Veza množenja i dijeljenja kao sadržaj matematičke slikovnice

Vrščak, Kristina

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:147:172106

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE

KRISTINA VRŠČAK

DIPLOMSKI RAD

VEZA MNOŽENJA I DIJELJENJA KAO SADRŽAJ MATEMATIČKE SLIKOVNICE

Zagreb, srpanj 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
UČITELJSKI FAKULTET
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE
(Zagreb)

DIPLOMSKI RAD

Ime i prezime pristupnika: Kristina Vrščak
TEMA DIPLOMSKOG RADA: Veza množenja i dijeljenja kao sadržaj matematičke slikovnice

MENTOR: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin
SUMENTOR: izv. prof. dr. art. Antonija Balić Šimrak

Zagreb, srpanj 2018.

SADRŽAJ

SAŽETAK ... **2**
SUMMARY ... **3**
1. UVOD ... **4**
2. MNOŽENJE I DIJELJENJE U RAZREDNOJ NASTAVI ... **6**
2.1. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva ... 9
2.1.1. Formiranje pojma množenja ... 10
2.1.2. Formiranje pojma dijeljenja i veze množenja i dijeljenja ... 13
2.1.3. Proširivanje pojmova množenja i dijeljenja ... 17
3. METODIČKI PRISTUPI USVAJANJU MATEMATIČKIH SADRŽAJA ... **23**
3.1. Čimbenici usvajanja matematičkog sadržaja ... 23
3.2. Načela nastave matematike ... 25
3.3. Oblici rada ... 30
3.4. Metode u nastavi matematike ... 31
4. SLIKOVNICA ... **34**
4.1. Obilježja i vrste slikovnica ... 34
4.2. Počeci ilustracija, slikovnice i povijesni pregled ... 36
4.2.1. Povijesni pregled slikovnica u svijetu ... 36
4.2.2. Povijesni pregled slikovnica u Hrvatskoj ... 38
4.3. Slika i tekst – odnos ... 39
4.4. Likovna komponenta u slikovnicama ... 41
4.5. Razvoj vještine čitanja i faze čitanja slikovnice ... 42
4.6. Funkcije slikovnice ... 44
4.7. Uključenost slikovnice u obrazovanje ... 45
5. MATEMATIČKE SLIKOVNICE ... **49**
5.1. Projekt *MASLIK* ... 49
5.1.1. *Kako je Leo upoznao brojeve* ... 50
5.1.2. *Krug i kružnica* ... 51
5.2. Primjeri matematičkih slikovnica o množenju i dijeljenju ... 52
5.2.1. *2 X 2 = Boo! A Set of Spooky Multiplication Stories* ... 52
5.2.2. *Minnie's Diner: A Multiplying Menu* ... 55
5.2.3. *A Place for Zero. A Math Adventure* ... 56
5.2.4. *Bean Thirteen* ... 58
5.2.5. *A Remainder of One* ... 59
5.2.6. *One Hundred Hungry Ants* ... 60
5.2.7. *Divide and Ride* ... 60

6. PROCES NASTANKA MATEMATIČKE SLIKOVNICE 63
6.1. Tijek radionica u školi 63
6.1.1. Prva radionica 64
6.1.2. Druga radionica 68
6.2. Grafička obrada slikovnice – završna verzija i tiskanje 76
6.3. Analiza gotove slikovnice 80
7. ZAKLJUČAK 84
LITERATURA 86
Predmet: Zamolba za suradnju u radionicama u svrhu izrade diplomskoga rada 90
Suglasnost za sudjelovanje 91
Pristanak roditelja na sudjelovanje djeteta 92
Kratka biografska bilješka 93
Izjava o samostalnoj izradi rada 94
Izjava o odobrenju za pohranu i objavu ocjenskog rada 95

SAŽETAK

Matematički sadržaj u drugom razredu osnovne škole se u najvećoj mjeri temelji na množenju i dijeljenju do 100. Jedna od tema je i veza množenja i dijeljenja koja je važna za kasnije matematičko obrazovanje, stoga joj se treba pažljivo pristupiti. Matematičkim slikovnicama djeci se može olakšati shvaćanje koncepta veze množenja i dijeljenja, međutim, uvid u matematičke slikovnice pokazuje da se postojeće slikovnice ne bave tom temom.

Ovaj rad opisuje izradu upravo jedne takve matematičke slikovnice pod nazivom *Lastina matematička avantura*. S učenicima trećega razreda su održane dvije radionice podijeljene u četiri faze, čime su učenici dobili dobar temelj za ilustriranje napisanoga teksta. Pritom su provedene: matematička motivacija, kratka teorija slikovnice, likovni jezik u ilustracijama, analiza matematičkih slikovnica, predstavljanje teksta, analiziranje matematičkog koncepta u tekstu, likovna demonstracija te posljednji dio, proces ilustriranja. Nakon gotovih ilustracija, grafičkom se obradom umnožio broj potrebnih likova na stranici i time se dobila gotova verzija slikovnice. Gotova slikovnica je potom analizirana obzirom na metodičko-matematički i likovni aspekt te obzirom na neke aspekte teorije slikovnice (vrstu, namjenu, odnos slike i teksta te njezinu funkciju).

Ključne riječi: veza množenja i dijeljenja, slikovnica, matematička slikovnica, izrada slikovnice

SUMMARY

Mathematical content in second grade is mostly based on multiplying and dividing with numbers up to 100. One of the topics is the relationship between multiplication and division, important for further mathematical education and therefore should be approached carefully. Mathematical picture books can make it easier for children to understand the concept of relating multiplication and division. But by reviewing current picture books, it is concluded that they do not cover this topic.

This paper describes process of making a picture book *Swallows mathematical adventure* which deals with that specific mathematical problem of the relationship between multiplication and division. Third grade pupils participated in two workshops in which they acquired basic knowledge and skills to illustrate the picture book with already given tekst. Both workshops were divided in 4 phases. Those workshops included: motivation with mathematical concepts needed for the picture book, short theory of picture book, art concepts used in making picture book, analysis of mathematical picture book, demonstration of text for the picture book, analysis of mathematical concept in the same text, demonstration of art techniques, and finally, process of illustrating a picture book. After the illustrations were finished, in order to get the final version of picture book, characters were graphically multiplied. Finished picture book was analyzed following both mathematical methodology and artistic aspects, but also considering some concepts from picture book theory (type, purpose, relation between picture and text and her function).

Key words: relationship between multiplication and division, picture book, mathematical picture book, making a picture book

1. UVOD

Matematika se kao jedna od važnih disciplina javlja u životu djeteta još i prije polaska u prvi razred, a proteže se do visokoškolskog obrazovanja te se koristi u svakodnevnom životu. U razrednoj nastavi sadržaj učenja propisuje Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Nastavnim planom i programom za osnovnu školu. Veza množenja i dijeljenja kao pojam se javlja u 2. razredu osnovne škole, a u 3. razredu se množenje i dijeljenje proširuje na pisano množenje i dijeljenje višeznamenkastih brojeva. Shvaćanje veze množenja i dijeljenja je od velike važnosti u daljnjem obrazovanju, ali i životu. Učenicima je potrebno takav apstraktan pojam uvoditi od konkretnih pojmova (didaktičkih materijala) pa sve do apstraktne razine (Markovac, 2001). Jedan od načina približavanja apstraktnih pojmova učenicima je preko matematičke slikovnice.

Slikovnica potiče čitatelja da ju čita svojim tempom i na svoj vlastiti način, a kombinira dva medija, sliku i tekst (Balić Šimrak, Narančić Kovač, Horvat Blažinović i Glasnović Gracin, 2017).

Matematičke slikovnice imaju veliku ulogu upravo u usvajanju apstraktnih matematičkih pojmova, posebice kada je riječ o ranom učenju matematike. No, postavlja se pitanje koliko su te slikovnice kvalitetne i jasne čitatelju koji ju samostalno čita. Premda u posljednje vrijeme na tržištu ima sve više matematičkih slikovnica, one nisu nužno i revidirane od strane stručnih osoba iz područja matematike, likovne kulture i drugih područja. S druge strane, na svjetskom tržištu postoje i uistinu kvalitetne slikovnice s matematičkim sadržajima. Dobar primjer interdisciplinarne suradnje u izradi matematičkih slikovnica može se vidjeti na projektu *Matematička slikovnica – likovno i književno stvaralaštvo kao poticaj u ranome učenju* na Učiteljskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

Zbog problematike shvaćanja veze između množenja i dijeljenja, nedostatka matematičkih slikovnica na tu temu te potrebe za poboljšanjem pristupa u matematici, ovaj rad donosi promišljanje o dizajnu, strukturi i sadržaju slikovnice te tijek izrade matematičke slikovnice *Lastina matematička avantura* koju su ilustrirali učenici 3. razreda osnovne škole. Provođenjem radionica u nastavi, učenici su dobili potrebne podatke za kvalitetno ilustriranje teksta napisanog na temu veze množenja i dijeljenja. Kroz integrirane sate matematike (ponavljanjem sadržaja množenja i dijeljenja i

uočavanjem matematičkih problema u tekstu slikovnice), likovne kulture (likovne motivacije s ključnim pojmovima iz Nastavnog plana i programa iz 2006. godine) i hrvatskoga jezika, učenici su unutar školske satnice oslikali matematičku slikovnicu.

Drugo poglavlje ovoga rada *Množenje i dijeljenje u razrednoj nastavi* govori najprije o određenju pojmova množenja i dijeljenja predviđenih Nastavnim planom i programom iz 2006. godine te Nacionalnim okvirnim kurikulumom iz 2011. godine kao i eksperimentalnim Nacionalnim kurikulumom nastavnoga predmeta matematika iz 2017. godine. Poglavlje je usmjereno na množenje i dijeljenje kao sastavni dio matematičkog obrazovanja do trećega razreda osnovne škole, formiranju tih pojmova u drugom i trećem razredu.

Treće poglavlje *Metodički pristupi usvajanju matematičkih sadržaja* se osvrće na važnost poznavanja čimbenika tijekom učenja matematike. Poglavlje je usmjereno i na oblike rada i metode koje uvelike doprinose razumijevanju nastavnog sadržaja matematike.

Četvrto poglavlje *Slikovnica* donosi detaljan prikaz o teoriji slikovnica, njezinim povijesnim počecima i kronološkom slijedu pojave slikovnica. Govori i o vrstama slikovnica, odnosu slike i teksta te o važnosti uključenja takve vrste u odgojno-obrazovnu ustanovu, školu. Poglavlje donosi i važnost likovne komponente u slikovnicama.

Peto poglavlje je posvećeno *Matematičkim slikovnicama.* Ono donosi važnost matematičkih slikovnica, njihovu izradu na Projektu *Matematička slikovnica – likovno i književno stvaralaštvo kao poticaj u ranome učenju,* primjer slikovnica nastalih na projektu te matematičku analizu slikovnica s temom množenja i dijeljenja.

Kako je rad temeljen na matematičkim slikovnicama i usmjeren je na izradu matematičke slikovnice s temom veza množenja i dijeljenja, šesto poglavlje donosi detaljan prikaz *Procesa nastanka matematičke slikovnice* u trećem razredu osnovne škole. Poglavlje donosi tijek izrade, materijale, tehnike, opisane radionice u školi te završni produkt izrađene slikovnice. Slikovnica *Lastina matematička avantura* je na samome kraju matematički i likovno analizirana.

2. MNOŽENJE I DIJELJENJE U RAZREDNOJ NASTAVI

Koliko je matematika važna govori izvješće Europske komisije (2004) prema kojoj je matematička pismenost jedna od 8 ključnih kompetencija, uz komuniciranje na materinjem jeziku, komuniciranje na stranom jeziku, digitalnu kompetenciju, učenje kako se uči, međuljudsku i građansku kompetenciju, poduzetništvo i kulturno izražavanje. Ključne kompetencije su „prenosivi multifunkcionalni sklop znanja, vještina i stavova koji su potrebni svim pojedincima za njihovu osobnu realizaciju i razvitak, uključivanje u društvo i zapošljavanje“ (Europska komisija, 2004, str. 7) te ih treba razvijati do kraja obaveznog školovanja jer predstavljaju temelj za daljnje učenje.

„Matematika kao nastavni predmet je područje u kojem se odgoj i obrazovanje ostvaruju na odgovarajućim matematičkim sadržajima“ (Kadum, Vranković i Vidović, 2007, str. 27), što je između ostaloga i opći cilj početne nastave matematike (Markovac, 2001, str. 19). „Matematičko obrazovanje učenicima omogućuje postavljanje i rješavanje matematičkih problema, potičući ih pritom na istraživanje, sustavnost, kreativnost, korištenje informacijama iz različitih izvora, samostalnost i ustrajnost“ (Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje, 2011, str. 115).

Tijekom učenja matematike, učenici bi trebali naučiti kako prikupiti podatke i tumačiti ih, kako generalizirati iz uočenih veza, ali i apstraktno misliti (Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje, 2011). Učenici bi trebali uočiti i važnost matematičkog obrazovanja u svakodnevnom životu.

Matematički sadržaji se biraju iz cjelokupne znanosti prema dobi učenika i vrsti škole, a zadani su Nastavnim planom i programom za osnovnu školu (2006). Odgojno-obrazovni ciljevi matematike kao zasebnog područja (Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje, 2011, str. 115 i 116) govore kako će učenici kroz matematičko obrazovanje:

- „usvojiti temeljna matematička znanja, vještine i procese te uspostaviti i razumjeti matematičke odnose i veze
- biti osposobljeni za rješavanje matematičkih problema i primjenu matematike u različitim kontekstima, uključujući i svijet rada

- razvijati pozitivan odnos prema matematici, odgovornost za svoj uspjeh i napredak te svijest o svojim matematičkim postignućima
- prepoznati i razumjeti povijesnu i društvenu ulogu matematike u znanosti, kulturi, umjetnost i tehnologiji te njezin potencijal za budućnost društva
- biti osposobljeni za apstraktno i prostorno mišljenje te logičko zaključivanje
- učinkovito komunicirati matematička znanja, ideje i rezultate služeći se različitim prikazima
- učinkovito primjenjivati tehnologiju
- steći čvrste temelje za cjeloživotno učenje i nastavak obrazovanja.“

Eksperimentalni Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta matematika iz 2017. godine predviđen za jesen 2018. godine govori da će učenici postupno usvajati apstraktne pojmove (poput broja, brojevnog sustava i skupa) te da su brojevi početni koncepti i osnova za sve ostale matematičke koncepte. Istim dokumentom iz 2017. godine je predviđeno da će učenici nakon usvojenih matematičkih znanja moći:

- primjenjivati matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju
- samostalno i u suradnji s drugima matematički rasuđivati kritičkim i logičkim promišljanjem i povezivanjem
- rješavati problemske situacije odabirom pravih podataka
- razvijati samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima te da će uvažavati pozitivan odnos prema matematici i radu
- prepoznati vrijednost matematike (povijesnu, kulturnu i estetsku)

Nacionalnim okvirnim kurikulumom (2011) je u prvom ciklusu učenja, dakle u periodu koji se najvećim dijelom podudara s današnjom razrednom nastavom, predviđeno da će učenici brojevima kao matematičkim konceptom moći zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti napamet i metodama pisanog računa te da će primjenjivati međusobne veze tih računskih operacija. Množenje i dijeljenje su uz zbrajanje i oduzimanje, izračunavanje postotaka i omjera te mjerne jedinice i mjere, vještine na najosnovnijoj razini koje su prema Europskoj komisiji (2004) sastavni dio matematičke pismenosti.

> „Matematička pismenost je sposobnost zbrajanja, oduzimanja, množenja, dijeljenja i izračunavanja omjera pri mentalnom i pismenom izračunavanju u svrhu rješavanja niza problema u svakodnevnim situacijama. Naglasak je na procesu a ne rezultatu, na aktivnosti, a ne znanju“ (Europska komisija, 2004, str. 8 i 9).

Kako se podjela na cikluse u kurikulu iz 2017. godine razlikuje u odnosu na Nacionalni okvirni kurikulum iz 2011., tako je u prvom ciklusu obuhvaćen 1. i 2. razred osnovne škole. Na kraju drugoga razreda osnovne škole, odnosno na kraju prvoga ciklusa, učenici će znati množiti i dijeliti u okviru tablice množenja:

- „Množi uzastopnim zbrajanjem istih brojeva.
- Dijeli uzastopnim oduzimanjem istih brojeva.
- Množi i dijeli u okviru tablice množenja.
- Određuje višekratnike zadanoga broja.
- Određuje polovinu, trećinu, četvrtinu itd. zadanoga broja.
- Primjenjuje svojstvo komutativnosti množenja.
- Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja.
- Izvodi četiri jednakosti.
- Imenuje članove računskih operacija.
- Poznaje ulogu brojeva 1 i 0 u množenju i dijeljenju.
- Množi i dijeli brojem 10.
- U zadatcima s nepoznatim članom određuje nepoznati broj primjenjujući vezu množenja i dijeljenja.
- Rješava tekstualne zadatke.“ (Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta matematika, 2017).

U napomeni istoga dokumenta stoji da se učenici trebaju upoznati s hrvatskim nazivima množenja čimbenici i umnožak te internacionalnim nazivima faktor i produkt te nazivima kod dijeljenja djeljenik, djelitelj i količnik. Očekuje se da učenici na kraju drugoga razreda razumiju koncept množenja i dijeljenja i „na temelju predznanja o vezi zbrajanja i oduzimanja trebaju uočiti vezu množenja i dijeljenja i rješavati četiri jednakosti. Primjer: $3 \cdot 7 = 21$, $7 \cdot 3 = 21$, $21 : 3 = 7$, $21 : 7 = 3$“ (Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta matematika, 2017, str. 23). Također, treba težiti automatizaciji tablice množenja.

U drugom ciklusu, dakle u trećem razredu osnovne škole (a prema Nacionalnom kurikulumu nastavnoga predmeta matematika (2017) drugi ciklus traje sve do 6. razreda) stoji da će učenici do kraja razreda moći dijeliti prirodne brojeve do 100 s ostatkom, pisano množiti i dijeliti prirodne brojeve do 1000 jednoznamenkastim brojem (pri čemu se primjenjuje veza između računskih operacija), primjenjivati svojstvo komutativnosti i distributivnosti, množiti i dijeliti broj 1000 brojevima 10, 100 i 1000 te pisano dijeliti na duži i kraći način.

2.1. Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva

Matematički sadržaj je zadan, kako je već rečeno, još uvijek važećim Nastavnim planom i programom za osnovnu školu (2006) te je podijeljen po nastavnim temama za svaki razred. Tako se operacije množenje i dijeljenje javljaju u 2. razredu osnovne škole i to od 13. nastavne teme *Množenje brojeva*. Od ukupno 31 nastavne teme, operacije množenje i dijeljenje zauzimaju njih 17 u drugom razredu prema Nastavnom planu i programu za osnovnu školu (2006).

Obrazovna postignuća propisana za temu Množenje brojeva u 2. razredu osnovne škole su „razumjeti množenje kao zbrajanje jednakih pribrojnika; pisati množenje matematičkim zapisom“ (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa RH, 2006, str. 240). Za temu Dijeljenje brojeva pišu sljedeća obrazovna postignuća: „razumjeti dijeljenje kao operaciju obrnutu od množenja; razumjeti i primjenjivati vezu množenja i dijeljenja; pisati dijeljenje matematičkim zapisom“ (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa RH, 2006, str. 240).

U 3. razredu se, od ukupno 23 nastavne teme, na množenje i dijeljenje se odnosi samo 7 tema, a to su: Množenje zbroja brojem, Množenje i dijeljenje brojeva 10 i 100, Množenje dvoznamenkastoga broja jednoznamenkastim, Pisano množenje dvoznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem, Dijeljenje zbroja brojem, Dijeljenje dvoznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem, te Pisano dijeljenje dvoznamenkastoga i troznamenkastoga broja jednoznamenkastim (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa RH, 2006). U odnosu na teme u 2. razredu, primjećuje se da u 3. razredu izostaje naglasak na vezu između množenja i dijeljenja u skupu brojeva do tisuću.

Formiranje pojmova množenja i dijeljenja prirodnih brojeva su posljednje dvije računske operacije kojima se zaokružuje prvi ciklus matematičkog obrazovanja. Izvode se iz realnosti konkretiziranjem pomoću odgovarajućih aktivnosti sa skupovima, što mogu biti didaktički materijali (Markovac, 2001). Spoznaja se ostvaruje od konkretnoga prema apstraktnom, a zatim do primjene znanja u rješavanju problema iz života. „Pred samog nastavnika se postavlja zadatak kako na najprikladniji mogući način uvesti određenu računsku radnju kako bi ju učenik razumio“ (Rudić i Cindrić, 2012, str. 133).

Prema Markovcu (2001), postoje dvije karakteristične skupine aktivnosti kojima se formiraju ovi pojmovi. To su aktivnosti na razini konkretnosti te aktivnosti na razini apstraktnosti. U nastavku se opisuje formiranje pojmova množenja i dijeljenja u drugome razredu, a kasnije i njihovo proširivanje u trećem razredu.

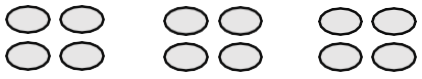
2.1.1. Formiranje pojma množenja

Formiranje operacije množenja se izgrađuje od aktivnosti u razini konkretnosti pa sve do razine apstraktnosti.

1. Prva etapa je ***etapa konkretnih aktivnosti***. „Konkretnima označavamo sve one učeničke aktivnosti s didaktičkim materijalom (plastične pločice, štapići, kocke, plodovi i sl.) kojima se sadržaj pojma množenja transponira u oblik dostupan osjetilnom spoznavanju“ (Markovac, 2001, str. 194 i 195). Kod pitanja koliko učenika sjedi u 6 klupa, ako ih u jednoj sjedi po troje, zadani su jednakobrojni skupovi i njihov kardinalni broj (3) te broj tih jednakobrojnih skupova (6). Traži se kardinalni broj unije jednakobrojnih skupova.

U etapi se izvodi aktivnost *združivanje (unija) jednakobrojnih skupova.* Ova aktivnost osposobljava učenike u pronalasku „kardinalnog broja unije jednakobrojnih skupova (didaktički materijal)“ (Markovac, 2001, str. 195). Aktivnost treba biti popraćena govorom i u praksi se izvodi u dvije varijante: združivanjem jednakobrojnih skupova pomoću didaktičkog materijala (učitelj pred sebe stavi nekoliko skupova od nekoliko elemenata, združi ih i pronađe broj elemenata u združenom skupu) i združivanjem takvih skupova koristeći odgovarajući tekstualni zadatak. Primjerice, priopćava se tekstualni zadatak: *„Mirko je svaki dan pročitao 6 stranica. Koliko je stranica pročitao u 7 dana?“*, prilikom rješavanja konkretni skupovi se redom združuju i pronalazi se kardinalni broj združenoga skupa.

Liebeck (1984) na sličan način objašnjava da se u zadatku množenja npr. $3 \cdot 4$ može napraviti raspored od tri skupa po 4 člana te kako se ukupan broj članova može dobiti zbrajanjem $4 + 4 + 4$ što daje 12.

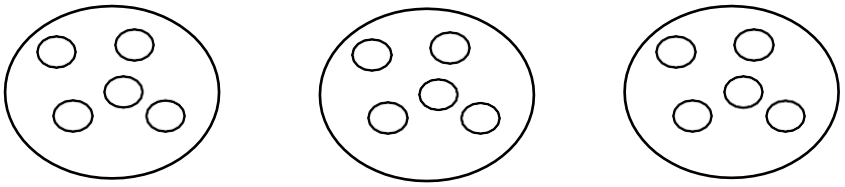


Slika 1. Raspored elemenata kod primjera množenja $3 \cdot 4$ (Liebeck, 1984).

„Matematički koncepti se učenicima mogu i trebaju približiti kroz razne modele“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 12). Model množenja se učenicima približava pomoću skupovnog modela i modela brojevnog pravca, a ovise o tekstu i strategijama rješavanja zadatka (Glasnović Gracin, 2014).

Model uzastopnog zbrajanja jednakih pribrojnika je model koji se koristi u najvećoj mjeri. Prikazuje se skupovnim modelom i modelom brojevnog pravca. Primjer zadatka na kojem Glasnović Gracin (2014) objašnjava skupovni model je: *Ivan ima 5 kn, Ana ima 5 kn i Luka ima 5 kn. Koliko kuna imaju zajedno?*

5 + 5 + 5 = 15 u obliku zbrajanja, a u obliku množenja se može zapisati kao 3 · 5 = 15.



Slika 2. Skupovni model kod množenja (Glasnović Gracin, 2014).

„Općenito, *n* skupova s po *a* elemenata ukupno ima *n·a* elemenata“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 18).

$$n \cdot a = a + a + a + \ldots + a$$

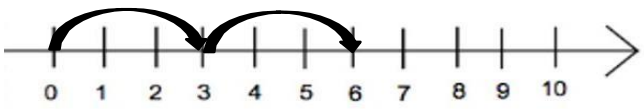
n puta

2. ***Etapa apstraktnih operacija*** podrazumijeva formiranje pojma množenja s konkretnih predmeta na misaono područje (brojeve). Uloga etape je osposobljavanje učenika za razumijevanje sadržaja množenja (Markovac, 2001).

Mentalno (usmeno) množenje brojeva se izvodi na nekoliko načina. Jedan od načina je uzastopno zbrajanje istog broja. Važno je naglašavati vezu između zbrajanja jednakih brojeva i množenja (Markovac, 2001). Učenicima se može zadati zadatak: *„Koliko je 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3? Odgovor je 21. Dakle 7 puta 3 jednako je 21.“* Mentalno množenje rezultira shvaćanjem množenja kao zbrajanje istih brojeva, a u isto vrijeme je i podloga za shvaćanje značenja zapisa kod množenja u obliku $a \cdot b = c$. Ono se može potkrijepiti brojevnom crtom (brojevnim pravcem), a ponekad i združivanjem jednakobrojnih skupova.

Model brojevnoga pravca se objašnjava kao nanošenje određene dužine na brojevni pravac onoliko puta koliko je zadano u postavljenom zadatku, ali je i tu prisutno uzastopno zbrajanje jednakih pribrojnika te se može primijeniti samo za prirodne brojeve (Glasnović Gracin, 2014).

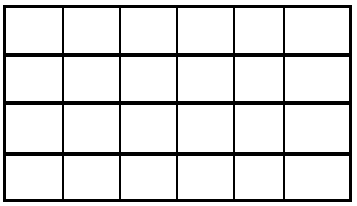
Primjer zadatka može biti: *Žabica u jednom skoku preskoči 3 cm. Koliko će cm prevaliti u dva takva skoka?*



Slika 3. Prikaz rješenja pitanja na modelu brojevnoga pravca (Glasnović Gracin, 2014).

Množenje se može prikazati i pomoću *modela površine pravokutnika*. Umnožak brojeva $a \cdot b$ se može shvatiti kao površina pravokutnika koji ima retke *a*, a u svakom retku *a, b* elemenata (Glasnović Gracin, 2014).

Primjer zadatka je popločavanje terase: *Za terasu pravokutnog oblika potrebno je postaviti 6 pločica u jednome retku. Koliko će pločica biti ako je za popločavanje cijele terase potrebno 4 takvih redaka? Nacrtaj sliku. Izračunaj.*



4 reda,
u svakom po 6
pločica

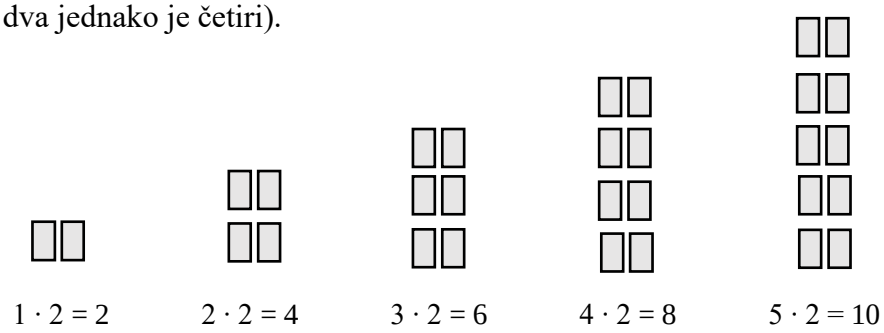
$4 \cdot 6 = 24$

Slika 4. *Model površine* pravokutnika (Glasnović Gracin, 2014).

Kod *uvođenja zapisa za množenje brojeva* glavni uvjet je *vladanje mentalnim množenjem* (shvaća se radnja prikazana zapisom brojeva u obliku $a \cdot b = c$). Učenicima se množenje treba objasniti kao brži i lakši put za zbrajanje istih brojeva. Umjesto postupnog zbrajanja pribrojnika, množenjem se dolazi do istoga rezultata. Na primjer: *„U blagovaoni je 7 stolova, za svakim sjede 4 učenika.“* Zatim se zapisuje: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28 pri čemu je zbroj sastavljen od jednakih brojeva, odnosno da je $7 \cdot 4 = 28$. Učenicima se može dati primjer 4 + 2 + 6 + 1 + 3 = 16 gdje se zbroj ne može

zapisati u obliku množenja. Kako bi se zapis množenja u potpunosti razumio i mogao primjenjivati, potrebno je koristiti zadatke koji omogućuju prijelaz iz zbrajanja istih brojeva u množenje.

Prema Liebeck (1984), kod *tablice množenja* se najprije slažu po dva predmeta i zapisuju rezultati brojenja (poput tablice množenja broja dva). Nakon zadatka $5 \cdot 2$ se prekida tablica množenja i čita se naglas s učenicima (jedan puta dva jednako je dva, dva puta dva jednako je četiri).



Slika 5. Prikaz i zapis rezultata brojenja (Liebeck, 1984).

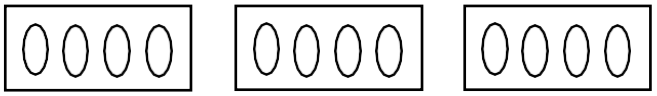
2.1.2. Formiranje pojma dijeljenja i veze množenja i dijeljenja

Poput ostalih pojmova, i dijeljenje se transponira iz realnosti. Izgrađuje se na rastavljanju skupova konkretnih predmeta kroz dvije etape: etape konkretnih aktivnosti i apstraktnih operacija (Markovac, 2001).

1. ***Etapa konkretnih aktivnosti*** u kojoj je stvarna situacija s kojom se povezuje dijeljenje „rastavljanje skupova na jednakobrojne podskupove tražeći broj elementa u svakom podskupu i rastavljanje tražeći broj jednakobrojnih podskupova“ (Markovac, 2001, str. 198). Na primjeru podjele 12 jabuka na 4 jednaka podskupa poznat je kardinalni broj zadanog skupa (12) i broj istih podskupova (4), dok je na primjeru podjele 12 olovaka na podskupove od po 4 olovke poznat kardinalni broj (12) i broj elemenata u podskupu (4). U prvom primjeru zadan je broj jednakobrojnih podskupova (partitivno dijeljenje), a u drugom broj elemenata u podskupu (mjerno dijeljenje). Iako se razlikuju, oba primjera treba njegovati u školi jer vode u dijeljenje brojeva (Markovac, 2001).

Rastavljanje skupova na jednakobrojne podskupove (partitivno dijeljenje) se odnosi na aktivnosti i pitanje koliko ima elemenata u svakom podskupu. Postavljajući

pitanje učeniku da podijeli 20 olovaka na 5 učenika navodi ga se na sljedeće. Da iz skupa od 20 olovaka uzme 5 olovaka (jer dijeli na 5 učenika) i dijeli ih redom učenicima, potom ponovno uzima 5 olovaka iz skupa i dijeli ih dalje. Na kraju je vidljivo da svaki učenik dobiva po 4 olovke. Rastavljanje je popraćeno i govorom: *„20 olovaka podijeljeno na 5 učenika su 4 olovke po učeniku jer je 5 puta 4 jednako 20.“* Govor je u ovoj aktivnosti veoma važan jer se dijeljenje povezuje s množenjem (Markovac, 2001). „Želite li pravedno podijeliti nekoliko keksa između dvoje ljudi, zapravo želite načiniti dva skupa koji se sastoje od jednakog broja keksa, ali možda ne znate koliko keksa treba staviti u koji skup“ (Liebeck, 1984, str. 96). Problem se rješava tako da se keksi dijele poput igraćih karata: jedan ovdje, jedan ondje itd.. Zbog toga bi djeca trebala pri rastavljanju na jednakobrojne skupove koristiti stvarne predmete, a rezultati se mogu prikazati slikama ili znakovima (Liebeck, 1984).



Slika 6. Rastavljanje 12 bombona na troje učenika (Liebeck, 1984).

U *partitivnom dijeljenju* zna se količina koja se dijeli na jednake dijelove i zna se broj dijelova. Primjer još jednog zadatka: *Razred ima 20 učenika. Treba ih podijeliti u 4 ekipe s jednakim brojem članova. Koliko članova će imati svaka ekipa?*

$$20 : 4 = 5.$$

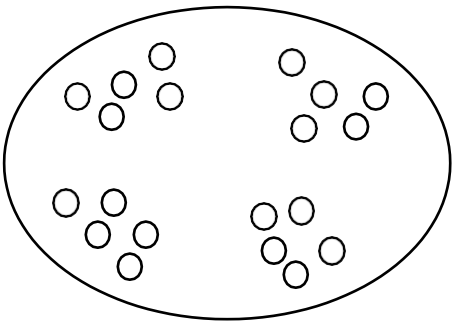
Zadatak se rješava zamišljanjem da učitelj dijeli učenike u skupine jednog po jednog (Glasnović Gracin, 2014). Jedan učenik ide u prvu skupinu, drugi u drugu, treći u treću, četvrti u četvrtu. Ostaje mu $20 – 4 = 16$ učenika s kojima radi isto. Ono se može prikazati i pomoću skupovnog modela i modela brojevnog pravca.

Rastavljanjem skupa na podskupove sa zadanim brojem elemenata (mjerno dijeljenje) traži broj podskupova. Primjerice, 24 elementa (olovke) treba rastaviti na podskupove od 6 elemenata (u skupu je 6 olovaka). Uzima se 6 olovaka i stavljaju se na stranu, zatim opet 6 i tako do kraja. Na kraju se ustanovi da ima 4 podskupa (kupova) od po 6 olovaka. Kao i u prethodnoj aktivnosti, i ovdje je važno verbalno obrazlaganje: *„24 olovke podijeljene po 6 elementa je 4 jer je 4 puta 6 jednako 24*.“ Rastavljanje može biti popraćeno grafičkim prikazom, no i ono mora biti popraćeno govorom.

Mjerno dijeljenje je drugi način dijeljenja pri čemu je poznata veličina svakog dijela, ali se ne zna broj jednakih dijelova na koje se treba dijeliti veličina (Glasnović Gracin, 2014). *Razred ima 20 učenika i podijeljeni su ekipe u kojoj je po petero djece. Koliko ima ekipa?* Elementi skupa se sada dijele u podskupove po 5 elemenata na način da se odbroji jedan podskup od 5 elemenata, zatim drugi itd. Na kraju se gleda broj podskupova i pita koliko puta po 5 elemenata treba da se dobije 20 elemenata.

$$20 : ? = 5$$

$$? \cdot 5 = 20.$$



Slika 7. Mjerno dijeljenje (Glasnović Gracin, 2014).

Oba modela (i mjerni i partitivni) se mogu riješiti na nekoliko načina. Kod mjernog modela se rješavanje „započinje izbrojavanjem broja objekata ekvivalentnih djeljeniku“ (Rudić i Cindrić, 2012, str. 138). No, rješenje ovisi o tome je li ukupan broj elemenata (primjerice 21 kolač) izbrojen na početku ili na kraju. Neki učenici će mjerni problem riješiti na način da izbroje 28 kolača koje će razdijeliti u grupe po njih 7 koje na kraju izbroje i zaključe da je odgovor 3. Dok će pak drugi učenici napraviti grupu od 7 kolača, sljedeću grupu od 7 kolača i još jednu grupu po 7 kolača, izbrojiti 3 grupe i doći do ukupnog broja kolača 21. Kod partitivnog dijeljenja jedno od rješenja može biti dijeljenje ukupnog broja elemenata sistemom jedan po jedan (primjerice 20 kolača se dijeli na 4 grupe jedan po jedan, a kada svaka grupa ima po 1 kolač, dijeli se dalje i na kraju se broje kolači u svakoj grupi, 5 kolača). Drugi način rješavanja partitivnog modela dijeljenja bi bio da se po nekoliko elemenata (kolača) uzima i dijeli u grupe sustavom pokušaja-pogrješaka te pokuša pogoditi broj elemenata u svakoj grupi (Rudić i Cindrić, 2012).

2. Do ***etape apstraktnih operacija*** učenici su prethodno spoznali rastavljanje skupova na konkretnim predmetima što je ujedno i uvjet za prenošenje postupnog formiranja pojma dijeljenja u misaono područje.

Prije *mentalnog (usmenog) dijeljenja* „učenike treba stavljati u situacije u kojima će konkretne (zorne) aktivnosti postupno zamjenjivati misaonim“ (Markovac, 2001, str. 201). Ono ima za cilj usvajanje sadržaja operacije dijeljenja kako bi učenici lakše usvojili zapis operacije. Ako je učenicima teško rastavljati brojeve zamišljanjem, bilo bi dobro vratiti se na konkretnu aktivnost s didaktičkim materijalima. Jedan od oblika mentalnog dijeljenja je uzastopno oduzimanje istog broja, a može se zapisivati, izvoditi pomoću brojevne crte ili usmeno. Uzastopno oduzimanje istih brojeva treba povezivati s realnošću. Tako će na primjeru podjele 12 jabuka na 3 učenika neki učenici već znati odgovor iz prethodnih radnji, neki će koristiti didaktičke materijale, a neki će pronaći vlastiti put u rješavanju. Uz rješenja mora stajati odgovor: *„Od 12 jabuka oduzima se 3 (za svakog učenika po 1) i ostaje 9, od tih 9 jabuka oduzima se još 3, ostaje 6, od 6 se opet oduzima 3 i ostaje 3, a kada se od 3 oduzme 3 ne ostaje ništa. Svaki učenik dobiva 4 jabuke.“* Broj 3 se može 4 puta oduzeti od 12, stoga je 12 podijeljeno na 3 jednako 4 (Markovac, 2001). Još jedan od oblika mentalnog dijeljenja je pomoću množenja. „Dijeli se tako da se traži broj kojim treba pomnožiti djelitelj (divizor) da bi se dobio djeljenik (dividend)“ (Markovac, 2001, str. 202). Kako je podloga za ovaj oblik množenje, tako bi se formiranje pojma množenja prirodnih brojeva trebalo dobro i osigurati. Zadatak da se 27 podijeli s 3 u ovom obliku se rješava tako da se traži broj koji množenjem s 3 daje rezultat 27, a to je 9. Dakle, 27 podijeljeno s 3 je 9 jer je 9 puta 3 jednako 27.

Uvođenje zapisa za dijeljenje brojeva treba povezivati s rastavljanjem skupova i uzastopnim oduzimanjem (Markovac, 2001) jer se dijeljenjem dvaju brojeva dolazi do rezultata koji olakšava pronalaženje količnika. Na primjeru zadatka podjele 12 kuglica na 4 dječaka zapisuje se sljedeće: 12 : 4 = 3, a potom se i verbalno objašnjava: „*12 podijeljeno s 4 je 3.“* Pri čemu je 12 broj kuglica, 4 broj dječaka, a 3 broj kuglica koliko je dobio svaki dječak.

Posebno je važno učenike usmjeriti na dijeljenje nule i dijeljenja nulom. „Dijeljenje nule *0 : a = 0*, za *a* različit od nule, može se objasniti na konkretnim primjerima“ (Glasnović Gracin, 2009, str. 154). „*Ako nemaš ništa i podijeliš na 3*

dijela, dobio si ništa, 0 : 3 = 0“. Teže je objasniti učenicima zašto se nulom ne može dijeliti pa bi stoga odgovor na učeničko pitanje *Zašto 5 : 0 nije 0?* glasio: jer se ne može pronaći broj koji bi pri dijeljenju nulom bio količnik. Konkretan primjer se može dati obrnutom operacijom, množenjem: *5 : 0 = 0* jer je *0 · 0 = 5*, ali je sada jasno da je ovo netočna tvrdnja. Ne postoji ni jedan broj koji bi kod dijeljenja nulom dao količnik jer pri množenju ne možemo taj količnik pomnožiti djeliteljem (nulom) da dobijemo broj različit od nule. Osim toga, problem može stvarati i pitanje *Koliko je 0 : 0?* Učenici mogu reći da je rezultat nula jer je 0 · 0 = 0, ali odgovor može biti primjerice i 7 jer je opet 7 · 0 = 0. Rezultat dijeljenja nule nulom po tom principu može biti bilo koji broj (Glasnović Gracin, 2009).

2.1.3. Proširivanje pojmova množenja i dijeljenja

U trećem razredu osnovne škole pojmovi množenja i dijeljenja se proširuju do skupova do 1000 i više od 1000 te se uče složeniji primjeri ovih operacija, a to su pisano množenje i dijeljenje (Markovac, 2001). Kako je takvo proširivanje temeljeno na apstrakciji, glavni preduvjet za ovaj sadržaj je učeničko predznanje, dok je glavna pretpostavka automatizirano znanje tablice množenja i dijeljenja te znanje o svojstvima ovih računskih operacija.

Usmeno množenje i dijeljenje brojeva „su primjeri množenja i dijeljenja koji se izvode tako da se brojevi na različite načine rastavljaju, pri čemu se najčešće zapisuje samo rezultat“ (Markovac, 2001, str. 211). Sadržaji koji su obuhvaćeni u ovom kontekstu su: Množenje brojeva dekadskom jedinicom (10, 100, 1000), Množenje višekratnika brojeva 10 i 100 jednoznamenkastim brojem, dijeljenje višekratnika brojeva 10 i 100 brojevima 10 i 100 (Nastavni plan i program za osnovnu školu, 2006). Svi sadržaji objašnjavaju se najprije na duži, a zatim na kraći način kako bi ga učenici što bolje razumjeli. Dijeljenje višekratnika broja 100 brojevima 10 i 100 se objašnjava suprotnom računskom operacijom, množenjem. Tako primjerice, pri objašnjavanju računa 600 : 10 = 60 jer je 60 · 10 = 600 treba navoditi učenike da količnike pronalaze množenjem (npr. „kojim brojem treba pomnožiti djelitelj da dobijemo 600“). To je podloga za shvaćanje postupka pisanog dijeljenja.

Pisano množenje kao nastavna cjelina obuhvaća tri sadržaja: raspored obrade, algoritam pisanog množenja i metodičku interpretaciju. „Raspored obrade postupno uvodi učenike u pismeno množenje, a znanje prethodnih sadržaja je uvjet i sredstvo za usvajanje množenja višeznamenkastih brojeva“ (Markovac, 2001, str. 214). Učenicima poznat od prije algoritam pisanog množenja, je postupak u kojem je umnožak faktora pojedinih dekadskih jedinica veći od 9. Kod upoznavanja i uvođenja pisanog množenja isti primjer se objašnjava na 3 načina, poštujući načelo kretanja od konkretnog prema apstraktnom. Učenicima ovaj pojam može biti pretežak, stoga bi bilo dobro prije rastavljanja člana na zbroj višekratnika dekadskih jedinica učenike staviti u konkretan rad s novčanicama. Na taj način učenici lakše mogu pratiti daljnji apstraktni tijek (predavanje iz Metodike matematike 2, 2017).

Prvi način nakon rada s novčanicama je da se prvi član rastavlja na zbroj višekratnika dekadskih jedinica, drugi da se faktori dekadskih jedinica upisuju u tablicu mjesnih vrijednosti i treći način je da se faktori dekadskih jedinica pišu izvan tablice (Markovac, 2001). Množenje brojeva kod kojih su umnošci veći od 9 dio umnoška pribraja se umnošku faktora neposredno veće mjesne vrijednosti. Novi nastavni sadržaj objašnjava se najprije u tablici mjesnih vrijednosti pa tek onda izvan tablice.

Veliki značaj ima govor kod množenja pojedinih faktora. Govor: 2 puta 8 jedinica je 16 jedinica (6 jedinica koje idu u stupac jedinica 1 desetica koja se prenosi u stupac desetica), 2 puta 4 desetice je 8 desetica i 1 desetica je 9 desetica (1 desetica iz prethodnog množenja), 2 puta 2 stotice su 4 stotice (stotice idu u stupac stotica).

S	D	J	
2	4	8	· 2
4	8	16	
4	9	6	

Slika 8. Prikaz tablice mjesnih vrijednosti.

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 8 \cdot 2 \\ \hline 4\ 9\ 6 \end{array}$$

Slika 9. Prikaz množenja izvan tablice mjesnih vrijednosti.

Postupno usvajanje pisanog množenja upućuje najprije na primjere u kojima je jedan član višekratnik broja 10, pri čemu se računa najprije na duži, a zatim na kraći način. Dužim načinom se osigurava razumijevanje postupka množenja. Kod primjera 67 · 40, višekratnik 40 se rastavlja na umnožak 4 · 10, zatim se 67 prvo pomnoži brojem 4 (268), a onda dobiveni umnožak još brojem 10 (2680). Kraćim načinom se izostavlja djelomično zapisivanje radnji. U početnoj fazi množenja brojeva poželjno je koristiti i duži i kraći način jer će učenici s većim stupnjem razumljivosti duži način sami zamijeniti kraćim (Markovac, 2001).

Pisano se može množiti od bilo koje dekadske jedinice oba člana, no postavlja se pitanje od faktora koje jedinice drugoga ili prvoga člana učenici trebaju množiti. Faktori se mogu množiti bilo kojim redom, ali uz uvjet da se djelomični umnošci pravilno potpisuju. Učenicima se zbog njihove dobi predlaže množenje „od faktora najveće ili najmanje dekadske jedinice drugog člana“ (Markovac, 2001, str. 221).

Kod primjera množenja brojeva 652 · 347 može se:

1. polaziti od faktora jedinica, stotica, desetica drugoga člana.

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & & & & 6 & 5 & 2 & \cdot & 3\ 4\ 7 \\ \hline & & & 4 & 5 & 6 & 4 & & \\ & & 1 & 9 & 5 & 6 & & & \\ + & & & 2 & 6 & 0 & 8 & & \\ \hline & & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 4 & \end{array}$$

2. krenuti najprije od faktora desetica, stotica, jedinica.

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & & & & 6 & 5 & 2 & \cdot & 3\ 4\ 7 \\ \hline & & & 2 & 6 & 0 & 8 & & \\ & & 1 & 9 & 5 & 6 & & & \\ + & & & & 4 & 5 & 6 & 4 & \\ \hline & & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 4 & \end{array}$$

3. krenuti od faktor stotica, jedinica, desetica.

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & & & & 6 & 5 & 2 & \cdot & 3\ 4\ 7 \\ \hline & & & 1 & 9 & 5 & 6 & & \\ & & & & & 4 & 5 & 6 & 4 \\ + & & & & 2 & 6 & 0 & 8 & \\ \hline & & & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 4 \end{array}$$

4. množiti od faktora desetica, jedinica, stotica.

$$
\begin{array}{rrrrrrrrr}
 & & & 6 & 5 & 2 & \cdot & 3 & 4 & 7 \\
\hline
 & & 2 & 6 & 0 & 8 & & & & \\
 & & & 4 & 5 & 6 & 4 & & & \\
+ & & 1 & 9 & 5 & 6 & & & & \\
\hline
 & & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 4 & &
\end{array}
$$

Kod množenja na ovakve načine, učenicima je jasno da se u svim primjerima izvode iste radnje, ali različitim redoslijedom.

Pisano dijeljenje učenicima može stvarati određene poteškoće u razumijevanju sadržaja zato što imaju nedostatak predznanja (znanje tablice dijeljenja i množenja) i teškoće u traženju djelomičnih količnika (što isto proizlazi iz nedostatka predznanja, prvenstveno tablice množenja, a manifestira se kroz složenije zadatke kada se djelomični količnici pronalaze množenjem djelitelja da bi se dobio djeljenik, npr. 35 : 7 = 5 jer je 5 · 7 = 35).

Redoslijed usvajanja nastavnih sadržaja koji se temelji na postupnosti:

a) „dijeljenje brojeva u kojih su faktori svih dekadskih jedinica djeljivi djeliteljem, 963 : 3, 864 : 2,

b) dijeljenje brojeva u kojih faktori pojedinih dekadskih jedinica nisu djeljivi djeliteljem:
   - faktor jedinica nije djeljiv djeliteljem, 965 : 3
   - faktor stotica nije djeljiv djeliteljem, 946 : 2
   - faktori stotica, desetica, jedinica nisu djeljivi djeliteljem, 678 : 5
   - neki faktori dekadskih jedinica manji su od djelitelja, 456 : 9, 625 : 3
   - neki faktori djeljenika su ništice, 806 : 2, 960 : 3“ (Markovac, 2001, str. 222).

Sljedeće djelomične radnje, prema Markovcu (2001), također se izvode postupno i to redom:

a) odrediti koji je djelomični djeljenik. „Pismeno dijeljenje započinje od faktora najveće dekadske jedinice djeljenika, prvi djelomični djeljenik je faktor te dekadske jedinice ili neposredno manje“ (Markovac, 2001, str. 222),

b) odrediti broj mjesta u količniku (nije uvijek obavezna za izvođenje). Ovisi o tome je li prvi djelomični djeljenik faktor stotica (tada će imati 3 mjesta), faktor tisućica (4 mjesta) itd.
c) dijeliti prvi djelomični djeljenik djeliteljem i odrediti koji je prvi djelomični količnik,
d) množiti djelitelj i djelomični količnik te oduzimati taj umnožak od djelomičnog djeljenika,
e) utvrditi ostatak i množenjem utvrditi točnost.

Ove djelomične radnje važne su u postupku pisanog dijeljenja, ali se moraju nužno uvijek izvoditi. Primjerice, kod dijeljenja faktora manje dekadske jedinice ne treba se odrediti broj mjesta u količniku, ni djelomični djeljenik. Poželjno je radnju popratiti konkretnim materijalima, kao što su novčanice (predavanja iz Metodike matematike 2, 2017). Sljedeći korak može biti dijeljenje broja tako da se rastavi „na zbroj višekratnika dekadskih jedinica:

$$963 : 3 = (9 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 1) : 3$$
$$= 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 1$$
$$= 321$$“ (Markovac, 2001, str. 223).

Ovakvim načinom želi se učenicima pokazati da se zapravo dijele faktori pojedinih dekadskih jedinica i da trebaju početi dijeliti od faktora najveće dekadske jedinice. Zatim se postupak prikazuje i pomoću tablice mjesnih vrijednosti.

Dijeljenje brojeva u kojima je ostatak kod faktora desetica izvodi se preračunavanjem u neposredno manju dekadsku jedinicu, a potom dijeli. Upravo zbog toga ju je potrebno objašnjavati na poseban način. Uvodi se novi element, a to je „određivanje približnog količnika i preračunavanje ostatka u neposredno manje dekadske jedinice“ (Markovac, 2001, str. 224). Na primjeru dijeljenja $946 : 2,9$ se podijeli s 2 i daje približno 4 stotice, 4 stotice puta 2 je 8 stotica, oduzimajući 8 stotica od djelomičnog djeljenika 9 stotica se dobiva ostatak od 1 stotice. Ona se ne može podijeliti s 2, stoga se preračunava u 10 desetica koje se pribrajaju 4 deseticama djeljenika pa je sljedeći djeljenik 14 desetica koje se dijele djeliteljem.

S	D	J
9	4	6
-8		
1	4	
-1	4	
	0	6
		-6
		0

: 2 =

S	D	J
4	7	3

Slika 10. Pisano dijeljenje s ostatkom pri dijeljenju faktora desetica.

Kada učenici shvate proces pisanog dijeljenja, polako se izostavlja zapisivanje oduzimanja od djelomičnog djeljenika, a pismeno se svodi na konačan oblik zapisa:

946 : 2 = 473
14
6.

Učenici mogu djelomične količnike pronaći dijeljenjem, ali mogu i množenjem ako je riječ o složenijim primjerima zadataka u kojima je djelitelj dvoznamenkasti ili višeznamenkasti broj. Ono se postupno treba uvoditi od jednostavnih primjera dijeljenja i prethodno ponoviti s učenicima znanje potrebno za ovu radnju (48 : 6 = 8 jer je 8 puta 6 = 48). Tako u računu 648 : 2 učenici mogu 6 stotica dijeliti tako da pronađu broj koji će množenjem s 2 dobiti 6. Lagano dođu do rješenja „3“ koji je prvi djelomični količnik. Na isti način se rješava cijeli zadatak. Postupno se uvode i teži zadatci u kojima je prvi djeljenik dvoznamenkasti broj (348 : 8). Traženje djelomičnih količnika množenjem je za učenike izrazito kompliciranа radnja koja uključuje niz djelatnosti poput množenja, uspoređivanja, oduzimanja itd. Metoda pokušaja i pogrešaka ne bi smjela biti jedna od metoda rješavanja ovih zadataka i treba nastojati usmjeriti učenike na slijed misli koje uključuju puno razumijevanje (Markovac, 2001).

Formiranje pojmova se ostvaruje u organiziranom odgojno-obrazovnom radu sa svojim oblicima rada, metodama i načelima koja ovise o poznavanju učenika, a o kojima će biti više riječ u sljedećem poglavlju.

3. METODIČKI PRISTUPI USVAJANJU MATEMATIČKIH SADRŽAJA

Uspješan transfer znanja od učitelja do učenika se može dogoditi tek kada učitelj dobro poznaje učenike koji sjede u razredu, ali i kada poznaje čimbenike koji utječu na učenje matematike. Poznavanjem čimbenika učitelj može za učenike odabrati najbolji način kako im objasniti sadržaj koji trebaju usvojiti.

3.1. Čimbenici usvajanja matematičkog sadržaja

Nastavni sadržaj matematike je već i *Nastavnim planom i programom* utemeljen na razvojnoj dobi učenika. Sharma (2001) tvrdi da postoji pet odgovornih čimbenika koji direktno utječu na učenje matematike. To su stupanj kognitivnog razvoja, matematička osobnost učenika, predmatematičke vještine, matematički jezik i stupnjevi poznavanja matematike.

Stupanj kognitivnog razvoja uvelike određuje kognitivne sposobnosti učenika koji se manifestiraju kroz djetetove mogućnosti, potencijale te dubinu shvaćanja sadržaja. Kod pristupanja rješavanju matematičkog zadatka, dijete bira kognitivne strategije, a one „pokazuju njegov stupanj kognitivnog funkcioniranja i spremnost za napredovanje u matematici“ (Sharma, 2001, str. 46).

Matematička osobnost učenika se odnosi na njegovo rješavanje matematičkog problema i obrađivanje matematičkih informacija. Matematičkim problemima djeca pristupaju na različite načine. Neki učenici tijekom čitanja zadatka ga odmah dijele na manje dijelove pa rješavaju korak po korak, a drugi se pak tijekom čitanja prisjećaju sličnog zadatka pa ga rješavaju na sličan način. „Stil učenja matematike i pristupa matematičkoj problematici zovemo matematička osobnost učenika“ (Sharma, 2001, str. 48). Taj stil određuje na koji način razumijemo, usvajamo i primjenjujemo matematiku. Postoji kvantitativna matematička osobnost (obrađivanje informacija postupno, od dijelova prema cjelini), kvalitativna (obrađivanje informacija vizualno, od cjeline prema dijelovima) i kombinirana matematička osobnost (upotrebljavanje kombiniranih pristupa, uz naglasak na jedan dominantniji pristup). Prema Sharma (2001), za učenje matematike je potreban kombinirani pristup (i kvalitativni i kvantitativni). „Dobar matematičar uvijek vidi oba aspekta problema, odnosno ujedinjuje u sebi oba tipa učenja matematike“ (Sharma, 2001, str. 51).

Predmatematičke i pomoćne vještine glavni su preduvjet za učenje matematike. One nisu matematičke, ali su važne za matematičko razumijevanje (Sharma, 2001). Tako, primjerice, „vještina koja je preduvjet za usvajanje radnje oduzimanja postaje pomoćnom vještinom u usvajanju radnje dijeljenja“ (Sharma, 2001, str. 53). Sustavno se trebaju razvijati još od predškolske dobi, a najvažnije od njih su: razvrstavanje predmeta, uspoređivanje i ujednačavanje predmeta, nizanje i održavanje zadanog redoslijeda, slijed uputa kroz više koraka, orijentiranje u prostoru, vizualizacija, vizualno grupiranje predmeta, prepoznavanje obrazaca, procjenjivanje, deduktivno mišljenje, induktivno mišljenje (Sharma, 2001).

Matematički jezik je posebna vrsta jezika gdje se komunikacija odvija pomoću simbola. Ima svoju abecedu, vokabular, gramatiku (Sharma, 2001). Jezični zahtjevi se u matematici naglo povećavaju, a kako bi učenici uspješno rješavali zadatke trebaju razumjeti matematički vokabular, gramatiku te „biti u stanju prevoditi simboliku i izraze s matematičkog jezika na svoj materinski jezik i obrnuto“ (Sharma, 2001, str. 67). Svaki matematički koncept ima tri komponente: *lingvističku* (matematički vokabular, sintaksa), *konceptualnu* (matematička ideja i vizija) i *proceduralnu* (računski postupak, nastava na njega najviše usmjerena). U početnoj nastavi naglasak bi trebao biti na konceptualnoj i lingvističkoj komponenti, a tek onda na proceduralnoj. Pri rješavanju tekstualnog zadatka važnu ulogu ima prevođenje: iz životne situacije u materinski oblik, prevođenje materinskog jezika u matematički (zapisivanje matematičke jednadžbe) te prevođenje rezultata (matematičkog) natrag na materinski i odgovaranje. „Ako želimo da dijete misli matematički, trebamo mu pomoći da usvoji matematički jezik: njegov vokabular, sintaksu i sposobnost prevođenja s jednoga jezika na drugi“ (Sharma, 2001, str. 81). Matematička sintaksa odnosi se na koncept zadatka. Odnosno, način na koji je zadatak postavljen (sa zadatkom *94 manje 57.* dijete neće imati problema, ali s formulacijom *Oduzmi 57 od 94.* će imati određene teškoće).

Stupnjevi poznavanja matematike su prema Sharmi (2001) sljedeći: 1. intuitivni, 2. konkretni, 3. slikovni, 4. apstraktni, 5. primjena znanja i 6. komunikacijski. Ako učenik ne može proći kroz svih 6 stupnjeva to može dovesti do teškoća u svladavanju matematike. 1. stupanj, *intuitivni*, se odnosi na povezivanje nečega što već znamo od prije, na ovom stupnju se povezuju stara i nova znanja. 2. *konkretni* stupanj podrazumijeva konkretne primjere nakon povezivanja nove informacije s prethodnom poznatom. *Slikovni*, 3., stupanj se nakon stvarnih objekata seli na doživljaj putem slike

na papiru (grafički crteži, dijagrami, ilustracije). Potrebno je da učenik samostalno nacrta oblik jer samo razgledavanje nije dovoljno. „To je važan korak od stvarnih predmeta do matematičkih simbola“ (Sharma, 2001, str. 83). Na *apstraktnom*, 4., stupnju se informacija apstrahira i prevodi na jezik simbola. 5. stupanj, *primjena znanja*, ima svoje podstupnjeve: intramatematički stupanj (primjena znanja u različitim matematičkim područjima), interdisciplinarni stupanj (primjena znanja iz matematike u drugim predmetima) i izvannastavni stupanj (primjena znanja iz škole u stvarnim situacijama u životu). Na posljednjem, 6., *komunikacijskom* stupnju učenik može objasniti i riječima obrazložiti svoje postupke matematičkog koncepta te pomoći nekom drugom učeniku (Sharma, 2001). Najefikasniji način završnog ovladavanja matematičkim sadržajima je davanje učeniku ulogu učitelja jer tako oba učenika imaju korist (i učenik koja objašnjava i učenik kojemu se objašnjava).

Poznavanje učenika i njihov način učenja matematike su preduvjet za odabir odgovarajućih oblika rada i metode u nastavi matematike, što se manifestira kroz načela nastave matematike.

3.2. Načela nastave matematike

Metodička načela su temeljne ideje pomoću kojih se oblikuju subjektivni i objektivni uvjeti učenja (Markovac, 2001). To su polazne osnove uspostavljanja procesa u nastavi kojih bi se trebali držati svi oni koji organiziraju početnu nastavu matematike. Njihova međusobna povezanost je neminovna i nikada se ne ostvaruje samo jedno od načela. U početnoj nastavi matematike to su: načelo primjerenosti, načelo zornosti, načelo vlastite aktivnosti, individualizacije, postupnosti i načelo objektivne realnosti (Markovac, 2001), ali i načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti, načelo sistematičnosti i postupnosti, načelo trajnosti znanja, vještina i navika, načelo motivacija, načelo odgojnosti nastave, načelo problemnosti i načelo znanstvenosti (Kurnik, 2009).

Načelo primjerenosti se temelji na oblikovanju nastavnih sadržaja tako da učenici ulažu određen trud prilikom njihovih usvajanja, a upravo taj trud razvija sposobnosti učenika. Sama primjerenost se ne odnosi na uklanjanje težih zadataka, nego na njihovu optimalizaciju ovisno o razvojnoj fazi djeteta. Jer prelagani zahtjevi nedovoljno potiču učeničke sposobnosti, a preteški otežavaju misaone radnje učenika.

Optimalno stanje u početnoj nastavni matematike se ostvaruje onda kada je sam napor glavni faktor razvijanja, a postavljeni zadatci se mogu izvršiti. Stoga se sadržaj ovoga načela izražava upravo stupnjem težine ili lakoće usvajanja matematičkog nastavnog sadržaja jer se pred učenike u svakom trenutku postavljaju oni zahtjevi koji se uz optimalno angažiranje mogu ispuniti (Markovac, 2001). Osim toga, primjerenost se postiže i razlaganjem složenih sadržaja na jednostavnije (tako se primjerice množenje objašnjava kao zbrajanje istih brojeva). Glavni preduvjet za primjerenost je poznavanje mogućnosti učenika potrebnih za učenje matematike i upravo je zbog toga veoma složen proces. Ako učitelj ne poznaje razvojne mogućnosti učenika tada mu nastava neće biti primjerena. Za načelo primjerenosti Kurnik (2009) posebno ističe da se učenicima ne smiju davati ni prelagani ni preteški zadatci. Davanjem prejednostavnih zahtjeva učenik može dobiti dojam da je matematika lagan predmet, a davanjem preteških zadataka matematika se ponovno čini neprimjerenom. Matematika načelno je težak predmet, ali se u primjerenoj nastavi može naučiti.

Načelo zornosti označava radnje kojima se apstraktni matematički sadržaji pretvaraju u perceptivne zbog dostupnosti osjetilnom spoznavanju, odnosno njime se konkretiziraju apstraktni sadržaji. Tako se na primjer, brojevi, pretvaraju u vizualne ili taktilne fenomene pomoću kojih učenici „uspoređujući dva skupa pridruživanjem njihovih elemenata čine zornom činjenicu da su dva broja jednaka, odnosno da je jedan veći, a drugi manji“ (Markovac, 2001, str. 57). Zornost je uvjetovana s dva faktora: prirodom matematičkog sadržaja i stupnjem intelektualnih sposobnosti učenika. Nastavni sadržaji matematike su apstraktni pojmovi i kao takvi nisu dostupni osjetilnom spoznavanju. Kako osjetilno spoznavanje olakšava učenje tako matematički sadržaj zahtjeva zornost, odnosno konkretizaciju. Intelektualne sposobnosti učenika „mogu biti instrumentom spoznavanja samo ako su potkrijepljene aktivnostima s konkretnim objektima“ (Markovac, 2001, str. 57). Spoznavanje se, dakle, treba ostvariti pomoću odgovarajućih aktivnosti s konkretnim predmetima, a aktivnosti tako postaju faktorom zornosti. Međutim, zornost ne smije ostati na toj razini jer je ona samo polazište, nego se pomoću nje mora doći do apstraktnih pojmova. Koristeći zornost, učenička pažnja cijelo vrijeme treba biti usmjerena na apstrakciju. Sadržaj zornosti nisu konkretni objekti, nego „apstrakcijom i generalizacijom iz realnosti izvedeni pojmovi o kvantitativnom odnosima i prostornim oblicima“ (Markovac, 2001, str. 58).

Načelo vlastite aktivnosti je izrazito važno jer učenici bez vlastite aktivnosti ne mogu usvajati matematički sadržaj. To je glavni uvjet učenja i kao takav je trajan. Markovac (2001) navodi sljedeće učeničke aktivnosti: individualnu i kolektivnu. Individualna aktivnost se odnosi na samostalnu aktivnost pojedinog učenika usmjerenu na stjecanje matematičkih znanja. Kolektivna aktivnost je zajednička djelatnost učenika i učitelja ostvarena izlaganjem novih sadržaja, vježbanjem, ponavljanjem i sl., a organizira ju učitelj. Zbog prirode matematičkog obrazovanja prednost ima individualna aktivnost. Načelo aktivnosti je uvjetovano s više faktora: biologijom, psihologijom, pedagogijom i gnoseologijom. *Biologijski* faktor određuje dijete kao aktivno biće kojim dominira aktivnost, a dijete djelovanjem utječe na okolinu i sebe pritom mijenjajući vlastitu osobnost. *Psihologijska* uvjetovanost se temelji na „spoznaji vlastite aktivnosti subjekta kao faktora njegova razvoja“ (Markovac, 2001, str. 59). Upravo se razvijanje psihičkih sposobnosti može ostvariti aktiviranjem samoga subjekta, a bez vlastite aktivnosti nije moguće ostvarenje funkcionalnih ni obrazovnih zadataka matematike. *Pedagogijska* uvjetovanost se veže za trajnost i primjenjivost zadaća matematičkog obrazovanja. Vlastiti angažman učenika doprinosi trajnijem stečenom znanju koje se bolje razumije i lakše se primjenjuje. *Gnoseološka* uvjetovanost (kognitivna) se odnosi na aktivnost konkretnim objektima kao glavnih izvora matematičkog znanja učenika. U matematici se koristi više vrsta aktivnosti: intelektualna (ostvarena mišljenjem, pažnjom, analizom, sintezom, pamćenjem i zaključivanjem), verbalna (sredstvo transformiranja materijalnih radnji u apstraktne, misaone), manuelna (ona kojom učenici manipuliraju didaktičkim materijalima i ostalim konkretnim predmetima radi konkretizacije usvajanih sadržaja) i grafička (korištena radi konkretizacije sadržaja crtanjem skupova, crtanjem grafikona ili geometrijskih crteža).

Načelo individualizacije je „postupak kojim se učenje u nastavi prilagođuje mogućnostima svakog učenika“ (Markovac, 2001, str. 60). Kod ovog načela potrebno je razlikovati učenikovo subjektivno stanje i objektivne uvjete matematike. Individualizacijom se subjektivnim sposobnostima učenika postiže maksimalan rezultat u odgoju i obrazovanju, stoga se uvjeti učenja prilagođuje subjektu. U subjektivna svojstva učenika spadaju njegove intelektualne sposobnosti i prethodno znanje, a jedno i drugo se znatno razlikuje među učenicima istoga razreda. Također, ni sva se djeca ne razvijaju isto. Stoga individualizacija ovisi o učiteljevom poznavanju

individualnih razlika učenika i spoznajom da je učenje uspješnije što se više prilagodi individualnim potrebama učenika. Može se provesti na tri načina: nastavnim listićima, diferenciranom razinom nastave i diferenciranim izlaganjem nastavnog sadržaja (Markovac, 2001). Nastavni listić je pisani skup zadataka predviđen za samostalan rad učenika. Karakteristike su mu zadatci povezani u cjelinu, jednakost zadataka za sve učenike, prilagodba zadataka za jednog učenika ili grupu učenika sličnog statusa. Kriterij za diferencijaciju zadataka je složenost zadatka i količina podataka u njemu, a ono se postiže mijenjanjem njegovog sadržaja. „Individualizacija diferenciranom razinom početne nastave matematike postiže se različitom količinom i težinom zahtjeva postavljenih učenicima“ (Markovac, 2001, str. 61). Razina nastave se individualizira postavljanjem većih zahtjeva boljim učenicima, odnosno manjih zahtjeva slabijim, pa je prema tome usmjerena samo na tri kategorije učenika: ispodprosječne, prosječne i iznadprosječne. Ipak, tom su individualizacijom svi učenici maksimalno aktivni. Individualizacija diferenciranim izlaganjem nastavnog sadržaja učitelj se prilagođava grupi učenika sličnih mogućnosti, a prilagoditi se može upravo sadržajem i načinom rada. Glavni preduvjet za to je učiteljeva spremnost i sposobnost prilagodbe.

Načelo postupnosti je uvjetovano činjenicom da se određeni nastavni sadržaj ne može razumjeti i učiti bez prethodno shvaćenog relevantnog sadržaja. To znači da pri usvajanju matematičkog sadržaja znanje jednog postaje uvjetom drugog, drugo postaje uvjetom trećeg znanja i tako dalje. Hijerarhijski gledano, karakteristika učenja je upravo to. Znanje jednog sadržaja postaje uvjetom sljedećeg, nadređenog. Tako je primjerice množenje nadređeno zbrajanju, a zbrajanje brojenju. Ovo načelo se temelji na „pravilima od jednostavnog prema složenom, od poznatog prema nepoznatom, od konkretnog prema apstraktnom“ (Markovac, 2001, str. 62). Prema načelu, prvo se usvajaju pojmovi, zatim termini i znakovi. Zbog toga se termini i znakovi uvode tek nakon shvaćanja sadržaja (pojma). Novi sadržaj se usvaja tek kada je usvojen njegov podređeni, a učitelj je taj koji bi trebao znati je li podređeni pojam usvojen. Ako nije, ponavljanjem, ponovim pojašnjenjem, vraćanjem na konkretno i sl. se s učenicima utvrđuje prethodno znanje kako bi se osiguralo nesmetano učenje novog sadržaja.

Načelo objektivne realnosti se temelji na izvođenju matematičkih pojmova iz „kvantitativnih odnosa objektivne realnosti. Realne situacije u kojima se javljaju karakteristični kvantitativni odnosi izvor su i porijeklo tih pojmova“ (Markovac, 2001,

str. 63). Ti karakteristični odnosi realnosti se obično aktualiziraju različitim materijalima i tekstualnim zadatcima. Polazeći od realnosti, spoznavanje se usklađuje „s psihološkim karakteristikama školskog početnika, a formiranje matematičkih pojmova utemeljuje na kvantitativnim odnosima neposredne realnosti“ (Markovac, 2001, str. 63). Osnovne matematičke pojmove iz realnosti je moguće i na prirodan način koristiti u realnosti. Formiranjem matematičkih pojmova na realnim kvantitativnim odnosima moguće je razumjeti njihov formalizirani zapis, a povezujući zapise operacija s realnošću, shvaća se smisao zapisa kao veza i odnosa brojeva u realnosti. Tako se izgrađuje spoznaja o vezi zapisa računske operacije s njegovim značenjem u realnosti.

Osim ovih načela, Kurnik (2009) navodi još neka, a to su: *načelo interesa, svjesnosti i aktivnosti, načelo sistematičnosti i postupnosti, načelo trajnosti znanja, vještina i navika, načelo motivacija, načelo odgojnosti nastave, načelo problemnosti i načelo znanstvenosti.* „Osnovna značajka svakog načela sadržana je već u samom nazivu načela i ona su nastavnicima matematike uglavnom jasna“ (Kurnik, 2009, str. 101). Autor spominje i da sva načela zajedno čine sustav načela metodike nastave matematike.

Načelo znanstvenosti stoji u skladu nastavnih sadržaja i metoda sa zakonitostima matematike kao znanosti. Govori kako se učenici trebaju upoznati s onim matematičkim pojmovima koji su znanstveno potvrđeni (Kurnik, 2009).

Neki matematički sadržaji su logički povezani, ali se razlikuju po složenosti i težini. Tako složeniji sadržaji zahtijevaju veći umni napor (Kurnik, 2002). No, što nastavnik može učiniti ako učenici ne uočavaju probleme i u početku im je sve jasno? Uvodi *načelo problemnosti*, odnosno, sadržaj prvo čini nejasnim, a zatim jasnim. „To znači da razmatranja treba produbiti i učenike staviti pred problem“ (Kurnik, 2002, str. 149). Uključivanjem problemnosti, treba se paziti da novi zahtjevi budu primjereni učenicima. „Primjenom toga načela nastavnik matematike može potisnuti prividnu jasnoću, upozoriti učenike na probleme koje oni ne uočavaju, doprinijeti razvoju matematičkog mišljenja“ (Kurnik, 2002, str. 152).

3.3. Oblici rada

Oblici rada predstavljaju načine sudjelovanja u nastavnom procesu, a proizlaze iz međusobnog odnosa učenika, učitelja i nastavnog sadržaja. Ni jedan od njih se ne bi smio koristiti sam ni samo jedan, već ih međusobno treba kombinirati. Markovac (2001) navodi sljedeće oblike rada: frontalni, individualni, grupni i rad u parovima.

Frontalni rad je oblik rada koji je još uvijek najčešće zastupljen u suvremenoj nastavi. Obilježje mu je zajednički rad svih učenika jednog razreda na istom nastavnom sadržaju pod vodstvom učitelja. Pogodan je za davanje velike količine informacija, za usvajanje novih nastavnih sadržaja, davanje uputa za daljnji i tako dalje (Markovac, 2001). Može se koristiti u svim etapama i u svim razredima, ali treba biti oprezan jer ima velikih nedostataka. Ovaj oblik rada cjelokupan proces temelji na prosjeku cijeloga razreda što tjera sve učenike na jednak tempo. Osim toga, u vježbanju i ponavljanju također pokazuje nedostatke u vidu pasivnosti učenika te ritma i tempa.

Individualni rad se manifestira kao samostalan rad pojedinca na nekom zadatku. Zadatke koje učenik izvršava mogu biti jednaki ili različiti od zadataka ostalih učenika unutar razreda. Takav oblik rada u najvećoj mjeri aktivira učenike na vježbanja i ponavljanje, jer se upravo u tim etapama i najčešće koristi. Omogućuje individualizaciju brzine rješavanja zadataka jer brzina pojedinca ne šteti ostalima, no važan preduvjet za to je prethodno vježbanje i ponavljanje traženoga znanja (Markovac, 2001).

Grupni rad je takav oblik tijekom kojeg su učenici podijeljeni u više grupa koje samostalno rješavaju određeni zadatak ili usvajaju sadržaj pod vodstvom učitelja. Grupe se sastoje od 4 do 6 učenika, ali svaki učenik radi i individualno.

Rad u parovima predstavlja rad dva učenika koji rade na određenim zadatcima. To je prijelazni oblik između individualnog i grupnog rada i lako se s njima kombinira. Najčešće se koristi u etapama vježbanja i ponavljanja, a rjeđe u provjeravanju i tijekom samog usvajanja nastavnog sadržaja. Osim što ima povoljan emocionalan odnos među članovima, pozitivno se odnosi i prema nastavnom sadržaju koji se usvaja (Markovac, 2001). Stoga je važno koristiti rad u paru, ali i kombinirati sve oblike rada te ih koristiti u što većoj mjeri.

3.4. Metode u nastavi matematike

Metode u početnoj nastavi matematike su sredstvo realizacije matematičkog obrazovanja učenika. Njihovo osnovno obilježje je aktivnost učenika i učitelja u nastavnom procesu (Markovac, 2001). Prilikom njihove upotrebe, važno je voditi računa o pravilnom odabiru one metode koja ostvaruje najveći obrazovni učinak, a njihova upotreba ne smije narušavati znanstvenu točnost podataka. Trajanje odabrane metode ovisi o mogućnostima učeničkog primanja usvajanog sadržaja. U početnoj nastavi matematike to su sljedeće: metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda rada s tekstom, metoda demonstracije te metoda pismenih i grafičkih radova.

Metoda usmenog izlaganja je način na koji učitelj ili učenik izlaže nastavni sadržaj. Usmena komunikacija mu je temelj, a javlja se u nekoliko oblika: pripovijedanje, opisivanje, objašnjavanje (u matematici najčešće korišteno te se njome objašnjavaju pojmovi, znakovi, termini, postupci računanja, proces rješavanja zadatka itd.) te predavanje. Objašnjavanje je postupak kojim se učenici upoznaju s novim sadržajem, a svrha mu je razumijevanje matematičkog sadržaja, znakova, termina, operacija i sl. Poželjno je verbalno poticati učenike da obrazloži, objasni, provjeri itd. Njegova uspješnost ovisi o količini prethodnoga znanja vezanim za sadržaj te „o sposobnosti razvijanja elemenata koji su nosioci smisla, značenja“ (Markovac, 2001, str. 75). Usmeno izlaganje se u nastavi matematike najčešće koristi kod upoznavanja novog matematičkog sadržaja, a sukladno tome na satima usvajanja novog nastavnog sadržaja te rjeđe na vježbanju i ponavljanju. Često se javlja i u kombinaciji s drugim metodama.

Metoda razgovora je zajednička aktivnost učenika i učitelja (u dijaloškoj komunikaciji pitanje-odgovor). Pitanja formuliraju i učitelj i učenici, ali ih učenici mogu postavljati međusobno, dok su učiteljeva pitanja uvijek usmjerena učeniku. Razgovor potiče misaonu radnju učenika i aktivira mu pažnju te se njime može utvrditi koliko su učenici usvojili sadržaj. Najbolja pitanja su ona koja učenike potiču na razmišljanje (razvojna pitanja). Razvojna pitanja se sastoje od niza pitanja kojima se na kraju donosi širi zaključak. Heuristički razgovor je na satu matematike najkorisniji jer se učenike navodi na uočavanje nečega istoga (zato je pogodan tijekom generalizacije). Metoda razgovora je određena predznanjem učenika, a najčešće se koristi u vježbanju i ponavljanju. Tijekom usvajanja novih nastavnih sadržaja se javlja

u kombinaciji s usmenim izlaganjem i demonstracijom (Markovac, 2001). Slično tome, Kurnik (2006) također naglašava učestalost važnost razgovora na satu matematike jer nastavnik stječe predodžbu o znanju učenika postavljajući primjereno pitanje. Najčešća metodička greška vođenoga razgovora je postavljanje pitanja slabijem učeniku. Učenik se muči i na kraju daje nejasan i krivi odgovor. Nastavnik dobiva predodžbu da učenik ne zna i automatski se obraća učeniku za kojega zna da bolje razumije nastavni sadržaj. Time se međutim, ne postiže kvaliteta nastave. Potrebno je da nastavnik u obzir uzima razloge učeničkoga neznanja postavljajući si pitanja: *Zašto učenik ne zna? Je li pitanje preteško? Ima li još učenika koji nisu razumjeli?* Tek tada je svrha razgovora ozbiljna tijekom kojega se moraju uključiti i slabiji učenici.

Metoda rada s tekstom je „način stjecanja znanja i razvijanja sposobnosti radeći s tekstom“ (Markovac, 2001, str. 77). Na nastavi matematike to su udžbenici, nastavni listići, zbirke zadataka i sl. Njihovim korištenjem učenici ili stječu novo znanje ili uvježbavaju određene računske operacije. Metoda rada s tekstom učenicima stvara navike korištenja knjigom, a učitelj ih mora pozitivno motivirati na pažljivo čitanje zadatka, na razmišljanje o sadržaju pa tek onda na rješavanje. Potrebno je učenike uputiti i na provjeru točnosti rješenja čime učenici vježbaju pažljiv rad. Kod teških zadataka koje ne znaju riješiti, učenici se mogu obratiti učitelju ili nekom drugom učeniku. Ova metoda je pogodna i za rad u skupinama jer pojedini učenici mogu zajedno rješavati zadatke (uz određene podjele po poslovima, a tek kasnije slijedi zajednička provjera). Učitelj je taj koji učenike priprema za rad s tekstom, a to postiže davanjem uputa. Najprije locira tekst u udžbeniku ili knjizi (koja stranica, mjesto), a zatim iznosi uputu vezanu za sam sadržaj.

Metoda demonstracije se ostvaruje pokazivanjem i promatranjem. Koristi se onda kada se učenici trebaju upoznati s različitim predmetima, nekim procesima ili aktivnostima i sl. U nastavi matematike, u odnosu na ostale nastavne predmete, predmet promatranja nije uvijek i predmet učenja. „Kada se npr. demonstrira združivanje skupova, predmet učenja nije proces združivanja skupova, već zbrajanje brojeva“ (Markovac, 2001, str. 79). Upravo zbog toga premeti koji se demonstriraju na matematici moraju omogućiti da se kroz njih vidi kako bi se shvatio predmet učenja. Njihova svrha je konkretizacija i zorni prikaz apstraktnih sadržaja jer su apstraktni sadržaji generalizacije koje se neposredno ne mogu konkretizirati. Na satu matematike

se demonstriraju nastavna sredstva (didaktički materijali), grafički prikazi, modeli geometrijskih likova, površina, masa, mjerila za mjerenje duljine, postupci, procesi usmenog računanja, procesi pismenog računanja, korištenje geometrijskog pribora i sve ostalo što učitelj objašnjava.

Metoda pismenih i grafičkih radova se „ostvaruje pisanjem i crtanjem“ (Markovac, 2001, str. 80). Ovom metodom se dinamizira i osvježava rad. Njome se ostvaruje lakše razumijevanje odnosa između brojeva i veličina, „olakšava se zamisao i govorna formulacija odnosa, izgrađuje se točnost, preglednost, urednost u radu“ (Markovac, 2001, str. 80). Svrha metode je transponiranje odnosa u vizualni oblik (podatak) koji je dostupan spoznavanju matematičkog sadržaja. Njome se unosi zornost koja olakšava shvaćanje apstraktnih sadržaja. Pisana varijanta se koristi u situacijama kada se piše, odnosno kada se nešto pisanjem prikazuje. Pisati se mogu matematički znakovi, termini, sklopovi znakova (formule, zapisi postupka računanja) i sklopovi termina (definicije) (Markovac, 2001). Crtačka (grafička) varijanta se koristi u situacijama kada se trebaju upoznati ili razumjeti odnosi između brojeva i veličina. Grafički prikaz može biti i u obliku dijagrama i grafikona koje učenici zbog svakodnevne životne upotrebe moraju naučiti čitati i razumjeti značenje takvog prikaza.

Poznavanjem sadržaja propisanog Nastavnim planom i programom učitelj kroz pravilno odabrane metode i oblike rada uspješno zadovoljava metodička načela. Zadovoljavanjem tih načela učenici uz vlastiti napor usvajaju matematičke koncepte koji se iz konkretne aktivnosti koristeći konkretan materijal prenose u apstraktnu. Kako su množenje i dijeljenje, a tako i njihova veza, apstraktni matematički koncepti treba im se pristupiti kroz različite modele te ih na različite načine treba formirati i proširivati.

Konkretan materijal osim didaktičkih materijala kojima se djeci objašnjavaju apstraktni pojmovi, su i slikovnice. Slikovnice su privlačne djeci zbog svojih ilustracije i mogu doprinijeti spoznavanju svijeta. Sljedeće poglavlje donosi pregled definicije slikovnice, obilježja i vrste slikovnica, povijesni pregled, odnos slike i teksta, važnost likovnosti u ilustracijama, funkcije slikovnice te kriterije uključenosti u obrazovanje.

4. SLIKOVNICA

Crnković i Težak (2002) definiraju slikovnicu kao prvu knjigu s kojom se dijete susreće, a Hlevnjak (2000) ju opisuje kao zbir malenih slika pri čemu su upravo te malene slike minijature, odnosno ilustracije. One određuju slikovnicu i daju joj karakter, stoga se slikovnice vrednuju prema slikama. Ilustratora na slikanje potiče priča ili stih pa on poistovjećuje sliku s tekstom i tumači ju na svoj način. Latinska riječ *ilustris* u prijevodu znači osvijetljen, sjajan, odličan, bistar, a termin tome i odgovara. Ilustracija vrlo često objašnjava tekst i čini ga jasnijim (Hlevnjak, 2000).

Ljudi često miješaju ilustriranu dječju knjigu sa slikovnicom za djecu. Čačko (2000) navodi sljedeću razliku. U slikovnici je naglasak na slikama jer se njome izražava najvažniji dio misli. Njih umjetnik ne oslikava na temelju vlastitog doživljaja teksta nego „naglašava sadržajnu vrijednost teksta i predodžbe autora“ (Čačko, 2000, str. 14). Nakon autorove zamisli, u dogovoru sa psihologom ili pedagogom, nastaje zajednički tekst, a njega će umjetnik (ilustrator) dotjerati i razviti. U ilustriranoj knjizi „pravo značenje crteža nismo uspjeli shvatiti iz samoga crteža, nego nam je pravo značenje crteža otkrio tek tekst“ (Majhut i Batinić, 2017). „Ilustracije u pripovjednim slikovnicama uz riječi pripovijedaju, a obično i dodatno proširuju priču, a u ilustriranim knjigama nadopunjuju čitateljsku predodžbu pružajući djetetu okvir za zamišljanje“ (Balić Šimrak, Narančić Kovač, 2011, str. 10).

4.1. Obilježja i vrste slikovnica

Jedno od važnih obilježja slikovnice je njezina trodimenzionalnost (Narančić Kovač, 2015). Slikovnica ulazi u prostor i kao takva se ponaša poput skulpture, odnosno može se opipati. Narančić Kovač (2015) piše i da suvremena slikovnica šalje poruke dvojakom čitateljstvu. Ne samo djeci, nego i odraslim čitateljima. Nikolajeva i Scott (2001) tako opisuju dvojnu publiku: od nečitača do pismene osobe. Odrasli ljudi su zatrpani knjigama i naučeni su dekodirati tekst na tradicionalan način prateći očekivano vremensko odvijanje događaja i skeniranje s lijeva na desno. Autori navode slikovnicu Colina Thompsona *Looking for Atlantis* iz 1993. godine, koja ima zamršene ilustracije s mnoštvom manjih scena i potencijalnih slikovnih događaja, kao najbolji primjer idealno prilagođen dječjem manje uvježbanom, ali perceptivnom oku. Ono izjednačava polja od onih koji zahtijevaju manje uvježbane vještine percepcije i

dekodiranja slike. Jasno, najbolja kombinacija publike je tim odrasle osobe i djeteta zajedno, od kojih svaki nudi posebne prednosti, dok se niz slika poput prezentacije obraća različitom spektru dobi i publike.

Osim toga, obilježje slikovnice je i njen opseg. To je knjiga koja ne sadrži više od 48 stranica, ali ono može i varirati. Prema definiciji UNESCO-a, slikovnica je zapravo brošura, jer se brošurom smatra publikacija koja ima od 5 do 48. stranica, dok se pak knjigom u užem smislu uzima publikacija od „najmanje 49 stranica bez korica" (Narančić Kovač, 2015, str. 9).

Prije klasifikacije samih slikovnica važno je navesti razne podjele i klasifikacije prema vrstama knjiga u kojima su istaknute ilustracije. Nikolajeva i Scott (2001) spominju podjelu prema Torbenu Gregersonu iz Danske i ona uključuje:

a) izložbenu knjigu: slikovni rječnik (bez priče),
b) slikovnu pripovijest (bez riječi ili tek nekoliko riječi),
c) slikovnicu (tekst i slika jednako važni),
d) ilustriranu knjigu (tekst neovisno postoji).

Osim ove podjele, Nikolajeva i Scott (2001) spominju Ullu Rhedin koja predlaže 3 koncepta slikovnica:

a) ep, ilustrirani tekst,
b) prošireni (ili priređen) tekst,
c) izvorna slikovnica.

Prema svojoj namjeni, slikovnice mogu biti *spoznajnog tipa* i *poetskog tipa* (Diklić, Težak i Zalar, 1996). Za slikovnice spoznajnoga tipa autori navode da one djeci pružaju znanje i životne spoznaje. Tu spadaju one koje upućuju na brojenje, igre slovima, upoznavanje s domaćim životinjama, tehnikama itd. Likovno i grafički moraju biti što bolje opremljene. Slikovnice s poetskom namjenom djeci ne daju pouzdana znanja nego oblikuju dječju maštu i etiku. U tu skupinu ulaze književna djela koja imaju određenu fabulu.

Osim ovih podjela, Batarelo Kokić (2015) opisuje i podjelu prema Matulki iz 2008. godine:

a) slikovnice za početne čitače, namijenjena djeci koja mogu samostalno čitati ili uz malu pomoć odrasle osobe,

b) slikovnice koje se vežu uz određeni koncept, služe za upoznavanje sa slovima, brojevima, veličinama, oblicima, bojama i kombiniranim konceptima, a mogu pomoći kod učenja,
c) slikovnice u digitalnom formatu, važna zbog složenosti i brojnosti sastavnica, a utječu na kreiranje i publiciranje,
d) slikovnice igračke, sve više zastupljene i traže interakciju zbog igračke koja ulazi u samu slikovnicu. Tu spadaju: kartonske slikovnice (izrađene od kartona), trodimenzionalne slikovnice (ilustracije su trodimenzionalne i podižu se u trenutku kada se stanica otvara), preklopnice (preklopima sakriveni dijelovi slika) i slikovnice s izrezima (dijelovi izrezani radi poboljšanja priče, sakriveni dijelovi se kasnije otkrivaju),
e) slikovnice u stihovima, sadrže poeziju, uspavanke ili neke druge tekstove s rimom.

4.2. Počeci ilustracija, slikovnice i povijesni pregled

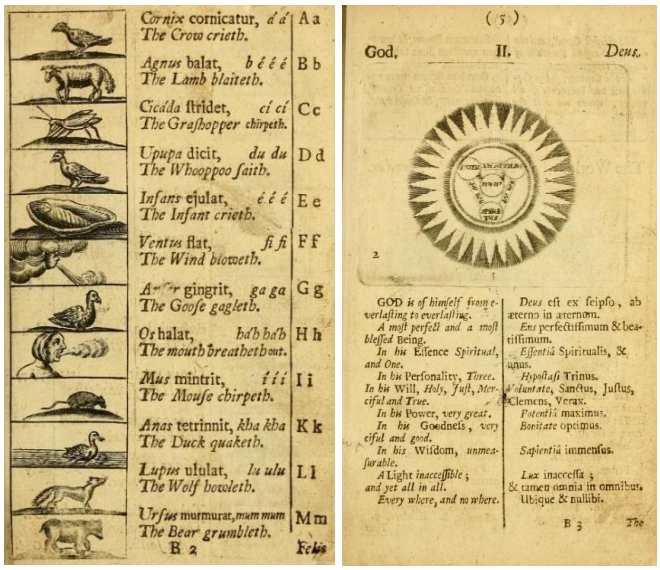
Knjižno slikarstvo (iluminacija) se kao likovni izraz oslanja na tekst već od samih začetaka pismenog izražavanja (Vitez, 2000). Ono je još za vrijeme Egipćana označavalo ilustriranu riječ ili rečenicu. U samim počecima umjetnici su ilustrirali Bibliju i vizualizirali sadržaj. Stoga se može uočiti kako se potreba za ilustriranjem pojavila i prije samih slikovnica.

Međutim, pojava pravih ilustracija datira iz 4. stoljeća. Tada su se rukopisne knjige stvarale i oslikavale u prepisivačkim radionicama. U 14. stoljeću pojavio se drvorez, a ilustracije su se otiskivale u jednoj boji (Vitez, 2000). Kada je u 15. stoljeću nakon Gutenbergovog tiskarskog stroja nestalo knjižno slikarstvo, brzina otiskivanja je nadmašila brzinu izrade ilustracija. Zbog toga su se u knjigama pojavljivale slike koje nisu imale ništa sa sadržajem kojeg su prikazivale.

4.2.1. Povijesni pregled slikovnica u svijetu

Salisbury (2004) kao prvi prototip ilustriranih dječjih knjiga smatra *Kunst und Lehrbüchlein* autora Jost Ammana, objavljenu u Frankfurtu 1580. godine, ali smatra

da je prva slikovnica djelo na latinskom jeziku: *Orbis sensualium pictus,* autora Jana Amosa Komenskog, iz 1658. godine. Crnković i Težak (2002) navode kako iz današnje perspektive to djelo više sliči udžbeniku ili slikovnom rječniku nego pravoj slikovnici. Bez obzira na to, namjena te slikovnice je bila, kao i većine današnjih, didaktičkog sadržaja. Slike su davale mogućnost uspješnijeg proširivanja znanja. Čičko (2000) ju opisuje kao prvom „edukativnom slikovnicom" u povijesti i smatra ju uzorom kasnijim ilustriranim knjigama o prirodi i umjetnosti koje su služile u obrazovne svrhe.



Slika 11. Orbis sensualium pictus, primjer stranica. (Preuzeto: https://archive.org/stream/johamoscommeniio00come#page/4/mode/2up)

Europljani smatraju da je prvi otac slikovnice Johan Bertuch iz Weimara koji je 1792. godine objavio *Slikovnicu za djecu u 12 tomova,* a imala je 6000 bakroreza (Čičko, 2000). Bertuch je smatrao da poučavanje djeteta treba započeti slikama, a slikovnica je kao takva obavezan dio dječjega okruženja. Nakon pojave prve prave slikovnice počinje i vrijeme usavršavanja tiska. Tako je velik doprinos dao pronalazak litografije 1797. godine, piše Vitez (2000).

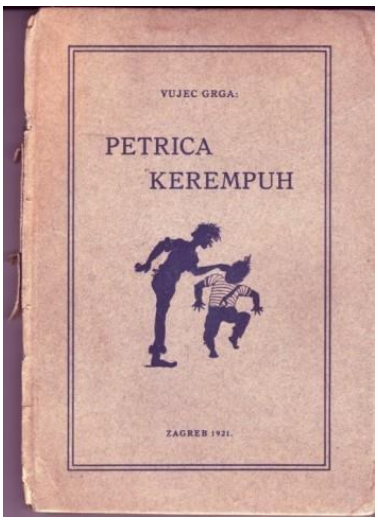
Heinrich Hoffmann 1845. godine objavljuje *Janka Raščupanka* čija je namjena također bila odgojna. Crnković i Težak (2002) objašnjavaju da Hoffmann u ilustracijama prikazuje neposlušno dijete i uvelike preuveličava kazne pa one postaju smiješne i zabavne. U Hrvatskoj se pojavila tek 1925. godine, u prijevodu Slavka Vereša (Batinić i Majhut, 2000).

4.2.2. Povijesni pregled slikovnica u Hrvatskoj

Majhut i Batinić (2017) pišu da je prva hrvatska tiskana dječja knjiga ujedno i prva hrvatska ilustrirana dječja knjiga iz 1527. godine (Hrvatska glagoljska početnica) jer je već ona bogato ilustrirana.

Prva slikovnica na hrvatskom jeziku je *Mala obrazna Biblia* ili *Poglaviti dogadjaji Staroga i Novoga zakona predstavljeni u 90 obrazih mladeži slavjanskoj prikazana* (izvorni mađarski autor Alajos Grynaeus) objavljena u Pešti 1854. godine. Dakle, nju nije napisao ni hrvatski autor niti je objavljena u Hrvatskoj, ali ju je na hrvatski s njemačkog jezika prevela Duhovna mladež sjemeništa đakovačkog. Međutim, prva slikovnica na hrvatskom jeziku objavljena u Hrvatskoj su *Domaće životinje i njihova korist* iz 1863. godine, koja nije očuvana (Majhut i Batinić, 2017).

Prva hrvatska autorska slikovnica je *Mladost Petrice Kerempuha i spametni osel,* a napisao ju je Dragutin Domjanić (pod pseudonimom Vujec Grga) 1921. godine. Ilustrirale su ju Zdenka Turkalj i Nada Pleše (Majhut i Batinić, 2017).



Slika 12. Naslovna stranica Petrice Kerempuha, autora Dragutina Domjanića. (Preuzeto: http://www.takodobra.com/?td=2&ts=1&kat=14&id=878)

Prema Vitezu (2000) prvim hrvatskim ilustratorom se smatra Ilija Dizdar iz Arabansa kod Zadra koji je 1929. godine u boji ilustrirao i napisao početnicu dok Batinić i Majhut (2000) smatraju da je prvi hrvatski ilustrator slikovnica Vladimir Kirin sa svojom *Dječjom čitankom o zdravlju* (1927. godina).

Od 1930. godine se gotovo svi hrvatski umjetnici (grafičari pa čak i kipari) bave ilustracijama, a tek se od oko 1960. godine grupiraju na ilustratore raznih vrsta (dječjih knjiga, udžbenika, novina, karikaturisti i animatori). Između tog razdoblja (1942. godine) pojavila se jedina slikovnica koja se u punom smislu riječi mogla zvati igračkom-knjigom. Slikovnica s nazivom *Koliko je sati?* je slikovnica koja je na koricama imala kazaljke sata koje su se samostalno mogle okretati (Batinić i Majhut, 2000).

Javor (2000) spominje mnogo hrvatskih ilustratora, no u radu će se navesti samo najznačajniji ilustratori slikovnica. Ime koje je važno spomenuti je Vilko Gliha-Selan. On je jedan od prvih dobitnika nagrade Grigor Vitez za svoju ilustraciju iz 1967. godine. Nakon njegove smrti je izdavačko poduzeće „Naša djeca“ osnovalo nagradu koja se dodjeljivala najboljim slikovnicama, ali se nakon 5 godina postojanja (od 1983. do 1988.) ugasila. To je bila jedina hrvatska nagrada na području slikovnica.

Hrvatski ilustrator za djecu, koji je pet puta nagrađivan hrvatskim nagradama za ilustraciju je Mladen Veža. Njega Javor (2000) naziva klasikom hrvatske ilustracije. Među rijetkima je koji je imao samostalnu izložbu ilustracija.

Osim njega, značajno je i ime Cvijete Job koja je ilustrirala bajke Ivane Brlić-Mažuranić te je dobitnica brojnih nagrada za ilustraciju (a nominirana je i za Andersenovu nagradu 2000. godine). Uz ta tri značajna hrvatska ilustratora i ona koji su prije spomenuti, važni su još i Andrija Maurović, Danica Rusjan, Nevenka Macolić, Pika Vončina i Svjetlan Junaković (Javor, 2000).

4.3. Slika i tekst – odnos

U slikovnicama je odnos slike i teksta od velike važnosti. Nije svejedno na koji način je ilustriran određeni dio teksta i na koji način je određena slikovnica opisana riječima. Već u uvodnom dijelu se spomenulo da postoje slikovnice koje uopće nemaju teksta, ali kako ne postoji slikovnica bez slike. Dakle, i jedno i drugo iskorištava svoje izražajne sposobnosti na najbolji način. Najbolje rješenje prikaza slike i teksta je njihov proporcionalan odnos. Jedna komponenta upotpunjuje drugu i skladno se prožimaju (Diklić i sur., 1997). Slika mora biti original, a ne imitacija te se nikako ne smije pretvoriti u šablonu ili kič. Tekst u drugu ruku mora biti sadržajan, jasan i

precizan. Dva su ekstremna odnosa slika-tekst: tekst bez slika i slikovnice bez teksta (Nikolajeva i Scott, 2001). Ovi se odnosi još mogu podijeliti na pripovijest (priču) i nepripovjedni oblik. Pripovijest može biti ilustrirana s jednom ili više slika i kao takva može postati ilustrirana priča gdje je slika podređena tekstu. I nepripovjedni tekst (npr. pjesma) može biti ilustriran s jednom ili više slika.

Slika ima prednost pred tekstom kada se govori o lakšem čitanju, odnosno, piše Hlevnjak (2000), slika se odmah vidi kao simbol u cijelosti. Čačko (2000) pak piše da se knjiga mora uvažavati kao cjelina, odnosno mora se imati na umu zajedničko djelovanje ilustracije i teksta. Ilustratori se rjeđe spominju od autora teksta i najčešće dolaze zadnji na red, kada je književna cjelina završena i kada se iznosi javnosti (Hlevnjak, 2000).

Nikolajeva i Scott (2001) navode podjelu o komunikaciji slike i teksta prema Joanni Golden:

a) tekst i slika su simetrični
b) tekst ovisi o razjašnjenju ilustracije
c) ilustracija pojačava, razrađuje tekst
d) tekst ima primarnu funkciju, ilustracije su izbirljive
e) ilustracije imaju primarnu funkciju, tekst je izbirljiv

Harmija (1972) progovara o slikama (ilustracijama) s perspektive ugođaja. Ona je povezana s tekstom tek kada je pogođen ugođaj. Odnosno, ilustrator je poput režisera, scenografa i glumca u isto vrijeme, važno je da pogodi ambijent, kostime, ponašanje glumca (aktera) i dojam (hoće li biti svjetlo ili tama). Uz tekst još povezuje i stil jer ilustrator ponekad ne može pogoditi crtež piščeve ere, ali mora pogoditi stil (kada se radi o ilustriranju povijesnih tekstova). Osim toga, Harmija (1972) se osvrće i na grafičku tehniku u slikovnicama. „Određena veličina slova ne podnosi svaku debljinu crte...“ (Harmija, 1972, str. 27). Navodi i odnos veličina ilustracija s tekstom, međusobno moraju postići određeni efekt. Ilustracija mora biti u skladu s tekstom, moraju biti harmonične. Znak da je ilustracija dobra je „da ona može i u odvojenosti od teksta, dakle i izvan knjige, zračiti i živjeti kao samostalno likovno djelo“ (Veža, 1972, str. 112). U ilustraciji se moraju ostvariti svi nosioci kvalitete dobroga likovnoga djela.

Musić (1972) navodi važnost formata kod izrade slikovnica. Ona ne smije biti ni premalog ni prevelikog formata. Forma prati funkciju (Salisbury, 2004). Također, za uspješnu oblikovanu slikovnicu potrebna su pomno odabrana slova. Može se reći da izbor slova ovisi o uzrastu djeteta koje čita slikovnicu. „Tekst namijenjen nižem uzrastu djeteta tiska se većim slovima nego tekst namijenjen odraslijoj mladeži“ (Musić, 1972, str. 100 i 101). U odnosu na formate koji se manji daju manjoj djeci zbog lakšega čitanja. Navodi i važnost gustoće redaka, da bi se lakše čitalo, redci moraju biti u harmoniji s bjelinama u međuprostoru. Kako bi se sve ove značajke pravilno rasporedile u slikovnici, grafičko-likovni urednik izrađuje nacrt, a zatim prema njemu izrađuje slikovnicu. Nimalo nevažan, naslov mora biti usklađen s tekstom i mora biti dio njega, no ne mora biti istoga pisma. Ilustrator ilustracije izrađuje u veličini u kojoj će biti slikovnica ili u većem omjeru, a papir na kojem će se slikovnica tiskati mora biti u skladu s tehnikom tiska. Zatim tiskara prema zahtjevima i uputama nakladnika izradi klišeje ili filmove i vraća ih nakladniku na pregled. U slučaju eventualne izmjene tiskara pristupa konačnim pripremama za tisak. Tijekom cijeloga procesa grafičko-likovni urednik kontrolira kvalitetu izrade (Musić, 1972). Likovno rješenje omota treba biti efektno i pristupačno kupcu, no o tome ovisi i uvez, a uvez pak ovisi o cijeni. „Slikovnica može biti broširana ili tvrdo uvezena“ (Musić, 1972, str. 103). Jeftiniji uvez je broširani, ali i manje trajan, dok je tvrdi uvez dugotrajniji i kvalitetniji. Većina slikovnica se oprema u tvrdom uvezu.

4.4. Likovna komponenta u slikovnicama

Potpuno je jasna stvar da slika u slikovnicama ima veliki značaj. Upravo zbog toga je potrebno djeci nuditi slikovnice koje imaju likovno vrijedne ilustracije, odnosno ilustracije trebaju biti „sredstvo koje potiče i produbljuje dječji smisao za estetiku te pridonosi razvoju dječjeg likovnog stvaralaštva“ (Balić Šimrak, Narančić Kovač, 2011, str. 10). Likovna obilježja vrijednih ilustracija su stilska pročišćenost, harmonija i ritam boja, jedinstvena kompozicija koja djetetu otkriva skrivene poruke ili detalje (Balić Šimrak, Narančić Kovač, 2011). „Ravnoteža između sadržaja i forme ilustracije te jedinstven izraz likovnog stvaratelja, čimbenici su koji određuju razinu kvalitete ilustracije, a samim time u velikoj mjeri i slikovnice (Balić Šimrak, Narančić Kovač, 2011, str. 11). Autori ilustracija se međusobno razlikuju po odabiru likovnih

materijala i tehnika izvedbe, komponiranju i ostalim kriterijima koji ilustracije čine jedinstvenima. Slikovnica je sklop više medija (književnost, likovna umjetnost), koji zajedno tvore novu umjetničku cjelinu, intermedijalno djelo jer su slike i riječi toliko u interakciji da ih se ne može razdvojiti, inače djelo više ne bi imalo smisla.

Djetetovo okruženje uvelike doprinosi i razvoju likovnog dječjeg ukusa (Balić Šimrak i Narančić Kovač, 2011). Zbog toga dijete koje je od najranije dobi upoznato s likovnim tehnikama, povijesti umjetnosti i likovnim jezikom može razumjeti i kvalitetu ilustracija u slikovnicama, no to je dugotrajan proces koji nikada ni ne prestaje. Ilustracije bi trebale biti inspirativne, obogaćivati priču te poticati imaginaciju, ali i da se kroz njih razvija osjećaj za likovnost.

4.5. Razvoj vještine čitanja i faze čitanja slikovnice

Vještina čitanja i njegovo usvajanje je primarni zadatak djeteta u fazi početnoga školovanja (Čudina-Obradović, 1995). Usvajanje i svladavanje čitanja pruža mu mogućnost samostalnog učenja, a smisao čitanja je „razumijevanje poruke koju je pisac ostavio u pisanom obliku koji su pisac i čitatelj poruke prije prihvatili kao zajednički“ (Čudina-Obradović, 1995, str. 15). Autorica navodi i faze usvajanja čitanja. Prva faza se naziva *faza cjelovitog prepoznavanja* i u njoj dijete napamet uči značenje cijele riječi pri čemu radi mnoge greške. Druga je *faza početne glasovne raščlambe*. Tijekom nje, dijete obraća pozornost na glasove koji tvore riječ. U trećoj najvažnijoj i najtežoj *fazi prevođenja slova u glas*, dijete prepoznaje slovo i može pročitati svaku riječ, čak i onu čije značenje ne poznaje. Posljednja faza je *složeno prevođenje grafičkih u glasovne jedinice*. Ovdje je dijete već dobar čitač i lako i brzo cjelovito čita ono što zna od prije, ali je sposoban na brzu slovno-glasovnu raščlambu nove i nepoznate riječi na koju naiđe za vrijeme čitanja teksta.

Prethodno navedene faze važne su za lakše shvaćanje dijaloškoga čitanja slikovnice. Dijete u krilu odraslih prati slike i tekst koji čita odrasla osoba stoga Čudina-Obradović (1995) iznosi dvije razine oblika komunikacije koji su poticajni za dijete. To su jednostavna i složena razina.

Jednostavna razina uključuje postavljanje poticajnih pitanja, obogaćivanje odgovora, ponavljanje odgovora, pomaganje, pohvala i hrabrenje, uvažavanje

djetetova zanimanja te vedrina i šala. Postavljanje pitanja „što“ potiče dijete na samostalan govor što pozitivno utječe na njegovu percepciju slikovnice. Na svaki djetetov odgovor treba postaviti novo pitanje. Djetetov ispravni odgovor treba ponoviti. Tijekom čitanja djetetovi komentari se trebaju mirno poticati i prihvaćati. Djetetovo zanimanje za jedan dio slike i skretanje s glavne teme treba pozitivno shvatiti jer je to dobar temelj za kasniji produktivni razgovor. Čitanje slikovnice treba se odvijati vedro i poput igre.

Složenija razina se može pojaviti u fazi zajedničkoga čitanja kada je dijete sposobno za percipiranje dužih i složenijih iskaza. Čudina-Obradović (1995) piše kako je u toj fazi korisno od djeteta tražiti korištenje dužih i složenijih govornih konstrukcija. Postupci koji se mogu koristiti su *postavljanje pitanja slobodnoga odgovora, proširivanje djetetova izričaja te vedrina i šala*. Djetetu se umjesto postavljenoga pitanja „što“ sada postavljaju šira pitanja: „Što se nalazi na ovoj stranici?“ Svaki djetetov odgovor ili izričaj roditelj ponavlja u složenijem obliku, a to se najbolje dodaje onda kada ima malo novih podataka, tako da dijete može oponašati proširenje. Kao i u jednostavnoj razini, i u složenoj se slikovnica čita zabavno i vedro.

Narančić Kovač (2015) napominje tri karakteristična aspekta čitanja slikovnica. Prvo je *prebacivanje pozornosti*, odnosno „prebacivanje čitateljske pozornosti tijekom čitanja između verbalnoga, primarno linearnoga, i slikovnoga, primarno prostornoga sloja“ (Narančić Kovač, 2015, str. 63). Drugi aspekt je *interaktivnost* zbog naglašene složene pripovjedne strukture u slikovnici kojom se od čitatelja traži dodatno posvećivanje pozornosti čitanju slika i teksta. Time što čitatelji sami odlučuju kojim redoslijedom će pročitati slikovnicu na svojstven način su i sami autori. Treći aspekt je očekivano *ponovno čitanje* prilikom kojega se, kako navodi Narančić Kovač (2015), ponovno uključuje interaktivnost jer se kod ponovnog čitanja javljaju znanja koja su prethodno iščitana.

Načini na koje djeca čitaju slikovnice manifestira se u dvije dimenzije: intelektualnoj i afektivnoj (Arizpa i Styles, 2003). Djeca u *intelektualnom* smislu jako dobro mogu analizirati vizualne značajke teksta i mogu „čitati“ boje, rubove, govor tijela, naslovnice, zadnje stranice, vizualne metafore i vizualne šale. Također, postoji očigledna poveznica razvoja dječjih sposobnosti interpretacije vizualnog jezika, ali veza s dobi djeteta nije uvijek jasno vidljiva. Što se tiče *afektivne* dimenzije, djeca

često koriste osobna iskustva kako bi razumjeli osjećaje osoba ili životinja u slikovnicama te je njihov odgovor često suosjećajan i pažljiv.

4.6. Funkcije slikovnice

Iako se slikovnica pojavila relativno rano, već u 17. stoljeću, pravi procvat doživljava tek u 20. stoljeću jer su brojne promjene dovele do njezinog razvoja. Diklić i sur. (1996) zaključuju kako su djeci slikovnice jedini izvor životnih spoznaja uz televiziju i roditelje koji imaju sve manje vremena za svoju djecu. Upravo zbog toga je njezina potražnja sve veća. Kvalitetna slikovnica može zamijeniti ili nadomjestiti djetetovu igru te ih potiče na akciju, bogati rječnik, upoznaje sa svijetom te razvija maštu i smisao za ljepotu.

Prema Čačko (2000) osnovne funkcije slikovnice su informacijsko-odgojna, spoznajna, iskustvena, estetska i zabavna funkcija.

Informacijsko-odgojna funkcija. U slikovnicama dijete može pronaći odgovor na pitanja koja si samo postavlja ili može dobiti odgovor na probleme kojih do tada nije bilo svjesno. Pomoću slikovnice dijete razvija analizu i sintezu, usporedbu, a nekada čak i apstrakciju.

Spoznajnom funkcijom dijete provjerava svoje spoznaje te dobiva sigurnost da su njegova znanja o stvarima i pojavama točni.

Iskustvena funkcija je sve više važna. Djeca u gradu ne poznaju okruženje u kojem su živjele prethodne generacije (npr. kada je riječ o domaćim životinjama, cvijeću, voćkama, pečenju kruha itd.) pa je slikovnica upravo iz tog razloga dobar izvor različitih iskustva i pokretač razgovora djeteta s roditeljima za uspostavljanje zajedničkih generacijskih veza.

Estetska funkcija razvija djetetu osjećaj za lijepo i u njemu izaziva emocije. Osim toga, dijete će samostalno posegnuti za lijepom slikovnicom s odličnim likovnim i grafičkim rješenjima.

Zabavna funkcija slikovnice leži u njezinoj ulozi igre. Dijete se njome mora igrati i zabaviti te nikako ne smije biti prisiljeno na njezino čitanje. Upravo kroz igru ono usvaja znanje i izgrađuje pravilan odnos prema knjizi.

4.7. Uključenost slikovnice u obrazovanje

Doticaj slikovnice s djetetom ako ne kod kuće, počinje polaskom u vrtić ili školu. Što se djetetu u toj fazi nudi kvalitetnija slikovnica to je i djetetov interes veći. Načini na koje slikovnica utječe na dijete tijekom obrazovanja, ali i vrsti sata na kojemu se slikovnice mogu koristiti dobiveni su u sljedećim istraživanjima.

Petrović-Sočo (1997) je provela istraživanje s predškolskom djecom o uključenosti slikovnice, ali iako to nije razvojni stupanj kojim se ovaj rad bavi, važno je spomenuti dobivene rezultate. Istraživala se komunikacija između odgajatelja i djece u odgojnoj grupi, postupci koje odgajatelji primjenjuju u tom procesu i njihova učinkovitost te ponašanje djece. Ovo akcijsko istraživanje provodilo se pet mjeseci u jasličkim skupinama u tri različite dobne skupine.

Dijete u početku (s dvije ili tri godine) drukčije reagira na glas u odnosu na neke druge podražaje (Petrović-Sočo, 1997). Njegov se govor sve više razvija i proširuje mu se rječnik. Autorica piše kako slikovnica ima funkciju prikaza poznate stvarnosti, a kasnije i otkrivanje onoga što je u toj stvarnosti neshvatljivo. Slika kao vizualni medij je znak koji govori sam za sebe, a slikovnica je upravo serija slika prilagođenih kognitivnim sposobnostima djece određene dobi. S nepune dvije godine dijete može prepoznati objekt na slici, ali samo ako je prije toga imalo dodir s konkretnim objektom (Petrović-Sočo, 1997). Slika je tema komunikacije koja se prevodi u govorni kod, a „verbalna komunikacija o slici pridonosi boljem razumijevanju vizualnog koda te primanju i dekodiranju poruka iz toga koda“ (Petrović-Sočo, 1997, str. 10). Kako bi dijete uspjelo dekodirati te slike, mora doseći određeni stupanj mentalnoga razvoja, prethodno steći „iskustvo s vizualnim kodom slike“ (Petrović-Sočo, 1997, str. 10), pomoć odrasle osobe te mentalni napor koji ulaže u sami proces.

U praksi se aktivnosti najčešće provode u isto vrijeme sa svom djecom, kod dekodiranja slike djeca su pasivna jer voditelj preuzima inicijativu, u frontalnom obliku rada sva djeca ne vide sredstvo komunikacije-sliku, tijekom ponovnog pregleda slikovnice djeca nisu zainteresirana za rad te u situacijama kada bi dijete samostalno trebalo uzeti slikovnicu i samoinicijativno se početi baviti njome, reakcije voditelja-odgajatelja su različite (Petrović-Sočo, 1997).

Dobiveni rezultati istraživanja pokazali su kako se stvaranje povoljnih uvjeta rada i primjena odgovarajućih postupaka odgajatelja pozitivno odražavaju na razvoj

dekodiranja slike kod djece u sve tri odgojne grupe. Prosječna dob djece od 28 mjeseci nema dovoljno razvijenu sposobnost povezivanja slika u kontinuirani slijed zbivanja. Za komunikaciju o slikovnici nema potrebe za nikakvim posebnim pripremama jer je slikovnica sama po sebi dovoljna. Frontalni rad nije oblik rada koji je pogodan za kvalitetnu raspravu o slikovnicama jer nemaju sva djeca dobru vidljivost slike već je rad s malim brojem djece (5-6) puno bolje rješenje. Takav oblik rada omogućava nesmetano primanje i davanje poruka te je komunikacijski proces kontinuiraniji. I na kraju, materijalni poticaj za mirne aktivnosti pokazali su se potrebni u jutarnjim susretima s malom grupom djece, a „najvrednijim materijalima u tu su se svrhu pokazali oni za likovne aktivnosti“ (Petrović-Sočo, 1997, str. 173).

Istraživanje koje je proveo Visinko (2000) nad učiteljima razredne nastave Primorsko-goranske županije (N=60) te studentima Filozofskoga fakulteta i Visoke učiteljske škole u Rijeci (N=64) pokazuju tri bitne sastavnice druženja sa slikovnicom. Na prvome mjestu, kao i u prethodnom istraživanju, nalazi se *likovna dimenzija* (u najvećoj mjeri, i to s naznakom na boje, 90%), zatim slijedi *ozračje* (60%) i *aktivnost* (druženje sa slikovnicom, 40%). Osim toga, u istraživanju su se tražili kriteriji i načini uporabe slikovnica u nastavnoj praksi.

Kriteriji po kojima učitelji uključuju slikovnicu u proces odgoja su:

1. *Stupanj odgoja i naobrazbe*. Rezultati istraživanja su pokazali kako se i učitelji i studenti drže upotrebe slikovnice u prvome i drugome razredu, dok u trećem i četvrtom pojava slikovnice opada i zanemaruje se. No, „upravo u odgoju i naobrazbi za književnu i likovnu umjetnost slikovnička bi građa mogla naći određeno mjesto i nakon prvih dviju godina školovanja“ (Visinko, 2000, str. 71).

2. *Potrebe organizacijskih oblika osnovnoškolskog odgoja i naobrazbe*. Istraživanjem se dobilo da se slikovnice najčešće koriste u redovnoj nastavi, posebice na satima usvajanja novih nastavnih sadržaja i satu školske interpretacije. Međutim, Visinko (2000) u obzir uzima i proces provjeravanja i utvrđivanja nastavnog sadržaja jer većina učitelja smatra kako spoznajne slikovnice uvelike doprinose shvaćanju i razumijevanju sadržaja koji se usvajaju. Osim toga, slikovnice se mogu koristiti i u cjelodnevnoj nastavi, produženom boravku, školskom nenastavnom vremenu (npr. školski odmor), dopunskoj nastavi, izbornoj nastavi književnosti, izvannastavnim/slobodnim aktivnostima i satu razrednog odjela (Visinko, 2000).

3. *Usklađenost s nastavnim sadržajima*. Slikovnica se najčešće koristi na nastavi hrvatskoga jezika i to u prvom i drugom razredu osnovne škole, a učitelji se baziraju samo na književnoumjetničkom tekstu, dok je likovna dimenzija zanemarena (Visinko, 2000). U hrvatskom jeziku slikovnica se koristi u početnom čitanju i pisanju, zatim u jezičnom izražavanju (ilustracije dobivaju ulogu lingvometodičkog predloška) i u manjoj mjeri u području medijske kulture.

Istraživanje je pokazalo da većina učitelja spoznajne slikovnice smatra korisnijima od udžbenika. Osim u nastavi hrvatskoga jezika, slikovnica se uključuje u prirodu i društvo (godišnja doba, mjesto boravka, ljudsko tijelo, ljubimci itd.), likovnu kulturu (ima većinom ulogu motivacije), matematiku (usvajanje pojma broja ili mjera) i vrlo rijetko u glazbenu kulturu.

4. *Poticanje stvaralačkog i istraživačkog rada učenika i učitelja*. Slikovnica potiče učenike na stvaranje vlastitih slikovnica (učeničkih ili razrednih) te učenici često iznose ideje oblikovanja naslovnih stranica neke omiljene priče.

Kako su u posljednje vrijeme djeca sve češće uključena u ilustriranje slikovnica (a pojedina djeca izrađuju samostalno kompletnu slikovnicu). Tako Zalar, Balić Šimrak i Rupčić (2014) spominju 3 slikovnice koje su napravila djeca. *Titanic i Carpathia – djeca pričaju* je slikovnica koja su napravili predškolci o potonuću Titanika i spašavanju putnika pri čemu je prvi stigao brod Carpathia. Za slikovnicu *Pjetlić Šarenčić* su tekst napisala i ilustrirala djeca iz srednje i starije vrtićke skupine u Slavonskome Brodu, a slikovnicu *Muzej što je to?* je napisala i ilustrirala učenica osnovne škole, Maja Gjajić, koja je i prethodno autorica tri slikovnice.

5. *Učiteljev i učenikov osobni izbor slikovnica*. Kriteriji odabira slikovnice su različiti. Neki ispitanici su odabir slikovnica povezali sa sjećanjima i njihovim vlastitim iskustvom, dok je drugi kriterij poštivanje popisa naslova propisanih u nastavnim programima. Studenti su iznijeli važnost humora i vedrine u slikovnicama, a učitelji su navodili zavičajnost.

Slikovnica dopire do djece kao književno i likovno djelo, a njezina spoznajna i obrazovna funkcija uvelike doprinose razvoju djeteta. Kako su pokazali i rezultati istraživanja koje je proveo Visinko (2000), slikovnice su korisnije u nastavi nego udžbenici. Zbog toga je potreba za njima sve veća. Međutim, sve veću važnost u obrazovanju djeteta imaju matematičke slikovnice, namijenjene prvenstveno

spoznajnoj ulozi. Kako bi djeca što lakše i jednostavnije ovladala matematičkim sadržajem, matematička slikovnica im u tome pomaže kroz priču i sliku koja ju prati.

Sljedeće poglavlje donosi kratki povijesni pregled pojave matematičkih slikovnica, važnost matematičke slikovnice na nastavi, proces izrade kvalitetnih matematičkih slikovnica i primjere gotovih slikovnica na projektu *Matematička slikovnica – likovno i književno stvaralaštvo kao poticaj u ranome učenju (MASLIK)*. Između ostaloga, u poglavlju se može vidjeti i analiza matematičkih slikovnica na temu množenja i dijeljenja.

5. MATEMATIČKE SLIKOVNICE

Matematička slikovnica je, kao i slikovnica općenito, takav medij koji svojom interaktivnošću potiče čitatelja da ju čita na svoj način i svojim ritmom. Matematički koncepti koji se u matematičkim slikovnicama prikazuju komuniciraju s čitateljem kroz slike i riječi te se slažu u novu cjelinu. Ako je slikovnica dobro dizajnirana i ako čitatelju može pružiti potpuno razumijevanje u ta dva medija, čitatelj (učenik, ili odrasla osoba) bez prethodnog matematičkog znanja može u potpunosti razumjeti matematički koncept. Pomoću slike koja nadopunjuje tekst, bilo da ga u nekim dijelovima potpuno zamjenjuje, bilo da je u manjoj mjeri važnija od teksta, matematički pojmovi su prikazani na jasan, zanimljiv način koji je današnjim generacijama djece sve potrebniji. Matematički sadržaji mogli su se pronaći još u ABC slikovnicama (slikovnice u kojima je tema abeceda, a manifestira se kroz prikaz slova), ali se prve „čiste" matematičke slikovnice javljaju tek između dva rata (tek tridesetih godina 20. stoljeća) i to ciljano za niže razrede osnovne škole (Majhut i Batinić, 2017). Među prvima to su sljedeće slikovnice: *Najprva računica* (1938.), *Računska slikovnica* (1938.), *Računica za 1. godište pučkih škola u Nezavisnoj Državi Hrvatskoj* (1941.) i *Zabavna računica za dobru djecu* (1942.).

Van den Heuvel-Panhuizen i van den Boogaard (2008) su provele istraživanje o utjecaju same matematičke slikovnice na dijete, odnosno javlja li se matematičko razmišljanje kod djece koja čitaju slikovnicu. U odnosu na ranija istraživanja koja su bila usmjerena na utjecaj odrasle osobe koja djetetu čita slikovnicu, autorice su se bazirale na ulogu same slikovnice. Željele su istražiti ima li matematička slikovnica svrhu u matematičkom učenju prilikom gledanja ilustracija i čitanja teksta. Koristile su slikovnicu *Being Fifth* (autor Ernst Jandl, ilustrator Norman Junge, 2001) kojoj primarno fokus nije matematika, ali u sebi sadrži brojeve do 5. Istraživanje su provele na uzorku od 4 petogodišnjaka. Nakon detaljne analize prikupljenih podataka autorice su zaključile da se ispitana djeca matematički angažiraju prilikom čitanja slikovnice čak i ako ona nije pisana u svrhu podučavanja matematike.

5.1. Projekt *MASLIK*

Uz naglasak na važnosti upotrebe matematičkih slikovnica, na Učiteljskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu je nastao projekt *Matematička slikovnica – likovno i*

književno stvaralaštvo kao poticaj u ranome učenju (MASLIK). Kako projekt kombinira matematiku, književnost i likovnu kulturu, sami projekt je uključeno više stručnjaka sa svih područja. Tako je prof. dr. art. Antonija Balić Šimrak kao voditeljica projekta, stručnjak u području likovne umjetnosti. Doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin iz područja matematike, a dr. sc. Smiljana Narančić Kovač stručnjak iz područja teorije slikovnice. Projekt uključuje studente u izradu slikovnica koji prije izrade prolaze adekvatnu edukaciju (Balić Šimrak i sur., 2017). Primarni matematički koncepti u ranome učenju su brojevi, operacije, mjerenje, geometrija, prostorna vizualizacija, obrada podataka i slično, a unošenjem upravo tih matematičkih pojmova u slikovnice djetetu se stvara poticajno i pristupačnije okruženje za lakše učenje matematike (Balić Šimrak i sur., 2017).

Autorice navode kako projekt razvija shvaćanje potrebe matematičko-logičkog mišljenja i kreativnosti u svakodnevnu nastavu. Navode i da nema znanosti bez kreativnosti, kao ni umjetnosti bez matematičkih koncepata i logike.

Projekt je podijeljen na 4 faze. Prva faza je uspostavljanje sadržaja – pisanje teksta ili skripte o matematičkim konceptima. Druga je razvijanje oblika i praktičan rad – dizajniranje priče i izrada slikovnice. Treća faza se sastoji u testiranju uspjeha, a četvrta, posljednja, faza se odnosi na odraz i uspostavljanje novih načela buduće prakse (Balić Šimrak i sur., 2017).

Na projektu su tako nastale matematička slikovnica *Kako je Leo upoznao brojeve* (autorica teksta Ana Marija Klarić, ilustrirala Kristina Kalić) te *Krug i kružnica* (ilustrirala Tea Nucak).

5.1.1. Kako je Leo upoznao brojeve

Slikovnica *Kako je Leo upoznao brojeve* (Klarić i Kalić, 2016) predstavlja i izmjenjuje brojeve od 1 do 10, redne brojeve i njihovu oznaku riječima, razvija shvaćanje koncepta kao što su kvantiteta, dodavanje jedan po jedan i ohrabruje djecu da vježbaju zbrajanje. Slikovnica je inače nastala od tkanine, kombiniranjem šivanja i vezanja.



Slika 13. Naslovnica slikovnice *Kako je Leo upoznao brojeve.*

Glasnović Gracin i Narančić Kovač (2017) su provele istraživanje o utjecaju matematičke slikovnice (*Kako je Leo upoznao brojeve*) na stjecanje matematičkih pojmova na uzorku od 2 učenika prvoga razreda (6 i 7 godina) i njihovih roditelja. Promatranjem su utvrdile da učenici samostalno počinju računati i brojati elemente na ilustracijama. Općenito pišu da se projekt *MASLIK* vodi matematičkim konceptima u smislu ne samo intelektualnog razvoja djeteta nego i razvoja djetetove osobnosti.

5.1.2. Krug i kružnica

Krug i kružnica (Nucak, 2016) je interaktivna matematička slikovnica koja istražuje različite kombinacije kruga i kružnice. Čitatelja se poziva na samostalnu aktivnost, ne samo na čitanje i praćenje ilustracija nego na crtanje, bojanje, stvaranje kruga i kružnice različitih veličina i na razne ostale interaktivne načine.



Slika 14. Naslovnica slikovnice *Krug i kružnica.*

5.2. Primjeri matematičkih slikovnica o množenju i dijeljenju

Osim matematičkih slikovnica koje nastaju na projektu *MASLIK*, postoji niz stranih autora koji su djeci uspješno kroz slikovnice približili matematičke koncepte. Tako postoje slikovnice koje se temelje na zbrajanju, oduzimanju, pojmovima broja (od nule, od 1 do 10, do milijun pa čak i više), osnovnih geometrijskih pojmova (točka), a brojne matematičke slikovnice govore o mjernim jedinicama i njihovom pretvaranju. Osim ovih sadržaja, postoje i slikovnice sa sadržajem fokusiranim specifično na množenju i dijeljenju. U nastavku slijedi opis nekih dostupnih slikovnica na tu temu.

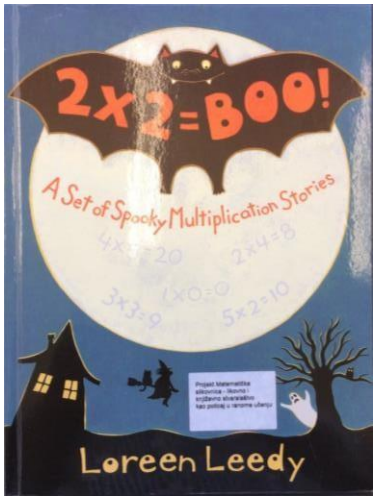
5.2.1. 2 X 2 = Boo! A Set of Spooky Multiplication Stories

Slikovnica Loreen Leedy iz 1995. godine, *2 X 2 = Boo! A Set of Spooky Multiplication Stories*[1] se prvenstveno bazira na množenju, što se može vidjeti iz samoga naslova (Leedy, 1995). Autorica je kroz „strašnu" priču privlačnu djeci (vještice, šišmiši, duhovi itd.) dizajnirala spoznajnu slikovnicu koja zbog kompozicije teksta i slike ima i nekih naznaka stripa. Slikovnica je podijeljena u poglavlja koja zasebno uvode pojmove množenja nulom, množenja brojem 1 te množenje brojevima od 1 do 5. U početku se na lijevoj stranici nalaze šišmiši koji uvode čitatelja u temu množenja interaktivnim pitanjima poput: *Što ćeš napraviti da vampir nestane?* i *Kako ćeš jednu vreću bombona pretvoriti u 5 vreća?* Zatim slijedi odgovor: *Množenjem!* Tijekom cijele slikovnice proteže se problemnost jer se prije svakog novog uvedenog pojma postavlja pitanje na koje će se odgovoriti na kraju poglavlja.

Autorica u slikovnici veoma zorno prikazuje pojam množenja, najprije kroz sadržaj koji je djeci poznat (kao zbrajanje jednakih pribrojnika, npr: 3 + 3 + 3 = 9), a zatim do novog matematičkog koncepta množenja (3 · 3 = 9). Slikovnica je primjerena djeci drugoga i trećega razreda osnovne škole, a njezina funkcija je informacijsko-odgojna jer čitatelju pruža odgojni sadržaj (način komunikacije prikazan u slikovnici), spoznajna jer iz slikovnice čitatelj može naučiti matematički koncept (množenje),

[1] Dostupno u Knjižnici Središnjice Učiteljskoga fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

estetska jer pruža kvalitetne likovne sadržaje, ali i zabavna jer se kroz zanimljivu priču koja se proteže kroz slikovnicu dijete uistinu može zabaviti.



Slika 15. *Naslovnica slikovnice 2 x 2 = Boo! A Set of Spooky Multiplication Stories.*

U prvom poglavlju pod nazivom *Množenje nulom* autorica objašnjava na zanimljiv način nestajanja vampira. Ako vještica želi da vampir nestane, može ga pomnožiti nulom i vampir će nestati jer je rezultat nula, dakle više ga nema ($1 \cdot 0 = 0$). Na isti način uvodi množenje brojeva 2, 3, 4 i 5 s nulom.

Sljedeće poglavlje *Množenje brojem 1* prikazuje na način: ako imaš jednu vreću i želiš ju umnožiti, primjerice 5 puta, tada je rezultat 5 vreća ($5 \cdot 1 = 5$). Dalje se nadovezuje na istu vreću: ako ju želiš umnožiti 3 puta ili 6 puta, tada su rezultati 3 i 6 ($3 \cdot 1 = 3$, $6 \cdot 1 = 6$). Dakle, bilo koji broj pomnožen s 1 daje taj isti broj. Premda je svejedno koji faktor je prvi ($3 \cdot 1$ ili $1 \cdot 3$), u priči se u stroj ubaci vreća i „upisuje“ broj s kojim se želi pomnožiti, a na sljedećoj stranici stoji ilustracija $3 \cdot 1$ (3 puta po 1 vreća, ili 5 puta po 1 vreća). Samo poglavlje se prema matematičkim zapisima i ilustracijama temelji na množenju brojem 1 ($1 \cdot 1$, $2 \cdot 1$, $3 \cdot 1$, $4 \cdot 1$, itd.), ali se kroz priču objašnjava koncept množenja broja 1 što djeci može otežati shvaćanje matematičkog koncepta (iako je upravo ta zamjena faktora korisna za kasnije učenje matematike)

Ostala poglavlja su o množenju brojevima 2, 3, 4 i 5 prilikom kojih se tema prikazuje na sličan način: uvođenjem pojmova od konkretnog, prema uvođenju samih apstraktnih zapisa. U tim poglavljima je koncept množenja brojevima 2 ili 3 jasan jer

se on i kroz priču i ilustracije međusobno nadopunjuje (3 šešira puta 2 jednako je 6 šešira). Međutim, i tu se nalazi određeni problem. Premda je svejedno hoće li mjesta faktora biti $3 \cdot 2 = 6$ ili $2 \cdot 3 = 6$, zapis nije prikazan kako treba. Jer bi prvi zapis ($3 \cdot 2$) značio da postoje 3 kupa s dva šešira, a na ilustraciji se prikazuje sljedeće: 2 hrpe po 3 šešira. Dakle, iako se veoma zorno prikazuje koncept množenja, toliko se pažnja previše usmjerava na množenje brojem 2 ($1 \cdot 2$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 2$, $4 \cdot 2$ itd.) i na taj način zanemaruje znanstvenost. Na primjeru množenja jedne hrpe od 5 knjiga s 2 autorica prikazuje kao $5 \cdot 2$ što bi doslovno značilo 5 hrpica s 2 knjige (a ilustrirane su dvije hrpe po pet knjiga). Iako je 5 puta 2 jednako 10 i uistinu u početku postoji skup od 5 knjiga, autorica se više zadržava na konceptu dvostruko više nečega, nego čistog množenja brojem 2.

Na kraju slikovnice nalazi se ponavljanje usvojenih matematičkih pojmova što je veoma korisno za djecu i uvelike doprinosi razumijevanju matematičkog koncepta.

Ako slikovnicu zamišljamo kao potencijalno edukativno sredstvo u nastavi matematike, načela koja su u slikovnici zadovoljena su načelo primjerenosti, postupnosti i načelo trajnosti znanja, ali je načelo zornosti zadovoljeno u najvećoj mjeri. Zornim prikazom realnih predmeta čitatelji mogu jednostavno uočiti koncept množenja najprije prema modelu uzastopnog zbrajanja jednakih pribrojnika od konkretnih aktivnosti do faze apstraktnih operacija. U slikovnici se koristio skupovni model prilikom prikaza množenja.



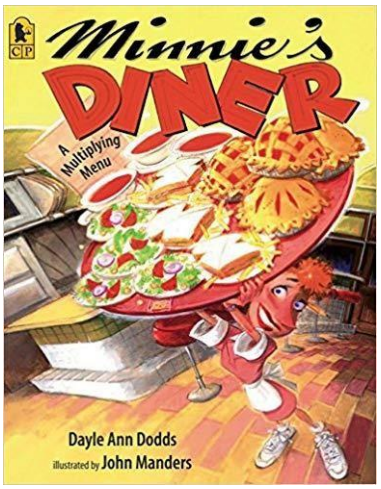
Slika 16. Slika 17. Primjer unutarnjih stranica slikovnice.

Slikovnica je spoznajnoga karaktera i pripada slikovnicama koje se vežu uz određeni koncept. Matematički sadržaj prethodno analiziran dobro je popraćen tekstom i slikom, a sama priča je privlačna djeci.

5.2.2. Minnie's Diner: A Multiplying Menu

Minnie's Diner: A Multiplying Menu (Dodds i Manders, 2004) je slikovnica koja osim koncepta množenja ima još jedan matematički koncept koji nije relevantan za ovaj rad, ali ga je zanimljivo uočiti. Naime, osim množenja, prisutne su i potencije. Na samom početku radnje, najmlađi brat je gladan i dolazi u Minnieinu kuhinju na večeru. Dobio je od svega po jednu porciju: 1 juhu, 1 salatu, 1 sendvič, malo krumpira i po 1 pitu od trešanja. Nakon njega je na večeru došao dvostruko veći brat koji je dobio isti jelovnik, samo dvostruko veći: 2 juhe, 2 salate, 2 sendviča, dvostruko više krumpira i 2 pite od trešanja. Zatim je došao i treći brat koji je dvostruko veći od prethodnog, pa je cijeli jelovnik dobio dvostruko veći nego njegov prethodni brat: 4 juhe, 4 salate, 4 sendviča, 4 krumpira i 4 pite. Nakon njega dolazi i četvrti brat dvostruko veći od prošlog i dobiva 8 juha, 8 salata, 8 sendviča, 8 krumpira i 8 pita od trešanja. Peti, posljednji brat je bio dvostruko veći od prethodnog i zbog toga je dobio: 16 juha, 16 salata, 16 sendviča, 16 krumpira i 16 vrućih pita. Kako su braća na polju trebala odraditi posao koji im je zadao otac, a nisu, otac se uputio prema kuhinji i njegova je sjena na podu bila dvostruko veća od posljednjeg brata koji je već dobio hranu. Minnie je zaključila da treba dobiti dvostruko više nego posljednji brat i zbog toga je taj posljednji jelovnik pomnožila s dva. Tako je otac dobio: 32 juhe, 32 salate, 32 sendviča, 32 krumpira i 32 pite. Na samome kraju, Minnie zatvara kuhinju jer je potrošila sve sastojke.

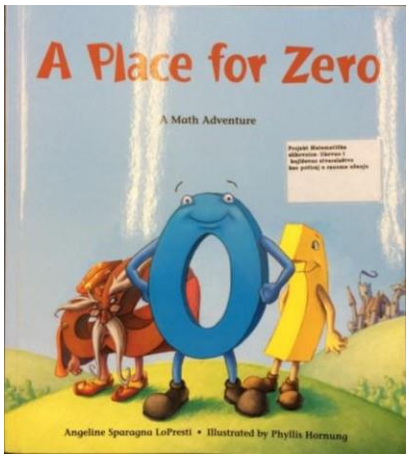
Autorica ovakvim množenjem pokušava djeci približiti koncept „dvostruko veće“, odnosno „dvostruko više“ te kroz zabavan prikaz matematičkog koncepta množenje prelazi s množenja s 2, na potencije, i dalje je učenicima jasan koncept zbog čega se jedan dio množi s 2.



Slika 18. Naslovnica slikovnice *Minnie's Diner*. (Preuzeto: https://www.amazon.com/Minnies-Diner-Dayle-Ann-Dodds/dp/0763633135)

5.2.3. A Place for Zero. A Math Adventure

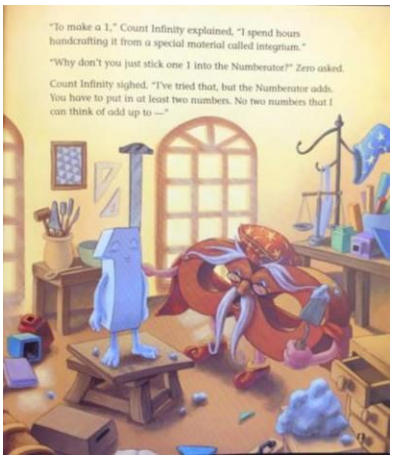
Premda slikovnica *A Place for Zero. A Math Adventure*[2] (LoPresti i Hornung, 2003) primarno nije namijenjena usvajanju ideje množenja, u njoj se ipak pojavljuje taj koncept. Kako je nula apstraktan pojam i javlja se već od prvoga razreda, tema slikovnice je upravo mjesto i uloga nule među ostalim brojevima te uloga nule u osnovnim računskim operacijama, među kojima je i množenje.



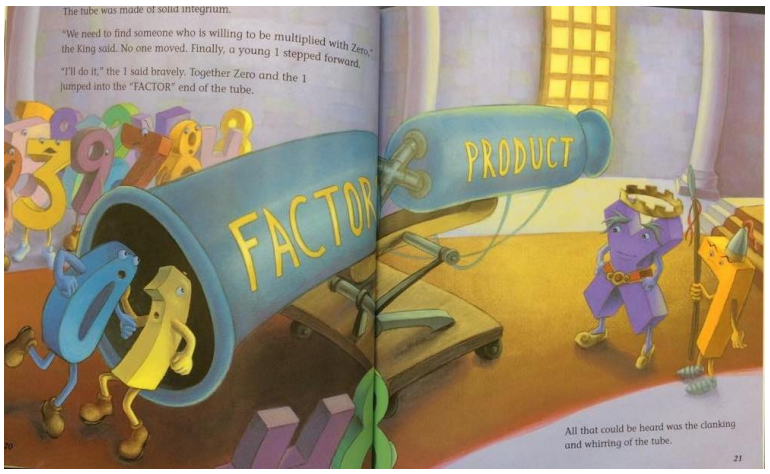
Slika 19. Naslovnica slikovnice *A Place for Zero.*

[2] Dostupno u Knjižnici Središnjice Učiteljskoga fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Autorica je kroz zabavno osmišljenu priču apstraktan pojam nule predstavila čitatelju na vrlo jednostavan način. U početku se Nula ne osjeća dobro u svijetu brojeva jer ne zna koja je njena svrha. Susret s Grofom Beskonačnosti (*Count Infinity*) je Nuli konačno otkrio prvu svrhu: pribrajanjem nule jedinici dobije se jedinica (1 + 0 = 1). Unatoč novootkrivenoj svrsi, Nula i dalje nije bila zadovoljna svojom svrhom i pitala se što bi bilo da ju kralj Množenje pomnoži s nekim drugim brojem. Susret s kraljem Množenje i kraljicom Zbrajanje dao je Nuli novo značenje. Kralj je pomnožio Nulu i Jedan te je nastala nova Nula. Zatim je pomnožio Nulu i Sedam, ali se ponovno stvorila nova Nula. Kasnije autorica prikazuje ulogu nule kao znamenke u nastajanju novih brojeva (znamenke 1 i 0 zajedno čine 10, 2 i 0 20 itd.; 1 0 i 0 daju 100). Na kraju slikovnice Nula završava sretna među brojevima jer konačno zna koja je njezina svrha.



Slika 20. *Unutarnja stranica slikovnice.*



Slika 21. Naznaka na množenju.

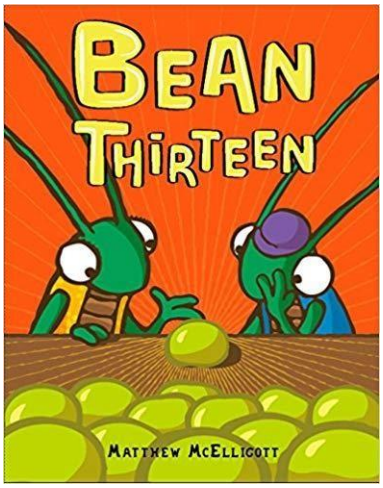
Premda je u slikovnici naznaka na množenju samo s nulom i to nije primarna tema, ona je ipak spoznajna slikovnica i slikovnica s određenim konceptom. Funkcija

slikovnice je prvenstveno spoznajna i zabavna, a zatim estetska i informacijsko-odgojna jer u velikoj mjeri drži do etičkih načela.

5.2.4. Bean Thirteen

Slikovnica koja je predviđena za uvođenje pojma dijeljenja je *Bean Thirteen* (McElligotta, 2007). Autor se bazira na konkretnim predmetima poznatima djeci: na grahu. Kukci Ralph i Flora su brali grah za večeru koju su pripremali, ali su umjesto njih 12, nabrali 13 zrna graha. Ralph je bio zabrinut jer je mislio da će im taj trinaesti grah stvarati probleme. Kod kuće su na stol stavili sva zrna koja su nabrali i slagali su ih u dvije hrpe. U svakoj je bilo 6 zrna graha, ali je 1 ostao viška. Pozvali su April na večeru, ali joj nisu mogli dati samo 1 grah, nego su ponovno 13 zrna dijelili na 3 dijela. Ostatak je ponovno bio 1. Kasnije je došao i Joe pa su dijelili 13 zrna graha na 4 dijela (svaki je dobio po 3 zrna, ali je opet bio 1 ostatak). Zbog još jednoga kukca koji je naknadno došao, morali su ponovno dijeliti zrna na 5 dijelova (ovaj put im je ostalo 3 zrna graha pa su i ta tri zna podijelili na skup od 2 i jedan ostatak, na taj način je nastalo 6 hrpica po 2 zrna graha i jedan ostatak). U to vrijeme se začulo zvono pa su Ralph i Flora stavili kuhati sav grah i na jednoj hrpi su ih kuhane poslužili na stol. Njih 6 za stolom je uzimalo koliko im je trebalo, ali nisu dijelili na jednake dijelove, već na onaj broj zrna koliko je kome trebalo.

Ova slikovnica osim matematičkog koncepta na kraju posebno ima naglašenu odgojnu funkciju.

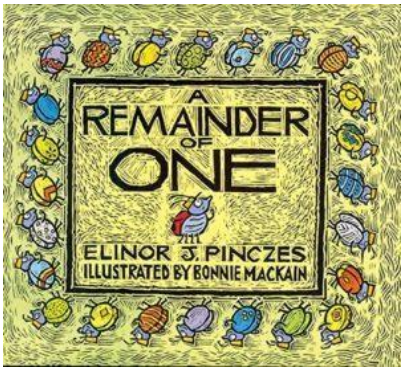


Slika 22. Naslovnica. (Preuzeto: https://www.amazon.com/Bean-Thirteen-Matthew-McElligott/dp/0399245359)

5.2.5. A Remainder of One

Slikovnica *Division: A Remainder of One*[3] (Princzes i MacKain, 1995) vodi čitatelja kroz uzbudljivu priču o 25 kukaca koji su bili podijeljeni u dva reda. Svi su imali svog para osim vojnika Joea. Kako se četa približila kraljici, ona nije bila zadovoljna njihovom formacijom. Preko noći se vojnik Joe dosjetio da bi bilo dobro da se kukci idući dan rasporede u 3 reda. To se i dogodilo, ali je i dalje Joe bio jedan ostatak. Preko noći se dosjetio da bi podjela u 4 reda bilo odlično rješenje, ali je idući dan shvatio da je i tada on jedini višak. Kraljica je bila sve ljuća, ali se idući dan četa rasporedila u 5 redova po 5 vojnika i na taj je način tvorila prekrasnu formaciju s kojom je i kraljica bila zadovoljna.

Autorica je na veoma zanimljiv način približila učeniku dijeljenje broja 25 i značenje ostatka 1. Uz to, tu se primjećuje i pravokutni model pri množenju. Postupno od konkretnijih stvari koje su poznate djetetu (podjela broja 25 na pola, 12 i 1 ostatak) dijeli količinu 25 na sve više dijelova. Dijeljenju pristupa partitivno, dakle poznaje se broj koji se dijeli i broj na koliko se dijelova dijeli, no međutim nigdje ne naglašava važnost broja elemenata u podijeljenim skupovima. Iako se matematički autorica više bazira na ostatku 1, ova slikovnica je dobar uvod općenito u pojam dijeljenja.

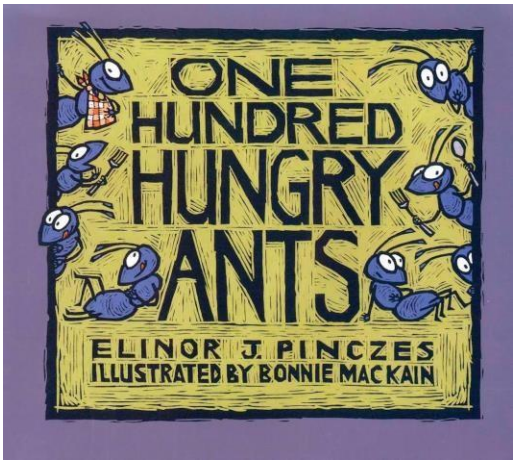


Slika 23. Naslovnica slikovnice. (Preuzeto: https://mathgeekmama.com/best-books-teach-multiplication-division/)

[3] Dostupno u Knjižnici Središnjice Učiteljskoga fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

5.2.6. One Hundred Hungry Ants

One Hundred Hungry Ants[4] (Princzes i MacKain, 1993) je slikovnica koja količinu od 100 mrava postupno dijeli na sve više dijelova kako bi ih u svakom dijelu bilo što manje. Sto mrava je u jednoj koloni krenulo na piknik, ali se jedan od njih dosjetio da su prespori i predložio da se podijele najprije u 2 kolone (po 50 mrava u jednoj koloni), zatim u 4 (po 25 mrava), pa u 5 (u svakoj koloni po 20 mrava), zatim u 10 kolona (po 10 mrava). Tako su trebali biti brži i što prije stići po hranu. No, njihova podjela u kolone je trajala predugo i zakasnili su, za njih nije ostalo ništa hrane. Zornim prikazom na ilustracijama učenicima se na diskretan način pokušava predočiti važnost dijeljenja.



Slika 24. Naslovnica. (Preuzeto: https://www.amazon.com/Hundred-Hungry-Ants-Elinor-Pinczes/dp/0395971233)

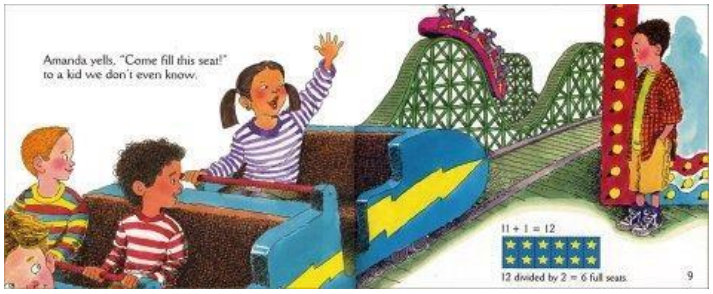
5.2.7. Divide and Ride

Slikovnica koja u manjoj mjeri povezuje i množenje i dijeljenje kao koncept, odnosno njihovu vezu je *Divide and Ride* (J. Murphy i Ulrich, 1997). Slikovnica govori o 11 najboljih prijatelja koji su došli u zabavni park na lude vožnje, ali su sve bile određene po broju sjedala. Tako u početku 10 prijatelja može sjediti na vlakiću, ali njihova najbolja prijateljica ne može biti sama u sjedalu za dvoje, stoga pozivaju dečka

[4] Dostupno u Knjižnici Središnjice Učiteljskoga fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

kojega nisu poznavali kako bi se mjesta popunila. U objašnjenju stoji da je 5 sjedala zauzeto (5 sjedala po dvoje djece, ukupno je 10), plus 1 djevojčica koja nema para je 11. No sjedala ima 6, pa nedostaje još jedno dijete da se sjedalo popuni. Kada je dječak sjeo u sjedalo, objašnjenje stoji: sada je 6 sjedala zauzelo po dvoje djece, 6 puta 2 je 12. Vlakić ima ukupno 12 sjedala i sva su puna. Ovdje se koncept dijeljenja objašnjava pomoću množenja, a načelo problemnosti se objašnjava pomoću zornog prikaza matematičkoga sadržaja.

Na sljedećem problemu: Satellite Wheel, od čitatelja se ponovno traži dijeljenje. Svako sjedalo može primiti po 3 djece, a njih ima 11. Tri sjedala su u potpunosti puna, a na četvrtom nedostaje još jedno dijete (11 podijeljeno s 3 su tri puna sjedala, plus još dvoje djece na četvrtom sjedalu). Djeca su pozvala djevojčicu koju prije nisu nikada vidjela. Sada stoji sljedeće: 11 + 1 = 12, a 12 : 3 = 4 (4 puna sjedala). Na Twin-Spin Cars u sjedalo stane 4 djece, dva sjedala su puna, a u jednom nedostaje još jedno dijete. Čitatelj na grafičkom prikazu može brojati zvjezdice ili množiti (što se u toj fazi i očekuje): 2 (sjedala) puta 4 (djece u sjedalu) je 8. Do 11 najboljih prijatelja koliko ih ima, treba još 3, dakle 1 dijete fali do punoga sjedala. Mjesta na raftingu je bilo 14, a najboljih prijatelja 11. Ovdje čitatelj ne treba dijeliti ni množiti, nego uočiti da je 14 (ukupan broja sjedala) manje 11 (najboljih prijatelja) jednako 3 (prazna mjesta). Prijatelji su ovdje zvali djecu koja su se ranije vozila s njima i na taj način su popunili sjedalo. Od tada je 14 najboljih prijatelja, a ne 11 koliko ih je bilo u početku. Iako je iz naziva vidljivo da se radi o dijeljenju, slikovnica u prikazu sadrži i koncept množenja.



Slika 25. Unutarnje stranice slikovnice *Divide and Ride*. (Preuzeto: https://www.amazon.com/Divide-Ride-MathStart-Stuart-Murphy/dp/0064467104)

Ova slikovnica nije samo indirektna poveznica množenja i dijeljenja, već u sebi sadrži sve četiri računske operacije koje se kroz slikovni prikaz i priču u slikovnici zorno prikazuje i treba razumjeti. U slikovnici se od djece traži da ju čitaju i na intelektualnoj i na afektivnoj dimenziji pri čemu slikovnica ostvaruje sve svoje funkcije.

Na kraju analize matematičkih slikovnica s konceptom množenja i dijeljenja, može se uočiti nedostatak slikovnica upravo na temu veze množenja i dijeljenja. Ta veza je je učenicima apstraktnija od samih zasebnih pojmova množenja i dijeljenja i zbog toga bi joj se trebalo posvećivati više pažnje. Kako bi učenici lakše shvatili taj koncept, sljedeće poglavlje donosi detaljnu razradu nastanka matematičke slikovnice *Lastina matematička avantura* upravo na tu temu te analizu gotove slikovnice.

6. PROCES NASTANKA MATEMATIČKE SLIKOVNICE

Učenicima ponekad sama veza između množenja i dijeljenja može predstavljati veliku poteškoću, a matematičke slikovnice su bazirane ili samo na množenju ili samo na dijeljenju. Kako bi se učenicima približila veza između te dvije operacije (a u uskoj su, neraskidivoj, vezi), izrada matematičke slikovnice na tu temu činila se potrebnom. Ideja izrade slikovnice je bila ne samo namjena učenicima koji ju ilustriraju, nego i široj javnosti. Slikovnica bi trebala pomoći učenicima u učenju matematičkog koncepta: veza množenja i dijeljenja. Matematičku slikovnicu *Lastina matematička avantura* su ilustrirali učenici 3. razreda Osnovne škole Dragutina Domjanića u Svetom Ivanu Zelini pod mentorstvom Kristine Vrščak uz pomoć učiteljice Sandre Grošinić koja je njihova razrednica. U razredu ima 14 učenika.

Učenici koji su ilustrirali trebali su najprije biti upoznati s matematičkim konceptima u slikovnici (veza množenja i dijeljenja), likovnim vrijednostima u ilustracijama (izvedeno iz Nastavnog plana i programa za Likovnu kulturu), teorijom slikovnica (od povijesti, početaka ilustriranja i odnosa slike i teksta). Zatim su trebali biti upoznati i s ostalim matematičkim slikovnicama koje bi ih potaknule za njihovo ilustriranje, trebali su se upoznati i sa samim tekstom naše slikovnice iz kojeg su se kasnije vadili matematički problemi. U skladu s time, u školi su se održale potrebne radionice u skladu sa školskom satnicom. Vođenim razgovorima, primjerenim tekstom, matematičkim konceptima i prikladnim oblicima rada, metodama i načelima, radionice su uspješno izvršene i nastala je matematička slikovnica koja je kompjutorski obrađena i otisnuta.

6.1. Tijek radionica u školi

Za potrebe izrade slikovnica u sklopu ovog diplomskog rada održale su se 2 radionice (5 školskih sati, u trajanju od 45 minuta) u dva nastavna dana. Održavale su se redom, kao motivacija za kvalitetno ilustriranje. U nastavku slijedi opis tijeka aktivnosti na radionicama.

15. 05. 2018. godine provedena je prva radionica (ponavljanje *matematičkog koncepta* množenje i dijeljenje, *teorija slikovnice* – naglasak na odnosu slike i teksta, *likovna komponenta u ilustracijama* – tonovi boje, čistoća boje, kontrast crta po

karakteru, osnovne i izvedene boje, *analiziranje matematičkih slikovnica* s naglaskom na matematičkim konceptima i likovnim vrijednostima koje su učenici do 3. razreda upoznali na uobičajenom satu Likovne kulture te *dogovor oko materijala*).

23. 05. 2018. godine održana je druga radionica. *Predstavljanje teksta slikovnice* i *matematička motivacija* za vezani tekst slikovnice – veza množenja te se održala kratka, ali kvalitetna *likovna demonstracija i motivacija*. Nakon toga slijedio je proces ilustriranja. Učenicima se podijelio tekst (učenik je dobio dio koji je trebao ilustrirati), pripremio se likovni pribor, papiri i krenulo je ilustriranje. Proces je trajao 3 školska sata, tijekom kojega su učenici bili toliko zainteresirani da nisu tražili čak ni odlazak na odmor. Kasnije se slikovnica u grafičkoj obradi doradila i otisnula.

6.1.1. Prva radionica

- *1. faza: ponavljanje matematičkog sadržaja: veze množenja i dijeljenja*

Kako bi učenici razumjeli svrhu ponavljanja matematičkog sadržaja (veza množenja i dijeljenja) rečeno im je da će se on biti prikazan u slikovnici. Frontalnim oblikom rada s učenicima se ponovila upravo ta veza.

Najprije se na jednostavnim primjerima ponovila veza između množenja i dijeljenja ($6 \cdot 3 = 18$; $3 \cdot 6 = 18$; $18 : 3 = 6$, $18 : 6 = 3$), a zatim i na složenijim primjerima ($25 \cdot 9 = 225$; $9 \cdot 25 = 225$; $225 : 9 = 25$; $225 : 25 = 9$).

Učenici su na primjerima ponovili vezu množenja i dijeljenja koju su neki i zaboravili od drugoga razreda budući da u trećem razredu nije toliki naglasak na samoj vezi. Na kraju tih primjera većina učenika je imala efekt: „*Ahaa, sad kužim! Pa to uopće nije teško.*“

Frontalnim oblikom rada, metodama razgovora, usmenog izlaganja te pismenih i grafičkih radova, zadovoljila su se sljedeća načela metodike matematike: načelo primjerenosti, zornosti (u ovom slučaju samo u matematičkom zapisu postupka, ali je zornost u sljedećoj radionici puno više izražena), postupnosti (od najlakših zadataka u 2. razredu pa sve do težih zadataka trećega razreda, a zatim i u samoj vezi) te načelo znanstvenosti. Ostala načela zadovoljena su u sljedećoj radionici kada su na konkretnom tekstualnom zadatku tražili matematičke koncepte. U ovoj fazi, dovoljno

je bilo ponoviti ono što već znaju kako bi uopće osjetili važnost prikaza ovog matematičkog sadržaja.

- *2. faza: upoznavanje učenika s teorijom slikovnice*

Početak rasprave o izradi zajedničke slikovnice i ilustriranja započeo je kratkim uvodom o teoriji slikovnice. Kako bi učenicima bilo lakše razumjeti koncept slikovnice općenito, tako se krenulo s njezinom definicijom prema Crnković i Težak (2002) da je to prva knjiga s kojom se dijete susreće. Nadalje se učenicima objasnilo da slike, odnosno ilustracije određuju tekst i da ga pobliže objašnjavaju. Slikovnica je knjiga koja ima manje od 48 stranica, a postoje slikovnice u stihovima, slikovnice igračke, slikovnice u digitalnom obliku, slikovnice uz određeni koncept (npr. matematički pojmovi), postoje slikovnice za početne čitače i kombinirani tip slikovnica.

Učenicima je rečeno i koja knjiga se smatra prvom slikovnicom u svijetu, *Orbis sensualium pictus* Jana Amosa Komenskog iz 1658. godine te koja je prva hrvatska slikovnica, *Mladost Petrice Kerempuha i spametni osel* iz 1921. godine, Dragutina Domjanića. To im je bila zanimljiva činjenica jer se stvorila poveznica slikovnica i naziva njihove škole (OŠ Dragutina Domjanića).

Kao važna komponenta u slikovnicama, učenicima je ukratko objašnjen odnos slike i teksta. Slika i tekst mogu biti simetrični, slika može biti primarna (glavna, u većoj mjeri nego tekst), tekst može biti primaran (slika samo u manjoj mjeri upotpunjuje tekst), ali postoje i slikovnice bez teksta.

Na kraju je učenicima rečeno da je slikovnica sklop slike i teksta (likovne umjetnosti i književnosti) te da njihov odnos međusobno stvara novu cjelinu.

- *3. faza: likovna komponenta u ilustracijama*

Likovni jezik u ilustracijama je učenicima najlakše približiti pomoću sadržaja koji sami poznaju i koji je primjeren njihovoj dobi. Stoga su likovni pojmovi izvedeni iz *Nastavnog plana i programa za osnovnu školu* (2006) za 1., 2. i 3. razred. Likovni pojmovi na kojima se temeljila likovna analiza matematičkih slikovnica i izrada vlastite su: kontrast crta po karakteru, tonovi boje, čistoća boje te osnovne i izvedene boje.



Slika 26. Slajd likovne motivacije vezane za vrste crta.

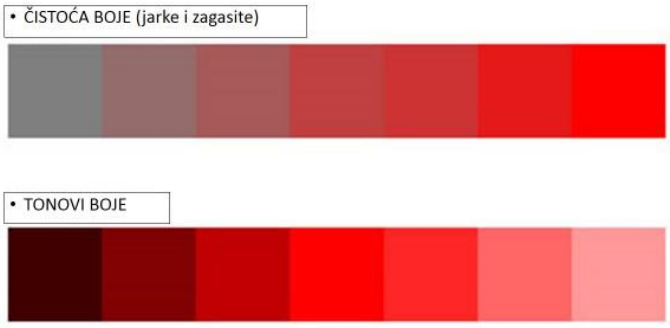
Crte su kao važan element likovnog izraza posebno naglašene učenicima. Objašnjeno im je da se crte mogu odrediti prema toku, značenju i karakteru (Huzjak, 2008).

Prema ***toku*** postoje ravne crte, krivulje, otvorene i zatvorene čime se određuje njihova putanja.

Huzjak (2008) navodi da su crte po ***značenju*** *obrisne* (ili konturne, opisuju neki oblik po rubu), *strukturne* (grade neki oblik iznutra prema van, ali nema obrisne crte koja lik gradi izvana) i *teksturne* (obrisnom linijom se stvara oblik koji se iznutra ispunjava teksturnim crtama).

Crte po ***karakteru*** su posebno objašnjene učenicima. O njihovom karakteru ovisi i materijal, u ovom slučaju flomaster. Dijeli ih se na debele, tanke, dugačke, kratke, isprekidane, izlomljene, oštre, meke, nejednolične i slično (Huzjak, 2008). Ovdje se tražio upravo kontrast crta po karakteru jer učenici na likovnom djelu trebaju prepoznati upravo različite vrste crta (debela u odnosu na tanku, kratka u odnosu na dugačku, isprekidana prema punoj crti i tako dalje).

Nakon crta s učenicima se ponovilo dobivanje boja jer se između ostalih zadataka od učenika tražilo da koriste samo osnovne boje, odnosno da svaku primarnu boju dobivaju pomoću osnovnih (Huzjak, 2008). Navedene su ***osnovne boje*** (crvena, žuta i plava), a zatim i ***izvedene boje*** koje se dobivaju od primarnih boja (crvena + žuta = narančasta; crvena + plava = ljubičasta; žuta i plava = zelena).



Slika 27. Slajd za motivaciju čistoće i tonova boje.

Sljedeća likovna komponenta uključena u slikovnicu, a nadovezuje se na prethodni pojam dobivanje izvedenih boja, je ***čistoća boje*** i ***tonovi***. Čistoća boje se odnosi na dodavanje sive kada se dobivaju zagasite boje, ili ne dodavanje sive boje kada je boja jarka (Huzjak, 2008). Ton boje se odnosi na svjetlinu boje (dodavanjem bijele boje nastaje svjetla boja, primjerice svijetloplava; ili dodavanje crne boje kada nastaje tamna boja, primjerice tamnoplava).

- *4. faza: predstavljanje matematičkih slikovnica i putovanje po razredu – analiza i dogovor*

Nakon upoznavanja s teorijom slikovnica i likovnoga jezika koji se može pronaći u ilustracijama ako su učenici dobro upoznati s njime, slijedilo je pregledavanje različitih matematičkih slikovnica s naglaskom na samim matematičkim sadržajima, kao i likovnoj komponenti.

Pojedine slikovnice su predstavljene učenicima iz drugih razloga: neke zbog *odnosa slike i teksta* (*Float*, autora Daniela Miyaresa, koja uopće nema teksta), neke zbog *likovnih tehnika* (*The Tea Party in the Woods*, autorice Akiko Miyakoshi, ugljen na bijelom papiru, dok je jedina boja u slikovnici crvena; *Little Mo*, Ane Đokić i Ivane Guljašević, kolaž).

Slikovnica koja je pokazana zbog *likovne vrijednosti*, ali primarno nije matematička je *Leo a ghost story*, autora Maca Barnetta i ilustratora Christiana Robinsona (tonovi plave boje).



Slika 28. Unutarnja stranica slikovnice *Leo a ghost story*.

Učenici su vidjeli i prave matematičke slikovnice s naglaskom na matematičkim vrijednostima: *A Place for Zero. A Math Adventure,* Angeline Sparagna LoPresti i Phyllis Hornung, *Penguin Place Value. A Math Adventure,* Kathleen L. Stone, *Mystery Math. A first book of algebra*, David A. Adler, Edward Miller, *Elefanteneinmaleins*, Helme Heine, *2 x 2 = Boo! A Set of Spocky Multiplication Stories*, Loreen Leedy, *A million dots*, Andrew Clements i Mike Reed, *Quack and Count*, Keith Baker, *1 000 000 000 Sterne*, Anne-Sophie Baumann i Anne-Lise Boutin, *How Much is a Million?* David M. Schwartz i Steven Kellogg i na kraju *Blockhead the Life of Fibonacci*, Joseph D'Agnese i John O'Brein.

Nakon predstavljenih matematičkih slikovnica, potrebno je bilo dogovoriti likovne tehnike kojima bi učenicima najlakše ilustrirali. Ponuđene su im sljedeće tehnike: pastel, tempere i kombinirana tehnika flomaster i akvarel (sve tehnike su mogli vidjeti u pregledanim slikovnicama). Nakon kratkoga dogovora, učenici su jednoglasno odlučili da će ilustrirati kombiniranom tehnikom crni flomaster (različitih debljina) i akvarel (vodene boje).

6.1.2. Druga radionica

Druga radionica je trajala dulje od prve, gotovo cijeli nastavni dan (4 školska sata). Učenicima se prvi sat predstavio tekst i analizirao matematički sadržaj. Kasnije se napravila likovna demonstracija likovnim tehnikama i ukratko su se ponovili traženi likovni pojmovi. Zatim je započeo najkompleksniji i najdulji dio, samo ilustriranje.

- *1. faza: predstavljanje teksta slikovnice Lastina matematička avantura*

Autorica teksta za matematičku slikovnicu u stihovima je Kristina Vrščak, studentica 5. godine Učiteljskoga fakulteta i autorica ovog diplomskog rada. Tekst je nastao kao korelacija književnosti (rima, ritam, stih) i matematike, a paralelno se razmišljalo koji likovi i oblici se mogu uključiti u stihove tako da ih učenicima bude lakše ilustrirati.

Učenicima se u ovoj fazi radionice predstavio tekst. Nakon mog prvog čitanja, učenici su ga još jednom pročitali po stihovima (troje učenika je izašlo pred razred i međusobno su se dogovorili koje dijelove će čitati). U nastavku se nalazi tekst koji su učenici trebali ilustrirati.

Lastina matematička avantura

Jedna je lasta radoznala, mala,
puno različitih stvari znala.
Da se u kraj vratiti mora
i da će tako preletjeti brojna mora.

Znala je da u svijetu ima svega:
dolina, rijeka, livade i brijega.
Znala je i da u svijetu puno obitelji živi,
a lasta se svemu tome potajno divi.

Što je ona više letjela i letjela
to je više zanimljivih obitelji preletjela.
Upoznala je tako mnoštvo mrava,
njih 25, a oko njih samo trava.

Odjednom je spazila nešto novo.
Zapitala se: „Pa dobro, što je sada ovo?“
Malo dalje u travi,
pojavili se novi mravi.

I ova je obitelj mrava brojila njih 25,
kao i svih 9 obitelji s istim brojem mrava 25.
Nije brojila nego je znala da $9 \cdot 25$
daje umnožak 225.

U letu je lasta stalno razmišljala
i što ako 225 podijeli s 9, smišljala.
Dokučila je ubrzo da ona to već zapravo i zna.
„Pa odgovor je 25!“ – uskliknula i zamalo pala do dna.
Shvatila je lasta da ova veza olakšava stvari,
a tome su zaslužni mali mravi u travi.

Krenula je lasta sada dalje u svijet
jer je htjela preletjeti cijeli planet.
Kako je letjela sve više i više,
zaustavili su je oblaci puni kiše.
21 oblak, u svakom kapi 30,
ukupno kapi ima 630.

Kada bi 630 dijelila s 30 dobila bi 21,
a upravo joj je to bio rezultat vrijedan.
Jer ovi su oblaci donijeli i pljusak prvi
pa su se na livadi pojavili mladi crvi.
Koliko ih ima, odlučila je saznati
pa je krenula bolje razaznati.

Pitala je crve koliko ih ima,
a jedan stane i krilo joj prima:
„Ima nas 111, ali množi s 2,
vidjet ćeš da je rezultat 222.“
Zašto s dva nije joj bilo jasno,
a kad je vidjela još crva, bilo je već kasno.

Malo dalje vidjela je velik broj puža.
I oni su izašli na travu vidjeti što im kiša pruža.
Rekli su joj da ih ima ukupno 222,
111 je obitelji, u svakoj puža 2.

U novome kraju doživjela je i nove zgode.
Mnoštvo bubamara pokraj bistre vode.
Svaka bubamara ima 6 crnih krugova
i ubrzo se pročula jedna vijest nova:
„Broj krugova u obitelji ukupno je 156.“
Odmah je podijelila i saznala da bubamara ima tek 26.

Uočila je lasta 26 ribica u vodi
i samo je čekala da se nešto dogodi.
Ubrzo je vidjela 6 jata s brojem ribica 26,
no već je znala da će množenjem 6 i 26 dobiti 156.

Nakon što je ribice prošla,
do vlaka je, koji je upravo kretao, došla.
21 vlak ima vagona 21,
što ukupno daje 441.

Nije znala u kojem smjeru ide
jer se na peronu brojni vagoni vide.
Sletjela je brzo na jedan od vagona
prije nego su se udaljili od perona.

U vagonu u kojem se sklonila
malo se smirila i odmorila.
Sanjala je brojke, znakove, slova i svijet
te da je u 21 dan pomirisala gotovo svaki cvijet.
Da je cvjetova bilo 441
svaki dan bi ih pomirisala 21.

Naučila je lasta da se od matematike život sastoji
te da nigdje neće stići ako sve redom broji.
Lasta je uočila i vezu između operacije dvije
te se zbog toga više od svijeta ne krije.
Množenjem dvaju faktora umnožak će dobiti,
dijeljenjem umnoška od faktora, drugi faktor će otkriti.
Sada se lasta u miru može vratiti kući
jer je jasno shvatila kako se u svijetu uči.

- *2. faza: analiziranje matematičkog koncepta*

Imajući na umu načine na koji djeca uče matematiku (dakle stupanj razvoja djeteta, matematička osobnost učenika, predmatematičke vještine, ali i stupanj poznavanja matematike: od intuitivnog, konkretnog, slikovnog, apstraktnog stupnja, stupnja primjene znanja, do komunikacijskog) određivale su se metode, oblik rada i načela. Tekst slikovnice je u ovome slučaju poslužio umjesto tekstualnoga zadatka, a kako bi se učenicima što bolje približila veza množenja i dijeljenja, bilo je potrebno najprije zadovoljiti određena metodička načela (primjerenost, zornost, vlastita aktivnost, individualizacija, postupnost, objektivna realnost, trajnost znanja, znanstvenost i problemnost). Frontalnim oblikom rada, metodom rada s tekstom i metodom razgovora to se uspješno postiglo.

Prije samoga analiziranja teksta jedan učenik je postavio zanimljivo pitanje: „*Učiteljice, pa gdje je u tekstu matematika*?“ Ovo je bio važan trenutak jer učenici tijekom čitanja teksta nisu u potpunosti bili svjesni matematičkog koncepta koji se u slikovnici nalazio. To je dovelo do razlaganja teksta na manje dijelove i analiziranja svakog tog dijela pojedinačno.

S: Pažljivo poslušajte dio teksta koji smo maloprije pročitali i recite mi na što se odnose brojevi. *„Pitala je crve koliko ih ima, a jedan stane i krilo joj prima: „Ima nas 111, ali množi s 2, vidjet ćeš da je rezultat 222.“* Koliko je crva bilo prvi puta?

U: Crva je prvi puta bilo 111.

S: Dobro, a zašto je lastavica trebala množiti s dva?

U: Jer je dalje bila još jedna obitelj koja je imala 111 crva.

S: A zašto lastavica nije brojila od 111 koliko ih je bilo prije plus svaki crv pojedinačno?

U: Jer bi predugo trajalo, lakše je pomnožiti.

S: Dobro. Tko će nam taj račun napisati na ploču?

U: $\underline{2 \cdot 111}$

Trebalo bi pisati $2 \cdot 111$, ali je tako teško množiti.

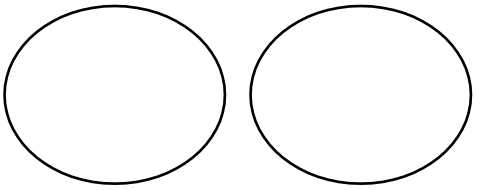
S: Dobro, ali kako ipak možemo pomnožiti ova dva broja?

U: Možemo zamijeniti mjesta faktorima.

$\underline{111 \cdot 2}$

222 (Govor: 2 puta 1 je 2, 2 puta 1 je 2 i opet, 2 puta 1 je 2. Umnožak je 222.)

S: Kako to možemo nacrtati? Dođi, pomoći ću ti.

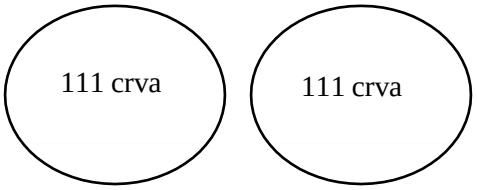


2 obitelji crva, 2 skupa.

U: U svakoj obitelji bi trebali nacrtati po 111 crva.

S: Tako je, ali nemoj ih sve nacrtati nego samo unutar svake obitelji napiši 111 crva i njihov ukupan broj.

U:



= 222 crva (111 + 111
ili 2 · 111; 111 · 2)

Na prethodno vođenom razgovoru može se uočiti jedan od modela množenja u razrednoj nastavi, a to je model uzastopnoga zbrajanja jednakih pribrojnika koji se prikazao skupovnim modelom.

S: Idemo sada dalje s tekstom. Što znači sljedeća rečenica: *„Rekli su joj da ih ima ukupno 222, 111 je obitelji, u svakoj puža 2.“* Po čemu se ovo razlikuje od prethodne rečenice?

U: U ovoj rečenici trebamo dijeliti jer znamo da ima ukupno 222 puževa i broj obitelji 111. Znači da tražimo broj puževa, koliko ih ima u tim obiteljima.

S: Bravo. A koliko je to? Koliko puževa ima u svakoj obitelji?

U: U svakoj obitelji su po 2 puža.

S: Tako je. Napiši račun pokraj množenja 111 · 2.

U: 111 · 2 222 : 111=

222

S: Ovdje smo se sada našli u situaciji kada još niste učili dijeliti troznamenkaste brojeve troznamenkastim brojevima, ali prethodno smo napisali račun koji nam daje odgovor na pitanje koliko je 222 podijeljeno sa 111. Tko zna?

U: 222 : 111 je 2, jer znamo da je 111 · 2 = 222. Znači da je i 222 : 2 = 111, ali je i 222 : 111 = 2.

Učenicima se u ovome slučaju nametnulo načelo problemnosti. U jednom postavljenom obliku zadatka znaju odgovor, dok im je u drugom obliku teško. Primjerice, znaju odgovor na pitanje koliko je 222 podijeljeno s 2, bez problema odgovaraju da je rezultat 111. Ali kod pitanja koliko je 222 podijeljeno sa 111 dolazimo do problema. Bez vođenog razgovora pojedini učenici bi mogli jednostavno odgovoriti da oni to još nisu radili, ali u ovome slučaju učenici korištenjem veze između množenja i dijeljenja bez problema dolaze do točnoga odgovora. Osim načela problemnosti, vidljiv je i model, partitivno dijeljenje. Poznaje se količina nečega (222 puževa) i zna se broj na koji se dijeli ta količina (111), ali se traži broj elemenata svakoga dijela (2 puža u svakoj obitelji).

S: Tko je pitao ima li matematike u tekstu? Hoće li ipak to biti matematička slikovnica?

U: Ipak hoće. Tek sada mi je jasno.

S: Idemo dalje vidjeti gdje se nalazi matematika u tekstu. *„Kako je letjela sve više i više, zaustavili su je oblaci puni kiše. 21 oblak, u svakom kapi 30, ukupno kapi ima 630.“*

U: $\underline{21 \cdot 30}$

630

S: Na što se odnosi tih 630?

U: Ukupno ima 630 kapi.

S: Dobro, a na što se odnosi ovaj dio teksta: *„Kada bi 630 dijelila s 30 dobila bi 21, a upravo joj je to bio rezultat vrijedan.“*

U: Tu moramo dijeliti 630 s 30.

S: Bravo. Ali kako ćete podijeliti 630 s 30 kada to još ne znate raditi?

U: Znamo da je 30 · 21 = 630, onda to znači da je 630 : 30 = 21, ali i da je 630 : 21 = 30.

S: Bravo, 3. d.

U svim analiziranim primjerima teksta učenici su od konkretnih operacija apstraktne pojmove formirali postupno, metodom razgovora te metodom pisanih i

grafičkih radova. Na kraju analiziranja teksta, svim učenicima je bilo jasna veza množenja i dijeljenja kao i važnost prikazivanja matematičkih koncepata u slikovnici.

- *3 faza: likovna demonstracija i kratka motivacija*

Sukladno likovnom tehnikom kojom se ilustriralo (kombinirana crtačka tehnika crni flomaster i slikarska tehnika akvarel – vodene boje) provedena je demonstracija. Učenici su zaštitili klupe i pripremili materijale kojima se radilo. Pripremili su papire, crne flomastere različitih debljina te akvarel, mekani kist za akvarel, čašicu s vodom i krpice.

Flomasterima su se nacrtali željeni obrisi, ispunili različitim crtama po karakteru (različite debljine, duljine, smjerovi i karakter), a zatim bojali akvarelom. Ova kombinirana tehnika je zahvalna zato što se nakon sušenja akvarela, ponovno može crtati flomasterom (što su neki učenici i radili). Tijekom demonstriranja s učenicima su se ponovili i likovni pojmovi. Demonstriranjem rada flomasterom ponovile su se različite vrste crta (posebno se istaknula važnost kontrasta crta po karakteru), prijelazom akvarela preko flomastera su se ponovili tonovi boje i čistoća boje, a zatim i dobivanje izvedenih boja pomoću osnovnih.

Nakon toga se učenicima održala i likovna motivacija koja nije provedena frontalno svim učenicima jednako nego je slijedila nakon podjele motiva. Svaki učenik je pred sobom imao fotografiju motiva koji je trebao prikazati (bilo da je to vagon, ptica ili neki matematički objekt). Poseban je izazov bio učenicima ilustrirati pozadinu bez likova. Zbog složenosti matematičkog koncepta i umnožavanja likova čak i do 200 puta učenici su trebali zamisliti kako bi likovi izgledali na pozadini koju ilustriraju. Također, izazov je bio i za učenike koji su ilustrirali samo likove jer su morali zamisliti kako bi lik izgledao na pozadini.

Upravo zbog složenosti ilustriranja i individualnih motiva, učenici su u početku sjedili frontalno, zatim individualno, a kasnije su se grupirali u parove i u paru oslikavali pojedine ilustracije.

- *4. faza: izrada ilustracija*

Učenici su ilustrirali naredna tri školska sata. Uz moje mentorstvo su bez problema razumjeli važnost kvalitetnih ilustracija te su se trudili da i likovni jezik u njihovim radovima bude kvalitetan. Naglašavali su likovne pojmove (tonovi boje,

čistoća boje, kontrast crta po karakteru te osnovne i izvedene boje) i zvali su na uvid kada su bili pri kraju s radovima. Ponovno sam ih verbalno motivirala i poticala da ih još više naglase. Kasnije sam ih ponovno obilazila i motivirala za što izraženijim likovnim pojmovima. Radi kompleksnosti ilustriranja kombinirali su se gotovo svi oblici rada: *frontalni* prilikom objašnjavanja učenicima pojedinih detalja, *individualni* oblik rada prilikom izrada ilustracija, rad u *paru* (pošto je jednu stranicu ilustriralo po dvoje učenika pa su se u paru dogovarali i sjeli zajedno).



Slika 29. Slika 30. Učenici crtaju crnim flomasterom.

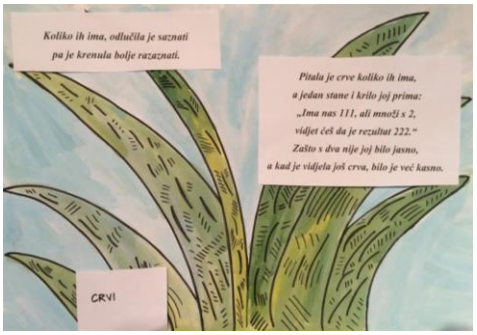


Slika 31. Slika 32. Ilustracije u procesu bojanja.

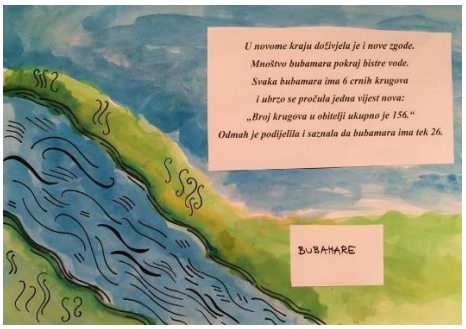
6.2. Grafička obrada slikovnice – završna verzija i tiskanje

Nakon ilustriranja u školi, slijedila je grafička obrada u računalnom programu *Adobe Photoshop* kako bi se zadovoljili matematički koncepti koji su se željeli

istaknuti u ovoj matematičkoj slikovnici. Tako je svaki dio teksta trebao biti popraćen predviđenom ilustracijom djeteta, umnožen je onoliko puta koliko se to u tekstu spominjalo. Kada se obradila u *Photoshopu*, prije samoga tiskanja slikovnica je obrađena i u *Adobe InDesignu*.



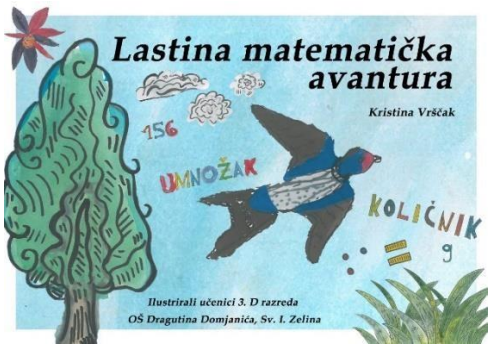
Slika 33. Primjer pripreme za grafičku obradu.



Slika 34. Komponiranje elemenata stranice.

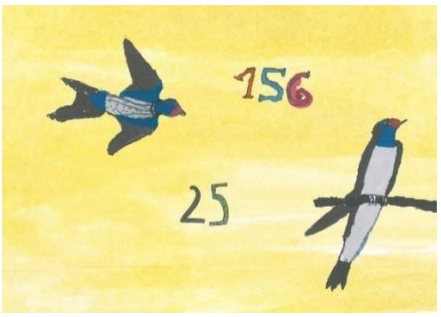
Tekst slikovnice je trebao biti popraćen ilustracijama kako bi se čitatelju što bolje približila sama veza množenja i dijeljenja jer se i tijekom radionica moglo uočiti da učenicima iz teksta nije potpuno jasan taj koncept.

Gotova verzija slikovnice je formata horizontalnog A4 papira u tvrdom uvezu, s mekanim unutarnjim stranicama. Ima 26 stranica prema čemu se razlikuje od uobičajenog broja.

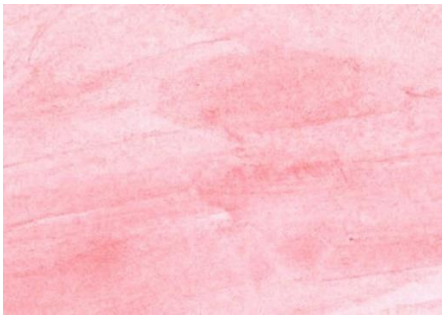


Slika 35. Naslovna stranica slikovnice *Lastina matematička avantura*.



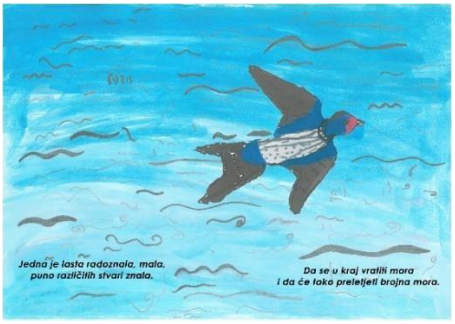


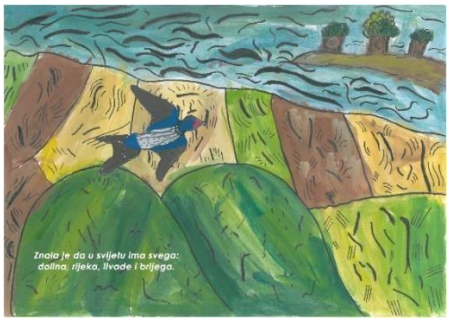
Slika 36. Slika 37. Korice slikovnice.



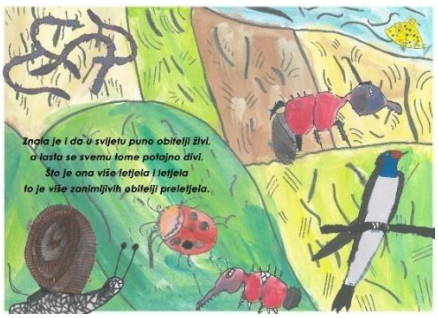


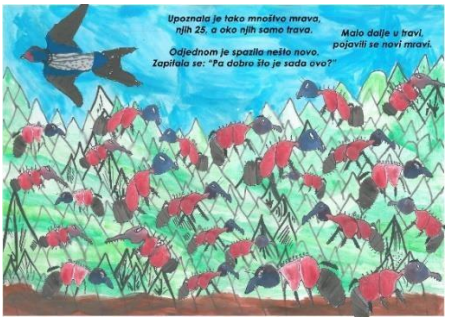
Slika 38. Prazna stranica. Slika 39. Unutarnji naslov (pozadine izrezane iz oslikanih dječjih pozadina).





Slika 40. Stranica 6, početak avanture. Slika 41. Stranica 7.

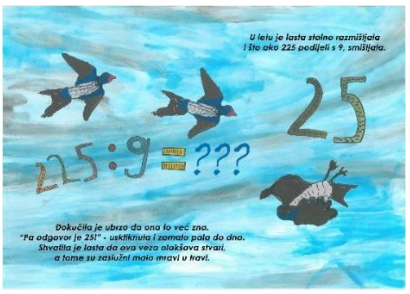




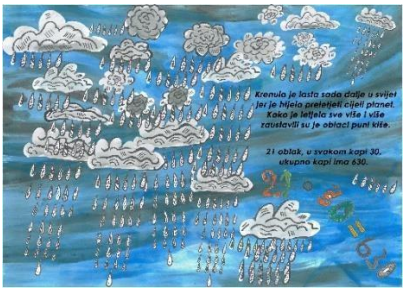
Slika 42. Stranica 8. Slika 43. Stranica 9, pojava mrava.



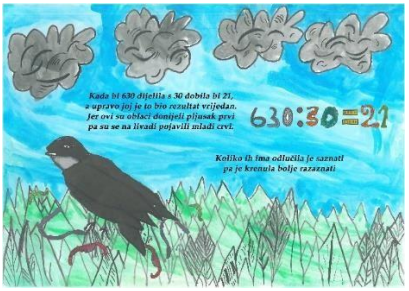
Slika 44. Stranica 10, mravi.



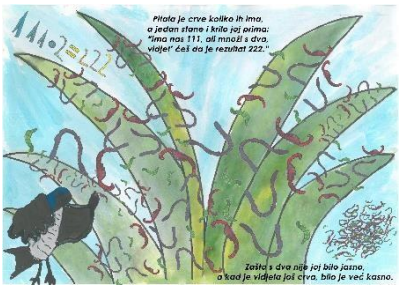
Slika 45. Shvaćanje veze množenja i dijeljenja.



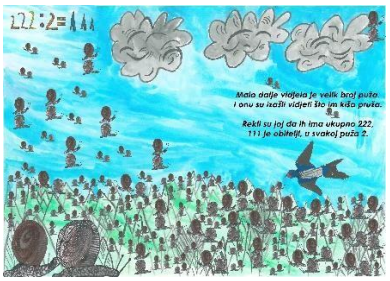
Slika 46. Stranica 12, oblaci.



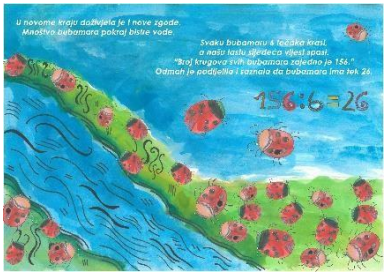
Slika 47. Stranica 13, pojava crva.



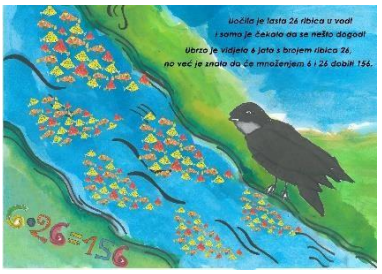
Slika 48. Stranica 14, crvi.



Slika 49. Stranica 15, puževi.



Slika 50. Stranica 16, bubamare.



Slika 51. Stranica 17, ribice.



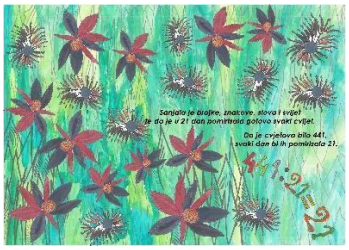
Slika 52. Stranica 18, vagoni.



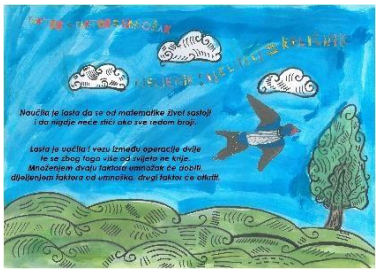
Slika 53. Stranica 19, peron.



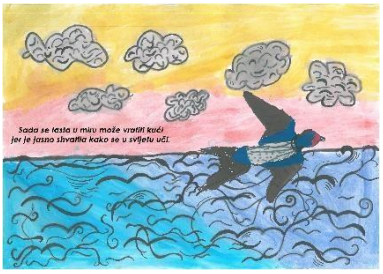
Slika 54. Stranica 20, lastavica sanja u vagonu.



Slika 55. Stranica 21, cvijeće.



Slika 56. Stranica 22.



Slika 57. Stranica 23, kraj.



Slika 58. Korice.



Slika 59. Korice prije zadnje stranice.



Slika 60. Zadnja stranica slikovnica.

6.3. Analiza gotove slikovnice

U ovom poglavlju se analiza temelji najprije na likovnom jeziku, odnosno jesu li učenici ilustratori uspješno ovladali zadanim likovnim pojmovima. Uz stalno napominjanje učenicima da u svoje ilustracije unose što više različitih crta po karakteru, da koriste samo osnovne boje, da razmišljaju o čistoći boje i tonovima boje, učenici su vrlo uspješno zadovoljili sve zadane pojmove. Premda nije bilo posebnih

kriterija za utvrđivanje uspješnosti likovnih pojmova, već se određivalo s jednostavnim kriterijima: prisutno ili nije prisutno, na svakoj ilustraciji vidljiv je barem po jedan likovni pojam. Format gotove slikovnice je horizontalni papir A4 s tvrdim koricama i mekanim unutarnjim stranicama.

Nakon likovne analize, moguće je nadovezati se na odnos slike i teksta. Iako slika dominira na svakoj stranici, teksta u pojedinim stranicama ima puno (iako i tada dosta manje nego slike), a na pojedinim stranicama je samo po jedna rečenica. Zbog toga se može reći da slika prevladava, iako je uloga jednoga i drugoga vrlo važna. Slika bez teksta u ovom slučaju ne bi imala nikakvu matematičku ulogu (čak i da se ostave matematički zapisi poput 630 : 30 = 21) čitatelju bez teksta ne bi bilo jasno zašto su ti matematički zapisi uopće unutar ilustracije.

Prema svojoj namjeni slikovnica je svakako spoznajnoga tipa te se može svrstati u slikovnice koje se vežu uz određeni koncept (veza množenja i dijeljenja) i slikovnicu u stihovima.

Funkcija gotove slikovnice (iako čak i funkcija procesa izrade) je informacijsko-odgojna, spoznajna, iskustvena, estetska i zabavna. Učenik kroz slikovnicu dobiva određene informacije o nečemu što ga zanima ili ima pitanja (veza množenja i dijeljenja), spoznajna funkcija leži u utvrđivanju matematičkog koncepta koji čitatelj razumije, iskustvena se temelji na diskretnoj poveznici čitatelja i elemenata u slikovnici kroz let lastavice i vremenskih obilježja (kao što je pojava crva i puževa nakon kiše ili postupno pogoršanje vremena te pljusak). Estetska funkcija slikovnice se očituje kroz učeničke ilustracije (zadovoljavanjem likovnih pojmova), a zabavna funkcija leži u ritmu i rimi pisanoga teksta koji se praćenim ilustracijama prikazuje veoma privlačno. Dijete nakon čitanja slikovnice može osjetiti potrebu da ju još jednom pročita ili barem prolista, ali to su samo pretpostavke. Ovo se nadovezuje na faze koje se provode i na projektu *MASLIK*, prva faza je pisanje teksta (što je odrađeno prije ulaska u razred), druga faza je praktičan rad (provođenje radionica i ilustriranje), treća faza je testiranje uspjeha (ovaj korak bi se svakako trebao napraviti da se utvrdi ima li slikovnica značajnu ulogu u shvaćanju matematičkog sadržaja kod učenika koji nisu izrađivali slikovnicu) te četvrta faza uspostavljanje novih načela u budućoj praksi, koja također nije provedena, ali je za razvoj matematičkih slikovnica veoma važna.

Kriteriji po kojima se ova slikovnica može uključiti u nastavu su sljedeći. Stupanj odgoja i naobrazbe – korisno ne samo u 2. razredu dok se pojmovi još formiraju, nego i u 3. pa čak i u 4. razredu. Osim toga, slikovnica se može koristiti skroz do 8. razreda osnovne škole ako je u pitanju učenik s teškoćama ili dopunska nastava, što dovodi do povezanosti s načinima na koji se uči matematika, odnosno do stupnja kognitivnog razvoja. Prema kriteriju potrebe organizacijskih oblika osnovnoškolskog odgoja i naobrazbe slikovnica se osim u redovnoj nastavi (na satu usvajanja nastavnih sadržaja i školske interpretacije) može vrlo uspješno koristiti na satu utvrđivanja nastavnih sadržaja (u smislu povezivanja množenja i dijeljenja te usporedbe teksta sa slikom), u produženom boravku, na školskom odmoru, dopunskoj nastavi i izvannastavnim aktivnostima, zatim na satu razrednog odjela i na izbornoj nastavi književnosti. Prema kriteriju usklađenosti s nastavnim sadržajima bilo bi dobro korelirati ne samo hrvatski jezik i matematiku nego i likovnu kulturu jer se likovna komponenta u slikovnicama na redovnoj nastavi često zanemaruje. Kriterij poticanja stvaralačkog i istraživačkog rada učenika i učitelja može potaknuti i druge učitelje da s učenicima pokušaju izraditi ne samo slikovnicu, već slikovnicu s određenim konceptom (pri čemu ne treba biti prvenstveno matematička), ali može i učenike same potaknuti da pokušaju izraditi vlastitu slikovnicu.

S matematičke strane važno je najprije poznavati razred te načine na koje pojedini učenici uče matematiku. Tek kada učitelj poznaje sve učenike može s njima kvalitetno provoditi nastavu matematike. Stoga je stupanj kognitivnog razvoja važan ne samo za čitanje gotove slikovnice, već i za sam proces izrade. U razredu u kojem se izrađivala slikovnica, bilo je prisutno dvoje učenika sa sniženim stupnjem kognitivnoga razvoja, stoga je njima matematička slikovnica bila poseban izazov. Učenici koji lakše usvajaju matematički sadržaj su već nakon prvoga primjera shvatili vezu množenja i dijeljenja, dok su ta dva učenika tek na zadnjem primjeru u potpunosti shvatila koncept veze množenja i dijeljenja. Kada bi učenici samostalno čitali slikovnicu trebali bi koristiti i intelektualnu i afektivnu dimenziju, ali se ona ne može znati dok novi i neki drugi učenici prvi puta ne uzmu slikovnicu u ruke i pokušaju shvatiti matematički koncept. Tek tada se može raspravljati o čitanju slikovnice. Zanimljivo je analizirati matematički jezik kao jedan od kriterija koji određuju načine učenja. S jedne strane, učenici su u 2. razredu detaljno naučili i množenje i dijeljenje te njihovu međusobnu vezu, ali su u trećem razredu (pošto nije toliki naglasak na samoj vezi) prilično

zbunjeni kada ih se traži da povežu množenje i dijeljenje jer su mnogi zaboravili taj koncept. Tekst slikovnice je uvelike doprinio ponoviti i naglasiti vezu množenja i dijeljenja. Upravo nam veza množenja i dijeljenja olakšava određene stvari u stvarnome svijetu i kao takvu ju je važno njegovati na nastavi. Pri svakom pitanju usmjerenom učeniku, problemnost je ta koja treba biti nit vodilja jer postavljanje mentalnog napora za učenike znači i povezivanje matematičkog sadržaja. Stupnjevi poznavanja matematike kao sljedećeg kriterija za učenje matematike se prilikom čitanja slikovnice ne provodi u potpunosti. Intuitivni stupanj (prvi) se odnosi na povezivanje sadržaja koji učenici znaju od prije, a konkretni na stvarne predmete koji učenicima olakšavaju shvaćanje koncepata, ali se u slikovnici odmah kreće sa slikovnim stupnjem (pošto su prva dva zadovoljena u radionici prije ilustriranja). U slikovnici se upravo taj slikovni stupanj može povezati s apstraktnim stupnjem i stupnjem primjene znanja koji od čitatelja zahtjeva potpuno mentalno angažiranje i logičko povezivanje sa slikom. O komunikacijskom stupnju poznavanja matematike bi se moglo raspravljati tek da dijete pročita slikovnicu i te matematičke koncepte pokuša objasniti nekom drugom djetetu.

Formiranje i proširivanje pojmova množenja i dijeljenja su učenici odradili sa svojom učiteljicom u drugom razredu, stoga se ni u radionicama, a ni u slikovnici ne mogu vidjeti etape uvođenja pojmova. Međutim, proširivanje pojmova množenja i dijeljenja (pri čemu se misli na pisano množenje i dijeljenje koje je u slikovnici naglašeno) pripada etapi apstraktnih operacija. Upravo na toj etapi se temelji cijela slikovnica. Konkretnoj etapi u ovome slučaju pripadaju samo slike (ilustracije) koje su zorno prikazane. Od modela u slikovnici se može uočiti skupovni model jer se on najlakše može prikazati (i najkorisniji je upravo za uočavanje veze množenja i dijeljenja), dok se ostali modeli većinom koriste u formiranju i proširivanju pojmova množenja i dijeljenja.

7. ZAKLJUČAK

Matematičke slikovnice, koliko god imaju veoma važnu ulogu i veliki potencijal u usvajanju apstraktnih matematičkih koncepata, toliko su i zanemarene. Ako se koriste u nastavi, mogu uvelike doprinijeti shvaćanju pojedinog matematičkog koncepta, posebno kada je riječ o nižim razredima osnovne škole.

Matematički koncept veza množenja i dijeljenja uči se u drugom razredu, a ponavlja u trećem. Taj koncept pojedinim učenicima u trećem razredu još nije u potpunosti jasan i zato bi se ovoj temi trebalo pristupiti s posebnom pažnjom. Analizirane matematičke slikovnice bazirane su ili samo na množenju, ili samo na dijeljenju.

Nadahnut upravo nedostatkom matematičkih slikovnica s vezom množenja i dijeljenja i nedovoljnim korištenjem slikovnica u nastavi ne samo hrvatskoga jezika, već likovne kulture i matematike, ovaj rad donosi ideju osmišljavanja i provođenja radionica u kojima su učenici trećega razreda oslikali tekst matematičke slikovnice *Lastina matematička avantura*. U razredu su se tijekom radionica kombinirali različiti oblici rada i različite metode te su se zadovoljila osnovna načela metodike matematike u usvajanju koncepta (ne samo u radionicama, već i u gotovoj slikovnici).

Učenici su u 2 nastavna dana, dvije radionice, podijeljene svaka u 4 faze, uz potrebnu pomoć i kvalitetnu matematičku i likovnu motivaciju najprije shvatili koncept koji će biti prikazan u slikovnici, a zatim ju i kvalitetno oslikali. Slikovnica se kasnije grafički obradila i dala na tiskanje.

Složenost matematičkog koncepta je tijekom radionica učenicima nametao određene probleme, a tekst slikovnice se koristio umjesto tekstualnoga zadatka. Međutim, zadovoljavanjem određenih načela, postupnosti, primjerenosti, zornosti, načela individualizacije i problemnosti na radionicama zadovoljilo se i shvaćanje matematičkog koncepta u tekstu slikovnice. Naglašena važnost likovne komponente u slikovnicama potaknula je učenike da veoma ozbiljno pristupe izradi slikovnice i kvalitetno oslikaju potrebne motive. U gotovoj slikovnici mogu se uočiti traženi likovni pojmovi izvedeni iz Nastavnoga plana i programa za osnovnu školu (2006): kontrast crta po karakteru, osnovne i izvedene boje, ton boje i čistoća boje, ali i ostale likovne vrijednosti koje su se slučajno dogodile tijekom ilustriranja (poput kontrasta i teksture).

Učenici su tijekom matematičke motivacije prije samoga ilustriranja bili izrazito motivirani i zanimalo ih je na koji način će uopće prikazati taj koncept premda im je sama veza bila teška za shvatiti. Metodom razgovora i frontalnim oblikom rada, svi učenici su ponovili i u potpunosti razumjeli vezu množenja i dijeljenja. Upoznavanjem učenika s teorijom slikovnice stvorio se dobar temelj za shvaćanje važnosti slikovnica, a likovna motivacija ih je podsjetila na likovni jezik koji već poznaju. Analiziranjem kvalitetnih matematičkih slikovnica učenici su mogli vidjeti različite likovne tehnike i likovne probleme, ali i različite matematičke koncepte koje su različiti autori i ilustratori različito prikazali.

Nakon predstavljanja teksta, s učenicima se analizirao matematički sadržaj, konkretno, veza množenja i dijeljenja. Ova analiza je bila ključna za ilustriranje jer je nakon nje slijedila kratka demonstracija i ponavljanje likovnih pojmova, a zatim i sami proces ilustriranja. Ilustriranje je najkompleksnija faza svih radionica i vremenski je bila najdulja. Učenici su bili podijeljeni na ilustriranje pozadina, likova i matematičkih zapisa, a sama ta podjela je bila veoma izazovna.

Učenici su prije samoga početka prve radionice bili prilično skeptični prema izradi i ilustriranju slikovnice jer im je matematika kao predmet nedovoljno zabavan te im nije bilo jasno kako se matematika uopće može prikazati u slikovnici. Ovo je dobar primjer razbijanja predrasuda o matematici jer su na kraju ilustriranja svi učenici imali pozitivan stav prema matematičkoj slikovnici, a time su i nju, ali i matematiku općenito počeli više cijeniti.

Gotova slikovnica *Lastina matematička avantura* bi se sada trebala dati u ruke učenicima trećega razreda da ju pokušaju samostalno pročitati i shvatiti koncept, a ako se pokaže da im je razumljiva, bilo bi ju dobro početi koristiti u redovnoj nastavi. Također, pokaže li se izrada ove slikovnice s učenicima uspješnom, bilo bi dobro što više učenika uključivati ne samo u ilustriranje teksta slikovnice, nego i u kompletnu izradu cijele slikovnice.

LITERATURA

1. Arizpe, E., Styles, M. (2003). *Children Reading Pictures. Interpreting visual texts*. New York: Routledge.
2. Balić Šimrak, A., Narančić Kovač, S. (2011). Likovni aspekti ilustracije u dječjim knjigama i slikovnicama. *Dijete, vrtić, obitelj*, *17*(66), 10-12.
3. Balić Šimrak, A., Narančić Kovač, S., Horvat Blažinović, K., Glasnović Gracin, D (2017). Creating Math Picturebooks and Animated Films as Interdisciplinary Practice. U P. Burnard, V. Ross, H. J. Minors, K. Powell, T. Dragović, E. Mackinlay, *Building Interdisciplinary and Intercultural Bridges: Where Practice Meets Research and Theory* (str. 198-213). BIBAC 2016 conference.
4. Batarelo Kokić, I. (2015). Nove razine interaktivnosti dječjih slikovnica. *Školski vjesnik*, *64*(3), 377-398.
5. Batinić, Š., Majhut, B. (2000). Počeci slikovnice u Hrvatskoj. U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 23-38). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
6. Crnković, M., Težak, D. (2002). *Povijest hrvatske dječje književnosti od početka do 1955. godine*. Zagreb: Znanje.
7. Čačko, P. (2000). Slikovnica, njezina definicija i funkcije. U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 12-16). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
8. Čičko, H. (2000). Dva stoljeća slikovnice. U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 17-19). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
9. Čudina-Obradović, M. (1995). *Igrom do čitanja*. Zagreb: Školska knjiga.
10. Diklić, Z., Težak, D., Zalar, I. (1996). *Primjeri iz dječje književnosti*. Zagreb: DiVič.
11. Dodds, D. A., Manders, J. (2004). *Minnie's Diner: A Multiplying Menu*. Somerville: Candlewick Press.
12. Europska komisija. Uprava za obrazovanje i kulturu (2004). *Ključne kompetencije za cjeloživotno učenje, Europski referentni (preporučeni) okvir*.
13. Glasnović Gracin, D. (2009). Problem dijeljenja nulom. *Matematika i škola*, *10*(49), 152-156.
14. Glasnović Gracin, D. (2014). Modeli aritmetike za razrednu nastavu. *Poučak, 59*, 12-21.
15. Glasnović Gracin, D. (2017). *Predavanja iz Metodike matematike 2*.

16. Glasnović Gracin, D., Narančić Kovač, S. (2017). *The Project Math Picturebooks* na adresi https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/36471 (23. 6. 2018.)
17. Gliha Selan, V. (1972). Uzroci nesporazuma oko kriterija vrednovanja slikovnica za djecu. *Umjetnost i dijete – poseban otisak, 4*(19/20), 16-20.
18. Harmija, Ž. (1972). Nekoliko riječi o povezanosti ilustracije s tekstom. *Umjetnost i dijete – poseban otisak, 4*(19/20), 25-27.
19. Hlevnjak, B. (2000). Kakva je to knjiga slikovnica? U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 7-11). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
20. Huzjak, M. (2008). *Učimo gledati 1 – 4, priručnik likovne kulture za nastavnike razredne nastave*. Zagreb: Školska knjiga.
21. Javor, R. (2000). *Ilustriranje dječje knjige u Hrvatskoj – pregled najznačajnijih autora od 1950. godine do danas.* U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 39-52). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
22. Javor, R. (ur.) (2000). *Kakva je knjiga slikovnica: zbornik.* Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
23. Kadum, V., Vranković, K., Vidović, S. (2007). Nastavni sadržaji, jezik i vještine te kognitivni razvoj učenika kao činitelji matematičkog odgajanja i obrazovanja. *Metodički obzori*, 2(3), 26-41.
24. Klarić, A. M., Kalić, K (2016). *Kako je Leo upoznao brojeve*. Zagreb: Učiteljski fakultet sveučilišta u Zagrebu.
25. Kurnik, Z. (2002). Načelo problemnosti. *Matematika i škola, 14*(2), 148-152.
26. Kurnik, Z. (2009). Načelo primjerenosti. *Matematika i škola, 10*(48), 100-105.
27. Kurnik. Z. (2006). Jezik u nastavi matematike. *Matematika i škola, VII*(33), 99-105.
28. Leedy, L. (1995). *2 X 2 = BOO! A Set of Spooky Multiplication Stories.* New York: Holiday House.
29. Liebeck, P. (1984). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa.
30. LoPresti, A. S., Hornung, P. (2003). *A Place for Zero. A Math Adventure*. Watertown: Charlesbridge.
31. Majhut, B., Batinić, Š. (2017). *Hrvatska slikovnica do 1945*. Zagreb: Hrvatski školski muzej i Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
32. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.

33. McElligott, M. (2007). *Bean Thirteen*. New York: G. P. Putnam's Sons.
34. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
35. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2011). *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
36. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2017). *Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta matematika*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
37. Murphy, S. J., Ulrich, G. (1997). *Divide and Ride*. New York: HarperCollins Children's Books.
38. Musić, J. (1972). Grafičko-tehnička oprema slikovnice. *Umjetnost i dijete – poseban otisak, 4*(19/20), 100-103.
39. Narančić Kovač S. (2015). *Jedna priča – dva pripovjedača: slikovnica kao pripovijed*. Zagreb: ArTresor naklada.
40. Nikolajeva, M., Scott, C. (2001). *How Picturebooks Work*. London: Routledge.
41. Nucak, T. (2016). *Krug i kružnica.* Zagreb: Učiteljski fakultet.
42. Petrović-Sočo, B. (1997). *Dijete, odgajatelj i slikovnica: akcijsko istraživanje*. Zagreb: Alinea.
43. Princzes, E. J., MacKain, B. (1993). *One Hundred Hungry Ants*. Boston: Houghton Mifflin Company.
44. Princzes, E. J., MacKain, B. (1995). *A Remainder of One*. Boston: Houghton Mifflin Company.
45. Rudić, J., Cindrić, M. (2012). Oblici tekstualiziranih zadataka množenja i dijeljenja i dječje strategije rješavanja. *Magistra Iadertina, 7*(7), 133-142.
46. Salisbury, M. (2004). *Illustrating Children's Books. Creating pictures for publication*. London: Barron's.
47. Sharma, M. C. (2001). *Matematika bez suza: kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Lekenik: Ostvarenje.
48. Skok, J. (ur.) (1972). Slikovnica prva knjiga djeteta. *Umjetnost i dijete – poseban otisak, 4*(19/20).

49. Van den Heuvel-Panhuizen, M., van den Boogaard, S. (2008). Picture Books as an Impetus for Kindergartners' Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 10*, 341-373.
50. Veža, M. (1972). Problem ilustriranja teksta. *Umjetnost i dijete – poseban otisak, 4*(19/20), 111-112.
51. Visinko, K. (2000). Primjena slikovnice u odgojnoj i nastavnoj praksi. U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 70-78). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
52. Vitez, I. (2000). Suodnos teksta i slike u knjizi za djecu. U R. Javor (Ur.), *Kakva je knjiga slikovnica* (str. 20-22). Zagreb: Knjižnice grada Zagreba.
53. Zalar, D., Balić Šimrak A., Rupčić S. (2014). *Izlet u muzej na mala vrata: prema teoriji slikovnice.* Zagreb: Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Kristina Vrščak
Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu
Savska cesta 77, 10 000 Zagreb

Predmet: Zamolba za suradnju u radionicama u svrhu izrade diplomskoga rada.

Poštovana ravnateljice,

studentica sam na Učiteljskom fakultetu u Zagrebu i izrađujem diplomski rad na temu „*Veza množenja i dijeljenja kao sadržaj matematičke slikovnice*“ pod vodstvom doc. dr. sc. Dubravke Glasnović Gracin. U okviru drugoga dijela moga rada potrebna mi je pomoć i suradnja Vaše ustanove.

Cilj je oblikovanje matematičke slikovnice s učenicima trećih razreda. Provodile bi se unaprijed dogovorene radionice s učiteljicom odabranoga razreda tijekom redovitog odgojno – obrazovnoga procesa u skladu s predviđenom satnicom.

Zagreb, svibanj, 2018. godina.

S poštovanjem,

Kristina Vrščak

Kristina Vrščak
Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

SUGLASNOST ZA SUDJELOVANJE U RADIONICAMA U SKLOPU DIPLOMSKOGA RADA

Poštovani roditelju!

Diplomski rad pod nazivom „*Veza množenja i dijeljenja kao sadržaj matematičke slikovnice*“ ima za cilj oblikovanje matematičke slikovnice. Nizom radionica učenici će ponoviti matematičke operacije potrebne za izradu slikovnice, upoznati će se s kratkom teorijom slikovnice i samostalno će izrađivati slikovnicu uz moje mentorstvo.

Napominjem da će se slikovnica izrađivati samo u svrhu rada i da se neće zlorabiti ni u jednu drugu svrhu. Učenici će biti upoznati sa završnom verzijom slikovnice te će ju kao takvu moći i pročitati.

Stoga Vas molim da svojim potpisom na dokumentu koji Vam dostavljam zajedno s ovom potvrdom prihvatite sudjelovanje Vašega djeteta u radionicama tijekom redovitog programa i u redovitoj satnici.

Ukoliko iz bilo kojeg razloga ne želite da Vaše dijete sudjeluje u ovom radionicama, shvatiti ću Vaše razloge.

Zahvaljujem na Vašem strpljenju, s poštovanjem,

Kristina Vrščak

PRISTANAK RODITELJA NA SUDJELOVANJE DJETETA U IZRADI SLIKOVNICE U SKLOPU DIPLOMSKOG RADA

Ja,_____, potvrđujem da sam upoznat

(ime i prezime roditelja)

s ciljevima diplomskoga rada te prihvaćam da moje dijete:

_____sudjeluje u provedbi planiranih

(ime i prezime djeteta)

aktivnosti. Radionice će se provoditi tijekom redovitog odgojno – obrazovnoga procesa u skladu s predviđenom satnicom.

Mjesto: _____

Datum: _____

Izjava o samostalnoj izradi rada

Ja, Kristina Vrščak, svojim potpisom jamčim da je ovaj diplomski rad rezultat isključivo mog vlastitog rada uz savjete na konzultacijama kod profesorice mentorice te da se oslanja na popisanu literaturu i moje osobno mentorstvo djeci kod izrade matematičke slikovnice.

Izjavljujem da niti jedan dio diplomskog rada nije prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

_____

(vlastoručni potpis)