

# Analiza zadatka iz matematičkih udžbenika prema zahtjevima TIMSS istraživanja

---

**Hotovec, Josipa**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:147:086234>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-03**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
UČITELJSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**JOSIPA HOTOVEC  
DIPLOMSKI RAD**

**ANALIZA ZADATAKA IZ MATEMATIČKIH  
UDŽBENIKA PREMA ZAHTJEVIMA TIMSS  
ISTRAŽIVANJA**

**Zagreb, lipanj 2018.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**  
**(Zagreb)**

**DIPLOMSKI RAD**

**Ime i prezime pristupnika:** Josipa Hotovec

**TEMA DIPLOMSKOGA RADA:** Analiza zadataka iz matematičkih udžbenika prema zahtjevima TIMSS istraživanja

**MENTOR:** doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin

**Zagreb, lipanj 2018.**

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	2
SAŽETAK .....	4
SUMMARY .....	5
1. UVOD.....	6
2. NASTAVA MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI.....	8
2.1. Cilj i zadaće nastave matematike .....	8
2.2. Nastava geometrije u osnovnoj školi.....	10
3. TIMSS ISTRAŽIVANJE.....	17
3.1. Matematički zahtjevi TIMSS istraživanja.....	18
3.1.1. Sadržajna domena .....	18
3.1.1.1. Brojevi.....	19
3.1.1.2. Geometrijski oblici i mjerenje.....	21
3.1.1.3. Prikaz podataka .....	23
3.1.2. Kognitivna domena .....	25
3.1.2.1. Činjenično znanje.....	26
3.1.2.2. Primjena .....	27
3.1.2.3. Zaključivanje.....	28
3.2. TIMSS istraživanje 2011.....	30
3.3. Rezultati hrvatskih učenika u TIMSS istraživanju 2011.....	30
3.4. TIMSS istraživanje 2015.....	31
3.5. Rezultati hrvatskih učenika u TIMSS istraživanju 2015.....	32
4. ANALIZA GEOMETRIJSKIH ZADATAKA IZ TIMSS ISTRAŽIVANJA ...	34
4.1. Dužine, pravci i kutovi .....	35
4.1.1. Duljina.....	35
4.1.2. Kutovi.....	36
4.1.3. Kvadratna mreža .....	36
4.2. Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici.....	38
4.2.1. Geometrijski likovi i tijela .....	38
4.2.2. Odnos geometrijskih tijela i njihovih dvodimenzionalnih likova.....	39
4.2.3. Opseg, površina i obujam.....	40
4.2.4. Simetrija .....	42

5.	ANALIZA ZADATAKA IZ MATEMATIČKIH UDŽBENIKA .....	44
5.1.	Ciljevi istraživanja.....	44
5.2.	Instrument i postupak istraživanja.....	45
5.3.	Rezultati i rasprava .....	45
5.3.1.	Udžbenici .....	45
5.3.2.	Radne bilježnice .....	47
5.3.3.	Zahtjevi u kompletu <i>Matematika 4</i> .....	48
5.3.4.	Zahtjevi u kompletu <i>Matematičkim stazama 4</i> .....	49
5.3.5.	Zahtjevi u kompletu <i>Nove matematičke priče 4</i> .....	50
5.3.6.	Zahtjevi u kompletu <i>Moj sretni broj 4</i> .....	51
5.4.	Zaključak analize udžbenika .....	52
6.	IMPLEMENTACIJA TIMSS IDEJA U NASTAVI MATEMATIKE .....	53
6.1.	Pravokutnik i kvadrat .....	53
6.1.1.	Opseg pravokutnika i kvadrata .....	54
6.1.2.	Kvadratna mreža .....	55
6.1.3.	Površina pravokutnika i kvadrata .....	57
6.2.	Kocka i kvadar .....	59
6.2.1.	Obujam.....	60
6.2.2.	Mreže geometrijskih tijela .....	62
7.	ZAKLJUČAK.....	65
	LITERATURA.....	67
	PRILOZI .....	69
	Prilog 1 – Mreže geometrijskih tijela .....	69
	IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI RADA .....	700

## **SAŽETAK**

U radu se opisuju ciljevi i zadaće nastave geometrije te teme koje su propisane Nastavnim planom i programom za osnovnu školu. Također, rad obuhvaća prikaz TIMSS istraživanja u kojemu je Republika Hrvatska 2011. godine prvi puta sudjelovala. Analizirani su zadatci koji su te godine bili dio TIMSS istraživanja, a pripadaju sadržajima vezanim uz geometriju. Poseban naglasak je stavljen na kriterije u koju kognitivnu domenu pripada pojedini zadatak. Nakon toga su analizirani udžbenički kompleti koji se koriste u Hrvatskoj u četvrtom razredu osnovne škole, opet s naglaskom na poglavlja iz geometrije. Cilj je bio vidjeti kojim kognitivnim domenama pripadaju zadatci ponuđeni u hrvatskim udžbenicima prema kriterijima TIMSS istraživanja. Rezultati pokazuju da u hrvatskim udžbenicima prevladavaju zadatci koji ispituju činjenično znanje dok su zadatci koji traže zaključivanje i logičko povezivanje vrlo malo zastupljeni. Na kraju rada su dani prijedlozi kako bi se neke TIMSS ideje mogle koristiti u razrednoj nastavi i pritom poticati učenike da koriste više kognitivne procese.

Ključne riječi: nastava geometrije, TIMSS istraživanje, kognitivne domene, udžbenici

## **SUMMARY**

This thesis examines the aims and tasks of the geometry education, as well as the topics prescribed by the Croatian National Curriculum for Primary School. Furthermore, the thesis contains an overview of the TIMSS Study in which the Republic of Croatia first participated in 2011. It analyses the tasks which were part of the study and are connected with geometry. Special emphasis is put on the cognitive domain to which each task belongs. This is followed by analyses of textbook packages used in the fourth grade of primary school in Croatia; the emphasis is once again on the geometry chapters. The aim is to determine the cognitive domain to which individual tasks from the packages belong, based on the TIMSS Study. The results show that the most dominant tasks in Croatian textbooks are those that deal with knowing, while tasks which require reasoning and logical thinking are present to a very small degree. The thesis ends with some suggestions for using ideas from the TIMSS Study in the classroom, thus encouraging pupils to activate higher cognitive processes.

**Key words:** geometry education, TIMSS study, cognitive domains, textbooks

## 1. UVOD

Uloga matematike u svakodnevnom životu čovjeka je vrlo velika. Iako toga možda nismo svjesni, vještine koje se usvajaju na nastavi matematike posebno su važne za svakodnevno snalaženje čovjeka u svijetu, od jednostavnog odlaska u kupovinu i planiranja potrošnje u njoj do računanja s mjerilom i prostornih procjena. Osim tih „vidljivih“ vještina, matematika pruža puno više pa tako kroz nastavu matematike učenici usvajaju temelje za kritičko i apstraktno razmišljanje koje će im kasnije biti vrlo važno. U matematici se kriju i vještine snalaženja u prostoru, obavljanja zadataka po zadanom redoslijedu i rješavanja problemskih situacija.

S obzirom na navedene sposobnosti i vještine koje se dobivaju matematičkim obrazovanjem, ne čudi činjenica da je Matematika jedan od rijetkih nastavnih predmeta (uz Hrvatski jezik) koji se kontinuirano uči kroz cijelu osnovnu školu. Osim toga, u usporedbi s drugim predmetima (osim Hrvatskog jezika) ona ima relativno velik broj školskih sati (Markovac, 2001). Upravo zbog toga učenici imaju mogućnost usvojiti planirane nastavne sadržaje te ovladati matematičkim vještinama kako bi u budućnosti mogli uspješno rješavati postavljene zadatke ili probleme.

Važnost matematike davno je prepoznata u svijetu i postoje organizacije koje se bave raznim istraživanjima postignuća u matematici. Jedna od poznatijih međunarodnih organizacija je IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*), koja se bavi vrednovanjem obrazovnih postignuća nekoliko školskih predmeta, a jedan od njih je i matematika. Poseban dio organizacije koji se bavi proučavanjem matematike i prirodoslovlja se naziva TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) koji provodi istraživanja svake četiri godine već više od dva desetljeća. Prepoznavši važnost ovog međunarodnog istraživanja Hrvatska se 2011. godine uključila u njega. Provedba istraživanja uključuje rješavanje zadataka na tri kognitivne razine – činjenično znanje, primjena i zaključivanje. Upravo ove razine su potaknule na pitanje o tome koliko zapravo naši učenici mogu vladati zadacima na višim kognitivnim razinama i što pokazuju rezultati međunarodnog istraživanja.

Gledajući zadatke koji su se koristili u TIMSS istraživanju, pojavila se tema za pisanje ovoga rada – usmjerena na problematiku koliko su hrvatski učenici pripremljeni za ovo međunarodno istraživanje, odnosno kakvi zadatci se nalaze u



udžbenicima koje naši učenici koriste te koje kognitivne razine oni razvijaju. Poseban fokus je pritom stavljen na geometriju jer je ona često shvaćena kao vrlo apstraktno područje matematike koje je učenicima teško približiti i potaknuti ih na bavljenje njime.

Na početku ovoga diplomskoga rada je prikazan teorijski pregled nastave matematike u Republici Hrvatskoj i raspored geometrijskih tema u osnovnoj školi. Nakon toga slijedi prikaz TIMSS istraživanja u kojemu su vidljive sadržajne i kognitivne domene koje se ispituju te uspjeh hrvatskih učenika u istraživanjima 2011. i 2015. godine. Drugi dio rada se odnosi na analizu zadataka iz geometrije u TIMSS istraživanju 2011. godine. Nakon toga se prikazuju rezultati vlastite analize zadataka iz matematičkih udžbenika prema istim kognitivnim domenama te njihova usporedba sa zahtjevima TIMSS istraživanja. Na kraju rada se nalaze primjeri koji pokazuju na koji način se ideje iz TIMSS istraživanja mogu primijeniti u nastavi matematike osnovne škole, kako bi se učenike potaknulo na korištenje viših procesa kognitivne domene.

## 2. NASTAVA MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI

Nastava matematike u osnovnoj školi se odvija prema Nastavnom planu i programu koji u Republici Hrvatskoj donosi Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZOS] (2006). U njemu se nalazi plan koji određuje broj nastavnih sati u školskoj godini, s tjednim i godišnjim brojem sati za svaki predmet i svaki razred, plan izvannastavnih aktivnosti te plan dopunske i dodatne nastave (MZOS, 2006). U programu se nalazi popis obveznih predmeta, s razrađenim ciljevima za svaki razred koji se postižu kroz zadani popis nastavnih tema za svaki razred. Uz teme su vezani odgovarajući ključni pojmovi i obrazovna postignuća (MZOS, 2006). Osim toga, kao i kod svih ostalih predmeta, u uvodnom dijelu o matematici navedeni su općeniti cilj i zadaće koje bi nastava matematike trebala ostvariti.

Prema trenutno važećem Nastavnom planu i programu, nastava matematike od prvog do četvrtog razreda osnovne škole trebala bi se ostvarivati kroz četiri sata tjedno na kojima se uče sadržaji vezani uz ukupno 97 nastavnih tema predviđenih za ovo razdoblje (MZOS, 2006).

### 2.1. Cilj i zadaće nastave matematike

Svaki nastavni predmet ima svoj cilj koji se ostvaruje kroz usvajanje nastavnih sadržaja, a u matematici je cilj „stjecanje temeljnih matematičkih znanja potrebnih za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu, stjecanje osnovne matematičke pismenosti i razvijanje sposobnosti i umijeća rješavanja matematičkih problema“ (MZOS, 2006, str. 238).

Nadalje, prema ciljevima Nacionalnog okvirnog kurikuluma (MZOS, 2011) učenici bi trebali:

- „usvojiti temeljna matematička znanja, vještine i procese te uspostaviti i razumjeti matematičke odnose i veze
- biti osposobljeni za rješavanje matematičkih problema i primjenu matematike u različitim kontekstima, uključujući i svijet rada
- razviti pozitivan odnos prema matematici, odgovornost za svoj uspjeh i napredak te svijest o svojim matematičkim postignućima
- prepoznati i razumjeti povijesnu i društvenu ulogu matematike u znanosti, kulturi, umjetnosti i tehnologiji te njezin potencijal za budućnost društva
- biti osposobljeni za apstraktno i prostorno mišljenje te logičko zaključivanje
- učinkovito komunicirati matematička znanja, ideje i rezultate služeći se različitim prikazima
- učinkovito primjenjivati tehnologiju

- steći čvrste temelje za cjeloživotno učenje i nastavak obrazovanja“ (MZOS, 2011, str. 115 i 116).

S obzirom da je Europski parlament preporučio niz kompetencija koje bi se kroz obrazovni sustav trebale razvijati, važno je u ovom radu spomenuti i te ciljeve. Kroz definiciju kompetencije kao „kombinacije znanja, vještina i stavova prilagođenih kontekstu“ (The European Parliament, 2006, str. L394/13)<sup>1</sup>, vidljivo je da se one odnose na opće znanje, važno svakom čovjeku za kvalitetan društveni život i razvoj. Prepoznato je osam ključnih kompetencija, a jedna od njih je *Matematička kompetencija i temeljne kompetencije u prirodnim znanostima i tehnologiji*. Matematička kompetencija je detaljnije definirana kao:

„sposobnost razvijanja i primjene matematičkog mišljenja u cilju rješavanja niza problema u svakodnevnim situacijama. Oslanjajući se na dobro savladano računanje, naglasak se stavlja na rasuđivanje i aktivnosti isto kao i na znanje. Matematička kompetencija uključuje, u različitim stupnjevima, sposobnost i volju korištenja matematičkog načina mišljenja (logičko i prostorno razmišljanje) i izražavanja (formulama, modelima, konstrukcijama, grafikonima, dijagramima)“ (The European Parliament, 2006, str. L394/15)<sup>1</sup>.

Početak sljedeće školske godine (2018./19.) dio škola u Hrvatskoj će započeti s radom prema novom kurikulumu koji je objavilo Ministarstvo znanosti i obrazovanja [MZO] pa je stoga važno uključiti i ciljeve koje donosi ovaj novi dokument. Prema njemu, učenici bi trebali usvojiti znanja pomoću kojih će moći:

- „primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu
- samostalno i u suradničkom okruženju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji
- rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije
- razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito
- prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva“ (MZO, 2018, str. 3).

Nakon cilja, Nastavni plan i program (MZOS, 2006) navodi osnovne zadaće koje nastava matematike treba ostvariti kod svakog učenika. One uključuju usvajanje

<sup>1</sup> Prijevod: prof. dr. sc. Milica Gačić (Gačić, 2010)

matematičkog pisanog i usmenog izražavanja, razvijanje vještine čitanja i pisanja brojeva, primjenjivanje usvojenih znanja u svakodnevnom životu, poticanje apstraktnog mišljenja i logičkog zaključivanja te razvijanje osjećaja odgovornosti u radu i samostalnosti (MZOS, 2006). Zadaće su navedene u općenitom obliku, tako da se mogu primjenjivati i ostvarivati na svakom satu matematike, prilikom usvajanja konkretnih sadržaja. U Nacionalnom okvirnom kurikulumu (MZOS, 2011) postignuća su podijeljena prema nastavnim predmetima i prema ciklusima – prva četiri razreda osnovne škole pripadaju u prvi ciklus školovanja. Za njih su postignuća podijeljena u dvije kategorije: matematički procesi i matematički koncepti. Matematički procesi uključuju prikazivanje, komunikaciju, povezivanje, logičko mišljenje, rješavanje problema, dok se matematički koncepti odnose na sadržaje koje učenici usvajaju, poput brojeva, oblika, algebre, mjerenja i podataka (MZOS, 2011). Markovac (2001) pak, zadaće nastave matematike tradicionalno dijeli na tri kategorije: obrazovnu, funkcionalnu i odgojnu. Obrazovna kategorija se odnosi na sadržaje koji se podučavaju, funkcionalna na intelektualne sposobnosti i razvijanje misaonih operacija kod učenika, a odgojna na svojstva ličnosti učenika (Markovac, 2001). U novom kurikulumu ne postoje zadatci i postignuća predmeta nego ishodi. Oni su podijeljeni po domenama (pet domena - Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje, Podaci, statistika i vjerojatnost) te su detaljno opisani za svaku sadržajnu cjelinu unutar domena i za svaki razred (MZO, 2018).

Uspoređujući zadaće nastave matematike koje su propisane dokumentima u Republici Hrvatskoj s europskom definicijom matematičke kompetencije, moguće je pronaći određene sličnosti među njima. Sličnosti su osobito vidljive u Nacionalnom okvirnom kurikulumu (MZOS, 2011) koji je nastao nakon objavljivanja dokumenta s europskim kompetencijama pa je više u skladu s europskim ciljevima i zadaćama. To pokazuje da se nastava matematike u Hrvatskoj planira u skladu s europskim standardima.

## **2.2. Nastava geometrije u osnovnoj školi**

„Zadatak je početne nastave matematike izgraditi u učenika osnovne spoznaje o oblicima i odnosima u prostoru, te formirati osnovne geometrijske pojmove“ (Markovac, 2001, str. 227). Prema tome, nastava geometrije je vrlo važna, osobito u prvom razredu osnovne škole, za stvaranje temeljnih znanja koja će učenicima biti potrebna u nastavku njihovog obrazovanja. U geometriji se ta temeljna znanja

odnose na razvijanje sposobnosti promatranja, prostornog predočavanja i intelektualne sposobnosti. Pomoću njih učenici otkrivaju oblike, uočavaju njihove karakteristike, zamišljaju likove i tijela te poboljšavaju vlastito mišljenje i pažnju (Markovac, 2001).

**Tablica 1** – Nastavne teme, ključni pojmovi i obrazovna postignuća za sadržaje iz geometrije u 1. razredu (MZOS, 2006, str. 238 i 239).

<b>Nastavna tema</b>	<b>Ključni pojmovi</b>	<b>Obrazovna postignuća</b>
Tijela u prostoru	kugla, valjak, kvadar, kocka, piramida	prepoznati i imenovati kuglu, valjak, kocku, kvadar i piramidu među predmetima iz neposredne okoline, na modelima geometrijskih tijela i na ilustracijama
Ravne i zakrivljene plohe	ravna ploha, zakrivljena ploha	razlikovati ravne plohe od zakrivljenih ploha
Ravne i zakrivljene crte	crta, ravna crta, izlomljena crta, zakrivljena crta	razlikovati ravne, izlomljene i zakrivljene crte; crtati zakrivljene, izlomljene i ravne crte.
Točka	sjecište crta, točka	isticati točke kružicom ili križicom; označavati točku velikim tiskanim slovima; spajati ravnom ili zakrivljenom crtom dvije točke.
Odnosi među predmetima	veći - manji, unutar - izvan	procijeniti odnose među predmetima
Geometrijski likovi	geometrijski lik, krug, trokut, pravokutnik, kvadrat	prepoznati, imenovati i razlikovati krug, trokut, pravokutnik i kvadrat

U osnovnoj školi nastavne teme iz geometrije se pojavljuju od prvoga razreda (Tablica 1). Od ukupno 21 teme koja je propisana za prvi razred, geometrijske teme obuhvaćaju njih 6 što čini 29% svih tema. Tada se stvaraju osnove za buduće sadržaje iz geometrije te se učenike polako uvodi u svijet apstrakcije. Kroz tijela i likove koje mogu pronaći u svojoj okolini, učenici se upoznaju s geometrijom. Nakon njih, u prvom razredu još dolaze sadržaji vezani uz odnose između predmeta,

točku te ravne i zakrivljene crte i plohe (MZOS, 2006). Upravo crte i plohe predstavljaju nove apstraktne sadržaje za učenike, koji možda po prvi puta moraju shvatiti i zamisliti zadane pojmove. Taj je zahtjev kod učenika, da nešto zamisle, početak razvoja apstraktnog mišljenja koje će kasnije biti vrlo važno za nastavu matematike, a posebno za sadržaje vezane uz geometriju gdje si učenici moraju moći vizualno predočiti određene likove i tijela.

**Tablica 2** – Nastavne teme, ključni pojmovi i obrazovna postignuća za sadržaje iz geometrije u 2. razredu (MZOS, 2006, str. 240).

<b>Nastavna tema</b>	<b>Ključni pojmovi</b>	<b>Obrazovna postignuća</b>
Dužina kao spojnica dviju različitih točaka	točka, dužina	nacrtati i imenovati dužinu te označiti krajnje točke; razlikovati točke koje pripadaju ili ne pripadaju dužini
Stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta	stranica kvadrata, stranica pravokutnika, stranica trokuta	označiti stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta kao dužine

Prema Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006), samo se dvije nastavne teme vezane uz geometriju usvajaju u drugom razredu (Tablica 2), dok je 29 tema vezano uz aritmetiku. Prema tome, u drugom razredu geometrija zauzima samo 6% od ukupnog broja tema. Geometrijske teme se tiču pojmova dužine te stranica kvadrata, pravokutnika i trokuta. U ovom razdoblju učenici malo proširuju svoje znanje o geometrijskim likovima, tako što prepoznaju njihove stranice kao dužine (MZOS, 2006). Osim toga, učenici i dalje razvijaju svoje apstraktno mišljenje usvajajući pojam dužine i povezujući ga s ranije usvojenim sadržajima o točki i crti.

**Tablica 3** – Nastavne teme, ključni pojmovi i obrazovna postignuća za sadržaje iz geometrije u 3. razredu (MZOS, 2006, str. 242).

<b>Nastavna tema</b>	<b>Ključni pojmovi</b>	<b>Obrazovna postignuća</b>
Ravnina, likovi u ravnini	ravnina, likovi u ravnini	shvaćati ravninu kao neograničenu ravnu plohu i likove kao dijelove ravnine

Pravac, polupravac i dužina kao dijelovi pravca	pravac, polupravac, dužina	nacrtati i označiti pravac i polupravac; nacrtati dužinu kao dio pravca i istaknuti njezine krajnje točke
Mjerenje dužine	jedinična dužina, mjerenje dužine	upoznati jedinice za mjerenje dužine; izmjeriti zadanu dužinu jediničnom dužinom; prenositi zadane dužine; crtati dužine zadane duljine; preračunavati mjerne jedinice za duljinu
Pravci koji se sijeku i usporedni pravci	pravci koji se sijeku, sjecište, usporedni pravci	crtati pravce koji se sijeku i odrediti im sjecište; crtati usporedne pravce
Okomiti pravci	okomiti pravci	prepoznati okomite pravce; crtati okomite pravce
Krug, kružnica	krug, kružnica, središte, polumjer i promjer	crtati kružnicu šestarom; prenositi dužinu; razlikovati krug i kružnicu
Mjerenje obujma tekućine	obujam tekućine; mjerenje obujma tekućine; mjerne jedinice za obujam tekućine	upoznati jedinice za mjerenje obujma tekućine (litra, decilitar) i preračunavati ih
Mjerenje mase	mjerenje mase, mjerne jedinice za masu	upoznati jedinice za mjerenje mase (gram, dekagram, kilogram) i zapisivati ih; preračunavati jedinice za mjerenje mase

U trećem razredu broj tema vezanih uz geometriju se povećava u odnosu na ranije razrede (Tablica 3). Propisano je ukupno 23 nastavne teme, od čega je 8 tema vezano uz geometriju te 15 uz aritmetiku. Udio geometrijskih sadržaja tako u trećem razredu dolazi na 34% od ukupnog broja tema. Učenici se tada upoznaju s pojmom ravnine, svojstava usporednih i okomitih pravaca te pravila za njihovo crtanje, pojmova kružnice i kruga. Osim toga učenici usvajaju postupke mjerenja duljine, mase i

obujma tekućine te povezano s tim uče o mjernim jedinicama kojima se izražavaju rezultati ovih mjerenja (MZOS, 2006). S povećanjem sadržaja koji se usvajaju, u ovom razredu se povećava i razina apstrakcije koja se očekuje od učenika. Tu učenici moraju shvatiti ideju o postojanju ravnine te povezanost različitih mjernih jedinica, kako bi ih kasnije mogli uspješno koristiti.

**Tablica 4** – Nastavne teme, ključni pojmovi i obrazovna postignuća za sadržaje iz geometrije u 4. razredu (MZOS, 2006, str. 243 i 244).

<b>Nastavna tema</b>	<b>Ključni pojmovi</b>	<b>Obrazovna postignuća</b>
Kut	kut, vrh kuta, krakovi kuta	shvaćati kut kao dio ravnine omeđen polupravcima; crtati, imenovati i označavati vrh i krakove kuta
Pravi kut	pravi kut	crtati i označavati pravi kut
Šiljasti i tupi kutovi	šiljasti i tupi kut	crtati šiljasti i tupi kut; razlikovati pravi, šiljasti i tupi kut
Trokut	trokut, vrhovi, stranice i kutovi trokuta	crtati trokut; istaknuti i označiti vrhove, stranice i kutove trokuta
Vrste trokuta s obzirom na stranice	raznostraničan, jednakokračan i jednakostraničan trokut	uspoređivati duljine stranica trokuta; razlikovati, crtati i imenovati trokute s obzirom na duljinu stranica
Pravokutni trokut	pravi kut, pravokutni trokut	prepoznati, imenovati, crtati i pravilno označiti pravokutni trokut
Opseg trokuta	opseg trokuta	razumjeti opseg trokuta kao zbroj duljina njegovih stranica; izračunati opseg trokuta
Pravokutnik i kvadrat	pravokutnik, kvadrat, stranice, vrhovi i kutovi pravokutnika i kvadrata	prepoznati, razlikovati i crtati pravokutnik i kvadrat; označivati stranice, vrhove i kutove pravokutnika i kvadrata
Opseg pravokutnika i kvadrata	opseg pravokutnika i kvadrata	razumjeti i izračunati opseg pravokutnika i kvadrata



Mjerenje površina	jedinični kvadrat, kvadratna mreža, površina	mjeriti površinu prekrivanjem jediničnim kvadratima; služiti se kvadratnom mrežom u određivanju površine
Površina kvadrata i pravokutnika	površina kvadrata i pravokutnika, mjerne jedinice za mjerenje površine	računati površinu kvadrata i pravokutnika; znati mjere za površinu (kvadratni centimetar, kvadratni decimetar, kvadratni metar)
Kvadar i kocka	kvadar, kocka, strane, bridovi i vrhovi	upoznati kvadar i kocku, znati bitna obilježja kvadra i kocke; odrediti njihove strane, bridove i vrhove
Obujam kocke	kocka, obujam kocke, mjere za obujam	mjeriti obujam kocke slaganjem jediničnih kocaka; upoznati jedinice za mjerenje obujma (kubični centimetar i kubični decimetar)

Za četvrti razred osnovne škole propisan je najveći broj geometrijskih tema (Tablica 4). Od ukupno 22 teme za matematiku, 13 tema je iz područja geometrije, a 9 iz područja aritmetike. Tako u ovom razredu geometrijske teme čine 59% ukupnog broja tema. Geometrijske teme su vezane uz sadržaje o kutovima (pravi, šiljasti i tupi kut), trokutima te mjerenju opsega i površine. Još se usvajaju sadržaji o pravokutniku i kvadratu te o kvadru i kocki (MZOS, 2006). U ovom se razredu od učenika očekuju brojna obrazovna postignuća, a gotovo sva uključuju crtanje zadanih likova te mjerenje ili računanje s mjernim jedinicama. To pokazuje koliko je važno da su učenici uspješno usvojili sve geometrijske sadržaje iz prethodnih razreda. Posljednje teme obuhvaćaju kvadar i kocku te obujam kocke. Učenici bi tada trebali biti sposobni shvatiti što je to obujam i princip po kojemu se on računa. Nakon toga učenici bi trebali biti spremni za više razrede osnovne škole u kojima se pojavljuju još apstraktniji sadržaji.

Prikazane teme iz područja geometrije koje su predviđene za prva četiri razreda osnovne škole se odnose na osnovne sadržaje koji uvode učenike u svijet apstrakcije.

Kroz četiri razreda određeni sadržaji se postupno nadograđuju i proširuju, omogućujući tako učenicima da polako napreduju. Svakoj od ovih tema se može pristupiti na različite načine prilikom poučavanja, a na kraju je važno da se dođe do rezultata koji pokazuju kako su ih učenici uspješno usvojili i kako ih znaju koristiti u situacijama izvan školskog okruženja. Kako bi se to postiglo potrebno je poticati učenike pomoću zadataka različite težine koji im omogućuju upotrebu viših kognitivnih procesa.

### 3. TIMSS ISTRAŽIVANJE

IEA organizacija (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*) je Međunarodno udruženje za vrednovanje obrazovnih postignuća u sklopu kojeg se provodi TIMSS istraživanje (*Trends in International Mathematics and Science Study*). Kao što sama kratica kaže, TIMSS se bavi međunarodnim istraživanjem trendova u znanju iz matematike i prirodoslovlja. Uz TIMSS, organizacija provodi i PIRLS istraživanja (*Progress in International Reading Literacy Study – Međunarodno istraživanje razvoja čitalačke pismenosti*), a glavni cilj organizacije je prikupljanje informacija o postignućima učenika na područjima matematike, prirodoslovlja i čitanja s razumijevanjem. IEA organizacija je osnovana 1959. godine s ciljem provođenja usporednih istraživanja koja su se bavila proučavanjem obrazovnih politika diljem svijeta i njihove uspješnosti. Zahvaljujući njihovim istraživanjima, dobiveni su podatci koji pridonose dubljem razumijevanju obrazovnih procesa i učeničkih postignuća (Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja [NCVVO], 2012).

TIMSS istraživanje se počelo provoditi 1995. godine i od tada se provodi u razmaku od četiri godine. Istraživanje omogućuje zemljama sudionicama da odaberu koje razrede žele uključiti u istraživanje. Sudjelovati mogu učenici četvrtih razreda, učenici osmih razreda ili učenici obaju razreda. Zemlje koje su do sada sudjelovale u istraživanju razlikovale su se po geografskoj lokaciji, broju stanovnika te ekonomskom stupnju razvoja. Povezuje ih zajedničko nastojanje da poboljšaju nastavu matematike i prirodoslovlja u osnovnoj školi te da ustanove koje su najbolje metode podučavanja za postizanje što boljih rezultata. Za vrijeme provedbe istraživanja (i TIMSS i PIRLS) uz pomoć anketnih upitnika se prikupljaju i drugi podatci o školskom okružju učenika, metodama podučavanja, kurikulu, školskom i razrednom ozračju te opći socioekonomski pokazatelji koji daju potpuniju sliku o obrazovnom sustavu zemlje. Kroz ovakvu metodologiju istraživanje uključuje roditelje i učitelje, koji imaju važnu ulogu u obrazovanju svakog djeteta. Nakon provedenog ispitivanja uspoređuju se rezultati koje su učenici postigli s odgovorima koje su dali roditelji i učitelji te se tako dolazi do zaključaka o prednostima i nedostacima pojedinog obrazovnog sustava s obzirom na njegovu organizaciju, nastavne metode i ostvarena obrazovna postignuća (NCVVO, 2012).

Istraživanje koje je provedeno 2011. godine obuhvaćalo je tri razine kurikularnog modela i to: *predviđeni*, *primijenjeni* i *postignuti* kurikulum. Predviđeni kurikulum obuhvaća planiranje nastavnih sadržaja za podučavanje, odabir nastavnih sredstava i metoda, planiranje organizacije nastave i ciljeva koji se žele ostvariti. Primijenjeni kurikulum se odnosi na stvarno stanje do kojega se dolazi provođenjem predviđenog kurikula, dok je postignuti kurikulum vezan uz rezultate, učenikova postignuća i njegove stavove prema sadržajima koji su bili ispitivani i načinu na koji je ispitivanje provedeno (NCVVO, 2012).

### 3.1. Matematički zahtjevi TIMSS istraživanja

Kao što je već spomenuto, u sklopu TIMSS istraživanja ispituju se znanja učenika iz predmeta matematike i prirodoslovlja. S obzirom na to da su vještine koje se razvijaju rješavanjem matematičkih problema zastupljene u svakodnevnom životu, nije neobično da je upravo matematika izabrana kao područje zanimanja.

U ispitivanju matematičkih kompetencija u TIMSS istraživanju, svakom zadatku je dodijeljena po jedna stavka iz dviju domena: sadržajne i kognitivne domene.

#### 3.1.1. Sadržajna domena

Sadržajna domena se odnosi na sadržaje koji će se u istraživanju ispitivati. Za četvrti razred osnovne škole ona obuhvaća domene Brojevi, Geometrijski oblici i Mjerenje te Prikaz podataka (Tablica 5). Predviđeno je da od ukupnog broja zadataka, njih 50% pripada domeni Brojevi, 35% domeni Geometrijski oblici i mjerenje te 15% domeni Prikaz podataka.

**Tablica 5** – Postotci zadataka koji se odnose na sadržajne domene u četvrtom razredu (NCVVO, 2012, str. 31).

Sadržajna domena	Postotak
Brojevi	50%
Geometrijski oblici i mjerenje	35%
Prikaz podataka	15%

Sadržajna domena određuje koji sve sadržaji ulaze u opseg istraživanja, a svaka se domena sastoji od cjelina koje se nalaze u nastavnom kurikulumu većine zemalja koje sudjeluju u istraživanju. „Cilj nastave matematike je stjecanje temeljnih

matematičkih znanja potrebnih za razumijevanje pojava i zakonitosti u matematici, stjecanje osnovne matematičke pismenosti i razvijanje sposobnosti i umijeća rješavanja matematičkih problema“ (NCVVO, 2012, str. 31).

### 3.1.1.1. Brojevi

Sadržajna domena Brojevi za četvrti razred obuhvaća četiri tematske cjeline: Prirodni brojevi, Razlomci i decimalni brojevi, Jednadžbe s prirodnim brojevima i Odnosi među brojevima. Prema ovim tematskim cjelinama je vidljivo da se od učenika očekuje da razumije dekadski mjesta u zapisu broja, način na koji se brojevi zapisuju i odnos među brojevima. Isto tako, četvrti razred je razdoblje do kada bi učenici trebali ovladati računskim operacijama zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja te razumjeti njihov suodnos (NCVVO, 2012).

Za svaku tematsku cjelinu unutar ove domene propisani su zahtjevi koje bi svaki učenik trebao ostvariti. Za cjelinu Prirodnih brojeva to su:

- „primijeniti znanje o dekadskim mjestima, prepoznati i pisati brojeve u proširenom obliku te prikazati prirodne brojeve uz pomoć riječi, dijagrama ili simbola
- usporediti i poredati prirodne brojeve po veličini
- računati s prirodnim brojevima (zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje) te procijeniti rezultat računa zaokruživanjem
- znati raspoznati umnoške i faktore
- rješavati zadatke koji uključuju situacije iz života i zadatke koji uključuju mjerenja, novac i jednostavne odnose proporcija“ (NCVVO, 2012, str. 32).

U sljedećem primjeru (Primjer 1) daje se prikaz TIMSS zadatka iz tematske cjeline Prirodni brojevi.

#### **Primjer 1** (IEA, 2011, str. 17)

Na brodu je 2018 putnika i 191 član posade. Koliko je ukupno ljudi na brodu?

Odgovor: \_\_\_\_\_

Za drugu cjelinu unutar domene Brojeva, odnosno za Razlomke i decimalne brojeve postavljena su ova postignuća:

- „primijeniti znanje o razlomcima: prepoznati da je razlomak dio cjeline ili dio skupine, označiti ga na brojevnom pravcu te prikazati razlomke riječima, brojevima ili modelima
- utvrditi koji razlomci imaju jednaku vrijednost te ih poredati po veličini
- zbrajati i oduzimati razlomke s brojnikom 1
- pokazati znanje o dekadskim mjestima uključujući prikaz decimalnih brojeva riječima, brojevima ili modelima
- zbrajati i oduzimati decimalne brojeve
- rješavati zadatke koji uključuju razlomke s brojnikom 1 ili decimalne brojeve“ (NCVVO, 2012, str. 32).

Sljedeći primjer (Primjer 2) prikazuje tipičan zadatak za tematsku cjelinu Razlomci i decimalni brojevi.

**Primjer 2** (IEA, 2011, str. 49)

Tomislav je pojeo  $\frac{1}{2}$  torte, a Ivana  $\frac{1}{4}$  torte. Koliko su torte pojeli zajedno?

Odgovor: \_\_\_\_\_

Treća tematska cjelina domene Brojevi su Jednadžbe s prirodnim brojevima, a prema zahtjevima TIMSS istraživanja učenici bi trebali:

- „riješiti linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom
- linearnom jednadžbom prikazati jednostavni zadatak u kojemu nedostaje tražena vrijednost“ (NCVVO, 2012, str. 33).

U nastavku je primjer zadatka (Primjer 3) koji je bio postavljen na TIMSS istraživanju 2011. godine iz ove tematske cjeline.

**Primjer 3** (IEA, 2011, str. 78)

Ivana je imala 12 jabuka. Pojela je nekoliko jabuka i ostalo joj je još 9. Koji je brojevni izraz točan?

A)  $12 + 9 = \square$

B)  $9 = 12 + \square$

C)  $12 - \square = 9$

D)  $9 - \square = 12$

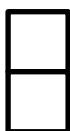
Posljednja tematska cjelina su Odnosi među brojevima te obuhvaćaju postignuća prema kojima učenici trebaju znati:

- „dopuniti brojevni niz, opisati odnose među susjednim brojevima u nizu i odnos između određenog broja i cijelog niza
- opisati ili izabrati pravilo na kojemu se temelji odnos između parova prirodnih brojeva te napisati parove prirodnih brojeva uz pomoć pravila (npr. pomnožiti prvi broj s 3 te dodati 2 kako bi izračunali nepoznanicu)“ (NCVVO, 2012, str. 33).

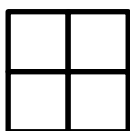
U primjeru (Primjer 4) je vidljivo kakvi se zadatci mogu pojaviti vezano uz tematsku cjelinu Odnosi među brojevima.

**Primjer 4** (IEA, 2011, str. 86)

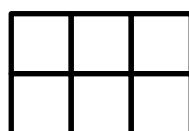
Bruno slaže kvadrate na sljedeći način:



1. lik



2. lik



3. lik

Nacrtaj kako će izgledati 5. lik.

Može se uvidjeti kako je od sadržaja koji su u domeni brojeva samo jedna cjelina eksplicitno prisutna u Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) do četvrtog razreda, i to prirodni brojevi koje bi učenici trebali usvojiti do tada. Cjeline koje se odnose na jednadžbe s prirodnim brojevima te na odnose među brojevima nisu samostalno zastupljene u Planu i programu (MZOS, 2006) na način da su jasno vidljive i izolirane, ali ih učenici mogu savladati kroz druge nastavne teme koje su povezane s njima. Jedino cjelina vezana uz razlomke i decimalne brojeve nema niti jednu sličnu temu u nižim razredima osnovne škole, već se ona pojavljuje tek u petom razredu (MZOS, 2006). Zbog toga bi zadatci koji sadrže razlomke i decimalne brojeve mogli predstavljati problem za naše učenike.

### 3.1.1.2. Geometrijski oblici i mjerenje

Drugi dio sadržajne domene se zove Geometrijski oblici i mjerenje. On obuhvaća dvije tematske cjeline, a to su Dužine, pravci i kutovi te Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici. Kako bi bili uspješni u zadacima u ovoj

domeni, učenici bi trebali ovladati pojmovima kao što su pravac, duljina stranice, veličina kuta, opseg, površina, mjerne jedinice te sposobnošću prostornog predočavanja tijela (NCVVO, 2012, str. 33).

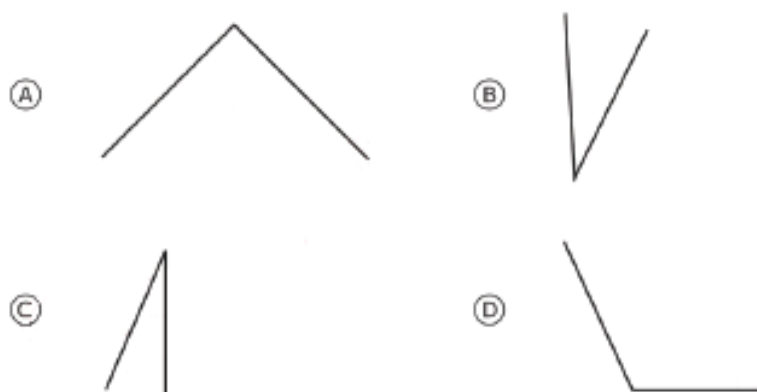
Zahtjevi koji su postavljeni za prvu tematsku cjelinu Dužine, pravci i kutovi obuhvaćaju:

- „izmjeriti i/ili procijeniti duljinu dužine
- odrediti i nacrtati usporedne i okomite pravce
- usporediti kutove prema veličini i nacrtati ih (npr. pravi kut i kutove koji su od njega veći ili manji)“ (NCVVO, 2012).

Primjer (Primjer 5) prikazuje jednu vrstu zadatka vezanu uz tematsku cjelinu Dužine, pravci i kutovi.

**Primjer 5** (IEA, 2011, str. 51)

Jedan od ovih kutova je pravi kut. Koji?



Druga tematska cjelina nazvana Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici pred učenike postavlja zadatke u kojima bi oni trebali usvojiti znanja vezana uz sljedeće zahtjeve:

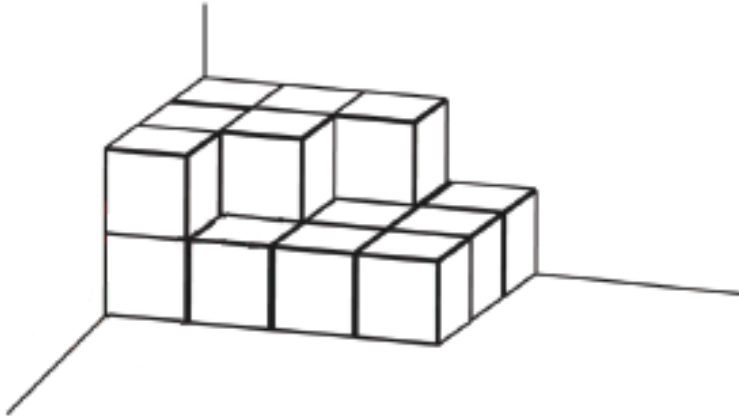
- „odrediti, grupirati i usporediti geometrijske likove i tijela (npr. prema obliku, veličini ili svojstvima)
- dosjetiti se osnovnih svojstava geometrijskih likova te osne i rotacijske simetrije
- prepoznati odnos trodimenzionalnih tijela prema njihovim dvodimenzionalnim prikazima
- izračunati površinu i opseg kvadrata i pravokutnika; odrediti i procijeniti površinu i obujam geometrijskih oblika (npr. pomoću prekrivanja zadanim



likom ili ispunjavanjem zadanog tijela kvadratima)“ (NCVVO, 2012, str. 33 i 34).

U nastavku je primjer zadatka (Primjer 6) vezan uz tematsku cjelinu Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici koji se pojavio na TIMSS istraživanju.

**Primjer 6** (IEA, 2011, str. 54)



Ana slaže kutije u kut sobe. Sve su kutije iste veličine. Koliko je kutija Ana složila?

- A) 25
- B) 19
- C) 18
- D) 13

Sadržaji obuhvaćeni domenom Geometrijski oblici i mjerenje djelomično se podudaraju sa sadržajima koji su predviđeni za učenike četvrtih razreda osnovne škole u Hrvatskoj. Zahtjevi iz cjeline Dužine, pravci i kutovi bi prema Programu (MZOS, 2006) trebali biti bliski učenicima četvrtih razreda, dok se zahtjevi iz druge cjeline (Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici) dijelom usvajaju do četvrtog razreda, a dijelom u višim razredima osnovne škole. Zbog toga bi učenici mogli imati poteškoće u rješavanju manjeg dijela ove sadržajne domene.

### 3.1.1.3. Prikaz podataka

Prikaz podataka čini posljednji dio sadržajne domene, a uključuje dvije tematske cjeline: Čitanje i interpretiranje podataka te Organiziranje i prikazivanje podataka. Ovaj dio sadržajne domene uključuje znanja o čitanju grafičkog prikaza podataka,

razvrstavanje i prikazivanje podataka u tablicama i dijagramima te donošenje zaključaka o podatcima na temelju različitih zadanih grafičkih prikaza (NCVVO, 2012).





U prvoj cjelini Čitanje i interpretiranje podataka učenici bi trebali znati:

- „čitati podatke iz tablica, slikovnih, stupčanih i kružnih dijagrama
- usporediti informacije prikazane na različite načine (npr. uz pomoć zadanih podataka ili grafičkog prikaza podataka o omiljenim okusima sladoleda u četiri ili više razreda odrediti razred u kojemu je čokolada omiljen okus)
- upotrijebiti grafički prikazane informacije kako bi odgovorili na pitanja koja nadilaze izravno čitanje podataka (npr. računanje s grafički prikazanim podacima, zaključivanje)“ (NCVVO, 2012, str. 34).

U primjeru (Primjer 7) se može vidjeti kakvi se zadatci mogu pojaviti vezano uz cjelinu Čitanje i interpretiranje podataka.

**Primjer 7** (IEA, 2011, str. 38)

**Najdraži okusi sladoleda**

Okus	Broj djece
Vanilija	
Čokolada	
Jagoda	
Limun	

 označava 4 djece

Koliko djece je odabralo vaniliju kao najdraži okus?

Odgovor: \_\_\_\_\_

Druga cjelina domene prikaza podataka je Organiziranje i prikazivanje podataka koja pred učenike postavlja ove zahtjeve:

- „usporediti i povezati različite prikaze istih podataka
- organizirati i prikazati podatke uz pomoć tablica, slikovnih, stupčanih i kružnih dijagrama“ (NCVVO, 2012, str. 34).

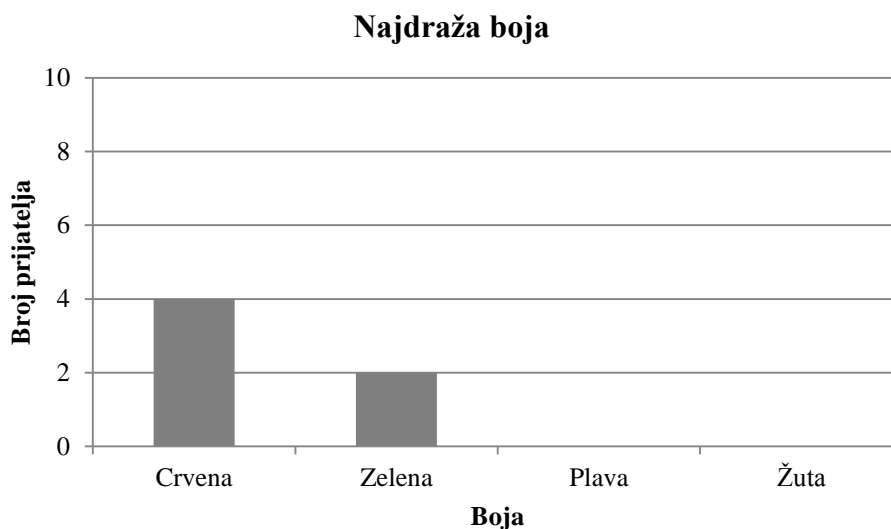
U sljedećem primjeru (Primjer 8) se nalazi prikaz zadatka iz TIMSS istraživanja iz cjeline Organiziranje i prikazivanje podataka.

### Primjer 8 (IEA, 2011, str. 76)

Dario je pitao prijatelje da mu kažu svoje najdraže boje. Podatke je zapisao u tablicu prikazanu ispod:

Najdraža boja	Broj prijatelja
Crvena	4
Zelena	2
Plava	6
Žuta	7

Zatim je Dario počeo crtati dijagram s prikupljenim informacijama. Dovrši Dariojev dijagram:



Sadržaji na koje se domena Prikaz podataka odnosi, a koji uključuju cjeline Čitanje i interpretiranje podataka te Organiziranje i prikazivanje podataka, nisu obuhvaćeni Nastavnim planom i programom (MZOS, 2006) do četvrtog razreda osnovne škole. Ovi sadržaji se usvajaju tek u sedmom razredu i zbog toga ova sadržajna domena može predstavljati najveći problem za učenike četvrtih razreda.

#### 3.1.2. Kognitivna domena

Kognitivna domena TIMSS istraživanja obuhvaća kognitivne vještine kojima se učenici služe pri rješavanju matematičkih zadataka. Postoje tri razine kognitivne domene (Tablica 6). Od svih zadataka koji se pojavljuju na istraživanju predviđeno je da zadatci koji ispituju činjenično znanje obuhvate 40% zadataka, zadatci koji zahtijevaju primjenu usvojenih znanja 40%, a zadatci u kojima učenici moraju zaključivati i koristiti više kognitivne procese 20%.

**Tablica 6** – Postotci zadataka koji se odnose na kognitivne domene u četvrtom razredu (NCVVO, 2012, str. 35).

<b>Kognitivna domena</b>	<b>Postotak</b>
Činjenično znanje	40%
Primjena	40%
Zaključivanje	20%

Predviđeno je da svaka od ovih domena bude ravnomjerno raspoređena u zadacima različitih sadržajnih domena kako bi učenici pri rješavanju različitih sadržaja koristili sve kognitivne vještine.

### **3.1.2.1. Činjenično znanje**

Matematički postupci označavaju povezanost i načine na koje ljudi povezuju temeljna matematička znanja kako bi riješili rutinske probleme s kojima se svakodnevno susreću. Vježbanjem i čestom upotrebom različitih postupaka, učenici proširuju svoje razmišljanje i poboljšavaju svoje matematičke vještine i misaone procese. Kada su dobro upoznati s matematičkim pojmovima i teorijskim sadržajima, odnosno s činjeničnim znanjem, učenici imaju mogućnost povezati pojedinačne pojmove u veće cjeline. Zadatci koji se temelje na provjeravanju usvojenog činjeničnog znanja od učenika zahtijevaju sljedeće misaone procese:

- prisjećanje
- prepoznavanje
- računanje
- pronalaženje
- mjerenje
- razvrstavanje/nizanje (NCVVO, 2012).

U misaonom procesu prisjećanja učenici se moraju sjetiti naučenih definicija, matematičkih naziva, svojstava brojeva ili geometrijskih elemenata te matematičkog zapisivanja. Na razini prepoznavanja, učenici trebaju prepoznati predmete proučavanja matematike (kao što su geometrijski likovi i tijela) te matematičke jednakosti (poput razlomaka iste vrijednosti). Prilikom računanja od učenika se očekuje izvođenje zbrajanja, oduzimanja, množenja i dijeljenja, povezivanje prirodnih i decimalnih brojeva te razlomaka u računanju, procjenjivanje rezultata zaokruživanjem i računanje rutinskih matematičkih zadataka. Proces pronalaženja se

odnosi na pronalazak traženih podataka u tablicama, dijagramima ili nekim drugim grafičkim prikazima, dok mjerenje uključuje točno služenje mjernim priborom te odabir prikladnih mjernih jedinica. Posljednji misaoni proces koji se odnosi na činjenično znanje je razvrstavanje, odnosno nizanje. On podrazumijeva točno razvrstavanje likova, brojeva ili izraza prema zajedničkim svojstvima te njihovo svrstavanje u skupine s obzirom na njihove značajke (NCVVO, 2012).

Primjer 9 prikazuje jedan zadatak koji pripada domeni Činjeničnog znanja.

**Primjer 9** (IEA, 2011, str. 41)

U kojem od navedenih brojeva znamenka 8 ima vrijednost 800?

- A) 1468
- B) 2587
- C) 3809
- D) 8634

Kako bi točno riješili ovaj zadatak učenici se trebaju koristiti misaonim procesom prisjećanja. Moraju se sjetiti pravila vezanih uz dekadске jedinice i mjesnu vrijednost znamenke kako bi mogli zaokružiti točan odgovor. S obzirom na to da se u ovome i sličnim zadacima u istraživanju od učenika ne očekuju složeniji matematički postupci, oni pripadaju u domenu Činjeničnog znanja.

**3.1.2.2. Primjena**

U domeni Primjene učenici se susreću sa zadacima u kojima se provjerava njihova sposobnost primjene naučenih matematičkih znanja i vještina u novim uvjetima. U takvim zadacima učenici trebaju koristiti znanje o činjenicama, vještinama i postupcima kako bi pokazali sposobnost matematičkog prikazivanja ideja, koja je neophodna za dobar uspjeh u matematici. Zadaci iz ove domene mogu biti vezani uz probleme iz stvarnog života ili uz računske radnje koje su povezane s matematičkim sadržajima koji se uče. Kako bi ih učenici uspješno riješili, mogu se koristiti ovim misaonim procesima:

- odabir
- prikazivanje
- oblikovanje
- provedba

- rješavanje rutinskih zadataka (NCVVO, 2012).

Odabir je proces u kojemu učenik odabire primjerene računске operacije, metode ili strategije kako bi riješio zadatak s poznatim postupkom ili metodom rješavanja. Prikazivanjem se učenici koriste kada zadane podatke trebaju predstaviti u obliku dijagrama, tablica ili slika. Oblikovanje je misaoni proces u kojemu se izrađuje model geometrijskog lika ili model dijagrama potrebnog za rješavanje zadanog problema. Provedba se odnosi na primjenu zadanih matematičkih uputa pomoću kojih se izrađuje dijagram ili neki drugi grafički prikaz. Rješavanje rutinskih zadataka obuhvaća zadatke slične onima koji se rješavaju na nastavi, a mogu biti zadani brojevima ili riječima (NCVVO, 2012).

U primjeru (Primjer 10) je vidljiv jedan zadatak iz domene Primjene.

**Primjer 10** (IEA, 2011, str. 57)

Igralište je kvadratnog oblika. Duljina igrališta je 100 metara. Marija je prošetala cijelim rubom igrališta. Koliko je metara Marija prehodala?

- A) 100 metara
- B) 200 metara
- C) 400 metara
- D) 1000 metara

Ovakav zadatak pripada u domenu Primjene jer učenici moraju znanja o opsegu kvadrata povezati s oblikom igrališta i njegovom duljinom te primijeniti pravilo o računanju opsega na igralište. Sadržaji o opsegu kvadrata se usvajaju u četvrtom razredu i zadatci slični ovome se rješavaju na redovnoj nastavi. Zbog toga on pripada u proces rješavanja rutinskih zadataka.

### 3.1.2.3. Zaključivanje

„Matematičko zaključivanje odnosi se na sposobnost logičkog, sustavnoga razmišljanja“ (NCVVO, 2012, str. 37). Zaključivanje može biti intuitivno i induktivno, a temelji se na pronalaženju uzoraka i pravilnosti. Zadatci iz ove domene su obično nerutinski, što znači da oni zahtijevaju korištenje viših kognitivnih procesa. Osim toga, oni podrazumijevaju korištenje usvojenih znanja i vještina u novim i nepoznatim situacijama te istovremeno korištenje više vještina zaključivanja. Rješavanje zadataka iz ove domene često utječe na učenikovo razmišljanje „pa stoga

zaključivanje obuhvaća sposobnost opažanja i nagađanja, logičko zaključivanje na temelju određenih pretpostavki i pravila te potkrepljivanje rješenja“ (NCVVO, 2012, str. 37). Za potrebe TIMSS istraživanja koriste se zadatci za čije su rješavanje potrebni sljedeći procesi:

- analiza
- uopćavanje/izvođenje
- integracija/sinteza
- potkrepljivanje
- rješavanje nerutinskih zadataka (NCVVO, 2012).

Koristeći proces analize učenici trebaju odrediti, opisati ili upotrijebiti odnose među matematičkim vrijednostima kako bi mogli donijeti točne zaključke koji se temelje na zadanim podacima. Uopćavanje, odnosno izvođenje se odnosi na primjenu jednog dobivenog rezultata na druge, slične zadatke ili na opisivanje dobivenog rezultata općenitim oznakama kako bi se mogao primijeniti na druge zadatke. Integracija (sinteza) je povezivanje raznih elemenata s matematičkim idejama. Osim toga integracija se može provoditi kada treba odabrati postupke za dobivanje točnog rezultata, koji se tada moraju udružiti kako bi se dobilo konačno rješenje. Potkrepljivanje je proces u kojemu se rješenje mora potvrditi matematičkim svojstvima. U rješavanju nerutinskih zadataka učenici se susreću s do tada nepoznatim zadacima koje moraju riješiti koristeći se znanjima o matematičkim pojmovima i postupcima (NCVVO, 2012).

U primjeru (Primjer 11) se prikazuje zadatak iz kognitivne domene Zaključivanja.

**Primjer 11** (IEA, 2011, str. 21)

Mjerilo na karti pokazuje da 1 centimetar na karti predstavlja 4 kilometra u prirodi. Udaljenost između dva grada na karti je 8 centimetara. Kolika je udaljenost između dva grada izražena u kilometrima?

- A) 2
- B) 8
- C) 16
- D) 32

Ovaj zadatak pripada u domenu Zaključivanja, jer ga učenici ga mogu riješiti pomoću procesa analize. Najprije moraju shvatiti značenje mjerila (odnos između udaljenosti na karti i udaljenosti u prirodi) kako bi kasnije mogli odrediti udaljenost

između dvaju gradova. Također, ovaj zadatak spada u proces rješavanja nerutinskih zadataka jer se učenici četvrtih razreda još ne susreću s ovakvim zadacima na redovnoj nastavi.

### **3.2. TIMSS istraživanje 2011.**

TIMSS istraživanje 2011. godine se odnosilo na peti ciklus provedbe istraživanja ove vrste. Istraživali su se učenici četvrtih i osmih razreda iz predmeta matematike i prirodoslovlja. U njemu je sudjelovalo ukupno 50 zemalja i 7 referentnih sudionica. Referentne sudionice su zemlje čiji rezultati predstavljaju točku s kojom se druge zemlje uspoređuju. Republika Hrvatska je sudjelovala u kategoriji četvrtih razreda, i to u istraživanju postignuća iz matematike (NCVVO, 2012).

U ovoj kategoriji najbolje rezultate su postigli učenici iz Singapura, Republike Koreje i Hong Konga. Nakon njih slijede Kineski Tajpeh, Japan, Sjeverna Irska, Belgija, Finska, Engleska i Rusija. Međunarodni prosjek je bio 500 osvojenih bodova, a čak 25 zemalja sudionica se nalazi iznad ovog prosjeka (NCVVO, 2012).

Rezultati su pokazali da na međunarodnoj razini nema većih razlika u uspjehu između dječaka i djevojčica. Kada se promatraju rezultati prema sadržajnim domenama, učenici su bili uspješniji u domeni Prikaz podataka nego u Brojevima i Geometrijskim oblicima i mjerenju. U kognitivnim domenama prosječni međunarodni postotak iznosio je „55% za činjenično znanje, 50% za primjenu i 40% za zaključivanje“ (NCVVO, 2012, str. 10).

### **3.3. Rezultati hrvatskih učenika u TIMSS istraživanju 2011.**

Republika Hrvatska se 2011. godine prvi puta uključila u međunarodno TIMSS istraživanje, iz područja matematike u četvrtom razredu osnovne škole. Izabran je reprezentativan uzorak koji je tijekom školske godine 2008./2009. bio pripreman za istraživanje. Uzorak je obuhvaćao oko 5000 učenika četvrtih razreda koji su bili ravnomjerno izabrani, tako da obuhvaćaju svaku regiju Republike Hrvatske. U uzorak su bili uključeni i pripadnici nacionalnih manjina u Hrvatskoj koji su istraživanje pisali na svom materinskom jeziku. Ukupan broj škola sudionica je 152, a važno je napomenuti da je njihov odaziv bio 100%, što znači da su se odazvale sve škole kojima je bio poslan poziv za sudjelovanjem (NCVVO, 2012).

Istraživanje je provedeno u školskoj godini 2010./2011., od 3. do 20. svibnja, na konačnom uzorku od 4584 učenika. U sklopu istraživanja bila su korištena četiri



upitnika: *Upitnik za učenike, Upitnik o učenju čitanja, Upitnik za učitelje i Upitnik za ravnatelje*. Odabrani učenici istovremeno su sudjelovali na TIMSS i PIRLS istraživanju. Ispitne knjižice su ocijenjene u Nacionalnom centru za vanjsko vrednovanje obrazovanja te su rezultati poslani međunarodnim organizatorima koji su ih uspoređivali s ostalim zemljama sudionicama (NCVVO, 2012).

Nakon analize, rezultati su pokazali da je uspjeh hrvatskih učenika s osvojenih 490 bodova niži od prosjeka koji iznosi 500 bodova. Prosjek TIMSS istraživanja je određen na prvom istraživanju 1995. i od tada se koristi kao konstanta. Sve zemlje sudionice su raspoređene na skalu od 0 do 1000 bodova, a 500 bodova čini aritmetičku sredinu (NCVVO, 2012). Prema nacionalnom prosjeku Hrvatska je zauzela 30. mjesto, od ukupno 50 zemalja sudionica te se njezin uspjeh može usporediti s učenicima iz Norveške, Novog Zelanda i Španjolske. Ako se gledaju razlike u uspjehu s obzirom na spol, dječaci su postigli bolje rezultate nego djevojčice. U analizi sadržajne domene, našim učenicima su bili lakši zadatci iz domene Prikaza podataka (58%), dok su rezultati iz domena Brojeva (45%) te Geometrijski oblici i mjerenje (48%) bili nešto slabiji, što je u skladu s međunarodnim rezultatima. Rezultati iz kognitivne domene pokazuju da su naši učenici bili najuspješniji u Činjeničnom znanju (55%), zatim dolazi domena Primjena (46%), a najslabije su riješili zadatke u kojima je bilo potrebno Zaključivanje (38%) (NCVVO, 2012).

Osim analize ispitnih knjižica, analizirali su se odgovori roditelja, učitelja i ravnatelja te uspoređivali na međunarodnoj razini. Upitnici su se odnosili na sredstva za učenje, očekivanja roditelja o obrazovnom uspjehu djeteta, imovinsko stanje i opremljenost škole, radne uvjete, zadovoljstvo učitelja, itd. (NCVVO, 2012). Zanimljivo je spomenuti da su prema zadovoljstvu učitelja svojom karijerom „učitelji u Hrvatskoj najzadovoljniji učitelji u svijetu“ (NCVVO, 2012, str. 176). Ovaj podatak je vrlo važan jer zadovoljstvo učitelja može utjecati na rad i motivaciju učitelja pa tako učenici sa zadovoljnim učiteljem često postižu bolje rezultate.

### **3.4. TIMSS istraživanje 2015.**

TIMSS istraživanje 2015. godine se provodilo u 57 zemalja sudionica i 7 referentnih zemalja, u četvrtim i osmim razredima. Prikupljeni rezultati iz područja matematike i prirodoslovlja su analizirani i uspoređeni s rezultatima iz ranijih istraživanja (Mullis,

Martin, Foy i Hooper, 2016). U ovom, šestom ciklusu istraživanja po drugi puta je sudjelovala Republika Hrvatska.

U području matematike je sudjelovalo 49 zemalja, a najbolje rezultate su postigli učenici iz Singapura, Hong Konga, Republike Koreje, Kineskog Tajpeha i Japana. U usporedbi s istraživanjem 2011. godine, zemlje koje su tada imale najbolji rezultat su i dalje ostale na vrhu. Kada se gleda uspjeh prema unaprijed određenom međunarodnom prosjeku od 500 bodova, 32 zemlje su postigle bolje rezultate (Mullis i sur., 2016).

Rezultati pokazuju kako su dječaci imali bolji uspjeh u 18 zemalja, djevojčice u 8, a 23 zemlje nisu imale statistički značajnu razliku u uspjehu između dječaka i djevojčica. Ako se promatra uspjeh prema sadržajnim domenama, najveći broj zemalja je bio najuspješniji u domeni Brojeva (23 zemlje od 49), 17 zemalja je bilo uspješno u domeni Geometrijski oblici i mjerenje, a 17 u domeni Prikaz podataka (neke zemlje su bile jednako uspješne u dvije domene). U kognitivnim domenama 18 zemalja je postiglo najbolje rezultate u domeni Zaključivanja, 17 zemalja u domeni Činjeničnog znanja te 11 u Prikazu podataka (Mullis i sur., 2016).

### **3.5. Rezultati hrvatskih učenika u TIMSS istraživanju 2015.**

Republika Hrvatska je 2015. godine drugi puta sudjelovala u TIMSS istraživanju, iz područja matematike i prirodoslovlja u četvrtim razredima osnovne škole. Uzorak u istraživanju koje se provelo 2015. godine je obuhvaćao oko 4000 učenika iz 164 osnovne škole (NCVVO, 2017).

S obzirom na to da je ovo bilo drugo hrvatsko sudjelovanje na TIMSS istraživanju, usporedbom rezultata „moguće je pratiti rezultate matematičkih i prirodoslovnih kompetencija učenika četvrtih razreda u razdoblju od četiri godine“ (NCVVO, 2017, str. 8). Hrvatski učenici su u ovom istraživanju osvojili ukupno 502 boda, što se ne razlikuje značajno od prosjeka (500 bodova). U usporedbi s rezultatima iz 2011., uspjeh hrvatskih učenika je porastao za 12 bodova, što pokazuje pozitivan pomak u podučavanju matematike i obrazovnim postignućima u Hrvatskoj u odnosu na TIMSS ciljeve i zadatke (NCVVO, 2017). Uspjeh Hrvatske se može usporediti sa Slovačkom, Španjolskom i Italijom. Rezultati u odnosu na spol učenika pokazuju kako su dječaci bili uspješniji od djevojčica za 12 bodova (NCVVO, 2016), što odgovara rezultatima prethodnog istraživanja.

Baš kao i u istraživanju 2011. godine, i ovaj puta su hrvatski učenici bili najuspješniji u sadržajnoj domeni Prikaz podataka (postotak riješenosti zadataka je 54%), dok su preostale dvije domene ostvarile nešto slabije rezultate: Geometrijski oblici i mjerenje su imali 48%, a Brojevi 44%. Rezultati s obzirom na kognitivnu domenu pokazuju da su učenici u Hrvatskoj najuspješniji u rješavanju zadataka iz domene Činjeničnog znanja (53%), zatim slijedi domena Primjene (43%), a za domenu Zaključivanja (41%) su najslabiji rezultati (Mullis i sur., 2016).

U ovom poglavlju je predstavljeno TIMSS istraživanje kroz pregled zahtjeva koje ono postavlja. Znanja učenika se ispituju kroz tri sadržajne (Brojevi, Geometrijski oblici i mjerenje te Prikaz podataka) i tri kognitivne (Činjenično znanje, Primjena i Zaključivanje) domene. Na kraju poglavlja se nalaze rezultati koje su hrvatski učenici postigli na istraživanjima i pojedinim domenama 2011. i 2015. godine. U nastavku rada slijedi detaljnija analiza geometrijske domene i zadataka koje ona sadrži.

## **4. ANALIZA GEOMETRIJSKIH ZADATAKA IZ TIMSS ISTRAŽIVANJA**

U TIMSS istraživanju se kroz različite sadržajne domene ispituje znanje učenika iz matematike. Jedna od domena su Geometrijski oblici i mjerenje koji obuhvaćaju 35% zadataka koji su prisutni u sadržajnoj domeni. Oni se odnose na dvije tematske cjeline, a to su Dužine, pravci i kutovi te Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici (NCVVO, 2012). Zadatci koji se postavljaju pred učenike od njih zahtijevaju različite kognitivne vještine i misaone procese. Zadatci mogu biti stavljeni u kontekst, što učeniku olakšava povezivanje sadržaja sa stvarnim životom i upotrebom matematičkog razmišljanja, a mogu biti vezani uz matematički jezik i matematičke pojmove, bez zadanog konteksta.

U istraživanju 2011. godine od ukupno 73 zadatka, 24 je bilo u domeni Geometrijski oblici i mjerenje. Od toga su dva zadatka bila iz kognitivne domene Zaključivanje, a po 11 zadataka je pripadalo u preostale dvije domene (Činjenično znanje i Primjena) (IEA, 2011). Ako se promatraju samo zadatci iz geometrije, u 12 od 24 zadatka su hrvatski učenici postigli rezultat koji je ispod međunarodnog prosjeka, 10 od 24 zadatka su riješili bolje nego što je to pokazivao međunarodni prosjek, a u dva zadatka su bili izjednačeni s prosjekom (IEA, 2013).

Istraživanje 2015. godine je obuhvaćalo 179 zadataka, od kojih je 59 bilo dio domene Geometrijski oblici i mjerenje. Od ovih zadataka, 22 zadatka su ispitivala sadržaje vezane uz domenu Činjenično znanje, 25 ih je bilo iz domene Primjena, a 12 zadataka je pripadalo u domenu Zaključivanje. Rezultati pokazuju kako su hrvatski učenici u 31 od 59 zadataka bili iznad međunarodnog prosjeka, 25 od 59 zadataka je bilo riješeno ispod prosjeka, a tri zadatka su bila izjednačena s međunarodnim prosjekom (IEA, 2017).

U ovom poglavlju su navedene cjeline koje obuhvaća geometrijska domena. Glavna podjela je s obzirom na tematsku cjelinu kojoj pripadaju, a zadatci su još razvrstani prema tome koje nastavne sadržaje obuhvaćaju, kako bi se vidjelo koji zadatci prevladavaju i kakve zahtjeve postavljaju pred učenike. Osim toga, za svaku cjelinu je naveden jedan primjer iz ispitne knjižice TIMSS istraživanja, uz kognitivnu domenu kojoj pripada. Tako se vidi koji su misaoni procesi i vještine potrebne za njegovo rješavanje.

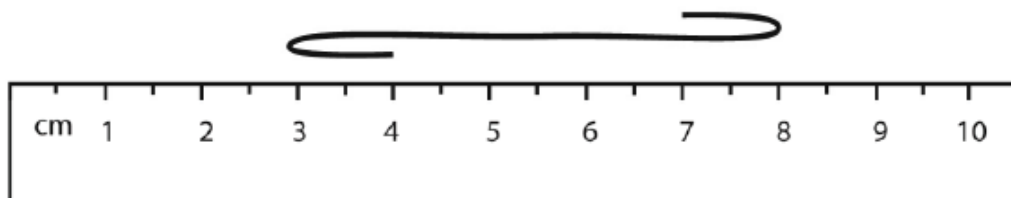
#### 4.1. Dužine, pravci i kutovi

Ranije su bili navedeni zahtjevi koji se postavljaju pred učenike u zadacima iz ove tematske cjeline. Ako se zahtjevi TIMSS istraživanja usporede s nastavnim temama iz Nastavnog plana i programa (MZOS, 2006), vidljivo je da su svi obuhvaćeni propisanim sadržajima i da bi ih učenici četvrtog razreda trebali usvojiti i uspješno koristiti. Međutim, u zadacima koji slijede postoji jedan tip zadatka koji se ne spominje u zahtjevima TIMSS istraživanja. On se odnosi na snalaženje u kvadratnoj mreži. U našem programu (MZOS, 2006) kvadratna se mreža spominje kao dio teme *Mjerenje površine* te bi se učenici trebali upoznati s njom tijekom četvrtog razreda. Obrazovna postignuća vezana uz kvadratnu mrežu se odnose samo na mjerenje površine pomoću kvadratne mreže, međutim kroz zadatke u udžbenicima koji se koriste u Hrvatskoj, učenici mogu savladati i sposobnost snalaženja u njoj. Zbog navedenih razloga učenici ne bi trebali imati poteškoća prilikom rješavanja zadataka iz ove tematske cjeline.

##### 4.1.1. Duljina

Mjerenje duljine pripada u sadržaje koji se uče na redovnoj nastavi u osnovnoj školi. Ona se uvodi u trećem razredu kada učenici usvajaju vještinu mjerenja duljine dužine (MZOS, 2006). Nakon toga ova vještina im opet treba u četvrtom razredu, kada uče računati opseg nekih geometrijskih tijela – duljine stranica ponekad nisu zadane, nego ih učenici moraju sami izmjeriti. Zbog toga zadatci, poput primjera koji slijedi (Primjer 12), iz ovoga područja ne bi trebali biti problematični za učenike.

**Primjer 12** (IEA, 2011, str. 110)



Ako izravnamo žicu prikazanu na crtežu iznad, koja će biti njezina približna duljina?

- A) 5 cm
- B) 7 cm
- C) 8 cm
- D) 9 cm

Navedeni primjer pripada u domenu primjene znanja. U njemu učenici najprije moraju prepoznati mjernu jedinicu za duljinu te pročitati duljinu ravnog dijela žice. Nakon toga moraju zamisliti da je žica ravna i nadodati još nekoliko centimetara duljini kako bi dobili točan rezultat. Osim toga, trebaju biti pažljivi tijekom mjerenja, jer se početak žice ne nalazi na početku ravnala, nego tek na drugom centimetru, što bi moglo zbuniti neke učenike tijekom rada. Zbog toga su u ovom zadatku potrebni misaoni procesi odabira i oblikovanja, jer učenici sami biraju način na koji će riješiti zadatak te ga pritom moraju misaono predočiti u svojoj glavi.

#### **4.1.2. Kutovi**

U osnovnoj školi učenici se u četvrtom razredu prvi puta susreću s pojmom kuta. Tada uče njegove osnovne karakteristike, upoznaju se s pravim, šiljastim i tupim kutom te ih moraju znati prepoznati i nacrtati (MZOS, 2006). U istraživanju su zadatci s kutovima djelomično u skladu s obrazovnim postignućima vezanim uz ove sadržaje jer se pojavljuju zadatci koji uključuju znanje o stupnjevima koje hrvatski učenici dobivaju u petom razredu. U nastavku slijedi primjer jednog takvog zadatka (Primjer 13).

#### **Primjer 13** (IEA, 2011, str. 112)

U prostoru ispod nacrtaj kut koji je veći od 90 stupnjeva, a manji od 180 stupnjeva.

Rješavajući ovaj primjer, učenici se koriste misaonim procesom provedbe (domena primjene) u kojoj se koriste uputama iz zadatka i vlastitim znanjem kako bi uspješno nacrtali zadani kut. Zadatci vezani uz ovaj sadržaj su uglavnom u domenama činjeničnog znanja i primjene. S obzirom na usklađenost s obrazovnim postignućima iz našeg programa ovakvi zadatci bi mogli predstavljati poteškoće za učenike.

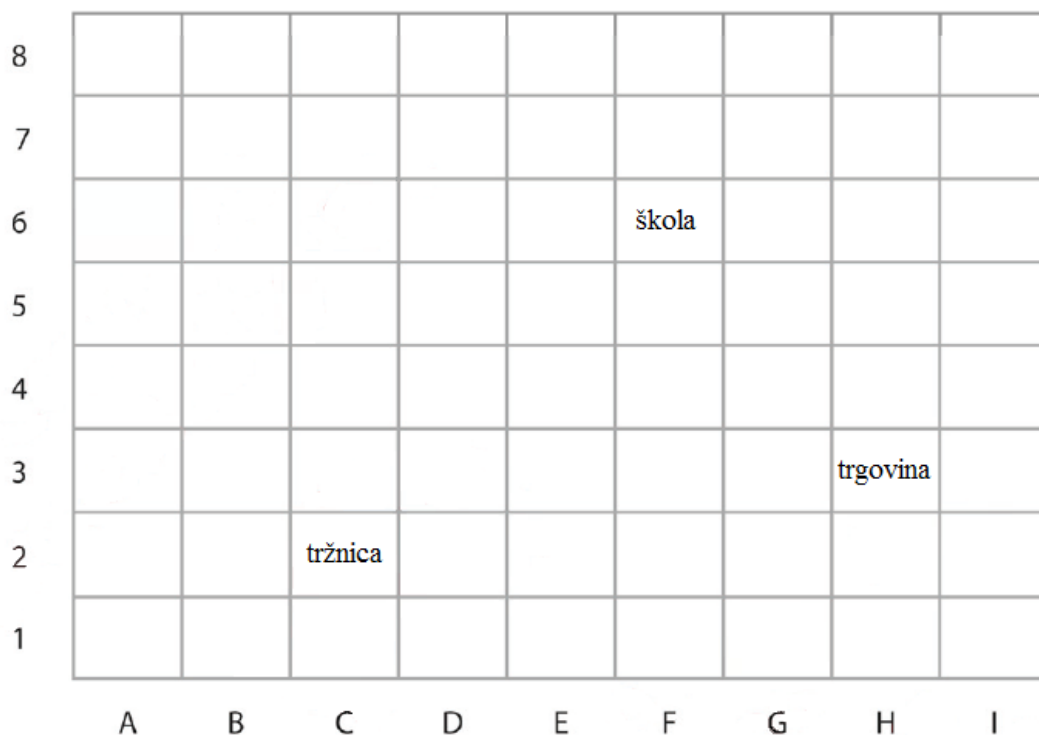
#### **4.1.3. Kvadratna mreža**

Kao dio cjeline Dužine, pravci i kutovi, u TIMSS istraživanju se pojavljuju zadatci koji od učenika traže snalaženje u koordinatnom sustavu u ravnini, iako se oni ne

spominju u obrazovnim zahtjevima ove cjeline. U Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) koordinatni sustav u ravnini se pojavljuje u sedmom razredu kada učenici uče o tome što je uređeni par, o koordinatnim osima te o određivanju koordinata zadane točke. Međutim, u četvrtom razredu postoji tema *Mjerenje površine* u kojoj se učenici upoznaju s kvadratnom mrežom i tada trebaju znati izmjeriti površinu pomoću kvadratne mreže te kroz zadatke u udžbenicima mogu steći sposobnost snalaženja u kvadratnoj mreži. Zbog toga bi učenici četvrtog razreda trebali biti upoznati s ovim sadržajem. U istraživanju su se pojavljivali zadatci s ovim sadržajem koji su pripadali u domene činjeničnog znanja ili primjene. Primjer u nastavku (Primjer 14) prikazuje jedan zadatak iz TIMSS istraživanja 2011. godine.

**Primjer 14** (IEA, 2011, str. 88 i 90)

Ovo je karta grada u kojem Lucija živi. Tržnica se nalazi na mjestu C2.



A. Na kojem mjestu se nalazi trgovina?

Trgovina se nalazi na mjestu \_\_\_\_\_.

B. Lucijina kuća se nalazi na mjestu D5. Stavi X na karti na mjesto njene kuće.

Može se uočiti kako je rješavanje ovoga zadatka olakšano jednim primjerom prema kojem učenici mogu oblikovati vlastite odgovore. Ovaj zadatak se sastoji od dva dijela, pri čemu prvi pripada u domenu činjeničnog znanja, a drugi u domenu

primjene. Prvi dio se odnosi na prepoznavanje traženog podatka u kojemu učenici trebaju zapisati položaj trgovine koji se može odrediti uz pomoć riješenoga primjera, dok za drugi dio učenici trebaju razmisliti i pažljivo odrediti samo jedno mjesto u koordinatnom sustavu pa se za njega koristi misaoni proces provedbe. Olakšavajuća okolnost je kontekst u koji je zadatak stavljen, a koji bi mogao olakšati učenicima snalaženje u kvadratnoj mreži i rješavanje zadatka. Kontekst pomaže učenicima jer oni kroz njega mogu zamisliti situaciju u kojoj se i sami mogu naći ili im se već dogodilo nešto slično pa znaju kako trebaju postupiti kako bi pronašli rješenje postavljenog problema.

#### **4.2. Dvodimenzionalni i trodimenzionalni geometrijski oblici**

Ako se promotre zahtjevi postavljeni za ovu tematsku cjelinu može se uočiti kako su oni samo djelomično zastupljeni u Planu i programu (MZOS, 2006) do četvrtog razreda. Od sadržaja s kojima su učenici razredne nastave upoznati tu pripadaju obilježja geometrijskih likova i tijela te računanje opsega i površine određenih likova. Međutim, dio ove cjeline čine osna simetrija koja se uvodi u petom razredu osnovne škole te rotacija, o kojoj se uči u osmom razredu. Osim ovih sadržaja postoje još i zadatci u kojima učenici moraju prepoznati geometrijsko tijelo s obzirom na danu njegovu mrežu, što je također dio programa osmog razreda. Prema tome, učenicima bi određeni zadatci iz ove tematske cjeline mogli predstavljati problem prilikom rješavanja.

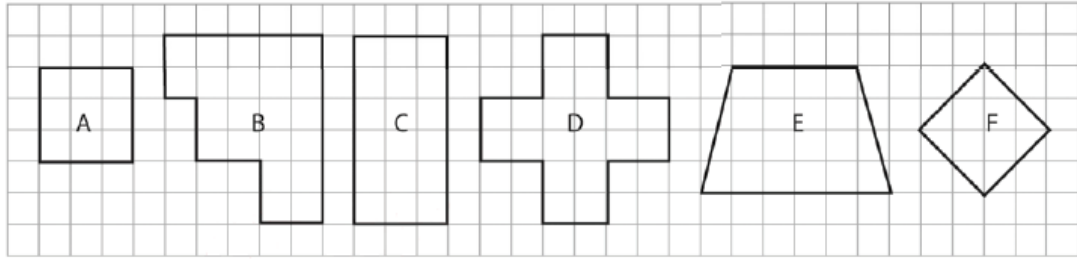
##### **4.2.1. Geometrijski likovi i tijela**

Geometrijski likovi i tijela su sadržaji koji se u nastavi pojavljuju već u prvom razredu osnovne škole te u kasnijim razredima kada se učenici detaljnije upoznaju s njima. U TIMSS istraživanju zadatci iz ovoga područja su uglavnom namijenjeni ispitivanju činjeničnog znanja, no postoje i zadatci u domeni zaključivanja. Činjenično znanje se odnosi na pitanja o imenovanju likova te njihovom broju stranica ili kutova, dok prilikom zaključivanja učenici trebaju povezivati i donositi pretpostavke. Jedan takav zadatak je prikazan u sljedećem primjeru (Primjer 15).

**Primjer 15** (IEA, 2011, str. 58)

Stjepan je koristio tablicu kako bi razvrstao ove likove.





Upiši ime svakog lika u tablicu, na mjesto na koje pripada.

Lik A je već upisan u tablicu.

	Ima 4 stranice	Nema 4 stranice
Sve stranice su jednake duljine	A	
Sve stranice NISU jednake duljine		

U primjeru je vidljivo kako se učenici moraju prisjetiti znanja o stranicama i duljini stranica likova, prebrojati i odrediti duljinu stranica svih likova te ih smjestiti u tablicu. Zbog toga ovaj zadatak pripada u domenu zaključivanja – učenici moraju primijeniti svoje znanje kako bi pravilno razvrstali likove, ali im je potrebna i sposobnost analize i snalaženja u tablici kako bi ime svakog lika upisali na točno mjesto.

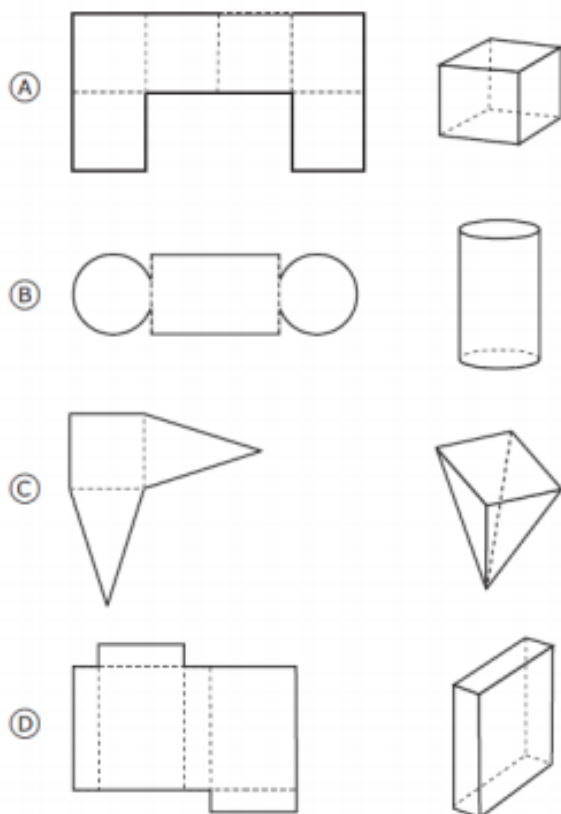
#### 4.2.2. Odnos geometrijskih tijela i njihovih dvodimenzionalnih likova

Zadatci vezani uz odnos geometrijskih tijela i njihovih dvodimenzionalnih prikaza od učenika traže povezivanje geometrijskih tijela s njihovim plošnim prikazima (mreže geometrijskih tijela). Ovakav tip zadatka nije zastupljen u razrednoj nastavi – pojavljuje se tek u petom razredu osnovne škole kada se uči o oplošju i mrežama geometrijskih tijela na satima Tehničke kulture, a tek u osmom razredu se pojavljuje kao tema iz matematike (MZOS, 2006). Zbog toga TIMSS zadatci vezani uz ovaj sadržaj mogu biti problematični za učenike četvrtih razreda u Hrvatskoj. Međutim, učenike u nižim razredima se može pripremiti za ovakve zadatke poticanjem na zamišljanje određenog geometrijskog tijela. Time se razvija njihova sposobnost apstraktnog zamišljanja (mentalna geometrija). Zadatci koji ispituju ovaj sadržaj mogu pripadati različitim kognitivnim domenama, ovisno o stupnju zahtjevnosti i

vještina koje su učenicu potrebne za rješavanje. Navedeni primjer (Primjer 16) prikazuje jednu vrstu zadatka vezanog uz ovaj sadržaj.

**Primjer 16** (IEA, 2011, str. 96)

Lucija je pronašla sljedeće predloške za sastavljanje kutija. Prema kojem predlošku se može sastaviti kutija koja je nacrtana pored njega?



Zadatak iz ovog primjera spada u kognitivnu domenu zaključivanja. Za njegovo rješavanje učenik treba znati kako izgledaju mreže zadanih geometrijskih tijela te mu treba mogućnost mentalnog zamišljanja sklopljenog tijela. Osim toga, učenik mora ukloniti mreže koje ne stvaraju potpuna geometrijska tijela kako bi došao do točnog odgovora.

**4.2.3. Opseg, površina i obujam**

Sadržaji vezani uz opseg, površinu i obujam se u Hrvatskoj usvajaju u četvrtom razredu osnovne škole. Tada učenici računaju opseg trokuta, kvadrata i pravokutnika, površinu kvadrata i pravokutnika te obujam kocke i kvadra (MZOS, 2006). U

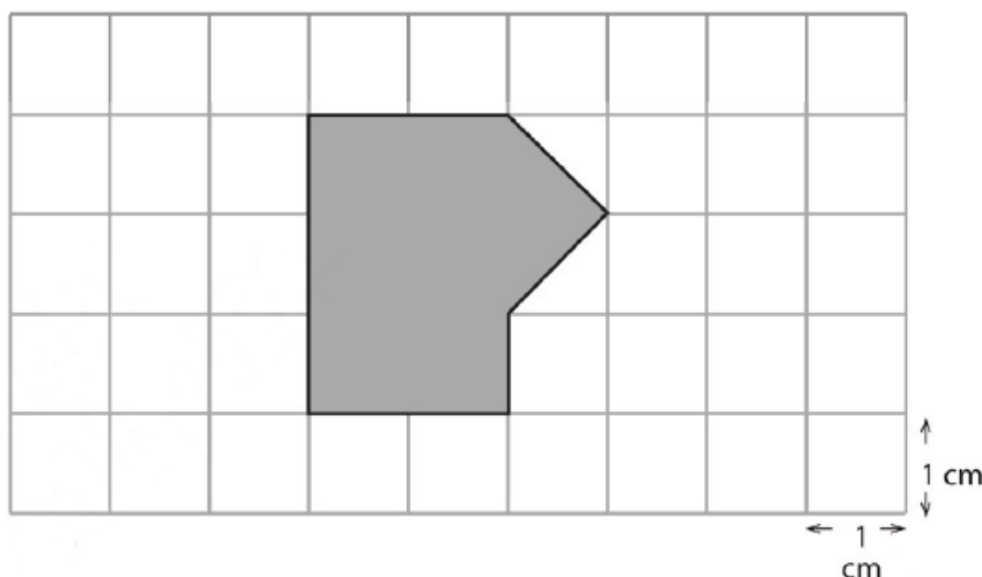
ispitnoj knjižici TIMSS istraživanja se mogu pronaći zadatci vezani uz ovaj sadržaj koji su slični onim zadacima koje učenici rješavaju na nastavi, no postoje i zadatci koji nisu tipični za nastavu u Hrvatskoj. U njima se od učenika traži zaključivanje, analiziranje, povezivanje ili korištenje ranije usvojenog znanja kako bi riješili zadani problem. U nastavku slijedi primjer zadatka (Primjer 17) koji nije tipičan za redovitu nastavu.

**Primjer 17** (IEA, 2011, str. 71)

Stranice kvadrata koji čine kvadratnu mrežu na crtežu ispod su 1 cm.

Kolika je površina osjenčanog lika izražena u kvadratnim centimetrima?

Odgovor: \_\_\_\_\_ centimetara kvadratnih



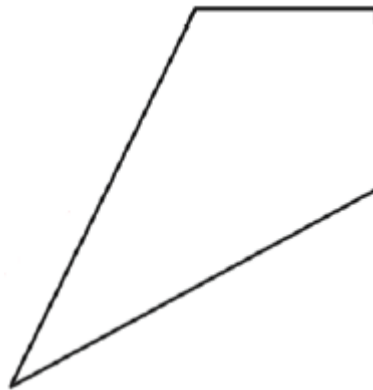
Ovaj zadatak spada u kognitivnu domenu primjene jer u njemu učenici moraju koristiti znanje o površini kako bi ga riješili. Međutim, ono što nije tipično za nastavu matematike u Hrvatskoj je oblik zadanog lika – on nije niti kvadrat niti pravokutnik koji se uvijek koriste u zadacima na nastavi. Ovdje učenici moraju samostalno odlučiti kako će podijeliti lik prilikom računanja površine kako bi si olakšali postupak. Ako se učenici odluče za prebrojavanje kvadrata iz kvadratne mreže kako bi došli do površine, i tu nailaze na novost – dva kvadrata nisu potpuno osjenčana, već polovično. Zbog toga ovaj zadatak zahtijeva misaone procese iz domene primjene u kojima učenici moraju odabrati prigodne postupke računanja kako bi došli do točnog rješenja.

#### 4.2.4. Simetrija

Vezano uz sadržaje o simetriji, u TIMSS istraživanju se pojavljuju zadatci koji uključuju pojmove osne simetrije, osi simetrije i rotacije. Kao što je već ranije bilo spomenuto, simetrija se u osnovnoj školi pojavljuje tek u petom razredu, a pojam rotacije u osmom. Zbog toga ovakvi zadatci mogu biti problematični za učenike četvrtog razreda, neovisno o tome kojoj kognitivnoj domeni pripadaju. Primjer 18 prikazuje jednu vrstu zadatka koji se pojavio tijekom TIMSS istraživanja.

**Primjer 18** (IEA, 2011, str. 92)

Nacrtaj os simetrije na ovome liku:



Ovaj zadatak pripada u kognitivnu domenu primjene jer učenici u njemu trebaju nacrtati os simetrije, što zahtijeva upotrebu znanja o tome što je os simetrije i gdje se ona nalazi, odnosno kako ju možemo odrediti. Sadržaji u kojima se ispituje znanje učenika o simetriji su u istraživanju bili ispitivani kroz dvije domene – činjenično znanje te primjena.

Proučavajući zadatke koji su se do sada pojavljivali u istraživanju iz sadržajne domene Geometrijski oblici i mjerenje vidljivo je kako su bile obuhvaćene sve kognitivne domene te su se koristili zadatci s kontekstom, ali i bez njega. Neki su zadatci bili vezani uz svakodnevne teme bliske učenicima, dok su neki bili isključivo orijentirani na matematičke pojmove i postupke. Može se zaključiti kako su zadatci iz geometrijske domene potaknuli učenike na korištenje misaonih procesa iz svih kognitivnih domena, što pokazuje njihovu važnost i orijentiranost istraživanja prema poboljšanju obrazovnih postignuća.

Nakon analize zadataka koji su bili dio TIMSS istraživanja 2011. godine postavilo se pitanje o zastupljenosti kognitivnih domena (Činjenično znanje, Primjena i Zaključivanje) u hrvatskim udžbenicima. U nastavku rada slijedi poglavlje koje prikazuje rezultate analize udžbeničkih kompleta koji se koriste u hrvatskim školama.

## 5. ANALIZA ZADATAKA IZ MATEMATIČKIH UDŽBENIKA

Matematički udžbenici su vrlo važan dio nastave matematike, jer oni predstavljaju izvor spoznaje za učenike. Matematički udžbenik se može opisati „kao službeno autorizirana i pedagoški oblikovana matematička knjiga napisana kako bi učenicima ponudila matematičke sadržaje“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 228), što nam dodatno ukazuje na njegovo značajno mjesto u obrazovanju. Zbog toga je vrlo važno da je učitelj siguran da udžbenik koji koristi u nastavi pomaže učenicima kako bi postigli najbolja postignuća. Osim toga, udžbenik i radna bilježnica se ne koriste samo na nastavi, već su oni „temeljni izvor za uvježbavanje zadataka za učenike u hrvatskim osnovnim školama, kako u školi tako i kod kuće u obliku domaćih zadaća“ (Glasnović Gracin i Domović, 2009, str. 58). Zbog toga je vrlo važno da su sadržaji koje udžbenici i radne bilježnice nude učenicima poticajni.

S obzirom na to da se u TIMSS istraživanju znanje učenika ispituje na tri kognitivne razine pojavilo se pitanje o tome koje su kognitivne razine zastupljene u udžbenicima koji se koriste na nastavi u osnovnim školama diljem Republike Hrvatske. Prema istraživanju od Glasnović Gracin i Domović (2009) učitelji se u velikoj mjeri oslanjaju na udžbenik u nastavi matematike pa je potrebno analizirati kakve sadržaje i zadatke nude matematički udžbenici u Hrvatskoj.

Kako bi se odgovorilo na ovo pitanje analizirana su četiri odobrena udžbenička kompleta za četvrti razred (udžbenik i radna bilježnica) koji su dostupni učiteljima u Hrvatskoj.

### 5.1. Ciljevi istraživanja

Analizom udžbeničkih kompleta u ovoj se analizi pokušalo doći do sljedećih spoznaja:

- kojoj kognitivnoj domeni pripada najveći broj zadataka,
- u kojem su omjeru zastupljene tri kognitivne domene,
- kakvi se zadatci koriste prilikom poučavanja geometrijskih sadržaja u četvrtom razredu.

## 5.2. Instrument i postupak istraživanja

U analizi udžbeničkih kompleta za potrebe diplomskog rada su bila uključena četiri udžbenika i četiri radne bilježnice:

- *Matematika 4* (Markovac, 2014a, 2014b),
- *Matematičkim stazama 4* (Paić, Manzoni, Marjanović i Kosak, 2014a, 2014b),
- *Nove matematičke priče 4* (Janda Abacci, Ćosić, Hižak i Sudar, 2014a, 2014b),
- *Moj sretni broj 4* (Miklec, Jakovljević Rogić, Prtajin, Binder, Mesaroš Grgurić i Vejić, 2014a, 2014b).

Udžbenici za četvrti razred su odabrani jer se TIMSS istraživanje provodi upravo u četvrtim razredima osnovne škole. Osim toga, za analizu su odabrane cjeline iz udžbenika koje se bave podučavanjem geometrije i to sadržaji vezani uz kvadrat i pravokutnik, njihov opseg i površinu, kocku, kvadar i obujam kocke. Razlog za odabir baš ovih cjelina je u njihovoj apstrakciji koja učenicima često predstavlja problem, sa željom da se to promijeni.

Svaki zadatak iz navedenih udžbenika i radnih bilježnica povezan sa spomenutim cjelinama je smješten u jednu kognitivnu domenu. Nakon toga je napravljena usporedba između kompleta međusobno, a kasnije su predstavljeni postotci za svaki udžbenički komplet posebno. U analizu su uključeni zadatci u kojima su učenici trebali nešto izračunati, povezati ili zaključiti, a zadatci koji su služili kao primjer (uglavnom u udžbenicima) i već su bili riješeni nisu dio analize.

## 5.3. Rezultati i rasprava

U nastavku će biti prikazani rezultati analize udžbeničkih kompleta za četvrti razred iz matematike. Najprije su predstavljeni i uspoređeni rezultati svih udžbenika, a zatim svih radnih bilježnica. Nakon toga slijedi analiza svakog udžbeničkog kompleta posebno.

### 5.3.1. Udžbenici

U matematičkim udžbenicima je važna postupnost, zbog čega se „novi matematički sadržaji naslanjaju na prije usvojena znanja“ (Glasnović Gracin, 2014, str. 228). Upravo zbog toga gotovo svaka nastavna tema u analiziranim udžbenicima započinje

ponavljanjem ranije usvojenih sadržaja. Ovi zadatci su najčešće obuhvaćali samo činjenično znanje te je zbog toga udio ovakvih zadataka u udžbenicima vrlo visok. Osim toga, u obzir treba uzeti da se u udžbenicima uglavnom nalaze matematički primjeri kroz koje učenici usvajaju nove sadržaje pa ostaje malo prostora za zadatke namijenjene učenicima. Kada se dođe do zadataka za vježbanje i ponavljanje, u većini udžbenika oni su postavljeni tako se provjeri jesu li učenici usvojili nove sadržaje, poput definicija, svojstava likova i tijela ili formula za računanje opsega, površine i obujma. Ova znanja su potrebna kako bi učenici kasnije mogli samostalno donositi zaključke i povezivati sadržaje. Međutim, nakon provjere usvojenosti činjeničnog znanja, rijetko se pojavljuju zadatci u kojima bi učenici mogli zaključivati. U tablici koja slijedi (Tablica 7) može se vidjeti u koje kognitivne domene pripadaju zadatci iz četiri analizirana udžbenika.

**Tablica 7** – Kognitivne domene u udžbenicima iz matematike za 4. razred (geometrijska poglavlja)

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
<i>Matematika 4</i>	48%	43%	9%
<i>Matematičkim stazama 4</i>	79%	17%	4%
<i>Nove matematičke priče 4</i>	61%	34%	5%
<i>Moj sretni broj 4</i>	47%	48%	5%

Rezultati pokazuju kako je u svim udžbenicima najmanji broj zadataka iz kognitivne domene zaključivanja. U tri udžbenika prevladavaju zadatci koji ispituju činjenično znanje. U samo jednom udžbeniku zadatci koji od učenika zahtijevaju primjenu naučenih sadržaja imaju približno jednak postotak zadatacima iz domene činjeničnog znanja (Tablica 7). Prema tome, rješavanjem zadataka iz udžbenika koji su trenutno dostupni, hrvatski učenici nemaju dovoljno zadataka koji bi im razvijali sposobnost zaključivanja i logičkog razmišljanja. Osim toga, učenicima se vrlo slabo potiču i razvijaju vještine korištenja viših kognitivnih procesa koje su važne za daljnje obrazovanje i uspješno snalaženje u svakodnevnim situacijama.



### 5.3.2. Radne bilježnice

Kada se gledaju odobrene radne bilježnice koje su dostupne u Hrvatskoj i koje dolaze u kompletu s udžbenikom, primjećuje se kako one sadrže zadatke koji prate sadržaje koji su predstavljeni u udžbeniku. No, u radnim bilježnicama se pojavljuju i novi tipovi zadataka koji su vezani uz nešto što nije spomenuto u udžbeniku. Važno je spomenuti da su svi autori udžbenika i radnih bilježnica u jednom kompletu isti. Zadatci su obično posloženi tako da idu od jednostavnijih prema težima. U Tablici 8 se nalaze rezultati analize zadataka iz četiriju odobrenih radnih bilježnica koje se koriste u hrvatskim školama.

**Tablica 8** – Kognitivne domene u radnim bilježnicama iz matematike za 4. razred (geometrijska poglavlja)

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
<i>Matematika 4</i>	55%	37%	8%
<i>Matematičkim stazama 4</i>	25%	58%	17%
<i>Nove matematičke priče 4</i>	50%	34%	6%
<i>Moj sretni broj 4</i>	31%	46%	23%

Rezultati analize radnih bilježnica pokazuju slične postotke zadataka kao i kod udžbenika – zadatci koji su u domeni zaključivanja zauzimaju najmanji udio od ukupnog broja zadataka. Međutim, može se uočiti kako su ovdje ti postotci nešto veći nego kod udžbenika, pa tako jedna radna bilježnica obuhvaća čak 23% zadataka iz domene zaključivanja. U dvije radne bilježnice prevladavaju zadatci koji provjeravaju činjenično znanje, a u dvije koji ispituju primjenu.

Ako se uspoređuje preporučeni udio zadataka iz kognitivne domene u TIMSS istraživanju (činjenično znanje 40%, primjena 40% i zaključivanje 20%) s radnim bilježnicama, može se uočiti kako se samo jedna radna bilježnica najviše približila tom postotku.

Kada se gledaju sve radne bilježnice zajedno, primjećuje se kako sve donose nešto zahtjevnije zadatke u odnosu na zadatke iz udžbenika, ali i dalje postoji potreba za višim kognitivnim domenama, osobito za zaključivanjem. Iako u nekim radnim

bilježnicama ima veći udio takvih zadataka, ipak postoji velik udio zadataka koji provjeravaju činjenično znanje i koji su često vrlo slični, što nikako ne potiče učenike na razmišljanje ili zaključivanje.

U nastavku poglavlja slijedi analiza svakog udžbeničkog kompleta posebno s obzirom na to koje zahtjeve i zadatke sadrže.

### 5.3.3. Zahtjevi u kompletu *Matematika 4*

Udžbenik *Matematika 4* (Markovac, 2014a) napisan je tako da se na početku svake lekcije učenici podsjetu na ranije usvojeno znanje koje će im biti potrebno za nove sadržaje. Nakon toga obično slijedi primjer koji je ponekad riješen, a ponekad ga učenici moraju dovršiti. Zatim je učenicima zadano nekoliko zadataka, obično tri do četiri, kroz koje uvježbavaju nove sadržaje. Kada se promatraju geometrijski sadržaji za četvrti razred, kvadrat i pravokutnik su u svakoj lekciji prisutni zajedno, odnosno učenici odjednom uče o njihovim svojstvima, o računanju opsega ili površine. Jednako tako su predstavljeni kvadar i kocka.

U radnoj bilježnici *Matematika 4* (Markovac, 2014b) zadatci su u skladu s udžbeničkim sadržajem te u njoj učenici mogu dodatno vježbati usvojene sadržaje. Za svaku lekciju je zadano nekoliko zadataka (od tri do šest, ovisno o njihovoj duljini) koji su slični zadatcima u udžbeniku.

Analizom je bio obuhvaćen 21 geometrijski zadatak iz udžbenika te 38 zadataka iz radne bilježnice što ukupno čini 59 zadataka. To su svi geometrijski zadatci iz udžbenika i radne bilježnice u 4. razredu ovog kompleta koji su vezani uz sadržaje o kvadratu i pravokutniku, njihovom opsegu i površini, kocki, kvadru i obujmu kocke (riješeni primjeri nisu uključeni). Rezultati analize zadataka iz udžbenika i radne bilježnice *Matematika 4* (Markovac, 2014a, b) s obzirom na to u koju kognitivnu domenu pripadaju su prikazani u tablici (Tablica 9).

**Tablica 9** – Kognitivne domene u udžbeničkom kompletu *Matematika 4*

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
Udžbenik	48%	43%	9%
Radna bilježnica	55%	37%	8%

Može se uočiti da u ovom kompletu prevladavaju zadatci koji ispituju činjenično znanje, odnosno najnižu kognitivnu domenu koja je zastupljena u 48% zadataka u

udžbeniku i 55% u radnoj bilježnici. Nakon nje dolaze zadatci iz domene primjene koji zauzimaju visokih 43% u udžbeniku te 37% u radnoj bilježnici. Najmanji broj zadataka traži od učenika logičko razmišljanje i zaključivanje – samo 9% zadataka u udžbeniku i 8% u radnoj bilježnici. Ako se gledaju udžbenik i radna bilježnica zajedno, primjećuje se kako je u obje knjige ovoga kompleta zastupljeno provjeravanje činjeničnog znanja, a to je osobito vidljivo u zadacima iz radne bilježnice koja prilikom rješavanja od učenika traži najniže kognitivne procese.

#### 5.3.4. Zahtjevi u kompletu *Matematičkim stazama 4*

U udžbeniku *Matematičkim stazama 4* (Paić i sur., 2014a) na početku nekih lekcija postoje kratki zadatci u kojima se učenici podsjećaju ranije usvojenih znanja. Nakon njih, učenici se upoznaju s novim sadržajima kroz brojne primjere koji su uglavnom uvijek riješeni ili su polovično riješeni pa učenici moraju samo dovršiti računanje (npr. pomnožiti dva broja kako bi dobili površinu pravokutnika). Zatim u nekim lekcijama slijedi par zadataka za uvježbavanje, a u nekima ih nema. Lekcije su podijeljene tako da učenici dio sadržaja o pravokutniku i kvadratu uče zajedno, a dio odvojeno pa tako na primjer lekcija o crtanju obuhvaća kvadrat i pravokutnik zajedno, ali kod opsega prvo usvajaju opseg pravokutnika, a zatim opseg kvadrata. Nakon toga slijedi ponavljanje usvojenih sadržaja te se jednak postupak ponavlja prilikom učenja površine i obujma.

U radnoj bilježnici *Matematičkim stazama 4* (Paić i sur., 2014b) pred učenike su postavljeni brojni zadatci, puno raznovrsniji nego oni u udžbeniku. Njihov broj varira između tri i šest zadataka, ovisno o zahtjevima pojedine nastavne teme.

U analizu je bilo uključeno ukupno 95 zadataka, od čega ih je 24 iz udžbenika i 71 iz radne bilježnice. Rezultati analize zadataka iz udžbeničkog kompleta *Matematičkim stazama 4* (Paić i sur., 2014a, b) i njihovi udjeli u kognitivnim domenama nalaze se tablici (Tablica 10).

**Tablica 10** – Kognitivne domene u udžbeničkom kompletu *Matematičkim stazama 4*

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
Udžbenik	79%	17%	4%
Radna bilježnica	25%	58%	17%

U ovom kompletu je vidljiva razlika između udžbenika i radne bilježnice s obzirom na to koja kognitivna domena prevladava. U udžbeniku je to činjenično znanje koje obuhvaća 79% zadataka, slijedi ga primjena sa 17%, a zaključivanje je prisutno u samo jednom zadatku što čini 4%. U radnoj bilježnici prevladavaju zadatci u kojima učenici trebaju primijeniti naučeno (58%), činjenično znanje je zastupljeno u 25% zadataka, a zaključivanje se traži u 17% zadataka.

### 5.3.5. Zahtjevi u kompletu *Nove matematičke priče 4*

Kao i u prethodnim udžbenicima, tako i *Nove matematičke priče 4* (Janda Abacci i sur., 2014a) na početku svake lekcije kroz jedan zadatak podsjećaju učenike na sadržaje koje već znaju, a koji će im trebati prilikom učenja novih sadržaja. Nakon zadatka za ponavljanje pred učenike je postavljen zadatak s riječima koji pred njih postavlja problemsko pitanje vezano uz temu. Ovaj primjer uvijek slijedi njegovo rješenje te objašnjenje kako se do njega došlo. Zatim dolaze zadatci (obično tri do četiri zadatka) kroz koje učenik uvježbava nove sadržaje. Sadržaji koji se tiču karakteristika i crtanja obuhvaćaju pravokutnik i kvadrat unutar jedne lekcije, a sadržaji vezani uz računanje opsega i površine te upoznavanja kocke i kvadra dolaze odvojeno.

Radna bilježnica *Nove matematičke priče 4* (Janda Abacci i sur., 2014b) sadrži zadatke koji su zahtjevniji nego oni u udžbeniku, a za svaku je lekciju broj zadataka različit (od dva zadatka pa do čak njih jedanaest).

Analizirano je 56 zadataka iz udžbenika i 88 zadataka iz radne bilježnice, što je ukupno 144 zadatka u udžbeničkom kompletu *Nove matematičke priče 4* (Janda Abacci i sur., 2014a, b). U tablici (Tablica 11) su prikazani rezultati analize.

**Tablica 11** – Kognitivne domene u udžbeničkom kompletu *Nove matematičke priče 4*

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
Udžbenik	61%	34%	5%
Radna bilježnica	50%	34%	16%

Kada se gleda udio kognitivnih domena u ovom udžbeničkom kompletu može se primijetiti kako činjenično znanje zauzima najveći dio postavljenih zadataka, sa 61% zadataka u udžbeniku i 50% u radnoj bilježnici. Primjena zauzima jednak postotak u

obje knjige – 34%. Najmanji udio imaju zadatci u kojima učenici trebaju nešto analizirati, usporediti i zaključiti, samo 5% u udžbeniku i 16% u radnoj bilježnici. U ovom kompletu obje knjige potiču učenike na korištenje najnižih kognitivnih procesa, a to je posebno izraženo u udžbeniku jer više od polovice zadataka ispituje upravo činjenično znanje.

### 5.3.6. Zahtjevi u kompletu *Moj sretni broj 4*

Početak svake lekcije u udžbeniku *Moj sretni broj 4* (Miklec i sur., 2014a) je sličan kao i u ranije opisanim udžbenicima – sastoji se od zadatka za ponavljanje sadržaja koji su već usvojeni. Nakon zadatka su predstavljeni novi sadržaji, često kroz jedan zadatak nakon kojeg slijedi teoretski dio (opisi, definicije ili formule). Zatim dolaze zadatci za učenike kako bi mogli uvježbati nove sadržaje (tri do osam zadataka). Sve lekcije vezane uz kvadrat i pravokutnik se bave s oba lika odjednom, dok su lekcije o kvadru i kocki odvojene. Važno je napomenuti da se jedino u ovom udžbeniku spominje pojam i prikaz mreže geometrijskog tijela – kvadra.

U radnoj bilježnici *Moj sretni broj 4* (Miklec i sur., 2014b) nalaze se zadatci koji proširuju znanje predstavljeno u udžbeniku. Za svaku lekciju su pripremljeni zadatci različite težine i raznolikog sadržaja (broj zadataka varira između tri i trinaest). Zanimljivo je da nakon svake cjeline dolaze zadatci pod naslovom *Mozgalice* koji sadrže nešto zahtjevnije zadatke nego u ostatku radne bilježnice, a pripadaju u više kognitivne domene.

U udžbeničkom kompletu *Moj sretni broj 4* (Miklec i sur., 2014a, b) je ukupno analizirano 149 zadataka, od toga ih je 58 iz udžbenika i 91 iz radne bilježnice. Rezultati analize se nalaze u tablici (Tablica 12).

**Tablica 12** – Kognitivne domene u udžbeničkom kompletu *Moj sretni broj 4*

	Činjenično znanje	Primjena	Zaključivanje
Udžbenik	47%	48%	5%
Radna bilježnica	31%	46%	23%

Gledajući rezultate analize za komplet *Moj sretni broj 4*, vidljivo je da ovdje prevladavaju zadatci u kojima učenici moraju primijeniti naučene sadržaje. U obje knjige iz ovog kompleta takvi zadatci obuhvaćaju gotovo polovicu svih zadataka (48% i 46%). Nakon njih slijede zadatci koji ispituju činjenično znanje, s 47%

ukupnog broja zadataka u udžbeniku i 31% u radnoj bilježnici. U domeni zaključivanja, udžbenik obuhvaća samo 5% zadataka, dok se u radnoj bilježnici može pronaći visokih 23% zadataka iz ove domene.

#### **5.4. Zaključak analize udžbenika**

U ovom poglavlju su prikazani rezultati analize udžbeničkih kompleta koji se trenutno koriste u četvrtim razredima u Hrvatskoj. Rezultati pokazuju kako u većini udžbenika prevladavaju zadatci koji se bave činjeničnim znanjem, odnosno najnižom kognitivnom domenom. Ako se gledaju zadatci koji pripadaju domeni zaključivanja, oni su prisutni u vrlo malom udjelu. U radnim bilježnicama su rezultati vrlo slični udžbeničkima, međutim, postoji mali porast kod zadataka koji provjeravaju učenikove sposobnosti zaključivanja. Isto tako, u radnim bilježnicama je nešto veći udio zadataka iz domene primjene koja je ipak nešto zahtjevnija nego domena činjeničnog znanja.

Rezultati vezani uz udžbenike mogu se povezati s time što udžbenici često sadrže primjere i objašnjenja novih sadržaja, što ostavlja malo prostora za zadatke. Ipak, kada se gledaju radne bilježnice u kojima nema primjera, nego samo zadatci za vježbanje i ponavljanje, i dalje nema znatnijeg porasta u zadacima koji zahtijevaju više kognitivne procese.

Zanimljivo je pogledati i ukupan broj zadataka koji su bili analizirani u svakom kompletu: komplet *Matematika 4* je imao ukupno 59 zadataka, u kompletu *Matematičkim stazama 4* je analizirano 95 zadataka, komplet *Nove matematičke priče 4* obuhvaća 144 zadatka, a komplet *Moj sretni broj 4* ima ukupno 149 zadataka vezana uz analizirani geometrijski sadržaj. Vidljivo je kako ukupan broj zadatak varira između različitih kompleta, baš kao i što su rezultati analize raznoliki.

S obzirom na predstavljene rezultate, uočava se potreba za dodatnim poticajima koji kod učenika mogu razviti logičko razmišljanje i sposobnost povezivanja informacija.

## **6. IMPLEMENTACIJA TIMSS IDEJA U NASTAVI MATEMATIKE**

Rezultati iz prethodnog poglavlja pokazuju kako u odobrenim udžbenicima koji se koriste u nastavi matematike u Hrvatskoj nema dovoljno zadataka iz kognitivne domene zaključivanja te stoga postoji potreba za dodatnim zadacima i aktivnostima kroz koje bi učenici mogli razvijati više kognitivne procese. U ovom poglavlju je prikazan niz zadataka i aktivnosti koji su namijenjeni upravo tome, a mogu se koristiti kao dodatak odabranom udžbeniku i radnoj bilježnici. Osim toga, predloženi zadatci su u skladu sa zahtjevima TIMSS istraživanja pa tako mogu služiti i kao priprema učenika za sudjelovanje u istraživanju.

Za izradu ovih zadataka su kao baza korišteni zadatci koji su se do sada pojavljivali u TIMSS istraživanju te matematički udžbenici koji se koriste u Singapuru (Pui Yee, Gek Pearly i Oon Hua, 2016) i u Ujedinjenom Kraljevstvu (Ban Har, 2016), pri čemu su udžbenici iz Ujedinjenog Kraljevstva izrađeni po uzoru na singapurske udžbenike. Ovi udžbenici su vrlo korisni, budući da je Singapur ostvario najbolje rezultate u TIMSS istraživanju 2011. godine (NCVVO, 2012).

Ovo poglavlje sadrži zadatke vezane uz cjeline koje su bile analizirane u udžbeničkim kompletima. Najprije su predstavljene zadatke o pravokutniku i kvadratu, njihovom opsegu i površini te kvadratnoj mreži. Nakon toga slijedi dio u kojemu su opisane aktivnosti koje se mogu raditi s učenicima, a vezane su uz kocku i kvadar, obujam kocke te mrežu geometrijskih tijela, koja inače nije dio tekućih sadržaja koji se uče u nižim razredima osnovne škole.

### **6.1. Pravokutnik i kvadrat**

S pojmovima pravokutnika i kvadrata učenici se susreću već u prvom razredu osnovne škole kada ih uče prepoznati i razlikovati između ostalih geometrijskih likova. Nakon toga ovi pojmovi se pojavljuju u drugom razredu kada učenici uče kako se označuju stranice pravokutnika i kvadrata, a zatim u četvrtom razredu kada ih uče crtati te računati njihov opseg i površinu. U nastavku slijede osmišljene aktivnosti i zadatci koji se mogu raditi s učenicima u četvrtom razredu nakon što su usvojili osnovna svojstva kvadrata i pravokutnika te znaju računati njihove opsege i

površine. Ovi zadatci zahtijevaju prvenstveno misaone procese iz domena primjene i zaključivanja.

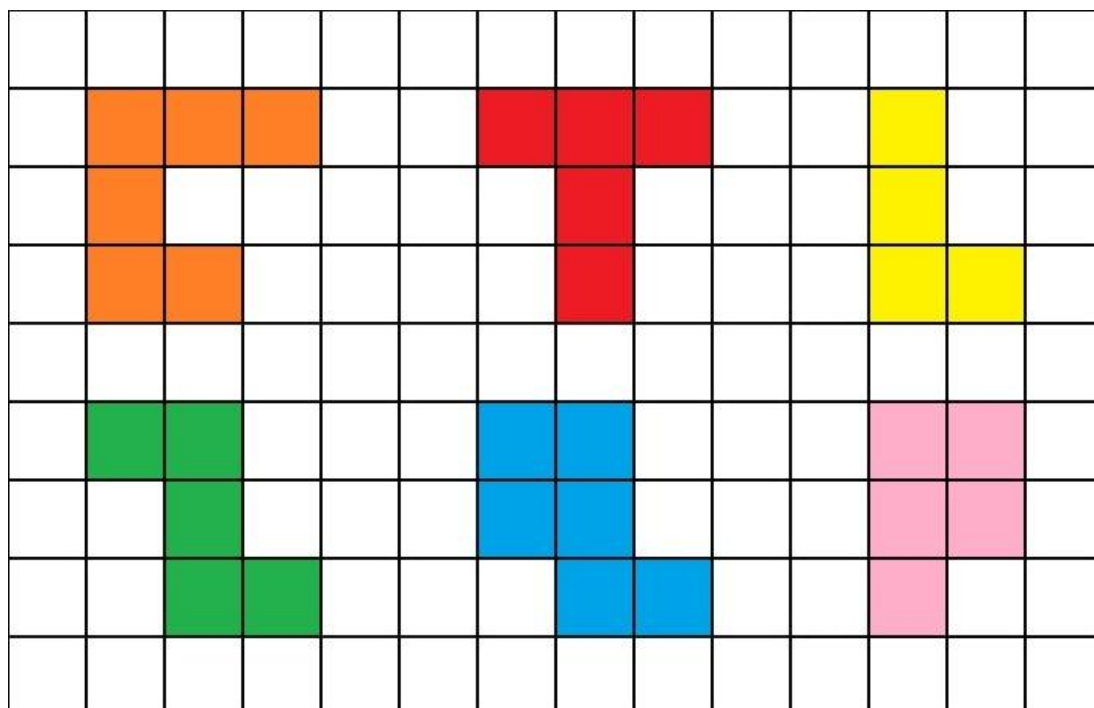
### 6.1.1. Opseg pravokutnika i kvadrata

Sadržaji o opsegu koji se uče na nastavi mogu se proširiti zanimljivim aktivnostima koji će potaknuti učenike na razmišljanje. Jedna od takvih aktivnosti je da svaki učenik dobije A4 papir i da mu trebaju izračunati opseg. S obzirom na to da je ovo rutinski zadatak učenici ne bi trebali imati problema s računanjem. Nakon toga učenici trebaju prerezati svoj papir po pola, na dva jednaka dijela. Tvrdnja za diskusiju koja slijedi nakon rezanja je: „Obje polovice papira zajedno imaju jednak opseg kao što je to imao cijeli papir.“ Ova tvrdnja bi mogla potaknuti na raspravu i razmišljanje o točnom odgovoru.

Osim toga, nakon što su učenici naučili računati opseg kvadrata i pravokutnika svoje znanje mogu proširiti računanjem opsega likova koji imaju nepravilan oblik, poput likova u sljedećem primjeru (Primjer 19).

#### Primjer 19

Ako je u danoj kvadratnoj mreži duljina stranice jednog kvadrata 1 cm, izračunaj koliki je opseg svakoga od ovih likova.



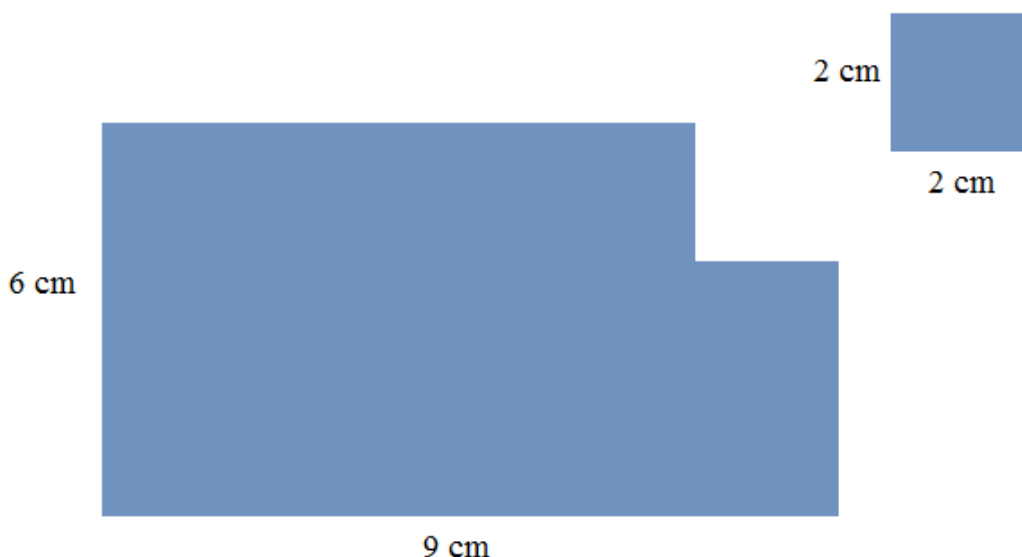


U ovakvom zadatku učenici trebaju primijeniti znanje koje imaju o pojmu opsega te uz pomoć njega analizirati svaki lik zasebno i izračunati mu opseg. Prilikom rješavanja učenici bi koristili kognitivni proces analize jer moraju svaki lik posebno promotriti te odrediti njihove opsege.

Nakon ovoga zadatka, učenicima se može dati kvadratna mreža u koju oni sami trebaju nacrtati likove sa zadanim opsegom (na primjer, opseg lika treba biti 12 cm). U ranije navedenim zadacima učenici su računali opseg likova prema definiciji da opseg čini zbroj duljina svih stranica toga lika. U zadatku koji slijedi učenici trebaju izračunati opseg prema formuli koju su naučili (Primjer 20).

### Primjer 20

Papiru koji je imao oblik pravokutnika je odrezan mali dio oblika kvadrata. Izračunaj opseg ostatka papira.



Prilikom rješavanja ovoga zadatka učenici trebaju analizirati zadani lik i odabrati na koji ga način žele riješiti. Neke od mogućnosti su da podijele lik na dva pravokutnika ili zamisle da je kvadrat i dalje dio pravokutnika pa od opsega pravokutnika oduzmu duljine stranica koje sudjeluju u ukupnom opsegu.

#### 6.1.2. Kvadratna mreža

S obzirom da se prema Nastavnom planu i programu kvadratna mreža spominje kao ključni pojam teme *Mjerenje površina* (MZOS, 2006), u nekim hrvatskim udžbenicima ona se pojavljuje kao uvod u računanje površine likova. Tada se uvodi

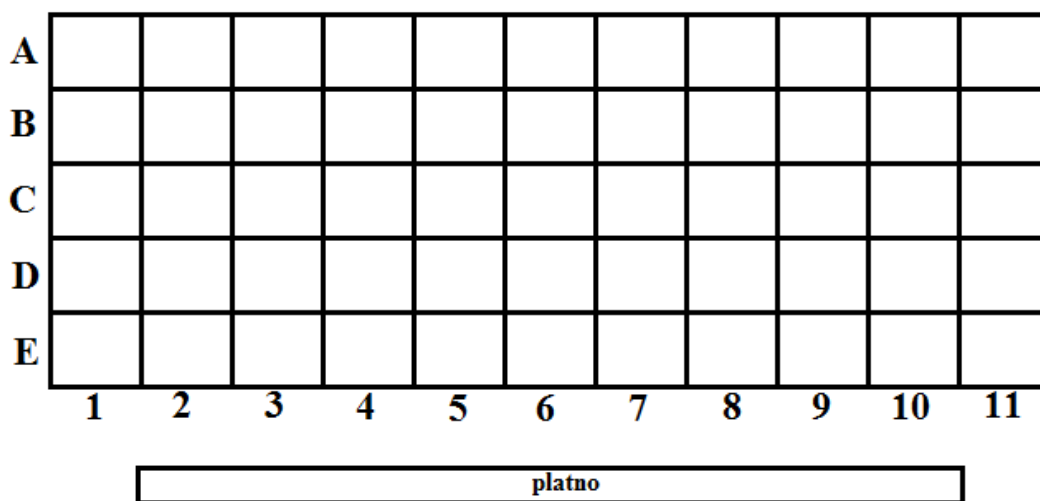
kvadratna jedinica pomoću koje učenici mjere površinu likova prije nego ju nauče računati. Osim ove upotrebe, kvadratna mreža se može koristiti za uvježbavanje kretanja u ravnini prema opisu i snalaženje na planu mjesta. Tako se učenike potiče na razmišljanje kako bi točno riješili ovakve nerutinske zadatke. Oni često sadrže kontekst koji učenicima omogućuje povezivanje matematičkih sadržaja sa stvarnim životom te mogu vidjeti primjenu matematičkih sadržaja u stvarnosti. U nastavku slijede primjeri koji pokazuje takve nerutinske zadatke (Primjer 21 i Primjer 22).

### Primjer 21

Katarina ide sa svojom sestrom u kino. Čula je da je najbolje mjesto u sredini reda koji je najudaljeniji od platna. Oboji to mjesto plavom bojom.

Kada su došli na blagajnu kina najbolje mjesto je već bilo zauzeto, pa su kupile dvije karte za red ispod, sjedala broj 7 i 8. Oboji ta mjesta zelenom bojom.

Prije nego što je počeo film Katarina je primijetila svog prijatelja Dominika koji je sjedio u prvom redu ispred platna, na sjedalu broj 5. Oboji to sjedalo crvenom bojom.



### Primjer 22

Na crtežu se nalazi prikaz livade. Napiši u kojem polju se nalazi:

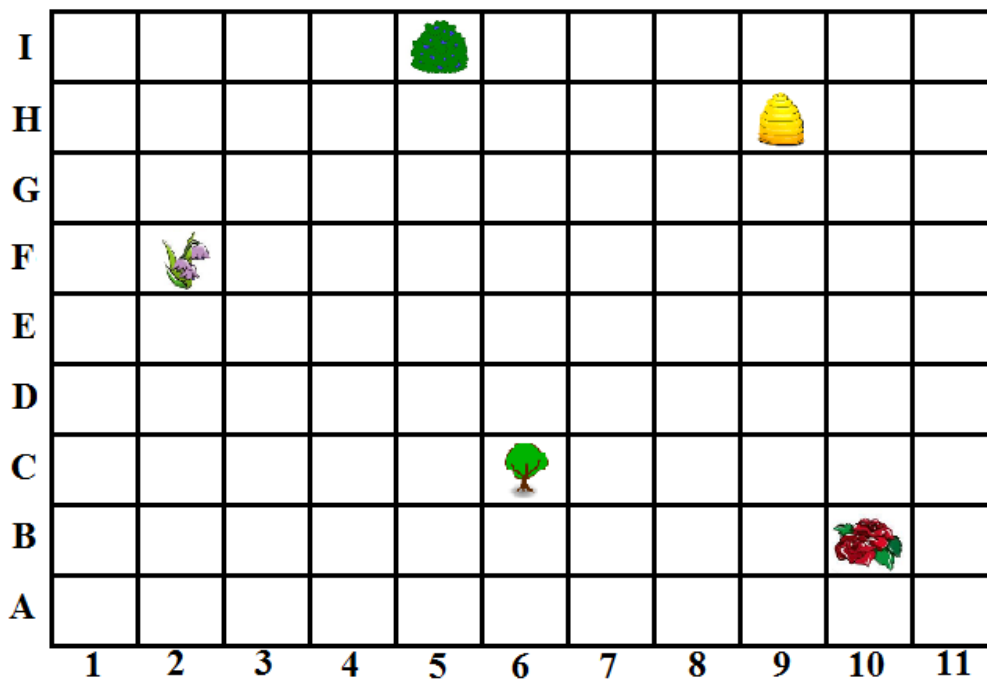
ljubičasti cvijet \_\_\_\_\_ košnica \_\_\_\_\_  
 crveni cvijet \_\_\_\_\_ grm \_\_\_\_\_  
 stablo \_\_\_\_\_

Pčela se nalazi na polju (2, B). Stavi X na to polje.

Pčela želi doći do košnice. Pronađi bar dva različita puta i opiši ih. Koji od ta dva puta je kraći?

Koja biljka je najbliža košnici? Koja biljka je najdalje od košnice?

Opiši put pčele koja leti od košnice do crvenog cvijeta. Koristi izraze lijevo, desno, gore, dolje.



Ovakvi zadatci pomažu učenicima da prošire svoje znanje te da koriste misaone procese koji uključuju analizu i sintezu. Kroz njih se može raditi korelacija s drugim nastavnim predmetima, a u isto vrijeme privikavati učenike na snalaženje u koordinatnom sustavu.

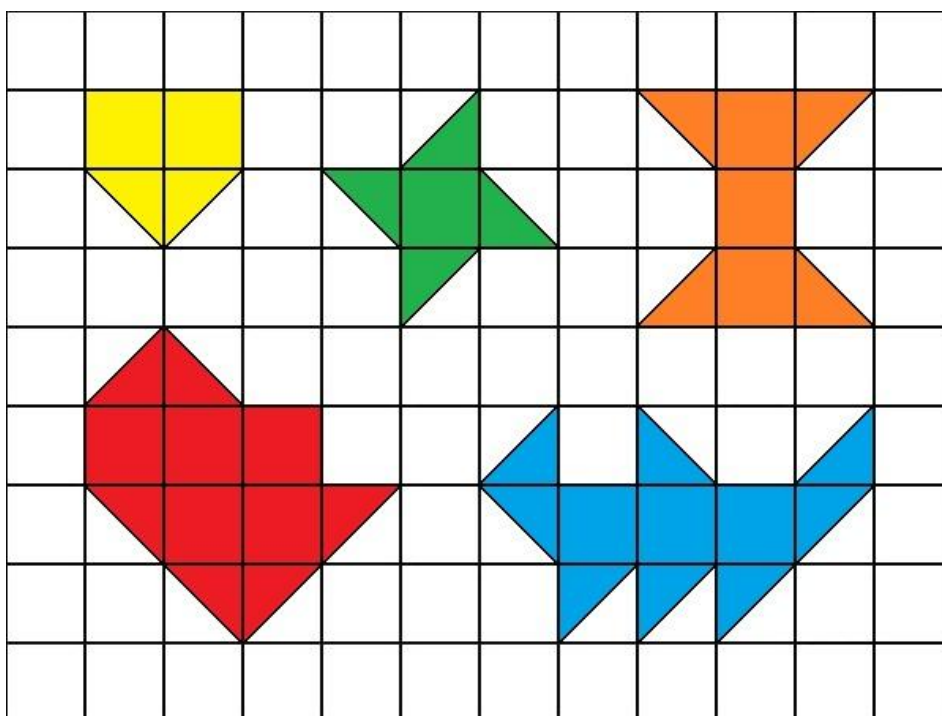
### 6.1.3. Površina pravokutnika i kvadrata

U razrednoj nastavi površina se uči vezano samo za likove pravokutnika i kvadrata. Zbog toga bi bilo zanimljivo raditi s učenicima površinu drugih likova, koji nisu uvijek kvadrat ili pravokutnik.

S učenicima se mogu raditi zadatci koji sadrže likove slične onima u primjeru 19 i primjeru 20, samo što umjesto opsega moraju izračunati njihovu površinu. Nakon savladavanja površine pravilnih likova, učenicima se mogu ponuditi zadatci koji sadrže nepravilne likove (likovi koji ispunjavaju samo polovicu kvadrata u kvadratnoj mreži) te ih pustiti da sami pokušaju doći do rješenja. U nastavku slijedi primjer takvog zadatka (Primjer 23).

### Primjer 23

Izračunaj površinu likova na slici ako je površina jednog kvadrata  $1 \text{ cm}^2$ .



Ovaj primjer prikazuje još jedan nerutinski zadatak koji se vrlo rijetko pojavljuje na redovitoj nastavi. U njemu učenici moraju koristiti misaoni proces analize kako bi mogli zaključiti kolika je površina pojedinog lika. Posebnu pozornost moraju pridati kvadratima koji su polovično ispunjeni, a kada shvate princip rješavanja mogu ga primijeniti na druge likove i njihovu površinu, koristeći tada proces uopćavanja. Isto tako, učenici još koriste i misaoni proces sinteze prilikom rješavanja u kojemu udružuju pojedinačne rezultate (primjerice u zbrajanju polovično ispunjenih kvadrata) kako bi dobili ukupnu površinu lika.

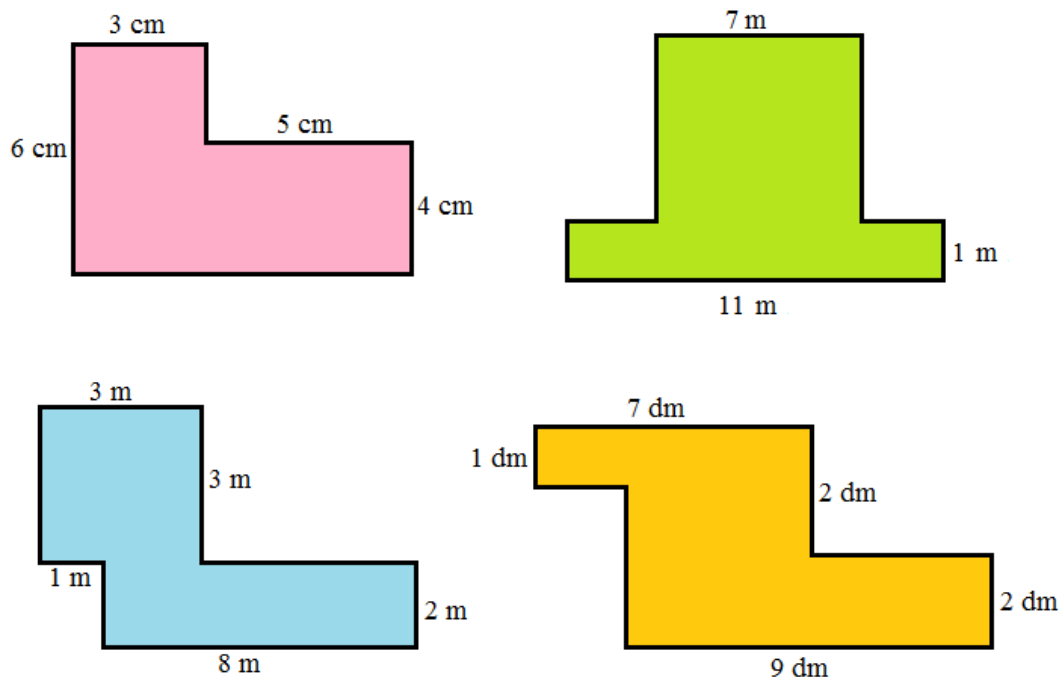
Još jedna od aktivnosti vezana uz ove sadržaje bi mogla biti stvaranje nepravilnih likova koji imaju jednaku površinu. Svaki učenik bi dobio 5 kvadrata površine  $1 \text{ dm}^2$  te bi učenici trebali stvoriti što više različitih likova čija je površina  $5 \text{ dm}^2$ . Kroz ovakvu aktivnost bi se kod učenika osvijestilo što je to zapravo površina, a da pritom uopće ne trebaju znati nikakvu formulu za računanje.

Slično tome, učenicima se može zadati da u kvadratnoj mreži nacrtaju tri lika koji imaju jednak opseg, ali različitu površinu. Ovaj zadatak će potaknuti učenike na razmišljanje te će morati biti strpljivi i uporni kako bi ga točno izvršili.

Osim toga, postoje zadatci u kojima učenici trebaju računati površinu likova koji su napravljeni kao kombinacija nekoliko jednostavnih likova. Tako pravokutnik i kvadrat mogu biti «spojeni» u jedan lik, a učenici mu zatim trebaju izračunati površinu. Primjer takvih zadataka se nalazi u nastavku (Primjer 24).

### Primjer 24

Izračunaj površinu zadanih likova.



U ovakvim zadacima učenici najprije trebaju pažljivo analizirati svaki lik te odrediti od kojih se jednostavnih likova on sastoji. Zatim slijedi misaoni proces odabira u kojemu učenik odlučuje kako će izračunati površinu svakog lika zasebno te na kraju procesom sinteze udružuje sve djelomične rezultate u konačno rješenje.

Zadaci predstavljeni u ovom poglavlju mogu dodatno pomoći učenicima da shvate pojmove i sadržaje koji se usvajaju na nastavi te ih pritom potaknuti na razmišljanje o zadacima i zaključivanje.

### 6.2. Kocka i kvadar

Iako se učenici već u prvom razredu osnovne škole upoznaju s geometrijskim tijelima, tek u četvrtom razredu detaljnije uče o osnovnim elementima kocke i kvadra (strane, vrhovi i bridovi). Nakon toga, prema Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) učenici uče i kako se računa obujam kocke.

U nastavku slijede zadatci vezani uz ove sadržaje, a za čije su rješavanje potrebni misaoni procesi iz kognitivnih domena primjene i zaključivanja.

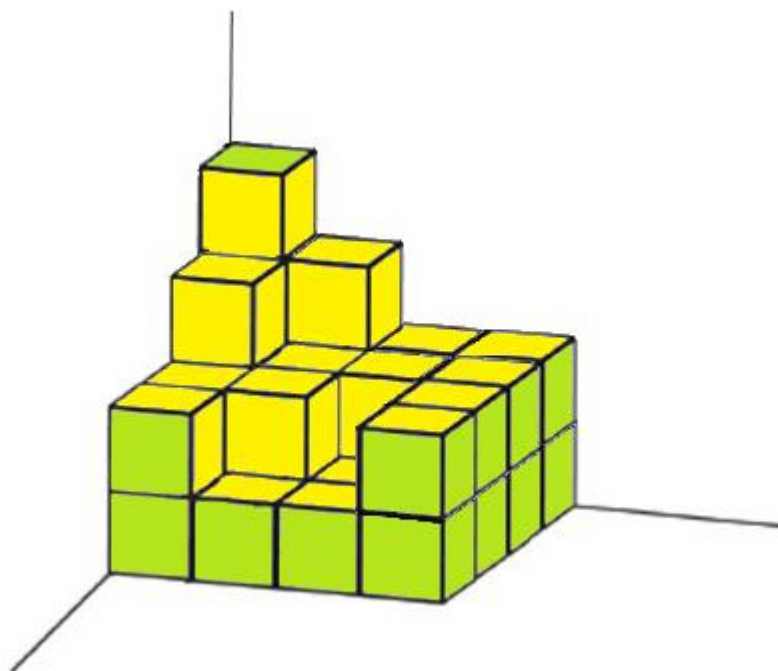
### 6.2.1. Obujam

Volumen ili obujam je posljednja tema iz područja geometrije koja se usvaja u četvrtom razredu osnovne škole. Učenici tada moraju znati izmjeriti obujam kocke te upoznati mjerne jedinice za obujam. Nakon što usvoje ove sadržaje učenici se mogu baviti zadacima koji se temelje na tom znanju, ali zahtijevaju logičko razmišljanje. Jedan takav zadatak se nalazi u sljedećem primjeru (Primjer 25).

#### Primjer 25

Ako svaka kockica na crtežu ima obujam  $1 \text{ cm}^3$  koliko kockica nedostaje da bi velika kocka bila potpuna?

Koliki je ukupni obujam velike kocke?



U ovakvim zadacima učenici moraju znati kako se dolazi do obujma kocke kako bi znali izračunati koliko kockica nedostaje u ukupnom obujmu. Zbog toga proces rješavanja uključuje analizu i sintezu. S obzirom na to da si mogu vizualno predočiti koliko prostora zadano tijelo zauzima trebali bi još detaljnije shvatiti pojam obujma. Osim ovakvih zadataka, s crtežom iz primjera učenici mogu raditi zadatke vezane uz određivanje broja kockica koje se nalaze u vanjskom dijelu kocke (kockice kojima je

bar jedna strana zelene boje) i kockica u unutarnjem dijelu (potpuno žute kockice) ili računanje obujma unutarnjih kockica. Kroz ovaj niz aktivnosti učenici razvijaju logičko razmišljanje te postaju spremniji za ostale geometrijske sadržaje koji dolaze u višim razredima osnovne škole.

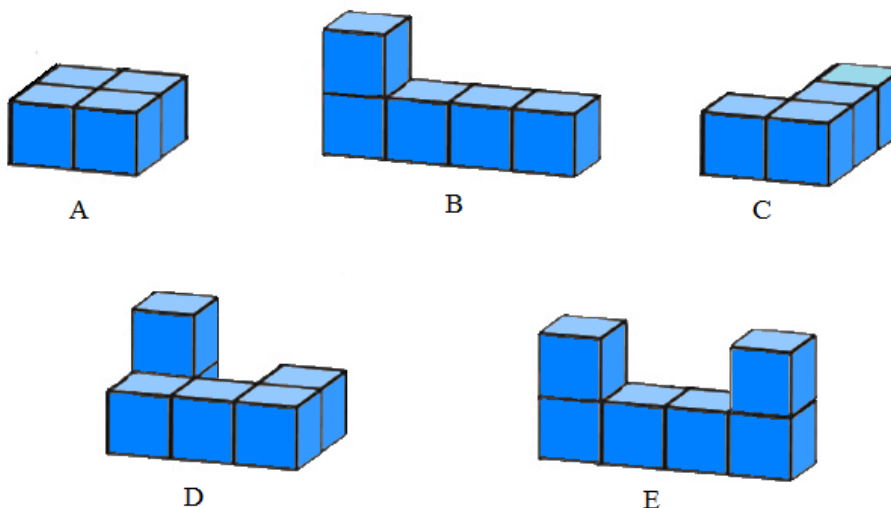
Iako se prema Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) obujam u četvrtom razredu osnovne škole uči samo za kocku, s učenicima se mogu raditi zadatci koji uključuju razna tijela čiji se obujam sastoji od određenog broja jediničnih kocaka. U hrvatskim udžbenicima se ponekad pojavljuju takvi zadatci i oni pomažu učenicima da shvate pojam obujma te razvijaju prostorni zor. Isto tako, oni su često u kognitivnoj domeni zaključivanja te ponekad primjene. U nastavku slijedi primjer takvog zadatka (Primjer 26)

### Primjer 26

Obujam jedne kockice je  $1 \text{ cm}^3$ . Koja tijela imaju jednak obujam?

Odaberi dva tijela koja imaju različit obujam te ih usporedi. Objasni zašto jedno tijelo ima veći, a drugo manji obujam. Po čemu to zaključuješ?

Koliko puta je obujam tijela D veći od obujma jedne kockice?



U zadacima iz navedenih primjera učenici koriste misaoni proces analize – nisu sve kockice koje čine zadano tijelo vidljive pa stoga oni moraju pažljivo raditi i razmišljati. Zbog toga ovakvi zadatci potiču mentalnu geometriju u kojoj si učenici moraju zamisliti geometrijsko tijelo u glavi, bez potpunog vizualnog prikaza. Stoga ovakvi zadatci vezani uz obujam razvijaju učenikovo razmišljanje i kognitivne procese.

### 6.2.2. Mreže geometrijskih tijela

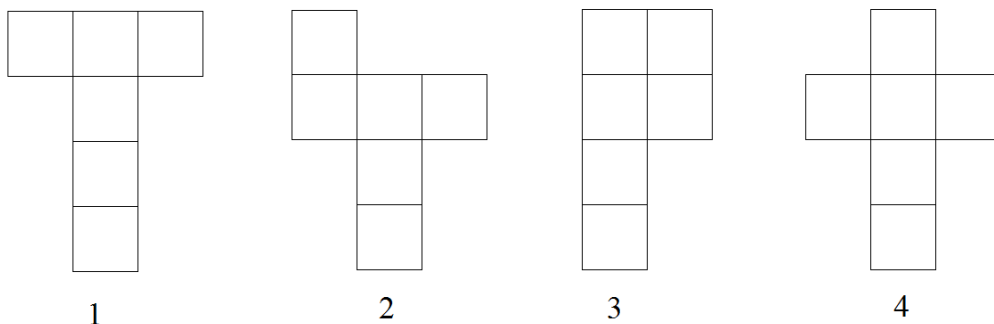
Kao što je već bilo ranije spomenuto, u TIMSS istraživanjima su se do sada pojavljivali zadatci koji su bili vezani uz mrežu geometrijskih tijela u kojima su učenici morali povezati mrežu s ispravnim pripadajućim geometrijskim tijelom. Iz analize udžbenika je bilo vidljivo da se samo u jednom udžbeniku spominje ovaj pojam u zadatku te učenicima pokazuje i objašnjava što je to mreža tijela. S obzirom da se ovi sadržaji službeno u našim školama usvajaju u petom razredu na satima Tehničke kulture, a tek u osmom razredu iz matematike (MZOS, 2006), u nastavku su predložene aktivnosti i zadatci koji se mogu raditi s učenicima u nižim razredima osnovne škole. Oni mogu služiti kao dodatni zadatci vezani uz obujam tijela koji potiču proces zaključivanja te razvijanje prostornog zora.

Kako bi se učenici upoznali s pojmom mreže geometrijskih tijela, na početku bi im bilo dobro pokazati mreže svih tijela koje poznaju te ih uputiti da pokušaju od mreže sklopiti tijelo (Prilog 1). Pri tome trebaju izrezati mrežu, presaviti papir po iscrtanim linijama kako bi dobili bridove te zalijepiti spojeve (potrebno je ostaviti malo papira oko mreže). Na taj način će učenici dobiti kocku, kvadar, četverostranu piramidu, valjak i stožac. Kroz ovu aktivnost učenicima će se osvijestiti kako izgledaju plošni prikazi geometrijskih tijela te kako njihovim sklapanjem možemo vidjeti stvaranje obujma tijela, odnosno vidjeti koliko prostora određeno tijelo zauzima u prostoru.

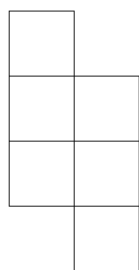
Nakon što su učenici stvorili geometrijska tijela iz njihovih plošnih prikaza, mogu početi rješavati zahtjevnije zadatke. Jedan takav zadatak je prikazan u primjeru koji slijedi (Primjer 27).

#### Primjer 27

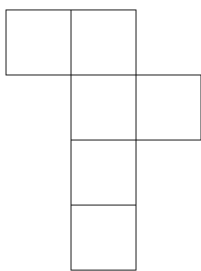
Kocku plošno možemo prikazati pomoću 11 različitih mreža. Na crtežu ispod su prikazane sve mreže, ali s njima je i 5 mreža koje su uljezi. Pronađi ih.



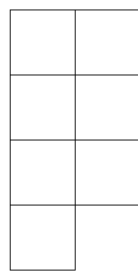




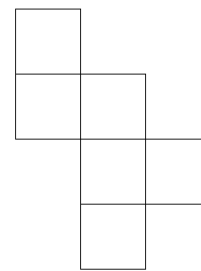
5



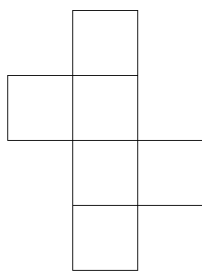
6



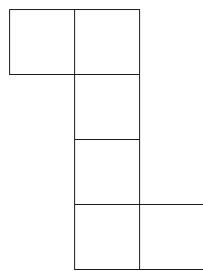
7



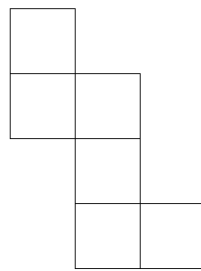
8



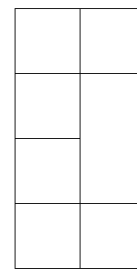
9



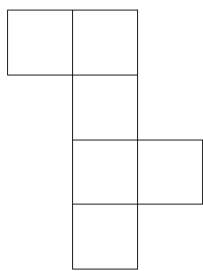
10



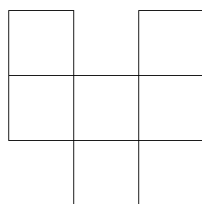
11



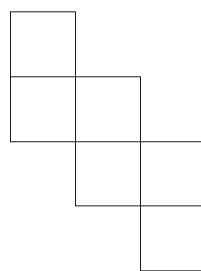
12



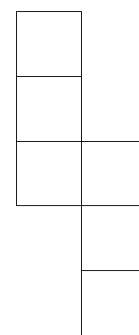
13



14



15



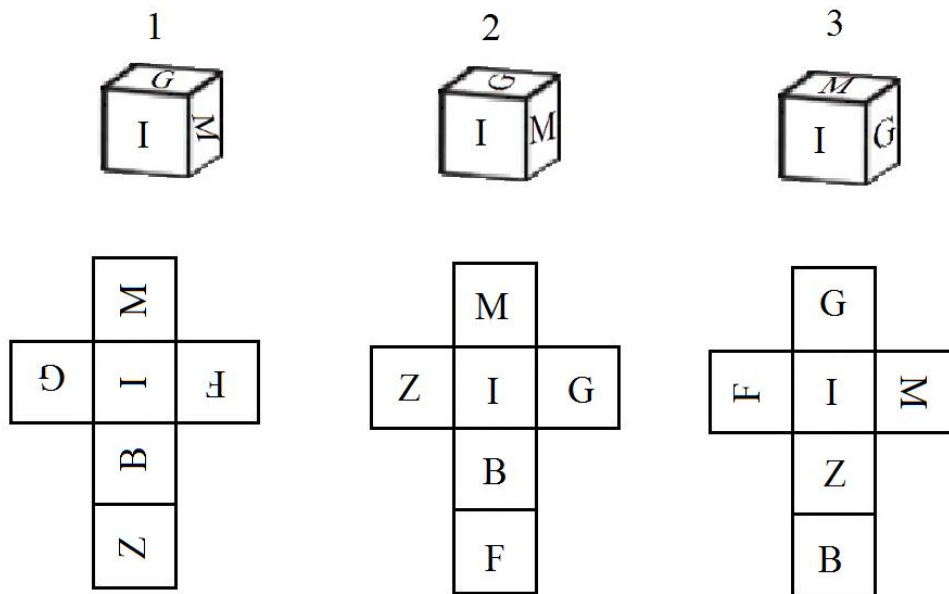
16

Ovaj zadatak zahtijeva mnogo mentalnog zamišljanja, predočavanja i zaključivanja kako bi se otkrilo koje od prikazanih mreža ne predstavljaju mrežu kocke pa se kroz njegovo rješavanje učenicima razvija sposobnost za mentalnu geometriju. Složenost zadatka je i u tome što sve mreže sadrže jednak broj kvadrata tako da učenici na prvi pogled ne mogu eliminirati niti jednu mrežu po tom kriteriju. Tek nakon pozornog razmatranja mogu pronaći uljeze. Ako se želi olakšati rješavanje ovoga zadatka, učenici mogu dobiti mreže na papiru koje zatim trebaju izrezati i složiti u tijelo. Tada bi ovaj zadatak bio vrlo sličan prvome, međutim ovdje učenici ne bi dobili potpuna tijela od svih mreža. Isto tako, rješavanje bi se moglo provesti kao rad u dvije skupine pri čemu bi svaki učenik slagao jednu mrežu, a konačan odgovor bi pronašli tek nakon zajedničkog rada i rasprave koje su kocke potpune, a koje nisu. Sličan zadatak se može napraviti i za mrežu kvadra i piramide.

Osim toga, učenike se može učiti kako zamišljeno geometrijsko tijelo mogu rotirati u svojoj glavi s obzirom na to kakva je mreža zadana. Vezano uz to, može se riješiti jedan zadatak u kojemu učenici moraju povezati zadane kocke s njihovim mrežama. U nastavku je prikazan primjer takvog zadatka (Primjer 28).

### Primjer 28

Poveži kocke s njihovim mrežama.



Ovaj zadatak se isto može riješiti uz pomoć slaganja mreže u tijelo, međutim, bolje je ako ga učenici mogu riješiti samo uz pomoć mentalnog predočavanja kako bi razvijali vlastite sposobnosti zamišljanja i zaključivanja.

U ovom poglavlju su bile prikazane samo neke aktivnosti i zadatci koji su primjereni učenicima u osnovnoj školi, a koje potiču aktiviranje viših kognitivnih procesa u usvajanju geometrijskih sadržaja u 4. razredu osnovne škole. Neke od njih se mogu promijeniti ili nadopuniti, ovisno o sposobnostima učenika. Važno je samo da na kraju aktivnosti budu poticajne i učenicima zanimljive kako bi ukupan rad i rješavanje rezultiralo što boljim postignućima učenika.

## 7. ZAKLJUČAK

Međunarodno TIMSS istraživanje se provodi u mnogim zemljama od 1995. godine, a Republika Hrvatska se pridružila tom istraživanju 2011. godine. U istraživanju se ispituju znanja učenika četvrtih i osmih razreda iz matematike i prirodoslovlja. Zahtjevi koje matematički dio istraživanja stavlja pred učenike su vezani uz tri sadržajne i tri kognitivne domene. Sadržajne domene su Brojevi, Geometrijski oblici i mjerenje te Prikaz podataka, a kognitivne domene obuhvaćaju Činjenično znanje, Primjenu i Zaključivanje.

Prema Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) broj geometrijskih nastavnih tema se mijenja od razreda do razreda, a u razrednoj nastavi ih je najviše u četvrtom razredu osnovne škole. Učenici se tada po prvi puta upoznaju s pojmovima opsega, površine i obujma. S obzirom na to da se međunarodno TIMSS istraživanje provodi u četvrtim razredima osnovne škole, cilj ovog diplomskog rada je bio analizirati i usporediti tipove zadataka koji se pojavljuju u TIMSS istraživanju sa zadacima i sadržajima koje uče učenici u Hrvatskoj. Uzimajući u obzir kognitivne domene koje se ispituju u istraživanju, fokus analize bio je na zastupljenosti tih domena u hrvatskim udžbenicima i radnim bilježnicama iz matematike jer na taj način osvjetljavamo pitanje koliko naši udžbenički kompleti zapravo potiču više kognitivne procese primjene i zaključivanja koji su vrlo važni za dob desetogodišnjaka ili jedanaestogodišnjaka.

Analiza odobrenih udžbeničkih kompleta se koriste u Hrvatskoj u školskoj godini 2017./18. je pokazala kako u većini udžbenika četvrtih razreda prevladavaju zadatci koji provjeravaju činjenično znanje, a najmanje su zastupljeni zadatci koji zahtijevaju najviše misaone procese iz domene zaključivanja. Rezultati za radne bilježnice su slični, međutim postoji mali pomak pa tako dvije radne bilježnice od četiri analizirane imaju najviše zadataka koji ispituju činjenično znanje, a dvjema dominiraju zadatci iz domene primjene. Zadatci u kojima je potrebno logičko zaključivanje i dalje čine najmanji udio, no on je ipak viši nego u udžbenicima.

Da bismo učenike potaknuli na korištenje viših kognitivnih procesa potrebno je omogućiti im zanimljive i izazovne zadatke i aktivnosti koje će učenici dodatno moći rješavati uz zadatke prisutne u udžbenicima i radnim bilježnicama. Niz takvih zadataka je prikazan u šestom poglavlju ovog diplomskog rada. Oni potiču učenike

na razmišljanje i zaključivanje te poticanje prostornog zora. Osim toga, takvi zadatci spadaju u nerutinske zadatke koji pred učenike postavljaju neobične probleme i koji zahtijevaju njihov trud oko rješavanja.

Potrebno je u svakodnevnu nastavu uključivati što više nerutinskih zadataka te poticati učitelje da ih sami kreiraju. Tako učitelji mogu stvarati situacije koje razvijaju logičko razmišljanje kod učenika i pripremaju ih za nastavu matematike u višim razredima, ali i za život.

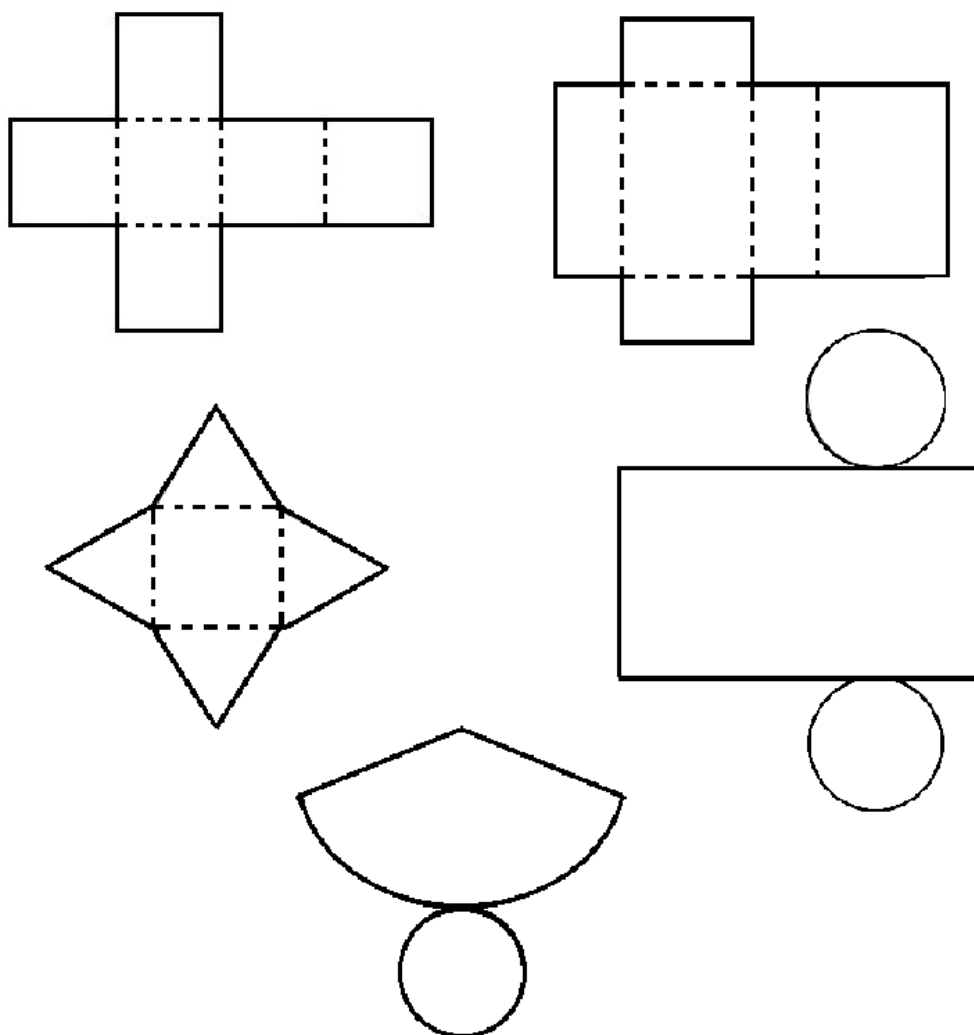
## LITERATURA

- Ban Har, Y. (2016). *Maths - No Problem!* Ujedinjeno Kraljevstvo: Maths - No Problem!
- Gačić, M. (Ur.). (2010). Preporuka europskog parlamenta i savjeta; Ključne kompetencije za cjeloživotno učenje – Europski referentni okvir. *Metodika: časopis za teoriju i praksu metodikâ u predškolskom odgoju, školskoj i visokoškolskoj izobrazbi*, 11-(20), 169-182.
- Glasnović Gracin, D. (2014). Matematički udžbenik kao predmet istraživanja. *Croatian Journal of Education: Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, 16 (3), 211-237.
- Glasnović Gracin, D. i Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole. *Odgojne znanosti*, 11 (2 (18)), 45-65.
- IEA. (2011). *TIMSS 2011 Released Items*. Preuzeto 24. veljače 2018 iz <https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/international-released-items.html>
- IEA. (2013). *TIMSS 2011 User Guide for the International Database: Percent Correct Statistics for the Released Items*. Preuzeto 24. veljače 2018 iz <https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/international-released-items.html>
- IEA. (2017). *TIMSS 2015 User Guide for the International Database: Item Percent Correct Statistics*. Preuzeto 12. lipnja 2018 iz <https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/>
- Janda Abacci, D., Ćosić, K., Hižak, N. i Sudar, E. (2014a). *Nove matematičke priče 4, udžbenik iz matematike za 4. razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Janda Abacci, D., Ćosić, K., Hižak, N. i Sudar, E. (2014b). *Nove matematičke priče 4, radna bilježnica iz matematike za 4. razred osnovne škole*. Zagreb: Profil Klett.
- Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Markovac, J. (2014a). *Matematika 4, udžbenik za 4. razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Markovac, J. (2014b). *Matematika 4, radna bilježnica za 4. razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
- Miklec, D., Jakovljević Rogić, S., Prtajin, G., Binder, S., Mesaroš Grgurić, N. i Vejić, J. (2014a). *Moj sretni broj 4, udžbenik matematike u 4. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.

- Miklec, D., Jakovljević Rogić, S., Prtajin, G., Binder, S., Mesaroš Grgurić, N. i Vejić, J. (2014b). *Moj sretni broj 4, radna bilježnica za matematiku u 4. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. Preuzeto 5. lipnja 2018 iz Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center:  
<http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/>
- MZO. (2018). *Nacionalni dokument nastavnog predmeta matematika*. Preuzeto 5. lipnja 2018 iz MZO - Dokumenti:  
[https://mzo.hr/sites/default/files/dokumenti/2018/OBRAZOVANJE/Nacionalni-kurikulumi/matematika\\_nakon\\_recenzije.pdf](https://mzo.hr/sites/default/files/dokumenti/2018/OBRAZOVANJE/Nacionalni-kurikulumi/matematika_nakon_recenzije.pdf)
- MZOS. (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb.
- MZOS. (2011). *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje*. Zagreb.
- NCVVO. (2012). *TIMSS 2011. Izvješće o postignutim rezultatima iz matematike*. Zagreb.
- NCVVO. (2016). *Objava rezultata međunarodnoga istraživanja TIMSS 2015*. Preuzeto 8. lipnja 2018 iz [https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2016/11/TIMSS\\_15\\_NOVO\\_29\\_11\\_16.pdf](https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2016/11/TIMSS_15_NOVO_29_11_16.pdf)
- NCVVO. (2017). *Priručnik za unapređivanje nastave matematike s primjerima zadataka iz međunarodnog istraživanja TIMSS 2015*. Zagreb.
- Paić, G., Manzoni, Ž., Marjanović, I. i Kosak, N. (2014a). *Matematičkim stazama 4, udžbenik matematike u 4. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Paić, G., Manzoni, Ž., Marjanović, I. i Kosak, N. (2014b). *Matematičkim stazama 4, radna bilježnica za matematiku u 4. razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Pui Yee, F., Gek Pearlyn, L. L. i Oon Hua, W. (2016). *Primary Mathematics*. Singapur: Shinglee Publishers PTE LTD.
- The European Parliament. (18. December 2006). *Recommendation of the European Parliament and of the Council on key competences for lifelong learning*. Preuzeto 7. travnja 2018 iz <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex%3A32006H0962>

## PRILOZI

### Prilog 1 – Mreže geometrijskih tijela



## **IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI RADA**

Izjavljujem da sam ja, Josipa Hotovec, studentica integriranog prediplomskog i diplomskog sveučilišnog učiteljskog studija s engleskim jezikom Učiteljskog fakulteta u Zagrebu samostalno provela aktivnosti istraživanja literature i napisala diplomski rad na temu: „*Analiza zadataka iz matematičkih udžbenika prema zahtjevima TIMSS istraživanja*“.

Josipa Hotovec

---