u tjedan dana?

Ako odrastao čovjek u jednom danu treba popiti 2 L tekućine, koliko tekućine zajedno trebaju popiti sve učiteljice i učitelji u tvojoj školi u jednom danu?

Koliko litara tekućine dnevno treba popiti tvoja obitelj?“ (Glasnović Gracin, D. i sur, 2021, 63-247)

Autentični zadaci su jedna od rijetkih vrsta matematičkih zadataka koje možemo pronaći u udžbenicima. Autentični zadaci izrazito su pogodni za rješavanje u nižim razredima pogotovo jer je učenicima matematika, kao predmet, jako apstraktna. Svaki zadatak, odnosno učenik, stavljen u kontekst ili autentičnu situaciju uvelike olakšava učenicima razumijevanje i rješavanje zadataka. Prednost autentičnih zadataka je što motiviraju učenike za rješavanje matematičkih zadataka upravo zato jer se nalaze neposredno u toj situaciji. Svaka aktivnost vezana uz njih same učenicima privlači pažnju i olakšava učenje apstraktnih pojmoveva. Kod smišljanja ovakve vrste zadataka treba pripaziti na stvarnosti i mogućnost događanja te situacije.

2.2.4. Tekstualni zadatak s kontekstom

Važna komponenta matematičke pismenosti je korištenje matematike u različitim situacijama iz stvarnosti jer konteksti imaju glavu ulogu pokretača testiranja cjelokupnog uvida, razumijevanja i koncepata. Potrebna je što veća raznovrsnost koncepata kako bi se mogućnosti

karakterizacije zadatka, koji nisu kulturno relevantni, svele na minimum. Konteksti u zadatku mogu biti prisutni da zadatak učine sličnim zadatku iz svakodnevnog života. To je tzv. lažni kontekst, kamuflažni kontekst, kontekst „nultog reda“. Korištenje konteksta „prvog reda“ se sastoji u tome da kontekst bude pouzdan i potreban za rješavanje problema i prosuđivanje odgovora, a to znači da je zadatak već zadan matematičkim jezikom. Korištenje konteksta „drugog reda“ se pojavljuje kada pojedinac zaista treba matematizirati problem kako bi ga riješio i kada treba promisliti o odgovoru prilikom prosuđivanja točnosti svog odgovora. U kontekstu prvog reda imamo već prematematiziran problem (zadatak je intra-matematički), dok je u drugom veći naglasak stavljen na taj proces matematizacije (zadatak je ekstra-matematički). Prema Glasnović Gracin (2007) postoji virtualni i umjetni kontekst. Virtualni kontekst sadrži elemente koji nisu opisani bilo kojom fizikalnom, socijalnom, praktičnom ili znanstvenom stvarnošću te je njihova priroda idealizirana, stilizirana ili generalizirana. Kao primjer možemo navesti, stilizirani prikaz mape grada G sadrži idealizirani zadatak s prometom, jedino što je stvarno u tom kontekstu su riječi „ulica“, „grad“ i „promet“ – dok sam grad, ulice i promet nisu ni stvarni ni autentični, već virtualni. Umjetni kontekst se bavi, primjerice, bajkama – nepostojećim objektima i konstrukcijama. Ovakav kontekst je lakše odvojiti od stvarnosti i treba ga koristiti s oprezom. Učenici se neće moći uvijek uživjeti u takve fantazije unutar umjetne postavke zadatka ili se uklopiti u svijet koji očito nije stvaran, ali ponekad je opravdana uporaba ovih situacija (Glasnović Gracin, 2007).

Matematički tekstualni zadaci s kontekstom predmet su mnogih istraživanja. Za njihovo rješavanje potrebno je dubinski razumjeti njihovu problematiku i kontekst u kojem se zadaju. Naime, dodatni uzroci teškoća u rješavanju tekstualnih zadataka s kontekstom mogu proizlaziti iz nekih problema nastavne prakse i metodike, poput dominacije proceduralnih postupaka u poučavanju, problema nerazumijevanja teksta, prebrzog prijelaza s konkretnog na apstraktno, nedovoljne koncentracije učenika za čitanje i razumijevanje teksta, problema postavljanja zadatka tj. pretvaranje iz svakodnevice u matematički oblik i sl. (Kos, Glasnović Gracin, 2012).

Tekstualne zadatke iz zabavne matematike u kojima verbalne formulacije sadrže neku „zamku“ ili odvraćaju dječju pozornost od bitnih odnosa veličina, kako ih naziva Ovčar (1987), također, možemo svrstati u tekstualne zadatke s kontekstom (Ovčar, 1987).

Kontekst i razumijevanje konteksta imaju važnu ulogu u formiranju koncepta, odnosno u tumačenju smisla. Koliko je čvrsta veza između razvoja koncepta i konteksta u kojem se koncept razvija možemo najbolje vidjeti na primjeru malog djeteta kad povezuje riječ „mama“ s pojmom. Važnost kontekstualizacije, odnosno povezivanja apstraktnog matematičkog pojma s adekvatnim realnim (životnim) kontekstom, uočili su razni metodičari, a osobito njemački

metodičari na čelu s Rudolfom von Hofeom. Kontekstualni zadatci su ti koji imaju utjecaj na produbljivanje slike koncepta stvarajući kod učenika jasnije osnovne ideje (Gusić, 2016, 9 – 10).

„U metodici matematike, posebice u području sastavljanja i rješavanja matematičkih zadataka s kontekstom, poznat je tzv. kapetanov problem, koji se još spominje i pod nazivom „Koliko godina ima kapetan?“ Zadatak glasi: *Na brodu se nalazi 26 ovaca i 10 koza. Koliko je star kapetan tog broda?*. Ovaj fenomen slijepog operiranja brojevima u tekstualnim kontekstom, bez pažljivog čitanja teksta zadatka naziva se „kapetanov sindrom“, prema kontekstu zadatka iz francuskog istraživanja. Često se tekstualni zadatci koji nemaju smisla nazivaju „kapetanovi zadatci“ (Glasnović Gracin, 2013, 51).

2.2.4.1. Primjeri tekstualnih zadataka s kontekstom

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri tekstualnih zadataka s kontekstom. Tekstualni zadatci s kontekstom imitiraju neku realističnu ili autentičnu situaciju učenika. Primjeri su slijedeći:

Primjer 1. „Svjetski putnik se nakon 600 dana provedenih na putu odlučio malo odmoriti. U kraju u kojem se zatekao ostao je 200 dana dulje nego što je planirao. Koliko se dana putnik odmarao ako je tisućiti dan od početka putovanja krenuo kući?

Procijeni koliko godina putnik nije bio kod kuće.

- a) manje od jedne godine b) između jedne i dvije godine c) više od dvije godine

Primjer 2. U ruksaku su dva novčanika. U prvom su novčaniku 163 kune. U drugom su novčaniku 3 kune. Koliko je kuna u ruksaku? Ispiši podatke.

Maja je kupila lizalicu i u ruksaku je ostalo 159 kuna. Koliko je kuna Maja platila lizalicu? Taj zadatak možeš riješiti na različite načine. Možeš, primjerice, oduzimati po 1 ili dodavati po 1 ili crtati ili...

Što misliš, je li 166 kuna puno ili malo novca? Objasni svoj odgovor.“ (Rogić, Miklec, Prtajin, 2022, 25-27).

Primjer 3. „Učenici jedne škole skupljali su stari papir. Prvi je razred skupio 35 vreća papira, a treći razred 9 vreća više. Koliko je vreća papira skupio treći razred?

Primjer 4. U zračnu luku sletjela su dva zrakoplova. Jednim je doputovalo 200, a drugim 400 putnika. Koliko je putnika doputovalo u obama zrakoplovima? U kojem je zrakoplovu bilo više putnika i koliko?“ (Markovac, 2021, 7 – 21)

Primjer 5. „Prema popisu iz g. 1981. u SR Hrvatskoj je bilo 26 662 nastavnika u osnovnim školama i 13 387 nastavnika u srednjoškolskim centrima. Koliko je bilo nastavnika u školama naše Republike 1981. godine?

Primjer 6. Na svijećnjaku gori 5 svijeća. Koliko će ih ostati ako 2 svijeće ugasimo? “ (Ovčar 1987, 25)

Primjer 7. „U bačvi je 100 l vina. Koliko se boca od 7 dl može do vrha napuniti vinom iz bačve?

Primjer 8. Petorica prijatelja otišli su zajedno na ručak koji su ukupno platili 377 kn. odlučili su ovu svotu ravnomjerno podijeliti između sebe. Koliko je svaki od njih trebao dati za ručak?“ (Glasnović Gracin, 2013, 4-5)

Primjer 9. „Vilenjak Marin zamota 4 poklona za 1 sat, a vilenjak Tomo 6 poklona za dva sata. Ako je u utorak Marin radio 4 sati, a Tomo 6 sati, koji je od njih zamotao više poklona taj dan?

Primjer 10. Tea je kavom zamrljala račun. Pomogni otkriti Tei koliko je platila lutku“ (Potočki, 2020, 96).

Tekstualne zadatke s kontekstom potrebno je povremeno rješavati, jer stvaraju vedru atmosferu, a matematiku čine privlačnom. Njihovo rješavanje zahtijeva od učenika snalažljivost, kombiniranje podataka, uočavanje bitnih elemenata, pa se tako ostvaruje i niz odgojno - obrazovnih zadataka (Ovčar, 1987). Navedena obilježja predstavljaju prednosti ove vrste zadataka. Kod tekstualnih zadataka s kontekstom, kao i kod autentičnih i realističnih zadataka, treba pripaziti na kontekst zadataka i da je on u skladu sa situacijama iz svakodnevnice.

2.2.5. Tekstualni zadaci bez konteksta

Tekstualni zadaci bez konteksta su, kako i sam naziv govori, zadaci su koji nemaju kontekst. Prema Markovcu (2001) u ovu vrstu zadataka možemo uvrstiti zadatke s veličinama i geometrijske zadatke, no u njih pripadaju i unutarmatematički, odnosno numerički zadaci. Zadaci s veličinama su zadaci kojima se uz brojeve, znakove za operacije i relacije, navode i oznake za određene veličine, najčešće za dužinu, površinu, volumen, masu i vrijeme. Mogu se pojaviti u obliku tekstualnog zadatka ili numeričkog zadatka. Zadaci s veličinama osposobljavaju učenike u primjeni računske tehnike u radu s veličinama što je nužno jer su takvi zadaci česti. Primjena zadataka s veličinama metodički se oblikuje na isti način kao i primjena

tekstualnih zadataka, osim kada se javlja preračunavanje jediničnih veličina. Naime, osim oznake za pojedine veličine ti zadaci često sadrže i zahtjev za preračunavanjem većih jediničnih veličina u manje ili manjih u veće. Budući da takvi zadatci zahtijevaju više misaonih radnji nego numerički ili zadaci riječima, njihovo rješavanje je učenicima teže. Težina odnosno lakoća rješavanja takvih zadataka uzrokovana je znanjem odnosno neznanjem preračunavanjem jediničnih veličina. Geometrijski zadaci su zadaci geometrijskog sadržaja. Rješavanjem tih zadataka učenici stječu elementarno geometrijsko znanje i osposobljavaju se u primjeni u realnim situacijama (Markovac, 2001, 94 – 95).

2.2.5.1. Primjeri tekstualnih zadataka bez konteksta

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri tekstualnih zadataka bez konteksta. Tekstualni zadaci bez konteksta ne sadrže nikakav kontekst niti imitiraju životne situacije već su strogo povezani uz matematiku, računske operacije i matematičke pojmove, što ih uvelike čini zahtjevnijima za rješavanje jer zahtijevaju koncentraciju i razmišljanje učenika.

Primjer 1. „Napiši brojkama i brojevnom riječju broj kojom je znamenka desetica 8, a znamenka jedinica 5. Ako zamjeniš znamenkama mjesta, koji ćeš broj dobiti? Napiši ga brojkama i brojevnom riječju.

Primjer 2. Zapiši sve brojeve koji su veći od 497, a manji od 508.

Zapiši sve brojeve veće od 988, a manje od 1000.

Zapiši sve stotice manje od 395.

Primjer 3. Napiši jednu računsku priču za račun $258 - 75$.“ (Cindrić, Mišurac, 2022, 7 – 41)

Primjer 4. „Prvi pribrojnik je 30, drugi 24, a treći 19. Koliki je zbroj?

Primjer 5. Broj 100 umanji za razliku brojeva 63 i 45. Koristi se zgradama.

Primjer 6. Napiši sve parne troznamenkaste brojeve koje možeš napisati znamenkama 6, 7 i 8. Znamenke možeš ponavljati.“(Boras Mandić, Lončar, Pešut, Križman Roškar, 2020, 9 – 43)

Primjer 7. Crvenom bojom zaokruži pribrojниke, a plavom zbroj.

$$2 + 3 = 5 \quad 4 + 1 = 5 \quad 5 = 0 + 5 \quad 3 = 1 + 2$$

Primjer 8. Napiši 3 jednakosti koristeći neke brojeve manje od 5 kao pribrojниke (Markovac, Lović Štenc, 2022, 85 – 87)

Primjer 9. “Odredi opseg kvadrata ako je duljina stranice $a = 7$ cm.“ (Ovčar, 1987, 25).

Primjer 10. „ Nacrtaj pravokutnik DEFG sa stranicama duljine 6 cm i 2 cm. Izračunaj mu opseg.“ (Markovac, J.,2021,83)

Tekstualni zadatci bez konteksta za učenike predstavljaju puno misaonih operacija i stoga im predstavljaju problem. Geometrijski zadatci koji pripadaju ovim zadatcima jako su apstraktno gradivo. Učenicima mogu zadavati probleme i teško razumijevanje, pogotovo ako im se nastavne jedinice ne prikažu zorno. S ovakvim zadatcima učitelji trebaju biti oprezni i posebno pažljivi kako bi učenici razumjeli i točno riješili zadatke.

2.2.6. Zadataci matematičkog modeliranja

Literatura broji veliki broj definicija matematičkoga modeliranja. Matematičko modeliranje u nastavi vrlo je važan proces u kojem se učenici susreću s problemima iz stvarnoga svijeta i okruženja u kojem se nalaze. Učenici rješavaju zadatke pretpostavkama, vlastitim iskustvima i različitim prezentacijama. Cilj matematičkoga modeliranja je razumjeti probleme i razmišljati kako riješiti probleme u stvarnom svijetu na koje naiđemo. Kod zadataka matematičkoga modeliranja važno je pregledati tekst u cjelini, a osim toga je važno kritički pogledati tekst problema kako bi se pronašle bitne i nevažne varijable za rješavanje samog problema (Sabo Junger, M. i Lipovec, A., 2022).

Modeliranje predstavlja matematičku sposobnost koja uključuje matematizaciju, tj. prevođenje situacije iz realnosti u matematičke strukture; interpretiranje matematičkih modela u okvirima konteksta ili stvarnosti; rad s matematičkim modelima; vrednovanje modela; promišljanje, analizu i kritički stav prema modelima i njihovim rješenjima; promišljanje o procesima modeliranja (Glasnović Gracin, 2007).

Begović (2015) smatra da je matematičko modeliranje osnova primijenjene matematike odnosno put kojim se matematika povezuje s prirodnim, tehničkim, ali i društvenim znanostima. Za razliku od uobičajenih zadataka iz matematičke zbirke, stvarni problemi koji dolaze iz primjene često su kompleksni, nestrukturirani i ponekad imaju više od jednog prihvatljivog odgovora. Matematičko modeliranje dolazi u različitim oblicima: diferencijalne jednadžbe, dinamički sustavi, statistika, teorija igara i sl. (Begović, 2015).

Prema Žakelj (2015) matematičko modeliranje u školi primjer je integriranog učenja koje je utkano u opće ciljeve i kompetencije predmeta matematike u prirodoslovno – matematičke sposobnosti za razvoj kompleksnog mišljenja, u procesna znanja, u aktivnosti za razvoj međupredmetnih veza kao i u aktivnosti za razvoj kompetencija. Također, navodi kako je matematičko modeliranje pronalaženje i testiranje matematičkog prikaza (modela) za neki realan objekt ili proces, u odabrane situacije unosimo načela i principe matematike i tako prevodimo realnost u matematičku okolinu. Npr. rast stanovništva modeliramo

eksponencijalnom funkcijom. Neka sniženja vrijednosti robe na tržištu (npr. sa starošću se vrijednosti automobila i stanova smanjuju) možemo prikazati eksponencijalnim padom, a razmnožavanje bakterija modeliramo eksponencijalnim rastom. Modeliranje prepostavlja poznavanje modeliranih pojava, matematičkih alata, tehnika modeliranja i kritičnosti kod upotrebe modela. Kod sastavljanja matematičkog modela poštujemo fizikalne ili neke druge zakone, npr. u društvenim znanostima. Modeliranje je ciklički proces. Koraci matematičkog modeliranja su:

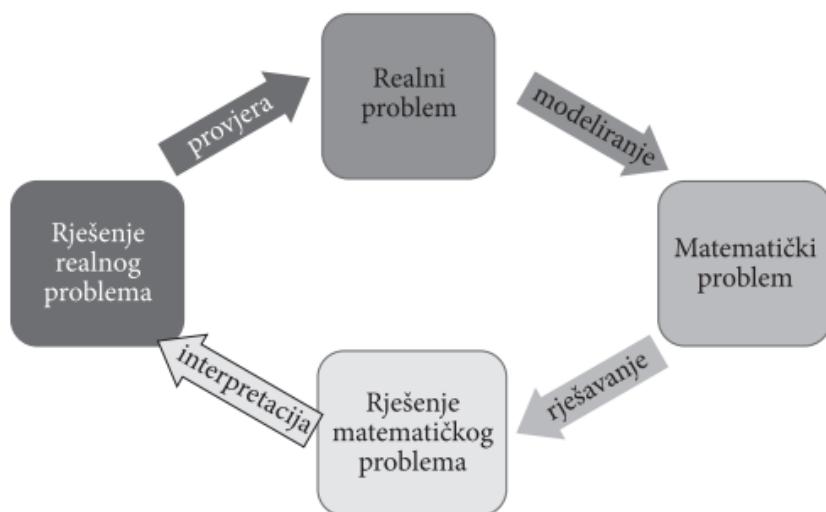
1. razumijevanje procesa i identificiranje problema
2. oblikovanje prepostavki i matematička formulacija
 - a) identificiranje i klasificiranje varijabli
 - b) pronalaženje veze između varijabli i pomoćnih modela
3. postavljanje modela / rješavanje modela
4. određivanje valjanosti modela:
 - a) Odnosi li se model na problem?
 - b) Je li model smislen?
5. upotreba (implementacija) modela/ interpretacija modela
6. poboljšavanje modela.

Kod modeliranja realnih situacija vrijedi pravilo da je lako moguće više rješenja (modela), ni jedan model nije sasvim ispravan, moguće je da je manje ili više prikladan (Žakelj, 2015).

Matematičko modeliranje podrazumijeva put od realne situacije, koja se oblikuje u matematički zadatku, čije rješenje daje rješenje realne situacije. Takav krug je zatvoren i prikazujemo ga shematski (*Slika 1.*). Modeliranjem realni problem zapisujemo u matematičkom obliku, matematički problem rješavamo i njegovo rješenje interpretiramo u svjetlu realnog problema. Usporedbom realnog rješenja i realnog problema provjeravamo ispravnost logičkog promišljanja na putu rješavanja. Ovako zapisan krug rješavanja problema uključuje matematičko modeliranje i primjenu matematičkog alata, uz prepostavku da je korištenje matematičkih znanja kod učenika ipak na određenoj razini. Modeliranje konkretima, crtežom ili shemom započinje čim dijete odabire adekvatan način prikaza zadatka. Iz odabranog prikaza

moguće je postaviti matematički model zadatka, ali i korištenjem različitih oblika matematičkog alata ponuditi rješenje realnog problema. Rješavanje zadataka modeliranjem:

- ∅ potiče učenike na različite oblike razmišljanja, kao i razvoj metakognicije,
- ∅ potiče učenike na razvoj upornosti i značajke,
- ∅ kod učenika razvija pouzdanje u svedavanju novih i nepoznatih situacija,
- ∅ nije zasebni sadržaj u nastavi matematike, nego je integriran kroz sve sadržaje i kao takvog ga treba primjenjivati (Cindrić, 2016).

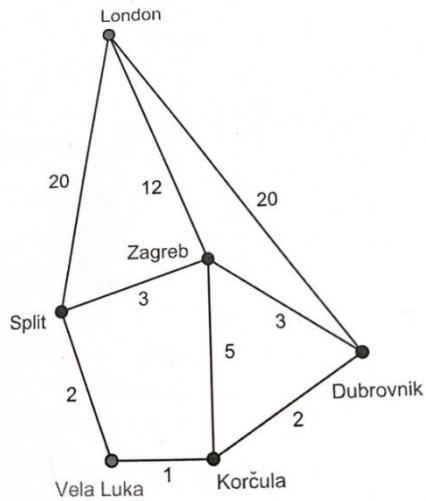


Slika 1. Shematski krug matematičkog modeliranja (Cindrić, 2016, 54)

2.2.6.1. Primjeri zadataka matematičkog modeliranja

U ovom poglavlju bit će navedeni primjeri matematičkog modeliranja.

Primjer 1.“ Prometnu povezanost između Vela Luke i Londona prikazujemo donjim grafom (Slika 2.). Vrhovi u grafu predstavljaju grada kroz koje ćemo možda proći. Dva su vrha povezana bridom ako i samo ako su odgovarajuća dva grada prometno povezana. Težina brida predstavlja relativnu udaljenost (veličinu dobivenu kombinacijom udaljenosti i cijene puta) između dvaju vrhova. Zadatak je naći najkraći put od polaznog vrha (Vela Luka) do dolaznog vrha (London).“



Slika 2. Graf

Primjer 2. „Učitelj je podijelio učenike u timove te im zadao projektne zadatke. Svaki se tim sastoji od po pet učenika, a svaki projekt od po pet zadataka. Učenici se unutar tima trebaju samostalno dogovoriti kako međusobno podijeliti posao, s tim da svakom učeniku treba pripasti točno jedan zadatak. Zadatci su slijedeći:

- (z1) anketiranje
- (z2) računanje statističkih podataka
- (z3) pisanje referata
- (z4) crtanje grafova
- (z5) prezentiranje“ (Begović, 2015, 18 – 20).

Primjer 3. “ Ovo je karta Antartike (*Slika 3.*) :



Slika 3. Karta Antartike (NCVVO, 2018, 15)

Procijeni površinu Antartike uz pomoć mjerila na karti.

Prikaži postupak izračunavanja i objasni kako si došao/la do procjene (možeš crtati po karti ako će ti to pomoći procjenjivanju):“

Primjer 4. „Ako je u Sydneyu 19:00 sati, koliko je sati u Berlinu?

Odgovor:

Mark i Hans ne mogu razgovarati između 9:00 i 16:30 po njihovom lokalnom vremenu jer moraju ići u školu. Jednako tako, ne mogu razgovarati od 23:00 do 7:00 sati po njihovom lokalnom vremenu jer spavaju.

Kada bi bilo dobro vrijeme da Mark i Hans razgovaraju? Upiši lokalna vremena u tablicu (*Tablica 1.*) :“

| Mjesto | Vrijeme |
|--------|---------|
| Sydney | |
| Berlin | |

Tablica 1. Lokalna vremena

Primjer 5. “ Da bi izradio jedan komplet polica za knjige, stolaru su potrebni sljedeći dijelovi:

4 dugačke drvene ploče

6 kratkih drvenih ploča

12 malih spojnica

2 velike spojnice

14 vijaka

Stolar ima na raspolaganju 26 dugačkih drvenih ploča, 33 kratke drvene ploče, 200 malih spojnica, 20 velikih spojnica i 510 vijaka.

Koliko kompleta polica za knjige može izraditi stolar?

Odgovor:“ (NCVVO, 2018, 15 – 39)

Primjer 6. Božićna večera

Dan, Sofija i Eva spremaju božićnu večeru za svoje roditelje. Oni znaju da planiranje večere zahtijeva organizaciju i dobro isplaniran raspored. Sofija je rekla: "Kad izradimo svoj raspored, najzahtjevniji posao će biti obavljen. Dekoriranje, priprema i kuhanje večere su jednostavni, ali ako raspored nije točan, onda cijela večera nikada neće biti spremna!"

Raspored treba uzeti u obzir sve poslove koje trebaju obaviti kao i predviđeno vrijeme za svaki posao.

Raspored bi im također trebao pomoći u određivanju poslova koji trebaju biti prvo odraćeni kako bi sva hrana bila spremna na vrijeme.

U kuhinji se nalaze dvije kuhinjske klupe za rad, dupli sudoper, mikrovalna pećnica, te štednjak sa četiri gornja plamenika i pećnica. Pećnica je dovoljno velika da u nju stane puretina i još jedan komad hrane u isto vrijeme.

Djeca su se već odlučila za jelovnik za svoju božićnu večeru:

- prije večere grickalice (sir, štapići mrkve i krekeri)
- pečena puretina, pečeno povrće i povrće kuhanu na pari
- torta Pavlova, sladoled i svježe jagode

Djeca svoje roditelje očekuju kući u 18.30 sati. Prvo žele poslužiti grickalice, puretinu kao glavno jelo, a zatim Pavlovu za desert. Sva djeca su na raspolaganju za početak pripreme proslave Božića u 14 sati. Imaju četiri i pol sata da sve pripreme!

Evo nekih stvari koje trebaju uzeti u obzir:

- koliko će puretini trebati da se ispeče
- koje druge stvari mogu peći u pećnici s puretinom
- kada ukrasiti i postaviti stol
- kada napraviti tortu Pavlovu i koliko će to trajati
- koliko često je potrebno čistiti između kuhanja
- koliko prostora na klupi imaju za pripremu hrane
- koju hranu prvo treba pripremiti
- tko će i kada koristiti kuhinjsku opremu

Također trebaju razmisliti tko će biti odgovoran za koje poslove!

Dan, Sofija i Eva trebaju vašu pomoć!! Imaju toliko zadataka koje moraju izvršiti kako bi bili spremni iznenaditi svoje roditelje, a potreban im je i pouzdan raspored. Možete li im pomoći učiniti dvije stvari?

1. Napravite raspored pripreme i kuhanja. Točno navedite što će svaka osoba učiniti i točno u koje vrijeme, uključujući korištenje kuhinjske opreme.

2. Napišite objašnjenje kako ste izradili raspored. Planiraju organizirati druge proslave iznenađenja za svoje roditelje i žele koristiti vaše objašnjenje kao vodič za izradu budućih rasporeda (English, 2007).

Primjer 7. Lunapark

Upravitelj lunaparka treba vašu pomoć. Njegov pripravnik je bio u stanju ispuniti samo dio potrebnih podataka. Vaša grupa će raditi na dovršavanju tablice s nedostajućim vremenima čekanja za Lunapark Smješko. Morat ćete matematički opravdati način na koji je vaša grupa odlučila ispuniti tablicu i jasno objasniti svoju strategiju. Možete koristiti slike, riječi i simbole koji će vam pomoći za popunjavanje podataka koji nedostaju u tabeli. Vaša grupa će predstaviti vašu strategiju za popunjavanje podataka koji nedostaju cijelom razredu. Tijekom prezentacije, svaki član grupe treba biti spremna matematički objasniti strategiju grupe. Cilj našeg razreda je pronaći najbolje moguće rješenje za popunjavanje vremena čekanja u lunaparku.

Važna napomena: Ne postoji samo jedan ispravan način za dovršetak ovog zadatka. Vaš zadatak je pokušati pronaći najbolju moguću strategiju.

| | | | | |
|-------------------------|---|----------------|--------------|-------------------|
| | Vrijeme čekanja na vožnju u minutama s obzirom na gužvu u lunaparku Smješko | | | |
| Vožnja | Slaba gužva | Umjerena gužva | Velika gužva | Jako velika gužva |
| Centrala | | | | |
| Malci: Kaos 3D | 30 | 50 | 110 | 155 |
| Transformeri: Vožnja | | 30 | | |
| Shrek 4D | 10 | | | |
| Hollywoodska Raketa | 20 | 30 | 75 | 110 |
| New York | | | | |
| Twister | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Osveta mumije | | | | 90 |
| Šou Blues braće | 10 | | | |
| San Francisco | | | | |
| Bubimirova grobna | | 15 | | |
| Katastrofa! | | | 35 | |
| Svjetska izložba | | | | |
| Ljudi u crnom: napad | | | 55 | |
| Vožnja sa | 15 | 35 | 60 | 90 |
| Kuća straha uživo | | 10 | | |
| Dječja zona Pere | | | | |
| Glumci životinja na | 10 | 15 | 15 | 20 |
| Dan u parku sa | | | 20 | |
| Radoznali Tom ide u | | 20 | | |
| Kuća lješnjaka Pere | | | | 45 |
| Sarino igralište | | | 15 | |
| E.T. avantura | | | 45 | |
| Hollywood | | | | |
| Orlandov horor | 10 | 20 | 30 | 45 |
| Terminator 2: 3D | | | 35 | |
| Počast Luciji | 5 | | | |

(Bleiler-Baxter i sur., 2017).

Matematičko modeliranje vodi djecu u stvarne situacije gdje se svakodnevne stvari izražavaju matematičkim jezikom i simbolima. Rješavanje problema primjenjene matematike zahtijeva prije svega razumijevanje, kako samog problema tako i njegovog rješenja. Do izražaja dolazi kreativnost, tj. kako iskazati problem i koje metode koristiti, te timski rad. (Begović, 2015). Ako se rješavanje problema i matematičko modeliranje uvodi u početnoj nastavi matematike, često se očekuje da učenici trebaju imati razvijene vještine računanja da bi mogli koristiti rješavanje problema, pa vodeći se tom spoznajom – učitelji primjenjuju rješavanje

problema kao završni oblik rada nakon poučavanja pojedinog računa i rijetko kao metodu uvođenja u nov sadržaj. Modeliranje problema u okviru matematičkog zadatka može rezultirati ne samo matematičkim modelom realne situacije, nego jednostavno i nekim oblikom prijelaznog modela. Učenik ima realnu problemsku situaciju u obliku zadatka zadanog riječima, slikom ili govorno (Cindrić, 2016).

2.3. Faze rješavanja tekstualnih zadataka

Ovčar (1987) ističe da se sadržajem tekstualnih zadataka na određeni način simulira situacija iz neposredne čovjekove stvarnosti, te da se odnosi među veličinama iskazani verbalnim formulacijama. Zbog toga je osnovni problem rješavanja tekstualnih zadataka u početnoj nastavi matematike u tome može li učenik veličine i odnose iskazane među njima verbalno izraziti matematičkim zadacima. „Istražujući problem rješavanja tekstualnih zadataka konstatirano je da će učenik biti uspešan u njihovu rješavanju ako: razumije tekst zadatka, svagdašnji (prirodni) govor u kojem je sastavljen zadatak zna transformirati u matematički jezik (sastaviti matematički izraz, jednadžbu, itd.), zna izvesti matematičku operaciju, zna odgovoriti u svagdašnjem jeziku i provjeriti pravilnost odgovora te ako je u rješavanju tekstualnog zadatka ustrajan od početka do kraja.“ (Ovčar, 1987, 26).

Rubinštejn (1981) smatra da rješavanje tekstualnog zadatka započinje njegovom analizom: time započinje misaoni proces. Analizom se raščlanjuje ono što je zadano (poznato) i ono što se traži (nepoznato). On daje i opću shemu rješavanja zadatka, koji se sastoji u koreliranju uvjeta zadatka s onim što se u njemu traži. Opća shema upućuje na analitičko – sintetički postupak u rješavanju matematičkih zadataka (Rubinštejn, 1981).

Ovčar (1987) navodi metodički postupak u početnoj nastavi matematike:

1. Saopćavanje zadatka
2. Zapisivanje podataka
3. Ponavljanje sadržaja matematičkog zadatka
4. Analiziranje i sintetiziranje zadatka
5. Izrada plana i rješavanje zadatka
6. Postavljanje matematičkog izraza
7. Procjenjivanje rezultata

8. Izračunavanje brojevnog izraza

9. Provjeravanje rezultata

10. Formuliranje odgovora

11. Definiranje matematičkih zakonitosti

12. Osvrt na rješavanje zadatka.

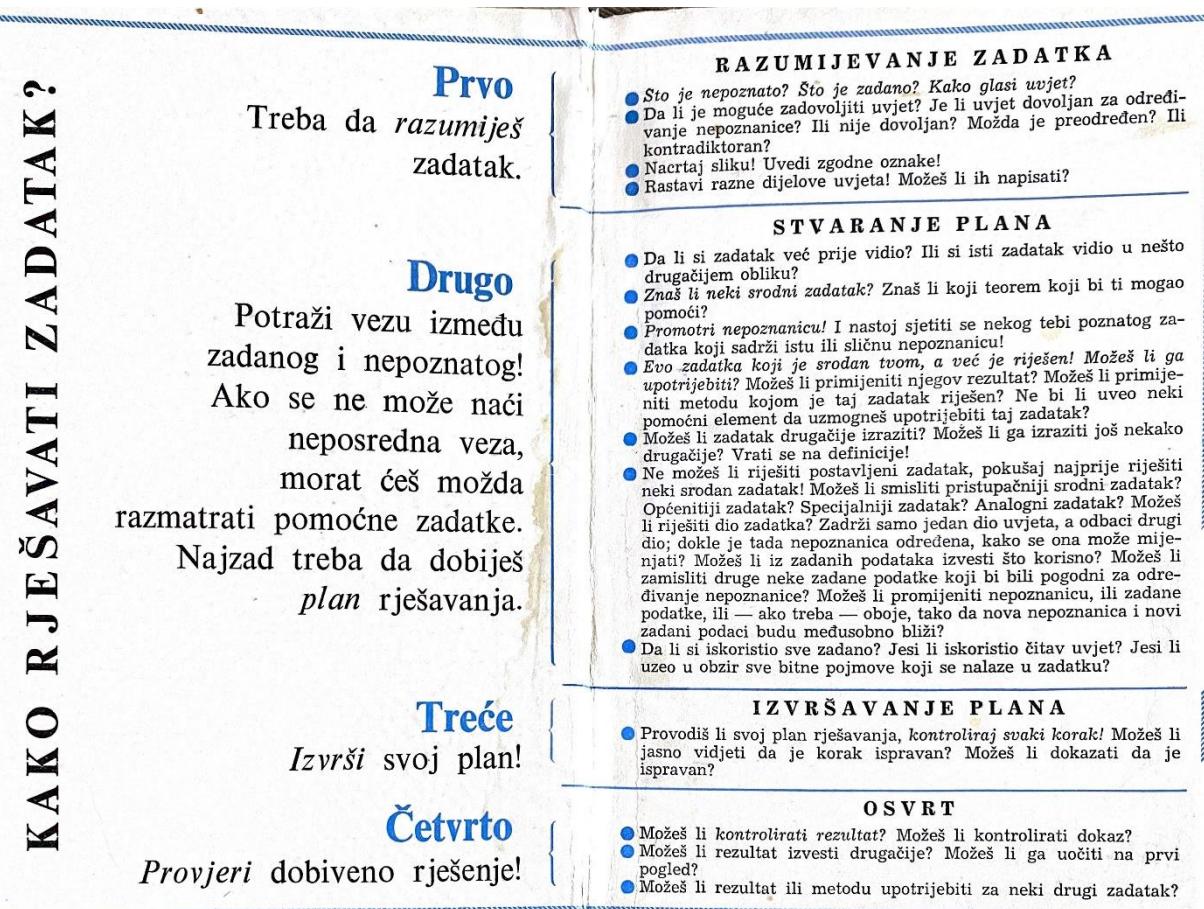
U etapi saopćavanja zadatka tekstualni zadatak iznosi se u cjelini. Učenici dobivaju informacije o jednoj situaciji koja simulira neposrednu stvarnost. Po pravilu, nastavnik saopćava zadatak na način da ga iznese s razumijevanjem usmeno ili pročita iz udžbenika. O ovoj etapi ovisi daljnji proces rješavanja zadataka, a naročito razumijevanje zadatka. Ako nastavnik zadaje zadatak iz udžbenika, priručnika ili drugog izvora, koji je dostupan svim učenicima, podaci zadataka posebno se ne zapisuju ni na ploču ni u bilježnice, već se dalji rad oslanja na cjelovit tekst zadatka. Ako tekst zadatka nije dostupan svim učenicima, moguća su dva postupka. Prvi postupak je da su kraći zadaci riječima zapisuju se na ploču u cjelini. Drugi postupak je da duže tekstualne zadatke treba zapisivati u skraćenom obliku. Na temelju kratko zapisanih podataka jedan do dva učenika ponavljaju sadržaj zadatka. Svrha ove etape je da učenici zapamte sadržaj, što je jedan od uvjeta, da u analiziranju i sintetiziranju zadatka mogu uočavati odnose između veličina koje se javljaju u zadatku. U etapi analiziranja i sintetiziranja izdvajaju se podaci koji su poznati i oni koji nisu poznati te pronalaze funkcionalne veze među tim veličinama. U ovoj etapi izvodi se niz misaonih radnji: nabranje, identificiranje, sistematiziranje, konkretiziranje, uspoređivanje, konstatiranje, itd. Analizu tekstualnog zadatka treba izvesti u svim pojedinostima, da bi učenici upoznali sve njegove elemente. U sintezi treba uspostaviti međusobne funkcionalne veze i odnose među veličinama, osobito među poznatim veličinama, nepoznatim veličinama te poznatim i nepoznatim veličinama. Izrada svakog plana upućuje na primjenu analitičko – sintetičkih postupaka. Na temelju utvrđenih odnosa među veličinama i uvjeta zadatka određuje se redoslijed izračunavanja veličina. Matematički izraz je model stvarnosti koju simulira situacija opisana u tekstualnom zadatku. U etapi postavljanja matematičkog izraza dolazi do matematizacije stvarnosti. To je postupak kojim odnose među veličinama, koji su iskazani prirodnim govorom, izražavamo odgovarajućim matematičkim znacima. Prije izračunavanja vrijednosti brojevnog izraza treba procijeniti njenu brojevnu vrijednost. Procjenjivanjem se razvija osjećaj veličine. Postavljeni matematički izraz rješava se prema aritmetičkim pravilima. Provjeravanje rezultata čini sljedeću etapu u rješavanju tekstualnih zadataka, a njome se obuhvaćaju dva postupka: provjeravanje točnosti dobivenih

rezultata te utvrđivanje zadovoljava li dobiveni rezultat uvjetima i zahtjevima zadatka. Pri rješavanju tekstualnih zadataka odgovor treba formulirati verbalno. Odgovor se obavezno zapisuje u bilježnicu i na ploču u onim slučajevima kada se na temelju formuliranih odgovora izvodi neka generalizacija. Sastavljanje odgovora ima veliko odgojno – obrazovno značenje jer predstavlja sintezu cjelokupnog rada u rješavanju tekstualnog zadatka. U etapi definiranja matematičkih zakonitosti uočavaju se matematičke zakonitosti, ističu aritmetička pravila, opisuje način izvođenja algoritma i drugih postupaka koji se pojavljuju u procesu izračunavanja vrijednosti brojevnog izraza. Posljednju fazu čini osrt na rješavanje zadatka. Ponovnim razmatranjem i preispitivanjem rješenja i puta koji je do njega doveo, sintetizira se cjelokupni rad u rješavanju zadatka (Ovčar, 1987).

Rješavanje tekstualnih zadataka uključuje niz misaonih operacija kao što su razumijevanje brojčanih podataka, otkrivanje poznatog i nepoznatog, izbor računskih operacija, postavljanje računskog izraza i rješavanje, formuliranje odgovora. Metodičko oblikovanje tih zadataka sadrži slijedeće elemente. Jedan od metodičkih postupaka jest priopćavanje zadatka uz bilježenje brojčanih podataka. U učenika treba stvarati naviku da priopćavanje zadatka prate bilježenjem brojčanih podataka čime se razvija koncentrirana pažnja korisna i kao prepostavka rješavanja zadatka i kao vrijedan odgojno – obrazovni rezultat. Iza toga slijedi ponavljanje zadatka. Nakon priopćenja jedan do dva učenika, koristeći se pribilježenim podacima, kratko ponavljaju sadržaj zadatka. Pažnja učenika usmjerava se na brojčane podatke i uvjete u zadatku. Kada se zadatak ponovi utvrđuje se ono što je u njemu poznato, a što nepoznato. Da bi učenici zadatak shvatili sredstvom spoznavanja nepoznatoga, treba ih privikavati da razlikuju ono što je u zadatku poznato od onoga što je nepoznato, kao i ono što se želi dozнати. Učenike treba upućivati na to da se nepoznati podaci u zadatku doznaje pomoću onoga što je u njemu poznato, a to su brojčani podaci i uvjeti u zadatku. Kada se analizom zadatka utvrdi što je poznato a što nepoznato, postavlja se pitanje: kako će se dozнати što je u zadatku nepoznato? Upravo se takvim pitanjima učenička pažnja usmjerava na operacije koje s brojevima treba obaviti. Učenici se trebaju koristiti općim pitanjem: kako će se dozнатi... što omogućuje veću pokretljivost mišljenja i samostalnost biranja računskog postupka. Završni čin u rješavanju tekstualnog zadatka kojim se uobičjuje nova spoznaja dobivena rješavanjem zadatka (Markovac, 2001).

Polya (1966) svoje naslovne stranice kraljiči uputama kako rješavati zadatak (*Slika 4.*). Navodi kako prvo zadatak treba razumjeti. Razumijevanje zadatka podrazumijeva određivanje nepoznatog i zadanog, određivanje uvjeta, da li je moguće uvjet zadovoljiti, je li uvjet dovoljan

za određivanje nepoznanice ili nije dovoljan, crtanje slike, uvođenje zgodnih oznaka, rastavljanje raznih dijelova uvjeta. Zatim slijedi potraga veze između zadatog i nepoznatog, no ukoliko se ne može naći neposredna veza, potrebno je razmatrati pomoćne zadatke, a zatim sastaviti plan rješavanja. Nakon stvaranja plana, plan treba i izvršiti. Kod izvršavanja plana potrebno je kontrolirati svaki korak. Posljednji korak u rješavanju zadatku je provjera dobivenog rješenja odnosno osvrt na rješenje (Polya, 1966).



Slika 4. Kako rješavati zadatak (Polya, 1966)

Učenici mogu naučiti postati bolji u rješavanju zadatka isključivo vježbanjem. Postoje koraci koji olakšavaju razumijevanje i rješavanje zadatka:

1. uočavanje problema
2. analiza problema
3. pronalaženje informacija, pojnova i pravila neophodnih za njihovo rješavanje u kognitivnoj strukturi

4. definiranje matematičkih modela (strategija)
5. rješavanje zadataka
6. provjeravanje rezultata i rasprava o rješenju (Bogdanović, 2012).

3. ANALIZA ZASTUPLJENOSTI TEKSTUALNIH ZADATAKA

„Matematički udžbenik može se opisati kao službeno autorizirana i pedagoški osmišljena matematička knjiga napisana s ciljem da učenicima ponudi matematičke sadržaje.“ (Glasnović Gracin, 2014, 227). Stray (1994) matematički udžbenik definira kao knjigu osmišljenu da daje autoritativnu pedagošku verziju nekog područja znanja. Poljak (1980) definira udžbenik kao osnovnu školsku knjigu pisano na osnovi propisanoga nastavnog plana i programa, knjigu koju „učenici gotovo svakodnevno upotrebljavaju u svom školovanju“ i koja je didaktički oblikovana „radi racionalnijeg, optimalnijeg, ekonomičnijeg i efikasnijeg obrazovanja, što ostala literatura nije i ne mora biti“. Udžbenički komplet iz matematike sadrži knjige, zbirke zadataka, radne listove, računalne programe i sl. Svi ti materijali trebaju biti didaktički oblikovani i u skladu se definicijom i opisom samog pojma udžbenika (Glasnović Gracin, 2014). Peppin i Haggarty (2001) govore kako se udžbenici u Hrvatskoj koriste za tri vrste aktivnosti: za poučavanje u smislu prikazivanja pravila, za objašnjavanje procesa, prolaz kroz riješene primjere i za opskrbu zadacima za vježbu. (Pepin, B. i Haggarty, L, 2001)

„Poželjno je da udžbenici slijede suvremene trendove iz područja metodike matematike, poštujući dob učenika i ostavljajući prostora kreativnosti nastavnika da osmisli nastavu, slijedeći planirane ishode. Stoga udžbenik treba posjedovati:

- ∅ jasnu strukturu kako bi se učenik lako snalazio pri korištenju
- ∅ točne matematičke tvrdnje, pravila i definicije/opise, poštujući dob djeteta
- ∅ motivacijske probleme koji potiču učenje otkrivanjem
- ∅ široku lepezu tipova zadataka koji su prilagođeni različitim skupinama učenika
- ∅ kontekst blizak učenicima
- ∅ poticanje rada s konkretnim materijalom, posebice za neke učenike
- ∅ poticanje rada u paru te skupnog rada, gdje ima smisla
- ∅ poticanje izražavanja matematičkih ideja i govora o matematici
- ∅ učenje matematičkog jezika i kulture
- ∅ potporu u elektronskoj inačici u kojoj dinamika dolazi u prvi plan.“ (Glasnović Gracin, 2020, 5)

U analizi, uz matematičke tekstualne zadatke, ubrojeni su i ne tekstualni zadatci. Ne tekstualni zadatci brojni su kako bi se moglo uvidjeti da su udžbenici sastavljeni i od zadataka koji ne pripadaju skupini tekstualnih zadataka.

3.1. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1

U ovom poglavlju bit će prikazana zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1. Istraživana je zastupljenost unutarmatematičkih, realističnih, autentičnih tekstualnih zadataka te tekstualnih zadataka s kontekstom i bez konteksta. Uz navedene zadatke, istraživana je i zastupljenost zadataka matematičkog modeliranja.

Matematički udžbenik 1 Izdavača 1 broji sveukupno 458 zadataka. Zastupljenost zadataka prikazana je u dvije podjele. Prva tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na unutarmatematičke, realistične, autentične i zadatke matematičkog modeliranja. Druga tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na tekstualne zadatke s kontekstom i tekstualne zadatke bez konteksta. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (*Tablica 2. i 3.*) i grafikonu (*Graf 1. i 2.*)

Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 458 zadataka. Stoga unutarmatematički zadaci čine od 42,6 % ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih zadataka čine 103 zadatka čime dobivamo postotak od 22,5 %. Autentični zadaci kojih ima samo 11 čine ukupno 2,4 %. Zadaci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadaci nisu zastupljeni.

Tablica 2. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 1 – podjela 1

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 1 | Broj zadataka: | % |
|---------------------------------|-----------------------|----------|
| unutarmatematički | 195 | 42,6 |
| realistični | 103 | 22,5 |
| autentični | 11 | 2,4 |
| zadaci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadaci | 149 | 32,5 |
| Σ | 458 | 100 |

Graf 1. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 1 – podjela 1

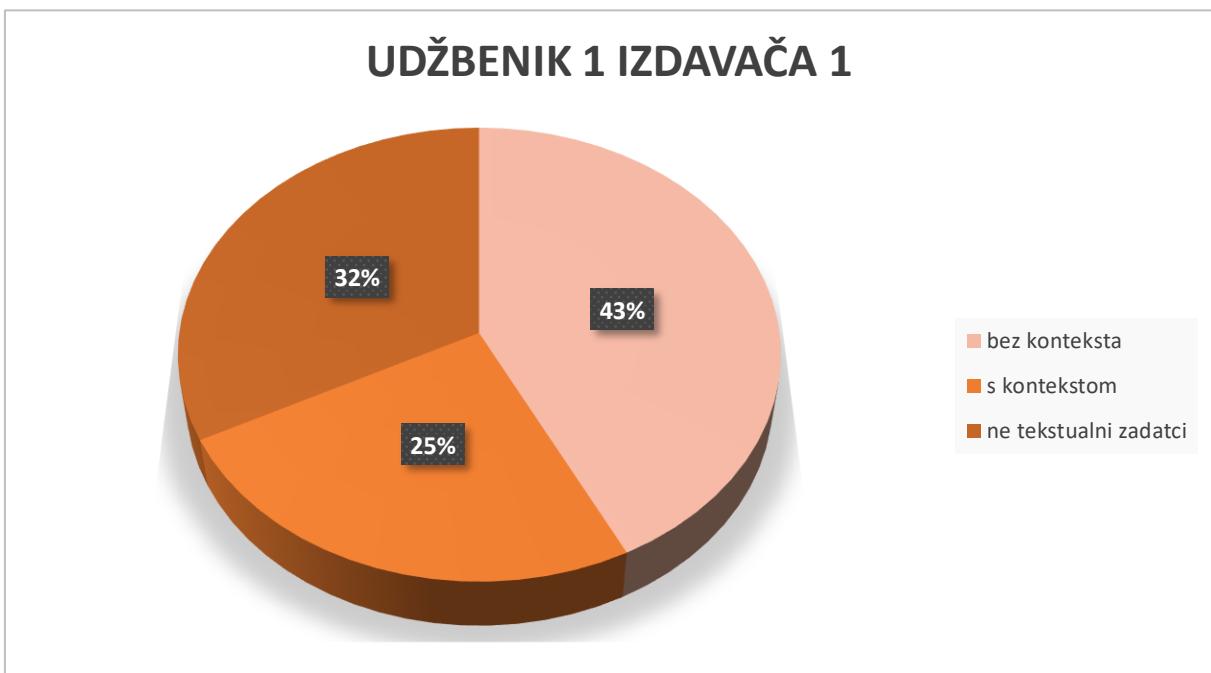


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 195 zadatka čime čine 42,6 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 114 sveukupnih zadataka i čine 24,9 % ovog udžbenika.

Tablica 3. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 1 – podjela 2

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 1 | Broj zadataka: | % |
|-----------------------|----------------|------|
| bez konteksta | 195 | 42,6 |
| s kontekstom | 114 | 24,9 |
| ne tekstualni zadatci | 149 | 32,5 |
| Σ | 458 | 100 |

Graf 2. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 1 – podjela 2



Matematički udžbenik 2 Izdavača 1 broji sveukupno 263 zadataka. Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 114 zadataka. Stoga unutarmatematički zadaci čine od 43,4 % ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih zadataka čine 44 zadatka čime dobivamo postotak od 16,7 %. Autentični zadaci kojih ima samo 3 čine ukupno 1,1 %. Zadaci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadaci nisu zastupljeni. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (Tablica 4. i 5.) i grafikonu (Graf 3. i 4.).

Tablica 4. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 1- podjela 1

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 1 | Broj zadataka | % |
|---------------------------------|---------------|------|
| unutarmatematički | 114 | 43,4 |
| realistični | 44 | 16,7 |
| autentični | 3 | 1,1 |
| zadaci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadaci | 102 | 38,8 |
| Σ | 263 | 100 |

Graf 3. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 1- podjela 1

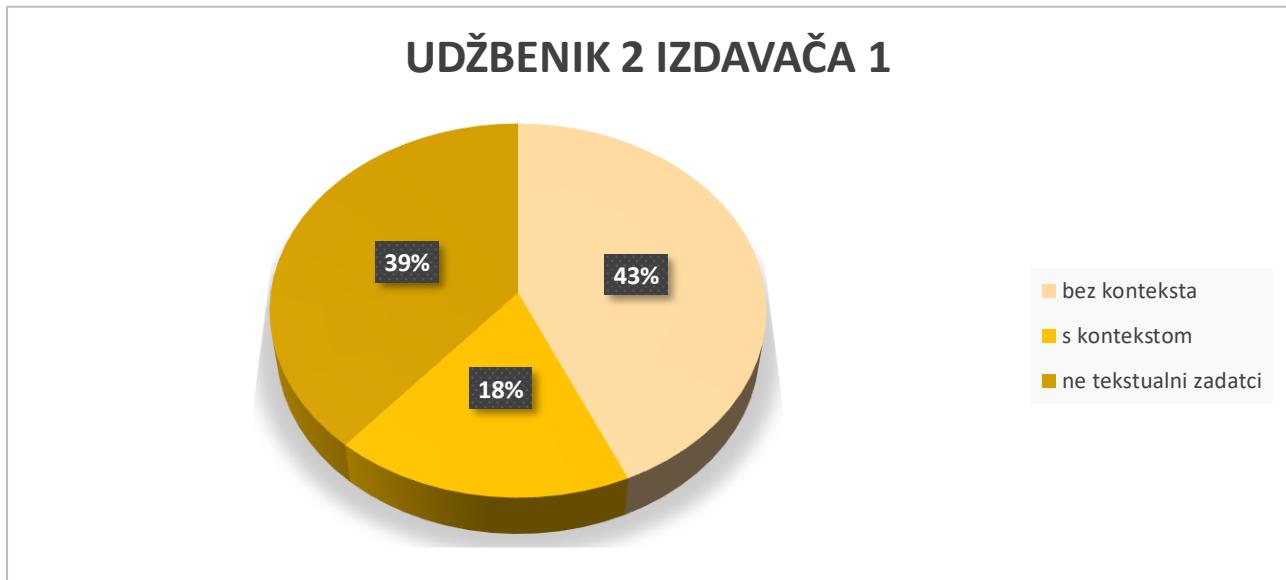


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 114 zadataka čime čine 43,4 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 47 sveukupnih zadataka i čine 17,8 % ovog udžbenika.

Tablica 5. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 1- podjela 2

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 1 | Broj zadataka | % |
|-----------------------|---------------|------|
| bez konteksta | 114 | 43,4 |
| s kontekstom | 47 | 17,8 |
| ne tekstualni zadatci | 102 | 38,8 |
| Σ | 263 | 100 |

Graf 4. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 1- podjela 2



3.2. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 2

U ovom poglavlju bit će prikazana zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Alfe. Istraživana je zastupljenost unutarmatematičkih, realističnih, autentičnih tekstualnih zadataka te tekstualnih zadataka s kontekstom i bez konteksta. Uz navedene zadatke, istraživana je i zastupljenost zadataka matematičkog modeliranja. Istraživani su udžbenici nakladnika Školska knjiga pod nazivima Matematika 4 i Otkrivamo matematiku 4.

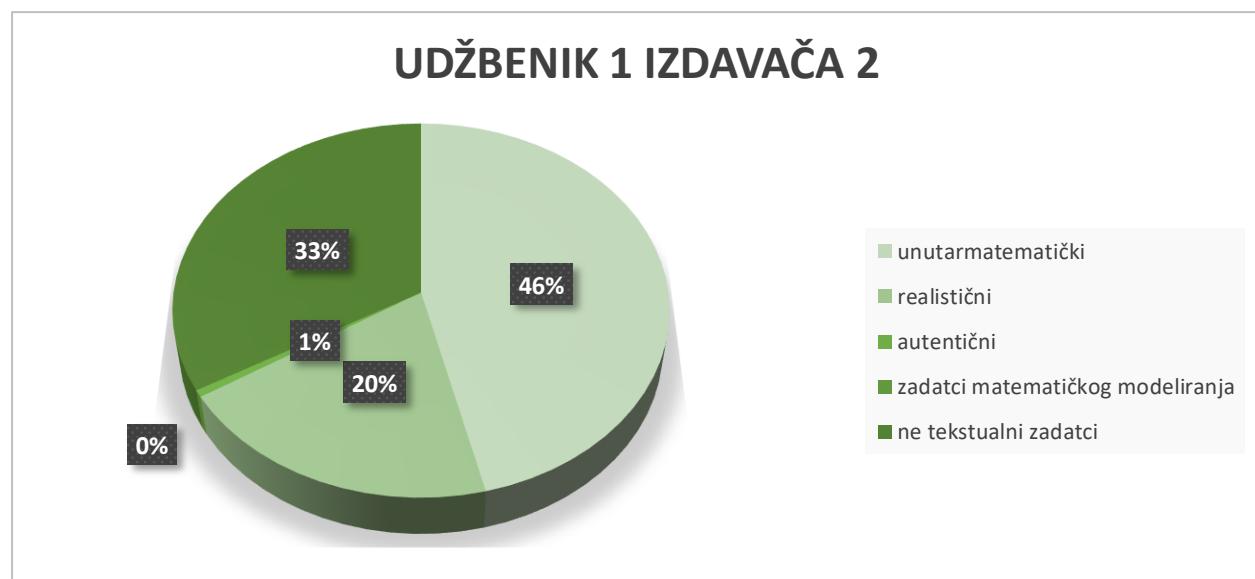
Zastupljenost zadataka prikazana je u dvije podjele. Prva tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na unutarmatematičke, realistične, autentične i zadatke matematičkog modeliranja. Druga tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na tekstualne zadatke s kontekstom i tekstualne zadatke bez konteksta. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (*Tablica 6. i 7.*) i grafikonu (*Graf 6. i 7.*)

Matematički udžbenik 1 Izdavača 2 broji sveukupno 851 zadatak. Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 393 zadatka. Stoga unutarmatematički zadaci čine 46,2 % od ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih zadataka čine 169 zadatka čime dobivamo postotak od 19,8 %. Autentični zadaci kojih ima svega 5 čine ukupno 0,6 %. Zadaci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadaci nisu zastupljeni. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (*Tablica 6. i 7.*) i grafikonu (*Graf 5. i 6.*)

Tablica 6. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 2 - podjela 1

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 2 | Broj zadataka: | % |
|---------------------------------|----------------|------|
| unutarmatematički | 393 | 46,2 |
| realistični | 169 | 19,8 |
| autentični | 5 | 0,6 |
| zadaci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadaci | 284 | 33,4 |
| Σ | 851 | 100 |

Graf 5. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 2 - podjela 1

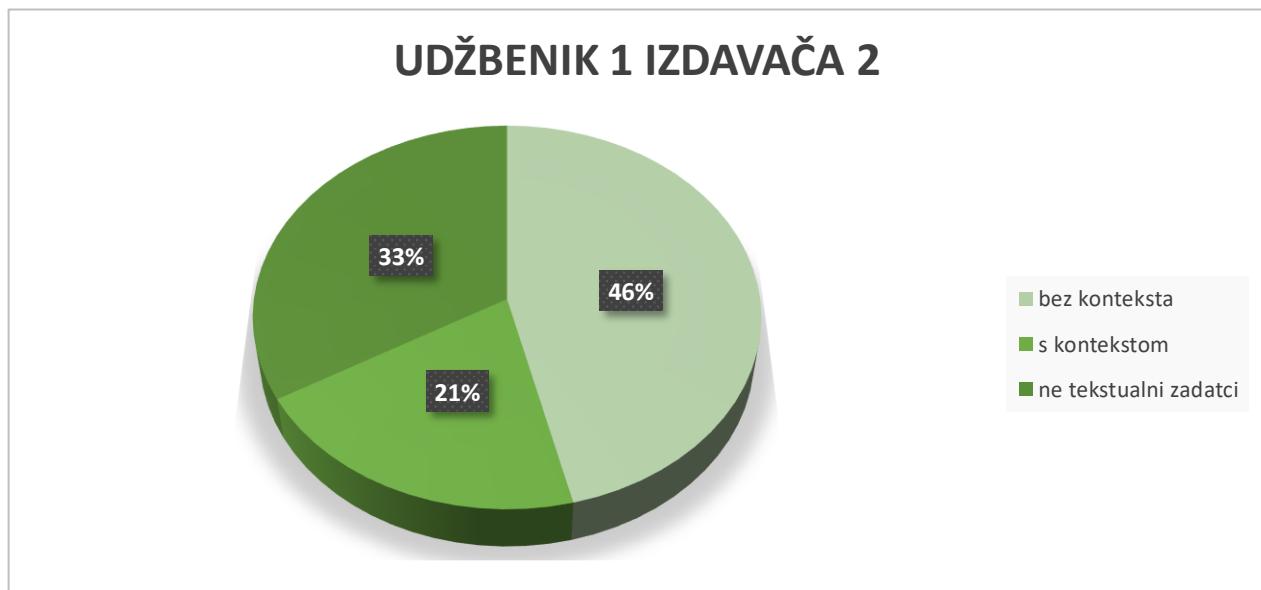


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 393 zadatka čime čine 46,2 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 174 sveukupnih zadataka i čine 20,4 % ovog udžbenika.

Tablica 7. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 2 - podjela 2

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 2 | Broj zadataka: | % |
|-----------------------|----------------|------|
| bez konteksta | 393 | 46,2 |
| s kontekstom | 174 | 20,4 |
| ne tekstualni zadatci | 284 | 33,4 |
| Σ | 851 | 100 |

Graf 6. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 2 - podjela 2



Matematički udžbenik 2 Izdavača 2 broji sveukupno 768 zadataka. Zastupljenost zadataka prikazana je u dvije podjele. Prva tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na unutarmatematičke, realistične, autentične i zadatke matematičkog modeliranja. Druga tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na tekstualne zadatke s kontekstom i tekstualne zadatke bez konteksta. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (*Tablica 8. i 9.*) i grafikonu (*Graf 7. i 8.*)

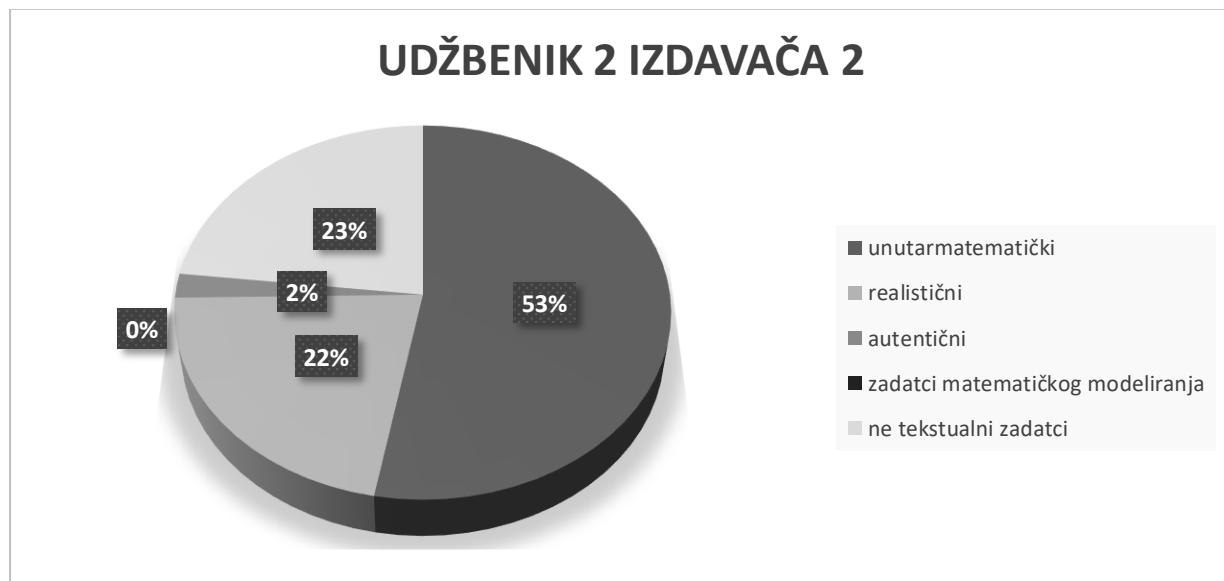
Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 406 zadatka. Stoga unutarmatematički zadatci čine 52,9 % od ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih

zadataka čine 168 zadataka čime dobivamo postotak od 21,9 %. Autentični zadatci kojih ima 16 čine ukupno 2,1 %. Zadataci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadatci nisu zastupljeni.

Tablica 8. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 2 – podjela 1

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 2 | Broj zadataka | % |
|-----------------------------------|---------------|------|
| unutarmatematički | 406 | 52,9 |
| realistični | 168 | 21,9 |
| autentični | 16 | 2,1 |
| zadataci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadatci | 178 | 23,1 |
| Σ | 768 | 100 |

Graf 7. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 2 - podjela 1

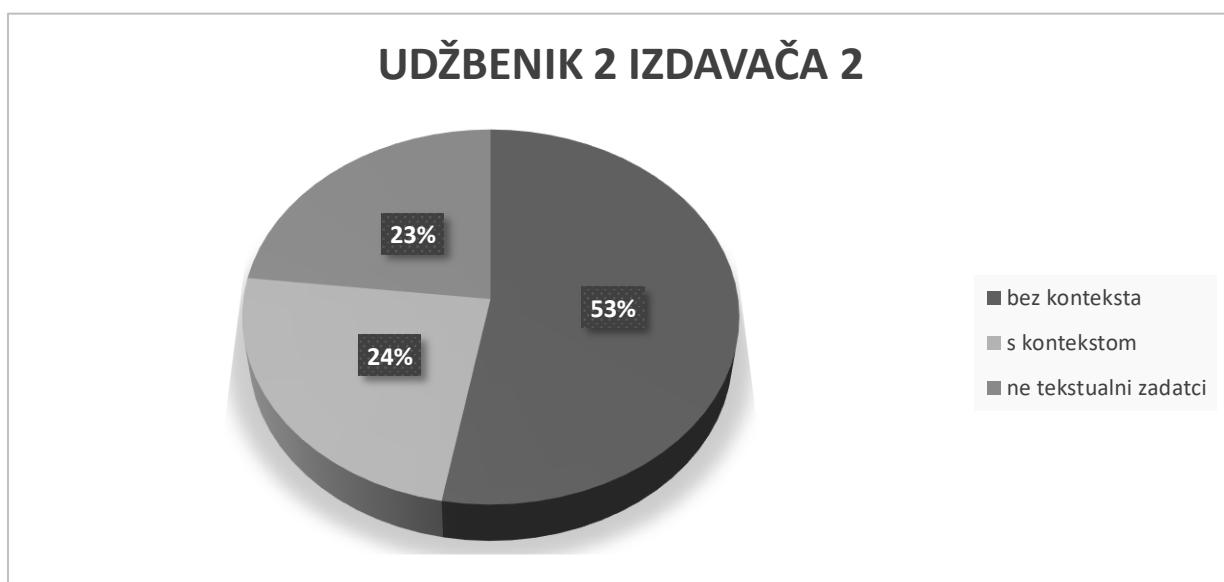


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 406 zadataka čime čine 52,9 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 184 sveukupnih zadataka i čine 24,0 % ovog udžbenika.

Tablica 9. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 2 – podjela 2

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 2 | Broj zadataka | % |
|-----------------------|---------------|------|
| bez konteksta | 406 | 52,9 |
| s kontekstom | 184 | 24,0 |
| ne tekstualni zadatci | 178 | 23,1 |
| Σ | 768 | 100 |

Graf 8. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 2 - podjela 2



3.3. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 3

U ovom poglavlju bit će prikazana zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 3. Istraživana je zastupljenost unutarmatematičkih, realističnih, autentičnih tekstualnih zadataka te tekstualnih zadataka s kontekstom i bez konteksta. Uz navedene zadatke, istraživana je i zastupljenost zadataka matematičkog modeliranja. Istraživani su udžbenici nakladnika Školska knjiga pod nazivima Nina i Tino 4 i Super matematika za prave tragače 4.

Matematički udžbenik 1 Izdavača 3 broji sveukupno 707 zadataka. Zastupljenost zadataka prikazana je u dvije podjele. Prva tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na unutarmatematičke, realistične, autentične i zadatke matematičkog modeliranja. Druga tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na tekstualne zadatke s kontekstom i tekstualne zadatke

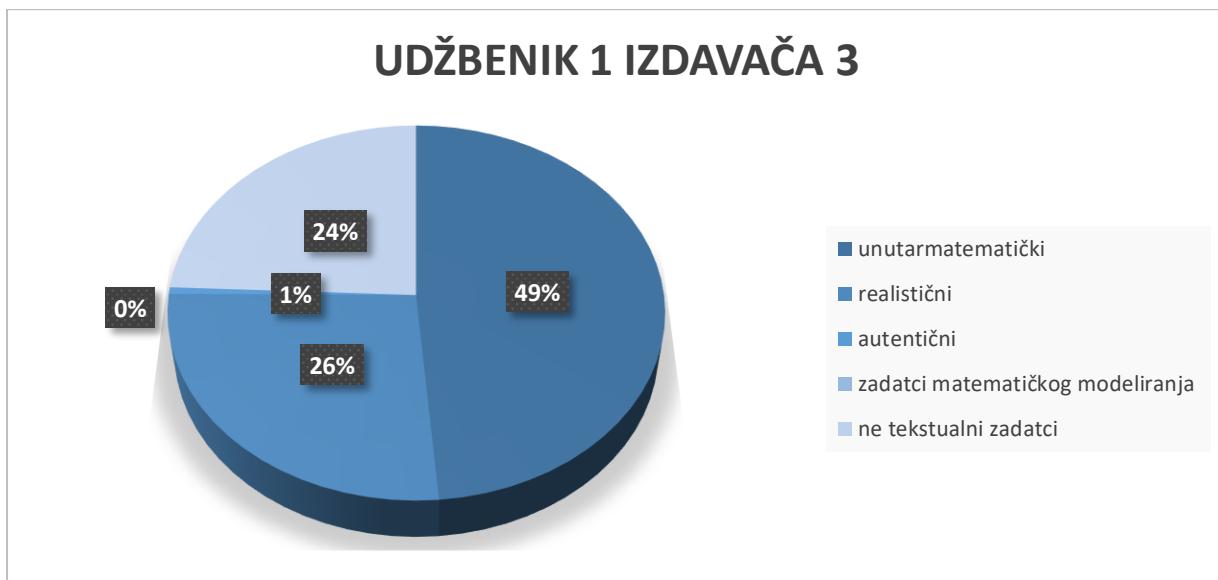
bez konteksta. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (*Tablica 10. i 11.*) i grafikonu (*Graf 9. i 10.*)

Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 344 zadataka. Stoga unutarmatematički zadaci čine 48,7 % od ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih zadataka čine 187 zadataka čime dobivamo postotak od 26,4 %. Autentični zadaci kojih ima svega 4 čine ukupno 0,6 %. Zadaci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadaci nisu zastupljeni.

Tablica 10. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 3 – podjela 1

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 3 | Broj zadataka: | % |
|---------------------------------|----------------|------|
| unutarmatematički | 344 | 48,7 |
| realistični | 187 | 26,4 |
| autentični | 4 | 0,6 |
| zadaci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadaci | 172 | 24,3 |
| Σ | 707 | 100 |

Graf 9. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 3 - podjela 1

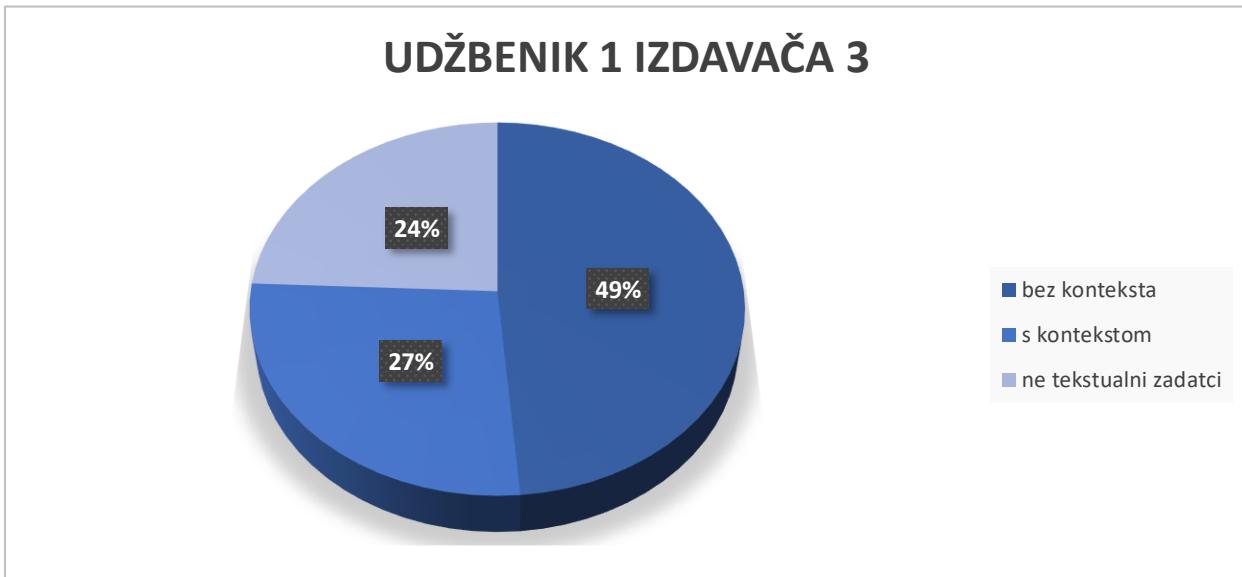


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 344 zadatka čime čine 48,7 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 191 sveukupnih zadataka i čine 27,0% ovog udžbenika.

Tablica 11. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 3 – podjela 2

| UDŽBENIK 1 IZDAVAČA 3 | Broj zadataka: | % |
|-----------------------|----------------|------|
| bez konteksta | 344 | 48,7 |
| s kontekstom | 191 | 27,0 |
| ne tekstualni zadatci | 172 | 24,3 |
| Σ | 707 | 100 |

Graf 10. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 1 Izdavača 3 - podjela 2

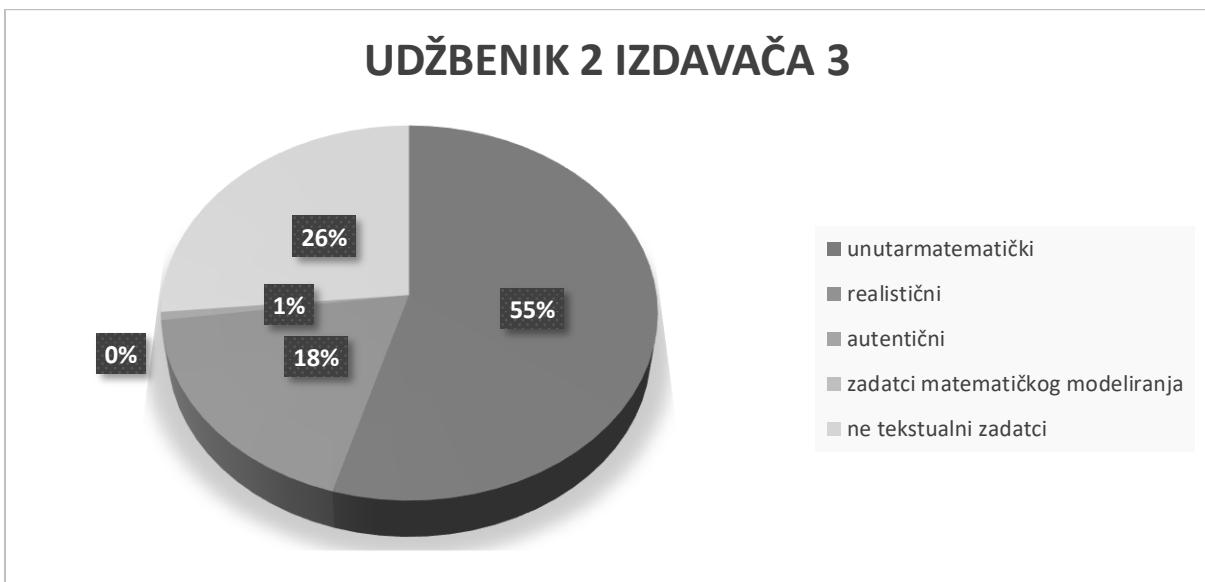


Matematički udžbenik 2 Izdavača 3 broji sveukupno 715 zadataka. Od ukupnog broja zadataka unutarmatematičkih ima ukupno 390 zadataka. Stoga unutarmatematički zadatci čine 54,5 % od ukupnog broja zadataka. Zastupljenost realističnih zadataka čine 131 zadatak čime dobivamo postotak od 18,4 %. Autentični zadatci kojih ima svega 5 čine ukupno 0,7 %. Zadatci matematičkog modeliranja čine 0% svih zadataka odnosno ovi zadatci nisu zastupljeni. Svi podatci mogu se pratiti u navedenoj tablici (Tablica 11. i 12.) i grafikonu (Graf 9. i 10.).

Tablica 12. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 3 – podjela 1

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 3 | Broj zadataka | % |
|----------------------------------|---------------|------|
| unutarmatematički | 390 | 54,5 |
| realistični | 131 | 18,4 |
| autentični | 5 | 0,7 |
| zadatci matematičkog modeliranja | 0 | 0 |
| ne tekstualni zadatci | 189 | 26,4 |
| Σ | 715 | 100 |

Graf 11. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 3 - podjela 1

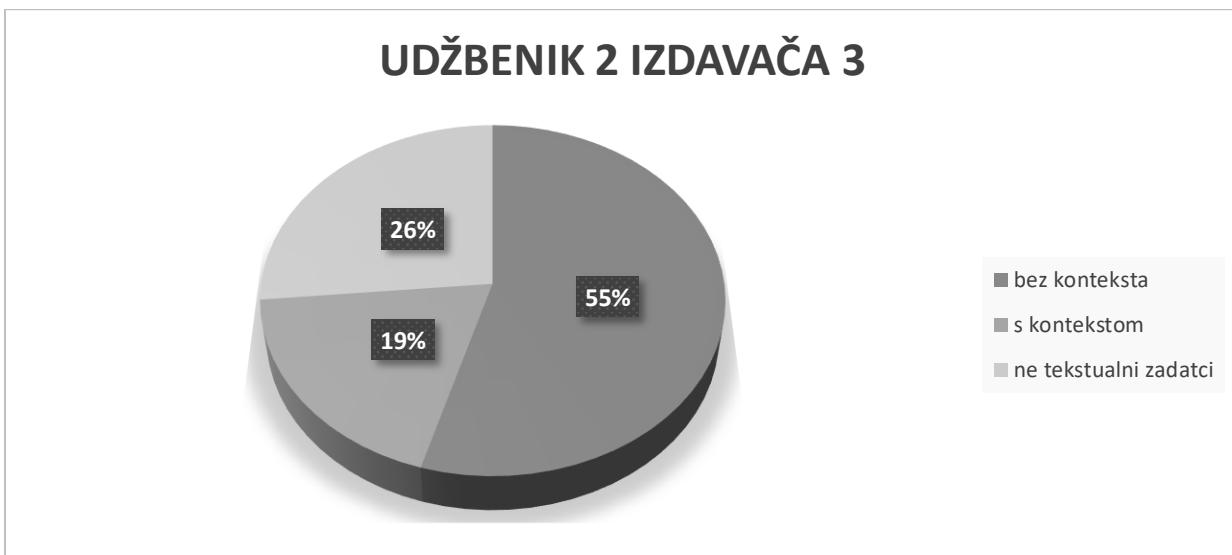


Tekstualni zadatci bez konteksta ukupno broje 390 zadataka čime čine 54,5 % od ukupnog broja zadataka. Slijede zadatci s kontekstom koji broje 136 sveukupnih zadataka i čine 19,1 % ovog udžbenika.

Tablica 13. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 3 – podjela 2

| UDŽBENIK 2 IZDAVAČA 3 | Broj zadataka | % |
|-----------------------|---------------|------|
| bez konteksta | 390 | 54,5 |
| s kontekstom | 136 | 19,1 |
| ne tekstualni zadaci | 189 | 26,4 |
| Σ | 715 | 100 |

Graf 12. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbeniku 2 Izdavača 3 - podjela 2



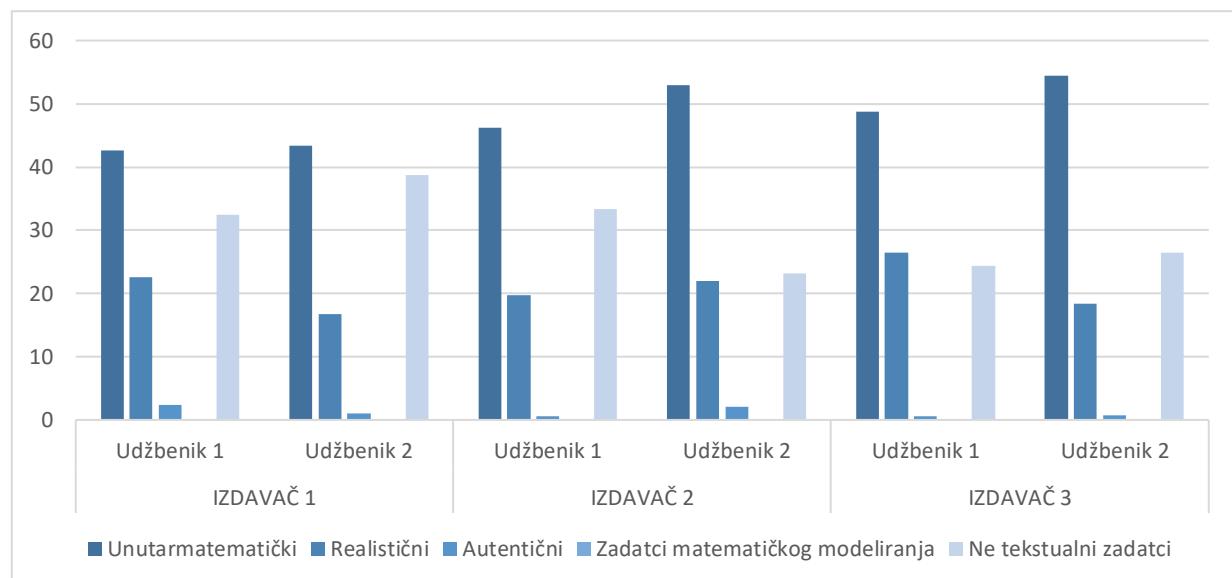
3.4. Usporedba

Istraživanjem zastupljenosti matematičkih tekstualnih zadataka u udžbenicima različitih izdavača možemo uvidjeti kako udio pojedinih zadataka varira od izdavača do izdavača, no međusobno se svi prate svojim udjelima u udžbenicima. Istraživanje je pokazalo da najveći udio zadataka u udžbenicima svih izdavača zauzimaju tekstualni zadaci bez konteksta, a za njima odmah slijede unutarmatematički zadaci. Realistični zadaci zauzimaju nešto manji postotak svih izdavača. Najmanji postotak, uz realistične zadatke, imaju autentični zadaci, što je pomalo negativna strana udžbenika i njihovog sadržaja. Najveći udio autentičnih zadataka imaju udžbenici *Izdavača 1*. Pomalo iznenađujuća činjenica jest što u svim analiziranim udžbenicima ne možemo pronaći zadatke matematičkog modeliranja koji bi trebali biti zastupljeni isto kao i realistični odnosno autentični zadaci. Udjele pojedine vrste zadataka i svih izdavača mogu se pratiti u *Tablici 14.* i *15.* i na grafičkom prikazu *Graf 13.* i *14.* Zastupljenost zadataka prikazana je u dvije podjele. Prva tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na unutarmatematičke, realistične, autentične i zadatke matematičkog modeliranja. Druga tablica prikazuje podjelu tekstualnih zadataka na tekstualne zadatke s kontekstom i tekstualne zadatke bez konteksta.

Tablica 14. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1, Izdavača 2 i Izdavača 3 – podjela 1

| | IZDAVAČ 1 | | | | IZDAVAČ 2 | | | | IZDAVAČ 3 | | | |
|---|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|
| | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % |
| | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | |
| Unutarmatematički | 195 | 42,6 | 114 | 43,4 | 393 | 46,2 | 406 | 52,9 | 344 | 48,7 | 390 | 54,5 |
| Realistični | 103 | 22,5 | 44 | 16,7 | 169 | 19,8 | 168 | 21,9 | 187 | 26,4 | 131 | 18,4 |
| Autentični | 11 | 2,4 | 3 | 1,1 | 5 | 0,6 | 16 | 2,1 | 4 | 0,6 | 5 | 0,7 |
| Zadatci matematičkog modeliranja | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ne tekstualni zadatci | 149 | 32,5 | 102 | 38,8 | 284 | 33,4 | 178 | 23,1 | 172 | 24,3 | 189 | 26,4 |
| Σ | 458 | 100 | 263 | 100 | 851 | 100 | 768 | 100 | 707 | 100 | 715 | 100 |

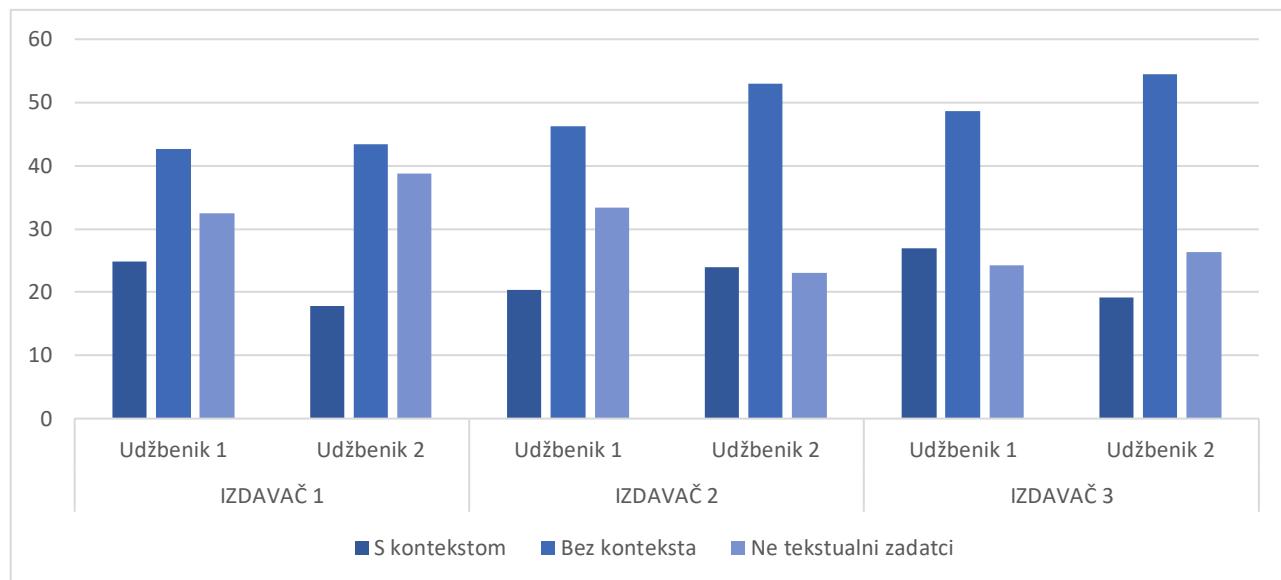
Graf 13. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1, Izdavača 2 i Izdavača 3 – podjela 1



Tablica 15. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1, Izdavača 2 i Izdavača 3 – podjela 2

| | IZDAVAČ 1 | | | | IZDAVAČ 2 | | | | IZDAVAČ 3 | | | |
|------------------------------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|------|
| | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % | f | f % |
| | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | | Udžbenik 1 | | Udžbenik 2 | |
| S kontekstom | 114 | 24,9 | 47 | 17,8 | 174 | 20,4 | 184 | 24 | 191 | 27 | 136 | 19,1 |
| Bez konteksta | 195 | 42,6 | 114 | 43,4 | 393 | 46,2 | 406 | 52,9 | 344 | 48,7 | 390 | 54,5 |
| Ne tekstualni zadatci | 149 | 32,5 | 102 | 38,8 | 284 | 33,4 | 178 | 23,1 | 172 | 24,3 | 189 | 26,4 |
| Σ | 458 | 100 | 263 | 100 | 851 | 100 | 768 | 100 | 707 | 100 | 715 | 100 |

Graf 14. Zastupljenost tekstualnih zadataka u udžbenicima Izdavača 1, Izdavača 2 i Izdavača 3 – podjela 2



Prema Glasnović Gracin (2012) u matematičkim udžbenicima za razrednu nastavu prevladavaju jednostavni zadatci koji zahtijevaju reproduktivno izvođenje samo jedne računske radnje. Zadaci povezivanja znanja prisutni su prosječno od oko 20 – 30 %, dok refleksija nije ili gotovo da nije zastupljena. Nedostatak zadataka koji zahtijevaju refleksiju upućuje na deficit pravih problemskih zadataka, razvijanja kritičkog mišljenja te korištenja temeljnim matematičkim idejama. Rezultati upozoravaju na još uvijek prisutnu tradicionalnu nastavu matematike u kojoj dominira ideja rješavanja svega simboličnih zadataka. Glavne sugestije su povećanje udjela problemskih zadataka koji potiču mišljenje, kreativnost, istraživanje, otkrivanje i izražavanje, kao i povećanje dobrih motivacijskih primjera u obliku autentičnih tekstualnih zadataka (Glasnović Gracin, 2012).

Rezultati istraživanja pokazuju da se matematički udžbenici koriste u velikoj mjeri i imaju važnu ulogu u nastavi matematike. Istraživanja sadržaja udžbenika pokazuju da dominira model *prikaz – primjeri – zadaci za vježbu* u strukturi matematičkih udžbenika. Kako navodi Glasnović Gracin (2012), u Hrvatskoj nije bilo mnogo istraživanja o matematičkim udžbenicima, no uvijek je postojala volja i zanimanje za tu temu. Navodi kako je činjenica da matematički udžbenici imaju važnu ulogu zaslužuje dodatnu pažnju u području istraživanja matematičkog obrazovanja s ciljem njegova poboljšanja (Glasnović Gracin, 2012).

4. ZAKLJUČAK

Matematika, kao školski predmet, bitna je odrednica odgojno – obrazovnog sustava. Nju ne učimo samo u školi, već ju učimo u svakodnevnom životu. Nastava matematike izrazito se promijenila od nekadašnje tradicionalne nastave. Suvremeni razvoj tehnologija utječe i na suvremeni pristup matematici, ne samo matematici, već cijelom odgojno – obrazovnom sustavu. Stoga, uz suvremeni pristup, promijenilo se i podosta literature, ali i matematički udžbenici kojima se učenici služe tokom nastave.

„Pregled literature o udžbenicima i istraživanjima udžbenika ukazuje da se radi o važnom sredstvu u nastavi, posebice nastavi matematike. Obzirom na svoju tako važnu ulogu, itekako je bitno zadovoljiti stručne (matematičke), metodičke, pedagoške i ostale zahtjeve u udžbeniku. Naime, udžbenik je medij koji će uvelike utjecati na mogućnosti i prilike djeteta za učenje (tzv. *opportunities to learn*), a utjecat će i na učeničke predodžbe i stavove o matematici. Stoga svaki autorski tim treba posjedovati i znanje i iskustvo kako bi udžbenik bio od pomoći i učeniku i učitelju u ostvarenju odgojno – obrazovnih ishoda te bio ugodan partner i suputnik u procesu učenja i odrastanja.“ (Glasnović Gracin, 2020, 6)

Prema provedenom istraživanju zastupljenosti matematičkih tekstualnih zadataka u matematičkim udžbenicima, primjećuje se mali postotak autentičnih zadataka i zadataka matematičkog modeliranja. Upravo te vrste zadataka mogu učenike pripremiti na primjenu matematike u stvarnome životu i uvelike obogatiti njihovo poznavanje matematike kao takve. Matematiku, kao najkompleksniji predmet, učenicima treba prikazati na zabavan način iz njihovih svakidašnjih situacija. Ovaj predmet treba učiti od konkretnog ka apstraktnom primjenjujući njihove situacije uključujući roditelje, prijatelje, životinje, kupovanje u trgovinama, putovanja i sl.

Matematički školski udžbenici koriste se na različite načine, što međusobno razlikuje učitelje i škole. Utjecaj matematičkih udžbenika na nastavu česta je tema istraživanja. Rezultati dosadašnjih istraživanja pokazali su da su kvaliteta i primjerenošć matematičkih udžbenika važni faktori u promicanju učeničkog znanja. Unatoč tome, rijetko se provode istraživanja analize sadržaja pojedinih udžbenika te njihov utjecaj na uspjeh učenika. Prema ovome istraživanju i mišljenju učitelja najvažnije poželjne karakteristike udžbenika su metodički postupak i raznovrsnost zadataka (Vidić, T., Smetko S. i Pintar, R., 2018). Ovo provedeno istraživanje može uvelike koristiti i pružiti nit vodilju u izradi novih i kvalitetnijih udžbenika u kojima će povećati broj realističnih i autentičnih zadataka, a uz njih i zadatke matematičkog

modeliranja, kako bi se matematika učila na primjerima iz vlastitog života, realnih situacija i na kraju kako bi učenici puno više razmišljali i povezivali naučeno.

Popis slika

| | |
|--|----|
| SLIKA 1. SHEMATSKI KRUG MATEMATIČKOG MODELIRANJA | 20 |
| SLIKA 2. GRAF..... | 21 |
| SLIKA 3. KARTA ANTARTIKE | 21 |
| SLIKA 4. KAKO RJEŠAVATI ZADATAK | 29 |

Popis tablica

| | |
|---|----|
| TABLICA 1. LOKALNA VREMENA..... | 22 |
| TABLICA 2. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 1 – PODJELA 1 | 32 |
| TABLICA 3. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 1 – PODJELA 2..... | 33 |
| TABLICA 4. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 1- PODJELA 1..... | 34 |
| TABLICA 5. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 1- PODJELA 2..... | 35 |
| TABLICA 6. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 2 - PODJELA 1..... | 37 |
| TABLICA 7. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 2 - PODJELA 2..... | 38 |
| TABLICA 8. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 2 – PODJELA 1 | 39 |
| TABLICA 9. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 2 – PODJELA 2..... | 40 |
| TABLICA 10. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 3 – PODJELA 1 | 41 |
| TABLICA 11. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 3 – PODJELA 2..... | 42 |
| TABLICA 12. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 3 – PODJELA 1 | 43 |
| TABLICA 13. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 3 – PODJELA 2..... | 44 |
| TABLICA 14. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 1, IZDAVAČA 2 I IZDAVAČA 3 – PODJELA 1 | 46 |

TABLICA 15. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA
IZDAVAČA 1, IZDAVAČA 2 I IZDAVAČA 3 – PODJELA 2 46

Popis grafova

| | |
|--|----|
| GRAF 1. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 1 – PODJELA 1..... | 33 |
| GRAF 2. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 1 – PODJELA 2..... | 34 |
| GRAF 3. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 1- PODJELA 1 | 35 |
| GRAF 4. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 1- PODJELA 2 | 36 |
| GRAF 5. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 2 - PODJELA 1 | 37 |
| GRAF 6. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 2 - PODJELA 2 | 38 |
| GRAF 7. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 2 - PODJELA 1 | 39 |
| GRAF 8. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 2 - PODJELA 2 | 40 |
| GRAF 9. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 3 - PODJELA 1 | 42 |
| GRAF 10. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 1 IZDAVAČA 3 - PODJELA 2..... | 43 |
| GRAF 11. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 3 - PODJELA 1..... | 44 |
| GRAF 12. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENIKU 2 IZDAVAČA 3 - PODJELA 2..... | 45 |
| GRAF 13. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 1, IZDAVAČA 2 I IZDAVAČA 3 – PODJELA 1 | 46 |
| GRAF 14. ZASTUPLJENOST TEKSTUALNIH ZADATAKA U UDŽBENICIMA IZDAVAČA 1, IZDAVAČA 2 I IZDAVAČA 3 – PODJELA 2 | 47 |

Literatura

1. Begović, E. (2015). Matematičko modeliranje u osnovnoškolskoj nastavi. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 17 (81), 17-21.
2. Bleiler-Baxter, S.K., Stephens, C. D., Baxter, W. A., Barlow, A. T. (2017). Modeling Decision – as a Making Process. V: *Teaching children mathematics* 24(1), 20 –29.
3. Bogdanović, Z. (2012). Modelske pristupe postavljanju i rešavanju problemskih zadataka. Pedagoški fakultet Bijeljina
4. Boras Mandić, A., Lončar, L., Pešut, R., Križman Roškar, M. (2020). Nina i Tino 3: udžbenik matematike za treći razred osnovne škole. Zagreb: Profil Klett.
5. Cindrić, M. (2016). Problemska nastava i djeće strategije u nižim razredima osnovne škole. Poučak, 17 (65), 52-57
6. Cindrić, M. i Mišurac, I. (2022). Matematička mreža 3: udžbenik matematike u trećem razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
7. Cindrić M., Mišurac I., Dragičević, A. i Pastuović, B. (2022). Matematička mreža 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
8. English, L. D. (2007). Complex systems in the elementary and middle school mathematics curriculum: A focus on modeling. V: *The Montana Mathematics Enthusiast*, 139-156.
9. Glasnović Gracin, D. (2013). Kapetanov problem. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 15(72), 51-55.
10. Glasnović Gracin, D. (2007a). Matematička pismenost 1. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(39), 155-163.
11. Glasnović Gracin, D. (2007b). Matematička pismenost 2. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(39), 202-210.
12. Glasnović Gracin, D. (2014). Matematički udžbenik kao predmet istraživanja. *Croatian Journal of Education*, 16 (Sp.Ed.3), 211-237.
13. Glasnović Gracin, D. (2020). Matematički udžbenik – kakva je to knjiga?. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 22 (106), 3-7.
14. Glasnović Gracin, D., Žokalj G. i Soucie, T. (2021). Otkrivamo matematiku 3: radni udžbenik iz matematike za treći razred osnovne škole. Zagreb: ALFA.
15. Glasnović Gracin, D., Žokalj G. i Soucie, T. (2021). Otkrivamo matematiku 4 : radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole. Zagreb: ALFA.

16. Glasnović Gracin, D. (2013). Zadataci s dijeljenjem stavljeni u kontekst. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 15 (71), 4-9.
17. Haggarty, L., & Pepin, B. (2001.). An investigation of Mathematics Textbooks and their use in English, French and German Classrooms: Who gets an opportunity to learn math? U J. Winter (Ur.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 21(2), str. 117-125.
18. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D. i Prtajin, G. (2022). Moj sretni broj 3: udžbenik matematike u trećem razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
19. Jakovljević Rogić, S., Miklec, D. i Prtajin, G. (2022). Moj sretni broj 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole. Zagreb: Školska knjiga.
20. Jurić, J., Mišurac, I. i Vežić, I. (2019). Struktura zadataka prema Bloomovoј taksonomiji u udžbenicima iz matematike za razrednu nastavu: *Školski vjesnik*, 68. (2.), 469-487.
21. Kos, D. i Glasnović Gracin, D. (2012). Problematika tekstualnih zadataka. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 14(66), 5-8.
22. Kurnik, Z. (2006). Jezik u nastavi matematike. *Matematika i škola: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 33, 99-105
23. Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2(7), 51-58.
24. Kurnik, Z. (2008). Znanstvenost u nastavi matematike. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 2(7), 51-58
25. Lončar, L., Pešut, R., Rossi, Ž. i Križman Roškar, M. (2021). Nina i Tino 4: udžbenik matematike za četvrti razred osnovne škole. Zagreb: Profil Klett.
26. Markovac, J. (2021). Matematika 3: radni udžbenik iz matematike za treći razred osnovne škole. Zagreb: ALFA.
27. Markovac, J. (2021). Matematika 4: radni udžbenik iz matematike za četvrti razred osnovne škole. Zagreb: ALFA.
28. Markovac, J. (2001). Metodika početne nastave matematike. Zagreb: Školska knjiga.
29. Markovac, J., Lović Štenc, I. (2021). Matematika 1: radni udžbenik iz matematike za prvi razred osnovne škole. Zagreb: ALFA.
30. Martić, M., Ivančić, G., Kuvačić Roje, L., Sarajčev, E. i Tkalcec, D. (2022). Super matematika za prave tragače: radni udžbenik za 1. razred osnovne škole. Zagreb: Profil Klett.

31. Martić, M., Ivančić, G., Dunatov, J., Stanić Brničević M. i Martinić Cezar, J. (2021). Super matematika za prave tragače 4: radni udžbenik za 4. razred osnovne škole.
32. Ovčar, S. (1987). Tekstualni zadaci u početnoj nastavi matematike. Istraživanja odgoja i obrazovanja, 7, 23-39.
33. Pepin, B. i Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. ZDM – Zentralblatt für Didaktik der Mathem
34. Polya, G. (1966). Kako će riješiti matematički zadatak. Zagreb: Školska knjiga.
35. Poljak, V. (1980). Didaktičko oblikovanje udžbenika i priručnika. Zagreb: Školska knjiga.
36. Potočki, D. (2020). Čokoladice ili matematički zadaci. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 22(107), 95-96.
37. Rubinštejn, S.L. (1981). O mišljenju i putevima njegovog istraživanja, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
38. Sabo Junger, M. i Lipovec, A. (2022). Što jest, a što nije matematičko modeliranje u razrednoj nastavi: mišljenja slovenskih i hrvatskih učitelja razredne nastave. *Croatian Journal of Education*, 24.
39. Stray, C. (1994). Paradigms regained: Towards a historical sociology of the textbook. *Journal of Curriculum Studies*, 26(1), 1-29.
40. Vidić, T., Smetko, S. i Pintar, R. (2018). Kakve udžbenike žele učitelji?. *Poučak*, 19 (73), 29-41.
41. Žakelj, A. (2015). Modeliranje u nastavi matematike. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 16(78), 105-110.

Životopis

Rođena sam 19.7.1999. godine u Zagrebu. Svoje osnovnoškolsko obrazovanje započinjem u školskoj godini 2006/2007. u Osnovnoj školi Ksavera Šandora Đalskog u Donjoj Zelini. Nakon osnovne škole 2014. godine upisujem Opću gimnaziju u Srednjoj školi Dragutina Stražimira u Svetom Ivanu Zelini. Zbog izrazito velike želje i dječačkog sna odlučujem se za rad s djecom i 2019. godine upisujem Učiteljski fakultet, modul hrvatski jezik.

Izjava o samostalnoj izvedbi rada

Ja, Petra Purgar, izjavljujem da sam ovaj rad, *Analiza zastupljenosti matematičkih tekstualnih zadataka u udžbenicima za 4. razred osnovne škole*, izradila samostalno uz potrebne konzultacije, savjete i uporabu navedene literature.

Potpis:
