

# Pristup pojmu opsega pravokutnika uz pomoć učenja otkrivanjem

---

**Herceg, Petra**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Teacher Education / Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:147:573070>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-06-26**

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zagreb Faculty of Teacher Education - Digital repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**

**PETRA HERCEG**

**DIPLOMSKI RAD**

**PRISTUP POJMU OPSEGA**  
**PRAVOKUTNIKA UZ POMOĆ UČENJA**  
**OTKRIVANJEM**

**Zagreb, rujan 2016.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**UČITELJSKI FAKULTET**  
**ODSJEK ZA UČITELJSKE STUDIJE**  
**(Čakovec)**

**PREDMET: Metodika matematike**

**DIPLOMSKI RAD**

**Ime i prezime pristupnika: Petra Herceg**

**TEMA DIPLOMSKOG RADA: Pristup pojmu opsega pravokutnika uz pomoć učenja otkrivanjem**

**MENTOR: doc. dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin**

**Zagreb, rujan 2016.**

# SADRŽAJ

SAŽETAK .....	1
SUMMARY .....	2
1. UVOD.....	3
2. POJAM OPSEGA.....	5
2.1. O opsegu i opseg pravokutnika.....	5
2.2. Povijest pojma opseg.....	6
3. UČENJE OTKRIVANJEM.....	9
3.1. Učenje otkrivanjem u obrazovanju općenito.....	9
3.2. Učenje otkrivanjem u nastavi matematike.....	12
4. PRISTUP POJMU OPSEGA U KURIKULARNIM DOKUMENTIMA.....	16
4.1. Nastavni plan i program 3. i 4. razreda.....	16
4.2. Nacionalni okvirni kurikulum .....	17
4.3. Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme 2016. godine.....	18
4.4. Opseg pravokutnika i kvadrata u udžbenicima 4. razreda.....	21
5. MIŠLJENJE STUDENATA O POUČAVANJU GEOMETRIJSKIH SADRŽAJA .....	29
6. INTERVENCIJA U RAZREDU.....	44
6.1. Satovi u školi.....	44
6.1.1. Opseg pravokutnika – obrada .....	44
6.1.2. Opseg pravokutnika – ponavljanje .....	45
6.1.3. Opseg kvadrata – obrada .....	46
6.1.4. Opseg kvadrata – ponavljanje .....	47
6.1.5. Analiza satova.....	48
6.2. Analiza ankete učenika.....	48
7. ZAKLJUČAK.....	55
PRILOZI.....	57
LITERATURA.....	60
ŽIVOTOPIS.....	63
Izjava o samostalnoj izradi rada.....	64
Izjava o javnoj objavi rada.....	65

## SAŽETAK

Ovaj rad govori o pristupu pojmu opsega pravokutnika u razrednoj nastavi matematike pomoću učenja otkrivanjem, koje bi trebalo biti temelj učenja u suvremenoj nastavi.

Na početku rada kratko su opisani: opseg kao pojam geometrije, opseg pravokutnika, povijest pojma opseg te učenje otkrivanjem s pedagoške i matematičke strane. Nadalje, opsegu se pristupilo i s gledišta kurikularnih dokumenata kao što su: Nastavni plan i program, Nacionalni okvirni kurikulum, prijedlog Cjelovite kurikularne reforme te udžbenici četvrtog razreda osnovne škole različitih nakladnika. Za potrebe rada provedena je online anketa za studente Učiteljskog fakulteta kojom se željelo procijeniti što studenti misle o geometriji i geometrijskim sadržajima u nastavi matematike. Online anketa detaljno je razrađena, te se njome pokazalo kako se studenti opredjeljuju za geometriju povezanu sa svakodnevnim životom učenika. Isto tako provedena je i intervencija u razredu gdje su učenici na nastavnim satovima opsegu pravokutnika i kvadrata pristupili pomoću diferenciranih, kreativnih zadataka te različitih didaktičkih materijala. Satovi su bili bazirani na strategiji učenja otkrivanjem, visokoj razini učeničke aktivnosti na satu te zadacima povezanima sa svakodnevnim životnim situacijama. Kako bi se uvidjela učinkovitost provedenih satova, učenici su ispunili anketu po završetku satova.

**KLJUČNE RIJEČI:** učenje otkrivanjem, nastava matematike, opseg pravokutnika, opseg u kurikularnim dokumentima

## **SUMMARY**

This thesis deals with introducing the concept of perimeter of a rectangle to maths lessons in elementary education, specifically by using discovery learning as a fundamental technique in modern teaching.

Firstly, basic geometry terms of perimeter and rectangle are briefly described, followed by an overview of discovery learning from pedagogical and mathematical point. Furthermore, concept of perimeter was approached with the current curricular documents in mind: Curriculum and Syllabus, National Curriculum Framework, suggested curricular reform; as well as with current textbooks for the fourth grade of primary school.

For this thesis's purposes, an online survey was conducted amongst students of Faculty of Teacher Education, in order to assess opinions on geometry and amount of geometry lessons in mathematics. The online survey is described in detail and it shows that students prefer for geometry lessons to be presented using real-life examples.

Moreover, a classroom intervention was made, where pupils approached these concepts of rectangle perimeter and square perimeter by means of differentiated, creative tasks and different didactic materials. Lessons were based on discovery learning; including high-level activity of pupils in class and examples related to common everyday situations. To determine the effectiveness of those methods, pupils have completed the survey at the end of the lessons.

**KEY WORDS:** discovery learning, teaching mathematics, perimeter of rectangle, perimeter in curricular documents

## 1. UVOD

Svakom nastavniku trebalo bi biti u interesu da učenici razumiju ono što ih se poučava te da im naučeno bude korisno i primjenjivo u svakodnevnom životu u kojem se razvijaju. To se odnosi na sve nastavne predmete kao i na nastavu matematike koja se sastoji od aritmetike i geometrije. Stoga se postavlja pitanje kako na najbolji mogući način nastavne sadržaje iz geometrije prenijeti učenicima.

Postoje mnoge metode učenja koje se danas koriste u školama. Neke od tih metoda su zastarjele i one se baziraju na predavanju u čijem je središtu učitelj. No, postoje i suvremene metode u čijem je središtu učenik i njegova potreba za učenjem. Jedna od tih metoda je učenje otkrivanjem. Učenje otkrivanjem temelji se na učeničkom iskustvu, a svima je poznato kako se najviše zapamti kada se nešto učini, odnosno kada učenik sam dođe do nekog rezultata, a ne kada mu se taj rezultat nametne. Liebeck (1995) naglašava kako je za razumijevanje najvažnije iskustvo te kako je djeci za učenje potreban emocionalni poticaj kao što su stvarni materijali i problemi koji ih zanimaju. Na takav način željelo se pristupiti i opsegu pravokutnika u nastavi geometrije. Naime, poznato je kako u nastavi geometrije dominira računanje umjesto razumijevanja pojmova. Dominacija računanja prisutna je i kod učenja opsega. Opseg je apstraktan pojam koji djeca trebaju razumjeti, a kako bi ga razumjeli treba mu se pristupiti na primjeren način. Stoga će u ovome radu biti analizirana primjena učenja otkrivanjem, kao jedne od suvremenih metoda učenja u čijem je središtu učenik, na nastavu geometrije, točnije na opseg pravokutnika.

U drugome poglavlju ovoga rada najprije će se pristupiti opsegu kao matematičkom pojmu u geometriji. Zatim će se ukratko prikazati povijest opsega koja seže u daleku prošlost kada su je ljudi primjenjivali u svakodnevnom životu iz vlastitih potreba.

Treće poglavlje donosi razmatranja učenja otkrivanjem pomoću pedagoške literature s pedagoške strane, ali i od strane matematike. Učenje otkrivanjem primjereno je u svim situacijama, a posebno u matematici zbog problema i zakonitosti koje ona stavlja pred učenike.

U četvrtom poglavlju pojmu opsega će se pristupiti sa strane kurikularnih dokumenata u kojima se mogu vidjeti definirani ciljevi, zadaci i postignuća koja se od učenika očekuju prilikom učenja geometrijskih sadržaja, točnije opsega. Detaljno će se pristupiti Nastavnom planu i programu (2006), Nacionalnom okvirnom

kurikulumu (2011), prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme (2016b) te trima matematičkim udžbenicima 4. razreda osnovne škole.

Peto poglavlje donosi osvrt na istraživanje Glasnović Gracin (2011a) o ulozi udžbenika u nastavi matematike. Kao nadopuna istraživanju provela se online anketa sa studentima, budućim učiteljima, kojom se željelo saznati njihovo mišljenje o geometriji u nastavi matematike.

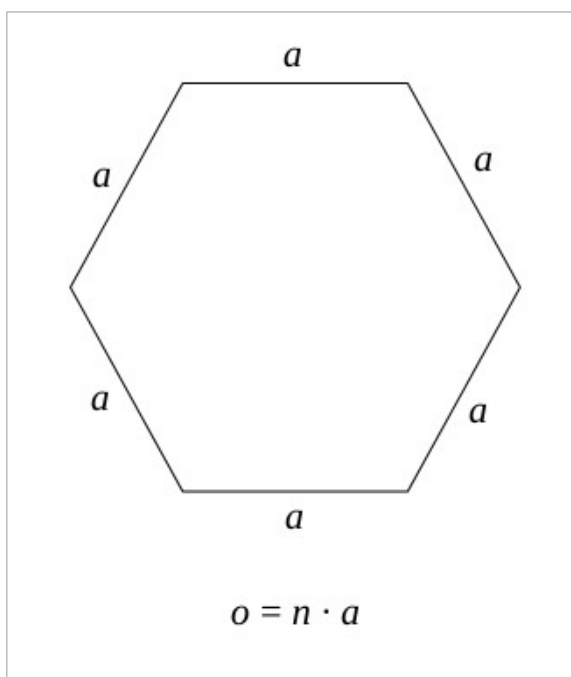
Šesto i zadnje poglavlje ovoga rada odnosi se na provedenu intervenciju u razredu. U 4. razredu osnovne škole provela su se četiri sata, sat obrade i ponavljanja opsega pravokutnika te sat obrade i ponavljanja opsega kvadrata. Provedenim satovima učenike se željelo potaknuti na suradnju, kreativno mišljenje i na rješavanje zadataka povezanih sa svakodnevnim životom. Provedena je i anketa s učenicima kako bi se saznali učnički dojmovi o provedenim satovima.



## 2. POJAM OPSEGA

### 2.1. O opsegu i opseg pravokutnika

Opseg je matematički pojam koji se povezuje s pojmom geometrijskih likova. Engleski matematički rječnik<sup>1</sup> pojam opsega mnogokuta opisuje kao zbroj duljina njegovih stranica. Matematički rječnik za osnovnu školu opseg opisuje kao "zbroj duljina svih stranica"<sup>2</sup>. U hrvatskom enciklopedijskom rječniku opseg je definiran kao "ukupna duljina vanjskih rubova neke površine" (Anić i sur., 2004, str. 170) dok je opseg geometrijskog lika definiran kao "duljina zatvorene krivulje koja ga omeđuje (npr. za mnogokut zbroj duljina stranica)" (Anić i sur., 2004, str. 170). Prema Leksikonu matematike (Raos, 2001) opseg je "duljina krivulje koja prolazi kroz sve točke koje omeđuju neki lik; ukupna duljina svih stranica nekog geometrijskog lika" (Raos, 2001, str. 90). U istoimenom leksikonu (Raos, 2001) navodi se kako se opseg pravokutnika dobije zbrajanjem duljina svih četiriju stranica pravokutnika. "Opseg mnogokuta jest zbroj duljina njegovih stranica. Slično je opseg kruga duljina kružnice što ga omeđuje" (Gusić, 1995, str. 165).



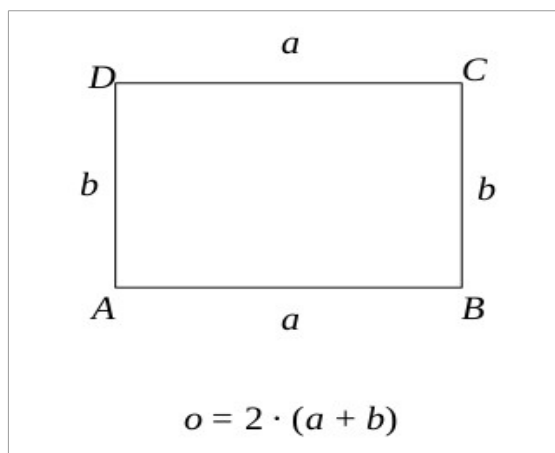
Slika 1. Opseg pravilnog mnogokuta

Pravokutnik (pačetvorinu) Gusić (1995) definira kao četverokut u kojemu su svi kutovi pravi. Prema Gusićevoj (1995) definiciji opsega i pravokutnika može se

1 Dostupno na: <http://www.mathwords.com/p/perimeter.htm> (preuzeto 24.8.2016.)

2 Dostupno na: <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/s4-prof/rjecnik/5.htm> (preuzeto 24.8.2016.)

zaključiti da je opseg pravokutnika zbroj duljina stranica pravokutnika. Formula za opseg pravokutnika je  $O = 2(a + b)$  (Gusić, 1995).



Slika 2. Opseg pravokutnika

## 2.2. Povijest pojma opseg

Opseg se zbog potreba koristio u starogrčkoj matematici pod nazivom *perimetar*, dok su pravokutnik poznavali stari Egipćani i Babilonci (Gusić, 1995). U proučenoj dostupnoj literaturi o povijesti matematike ne spominje se pojam opsega ni opsega pravokutnika, no spominje se geometrija, a opseg je pojam u geometriji. Devidé (1979) navodi podrijetlo geometrije.

"Jedna od prvih grana matematike, geometrija, već samim svojim nazivom otkriva i svoje podrijetlo. To je po postanku grčka riječ što bi, doslovno prevedena, značila "mjerenje zemlje". A upravo kao mjerenje zemlje geometrija se široko razvila već u starom Egiptu" (Devidé, 1979, str. 65).

Devidé (1979) navodi kako su ljudi u starom Egiptu, zbog poplava Nila, svake godine mjerili i premjeravali zemljišta. Isto tako, svoje geometrijsko znanje Egipćani su primjenjivali i u izgradnji velebnih piramida (Devidé, 1979). Iz moskovskog papirusa vidi se "da su stari Egipćani imali vrlo dobre približne formule čak i za izračunavanje volumena kugle, a točnu za volumen krnje piramide" (Devidé, 1979, str. 68). Prema tome može se pretpostaviti da su Egipćani znali i za opseg i primjenjivali ga.

Devidé (1979) navodi kako je matematika u staroj Grčkoj bila orijentirana na geometriju. Stoga se može pretpostaviti da su i stari Grci poznavali i primjenjivali opseg općenito, a time i opseg pravokutnika. Važno je spomenuti grčkog

matematičara i znanstvenika Arhimeda koji je izračunao približnu vrijednost broja pi ( $\pi$ ) koja je povezana s opsegom kruga. Gleizer (2003) navodi kako je Arhimed dobio približnu vrijednost broja  $\pi$ .

"Arhimed je dobio približnu vrijednost broja  $\pi$  promatrajući mnogokute s dovoljnim brojem stranica, upisane u krug i opisane oko njega. On je dosljedno definirao stranice upisanih i opisanih šesterokuta, dvanaesterokuta, dvadesetčetverokuta, četrdesetosmerokuta i devedesetšesterokuta koji su bili izraženi pomoću promjera" (Gleizer, 2003, str. 210).

Broj  $\pi$  dobio je "izučavajući kružnici upisan i opisan 96-erokut. Našao je da je  $\pi$  sigurno veće od 3 cijela i 10/71, ali manje od 3 cijela i 1/7" (Devidé, 1979, str. 112). Broj  $\pi$  koristio se za izračunavanje opsega kruga. Opseg kruga bio je poznat u starom Egiptu i Babilonu, a formula za opseg kruga je  $O = 2r\pi$  (Gusić, 1995).

Isto tako, Devidé (1979) navodi da su i Arapi razvili geometriju. Iz sačuvanih klinastih pločica, prema Devidéu (1979), može se vidjeti da su i stanovnici Mezopotamije rješavali složene matematičke probleme kao što su rastav trapeza i trokuta; poznavali su Pitagorin poučak, opseg kruga i obujam kružnog valjka.

"Geometrija Mezopotamije vjerojatno je već oko 2000. godine prije n. e. raspolagala pravilima za izračunavanje ploštine pravokutnika te pravokutnog i istokračnog (a možda i općeg) trokuta kao i za obujam pravokutnog paralelopipeda i nekih posebnih uspravnih prizmi" (Devidé, 1979, str. 63).

U najstarijem sačuvanom matematičkom djelu *Aritmetika u devet poglavlja*, prema Devidéu (1979) i u staroj Kini nalaze se naznake geometrije i to u prvom poglavlju djela gdje se nalazi postupak za izračunavanje površine trokuta, četverokuta, kruga, kružnog isječka, odsječka i mjeseca.

Devidé (1979) napominje da su drevni narodi Mezopotamije, Egipta, Kine, Indije, Grčke te Arapi znali i poznavali i aritmetiku i geometriju, samo su jedni više upotrebljavali ili aritmetiku ili geometriju, ovisno o svome uvjerenju. Time se dolazi do pretpostavke da je upotrebom geometrije i opseg bio u širokoj primjeni i da ima daleku povijest.

Benna Crawford<sup>3</sup> u članku navodi kako povijest opsega seže u 1800. godinu prije Krista, kada su živjeli Egipćani i Babilonci. Prema istome članku<sup>4</sup> Egipćani su svoje

---

3 Dostupno na: [http://www.ehow.com/info\\_7815683\\_origins-perimeter-circumference.html](http://www.ehow.com/info_7815683_origins-perimeter-circumference.html) (preuzeto 25.8.2016.)

4 Dostupno na: [http://www.ehow.com/info\\_7815683\\_origins-perimeter-circumference.html](http://www.ehow.com/info_7815683_origins-perimeter-circumference.html) (preuzeto 25.8.2016.)

piramide gradili uporabom detaljnih formula u kojima su upotrebljavali i broj  $\pi$  dok su Babilonci izgradili kanalski sustav.

Dakle, geometrija, a time i opseg u povijesti su bili široko primijenjeni, prvenstveno radi svakodnevnih ljudskih potreba. Ljudska potreba za geometrijom i opsegom prisutna je i danas. Njezini temelji izgrađuju se u osnovnoj školi u nastavi matematike. Pri tome je vrlo važno posvetiti pozornost načinu izgradnje temelja, odnosno načinu poučavanja učenika kako bi geometrijsko znanje naučeno u školi učenici mogli primijeniti u svakodnevnim životnim situacijama. Stoga, u nastavku slijedi tekst o suvremenoj strategiji učenja otkrivanjem.

### 3. UČENJE OTKRIVANJEM

#### 3.1. Učenje otkrivanjem u obrazovanju općenito

"Učenje je psihički proces koji dovodi do relativno trajnih, stečenih promjena u funkcioniranju pojedinca" (Vizek Vidović, Vlahović-Štetić, Rijavec i Miljković, 2003, str. 154). Prema Matijević i Radovanović (2011) učenje je relativno trajna promjena ponašanja koja je uzrokovana stečenim iskustvom. Sa sličnom definicijom učenja slaže se i Pastuović (1999) koji učenje dijeli na prirodno i organizirano učenje.

Danas postoje mnogi načini i vrste učenja, neki od njih su zastarjeli, iako se još uvijek koriste u nastavi. Zbog zastarjelih metoda učenja i pasivnosti učenika u nastavi postoje metode učenja koje su usmjerene na učenika i time im pomažu da bolje uče i da naučeno mogu primijeniti u svakodnevnom životu. Jedna od takvih metoda, u čijem je središtu aktivan učenik, je učenje otkrivanjem. U nastavku slijede dvije definicije učenja otkrivanjem gdje se može vidjeti kako na učenje otkrivanjem gledaju Cindrić, Miljković i Strugar (2016), a kako Matijević i Radovanović (2011).

"Učenje otkrivanjem – nastavna strategija koja potiče učenje na temelju kvalitetno postavljenih problemskih sadržaja, tema i situacija. Koncipirano je da pokreće učenikovo kreativno mišljenje, inicijativu i da pobuđuje radoznalost. Pritom je osobito važan razvoj umijeća, metoda i tehnika suočavanja s problemima i njihovog rješavanja" (Cindrić i sur. 2016, str. 261).

"Učenje otkrivanjem – strategija aktivnog učenja u kojoj osim usvajanja nekih specifičnih znanja učenici usvajaju načela procesa mišljenja te putove dolazanja do novih znanja. ... Prema Bruneru cilj je odgoja oblikovanje načina mišljenja kojim bi se upoznao svijet i njegovi zakoni. Nitko tijekom školovanja ne može usvojiti neku vrstu sažetka ljudskoga znanja, pa školovanje treba težiti izgrađivanju mišljenja, odnosno mentalnih operacija koje čine samo mišljenje. Dalja je bitna značajka Brunerove teorije naglasak na učenju kao aktivnome procesu stjecanja i stvaranja znanja. Polazeći od tih postavki učenje otkrivanjem rješenja ima više prednosti u odnosu na druge didaktičke strategije" (Matijević i Radovanović, 2011, str. 421).

Učenje otkrivanjem povezano je s konstruktivizmom jer se unutrašnji misaoni svijet djeteta konstruira prema iskustvima stečenim izravnim dodirima i manipulacijom predmeta (Vizek Vidović i sur., 2003). Vizek Vidović i sur. (2003) navode kako učenje otkrivanjem dolazi iz teorije učenja psihologa Brunera; da se ono odnosi na stavove učenika i učitelja prema učenju uz vjerojatnost pojave ponašanja usmjerenog

na istraživanje te navode da se takav stav, prema Bruneru, sastoji od šest elemenata:

1. "uvjerenje da učenje znači otkrivanje odnosa, a ne samo usvajanje činjenica
2. spremnost učenika da novo učenje učini vlastitim povezujući ga s već postojećim znanjem i uvjerenjima
3. uvjerenje da takvo učenje za učenika predstavlja nagradu samo po sebi
4. poznavanje različitih načina korištenja informacija za otkrivanje – za postavljanje i testiranje hipoteza
5. vještine izražavanja postojećeg znanja, bez obzira jesmo li ga svjesni ili ne
6. sposobnost upravljanja novim informacijama koje dolaze tako da i one mogu biti uključene u proces otkrivanja" (Vizek Vidović i sur., 2003, str. 482).

Učenik do otkrića može doći vođenjem i samostalnim učenjem pri čemu samostalno učenje ima bolji učinak jer je intrinzično motivirano; učenik do rezultata dolazi samostalnim radom i time se njegovo znanje širi i nadograđuje (Cindrić i sur., 2016). Osim toga, učenik je u takvom učenju aktivan; kritičan je, povezuje, izgrađuje svoj stav, donosi odluke, postaje svjestan svojih mogućnosti i tek tada takvo učenje ima smisla (Cindrić i sur., 2016). Kod samostalnog učenja veliku ulogu ima i učitelj koji učenika vodi kroz učenje, ali ne na dosadašnji klasičan način, nego mu daje neke smjernice pomoću kojih učenik može samostalno doći do rezultata, te na takav način učitelj postaje pasivan, a učenik može izraziti i pokazati svoje kompetencije. Učenje otkrivanjem povezano je s problemskom nastavom u čijem je središtu problem kojeg učenik treba samostalno riješiti. Postoje metodički postupci i metode koje povezuju te dvije metode učenja, a to su: "problemsko čitanje, problemsko izlaganje, heuristički razgovor, istraživačka aktivnost, problemsko stvaralački zadaci i problemska pitanja" (Cindrić i sur., 2016, str. 175).

Kao što i sam naziv kaže učenik uči otkrivajući odnosno vlastitim iskustvom, te ga Bognar i Matijević (2002) nazivaju i iskustvenim učenjem definirajući ga kao učenje gdje učenici sudjeluju u planu i organizaciji učenja te stvaranju osobnog iskustva.

"Učenje ili učenje otkrivanjem sadrži sve etape spoznajnog procesa. Polazi od uočavanja i definiranja problema, preko vlastite aktivnosti u pronalaženju rješenja do izvođenja zaključaka i nalaženja rješenja. Učenje otkrivanjem još se naziva i iskustvenim učenjem jer se do spoznaja dolazi vlastitim iskustvom" (Bognar i Matijević, 2002, str. 281).

Pritom, autori navode kako je bitno da su učenici, u procesu stvaranja osobnog iskustva, slobodni u oblikovanju vlastitih odgovora u situacijama u kojima se nalaze. Zagovornici progresivnog odgoja potiču učenje otkrivanjem gdje se odgojno-obrazovni proces identificira s istraživačkim radom, pritom su školski prostori

opremljeni sukladno s potrebama istraživačke nastave (Bognar i Matijević, 2002).

S druge strane, De Zan (1999), koji se zalaže za promjenu suvremene nastave u nastavu gdje će prevladavati učeničko otkrivanje, navodi da bi se takva nastava mogla zvati navođenje na istraživanje – učenje otkrivanjem.

"Svako navođenje na istraživanje (ili svaka tema) tumačenje je ili glavne zamisli ili pak metode, poziva učenike na sudjelovanje u tome... Drugim riječima, oblik navođenja na istraživanje osigurava da *učenik vidi znanstveno istraživanje u postupku* i da je u nj uključeni, jer mora izvesti nedostajući pokus ili propušteni zaključak" (De Zan, 1999, str. 128).

Prema De Zanu (1999) navođenje na istraživanje sastoji se od tri metodičke etape. U prvoj etapi učenici se upoznaju sa znanstvenim problemom i bitnim podacima dosadašnjeg istraživanja, u drugoj etapi učenici tumače podatke, dok u trećoj etapi učenici, u svrhu provjere čimbenika, pokušavaju napraviti pokus. Kranjčev (1985) navodi neke uloge učitelja i učenika u istraživačkom radu. Učenik prema Kranjčevu (1985) ima ulogu istraživača, gdje otkrivanjem novoga dolazi do potrebnih informacija, uči kako doći do informacija, uči samostalno raditi te prezentiranjem svojih rezultata razvija svoje komunikacijske vještine. "Učenik pomoću određenih metoda i postupaka rješava, teorijski ili praktično, neki problem, najčešće iz sredine u kojoj živi – otkriva nešto novo" (Kranjčev, 1985, str. 15). Učitelj ima ulogu organizatora i voditelja; prikuplja potrebni materijal za rad, brine o ostvarenju ciljeva nastave, odabire najuspješnije metode i oblike rada, dijeli radne zadatke, kontrolira, usmjerava, pomaže i potiče učenike na rad (Kranjčev, 1985). Uz istraživački rad povezan s učenjem otkrivanjem povezuje se i metoda projekta. Tako Bognar i Matijević (2002) navode kako učenje otkrivanjem ima stvaralačkih elemenata, posebno metoda projekta koja može biti usmjerena stvaranju i otkrivanju novog i nepoznatog, a ne samo proučavanju postojećega.

Neki autori učenje otkrivanjem povezuju s humanističkim obrazovanjem. U središtu humanističkoga obrazovanja nalazi se pojedinac; važno je njegovo osobno iskustvo i razvoj; naglasak je na učenju vlastitim otkrićem, a cilj takvog obrazovanja je povezivanje života, doživljaja i osjećaja pojedinca s informacijama (Miljević-Riđički i sur., 2003). "Humanističko obrazovanje je proces koji traje cijeloga života i čiji je cilj razvoj pojedinca koji je sposoban voditi radostan, ljudski i smisleni život" (Vizek Vidović i sur., 2003, str. 477; prema Valettu, 1977). Osim spomenutog cilja humanističkoga obrazovanja Vizek Vidović i sur. (2003), prema Gage i Berliner

(1998), navode pet glavnih ciljeva humanističkoga obrazovanja, a to su:

1. poticanje na pozitivno samousmjeravanje i nezavisnost
2. sposobnost preuzimanja odgovornosti vlastitog učenja
3. razvijanje kreativnosti
4. razvijanje radoznalosti
5. naklonost prema umjetnosti.

Miljević-Riđički i sur. (2003) navode glavne karakteristike humanističkoga obrazovanja:

1. usmjerenost na učenika – učenik u poučavanje unosi osobno iskustvo i potrebe
2. učiteljeva uloga pomagača i suradnika – stvara razrednu klimu s naglaskom iskustva i potrebe svakog učenika
3. učenje kao osoban akt – najvrednije je ono učenje koje osoba smatra potrebnim i smislenim. "Ova ideja analogna je ideji iskustvenog učenja i temelji se na pojmovima kao što su samopoimanje, samovrednovanje, intrinzična motivacija, opažanje i otkrivanje" (Miljević-Riđički i sur., 2003, str. 57).
4. sadržaj koji se uči sredstvo je za ostvarenje ciljeva obrazovanja
5. razvoj učenika najizraženiji je u podržavajućoj i suradničkoj okolini.

Učenje otkrivanjem po prirodi je svojstveno i djeci i odraslima jer se temelji na vlastitom iskustvu, ali može biti povezano s iskustvima drugih (Bognar i Matijević, 2002). Kada Bognar i Matijević (2002) govore o učenju otkrivanjem spominju neke igre uz pomoć kojih se može pristupiti toj metodi učenja. Jedne od igara su igre s pravilima pomoću kojih učenici u nekoj zamišljenoj situaciji, kao što su "putovanje po karti, kretanje planom grada, ekološke igre, privredne igre, igre u kojima se simulira budući obiteljski život, obavljanje životnog poziva" (Bognar i Matijević, 2002, str. 286) stječu iskustvo.

### **3.2. Učenje otkrivanjem u nastavi matematike**

Tradicionalni pristupi nastavi, u svim predmetima pa tako i u matematici, trebali bi se zamijeniti suvremenim pristupima u kojima je učenik u središtu i gdje mu se



omogućuje razvoj njegovih sposobnosti te stvaralački i samostalan rad. Trebalo bi učenike uvesti u istraživačku nastavu, osposobiti ih za cjeloživotno učenje, razvijati njihove sposobnosti donošenja odluka i rješavanja problema, a nastavu usmjeriti na stjecanje uporabljivih znanja, sposobnosti i umijeća (Kurnik, 2008). Sve su to ciljevi suvremene nastave matematike od kojih Kurnik (2008) izdvaja samostalan i stvaralački rad učenika, uvođenje učenika u istraživačku nastavu, razvoj sposobnosti rješavanja problema te suvremene metode nastave. Varošaneć (2006) se isto tako zalaže za samostalnost učenika u nastavi kao i za učenje otkrivanjem.

"Promjene koje se dešavaju u obrazovanju uvode naglasak na razumijevanju matematičkih koncepata, aktivnog i u nekoj mjeri samostalnog otkrivanja matematičkih zakonitosti i svojstava promatranih objekata. U takvom procesu obrazovanja, učenje otkrivanjem postaje jedna od češće korištenih metoda" (Varošaneć, 2006, str. 2).

Kao oblike rada i nastavne metode za efikasnije ostvarenje navedenih ciljeva, Kurnik (2008) navodi grupni i individualni rad, heurističku i problemsku metodu, metodu razgovora, rada s tekstom i metodu demonstracije. To su metode u čijem je središtu aktivan učenik. Učitelj je samo pasivan voditelj, bitna je njegova stručna osposobljenost i dobra priprema za nastavu kako bi učenike mogao bolje voditi jer se uz bolju pripremu učitelja ostvaruju ishodi nastave. Za još suvremeniju nastavu trebalo bi postepeno uvesti džepna računala i računala te bi kod učenika trebalo povisiti razinu matematičkog obrazovanja (Kurnik, 2008). Kurnik (2008) navodi što podrazumijeva viša razina matematičkog obrazovanja.

"Viša razina matematičkog obrazovanja podrazumijeva poučavanje umjesto predavanja, otkrivanje puta k samostalnom stvaralačkom radu učenika i razvoj njihovog mišljenja tako da oni postupno i primjereno nauče analizirati, sintetizirati, konkretizirati, apstrahirati, inducirati, deducirati, generalizirati, specijalizirati, uočavati analogije" (Kurnik, 2008, str. 53).

Bognar i Matijević (2002) strategiju učenja otkrivanjem dijele u tri metode, i to u metodu istraživanja, projekta i simulacije; s time da se iskustvo u metodama može steći u stvarnosti ili zamišljenoj situaciji.

U metodi istraživanja učenici proučavaju stvarne situacije, dok se zamišljene situacije proučavaju u metodi simulacije i to igrom, pokusom ili kompjuterskom simulacijom (Varošaneć, 2006). "Istraživanjem učenici proučavaju i rješavaju probleme pokušavajući otkriti matematičke pravilnosti, zakonitosti i svojstva

promatranih objekata s kojima do tada nisu bili upoznati" (Varošanec, 2006, str. 2). Osnovne kvalitete u primjeni istraživačke nastave, su: "pravilan izbor izvora za proučavanje, izdvajanje potrebnih teorijskih činjenica, misaono prorađivanje, postavljanje i provjeravanje hipoteza, jezično oblikovanje i zapis rezultata rada, rasprava i dr." (Kurnik, 2008, str. 54). Kurnik (2008) napominje kako je samostalna istraživačka nastava učenicima teška, stoga bi je trebalo kombinirati s drugim oblicima i metodama rada u kojima učenici surađuju i razmjenjuju mišljenja i ideje te savjetuje kako bi s istraživačkim radom trebalo početi u petom razredu. Projekta nastava je najsloženija metoda iskustvenoga učenja gdje učenici mogu raditi na složenijem matematičkom problemu bliskom realnom svijetu (Varošanec, 2006).

Budući da svi matematički zadaci i sadržaji u sebi sadrže neki problem, dobro je pri obradi stvoriti prikladnu problemsku situaciju (Kurnik, 2008). Time se učenici stavljaju pred problem zadatka ili situacije te ga trebaju riješiti. Postavljanje problema učenicima može biti motivirajuće te ih ono znanje, koje steknu otkrivajući rješenje ili problem zadatka, dovodi do višeg matematičkog obrazovanja.

U metodici matematike postoje određena načela prema kojima je koncipirana nastava, a jedno od načela je načelo problemnosti. Kao što je već spomenuto, u matematici postoji puno problema i pitanja koje učenici trebaju riješiti da bi ih shvatili. Učenici često nisu svjesni problema u matematici te učitelji pred njih trebaju stavljati određene probleme koje trebaju prilagoditi njihovoj dobi i sposobnostima kako bi učenici dolaskom do problema razvijali svoje matematičko mišljenje (Kurnik, 2002a). Načelo problemnosti povezano je s problemskom nastavom. U problemskoj nastavi postoje tri važna pojma: problem, načelo problemnosti i problemska situacija, koju učitelj stvara kako bi učenici shvatili matematiku i podigli razinu svog matematičkog obrazovanja (Kurnik, 2002b). Četiri su načina stvaranja problemske situacije primjerene predznanju i sposobnostima učenika:

1. "Nastavnik jasno i precizno postavlja problem učenicima.
2. Nastavnik stvara situaciju u kojoj se od učenika zahtijeva da sami shvate i formuliraju problem koji se u toj situaciji nalazi.
3. Nastavnik stvara situaciju s više ili manje jasno naznačenim problemom koji tijekom analize treba učenike dovesti do novog problema, koji je on predvidio.
4. Nastavnik stvara situaciju s više ili manje jasno naznačenim problemom koji tijekom analize učenike dovodi do novog problema, koji on nije u potpunosti predvidio" (Kurnik, 2002b, str. 197).

Na problemskom nastavnom satu važan je aktivan i samostalan rad učenika, njihovo

istraživanje te rješavanje problema prilikom kojih pokazuju svoje matematičke sposobnosti (Kurnik, 2002b). Kao i u istraživačkoj nastavi, problemska nastava i zadaci učenicima su teški. Da bi takva nastava bila uspješna Kurnik (2002b) navodi kako je bitna učenička primjerena osposobljenost za umi rad koja se, uz dobar izvor proučavanja, izdvajanje bitnih činjenica, misaonu preradu, postavljanje i provjeru hipoteze te oblikovanje i zapis rezultata, postiže postepeno. Iako se umni rad razvija i u drugim nastavnim metodama, najrazvijeniji je u problemskoj nastavi koju, baš iz tog razloga, "treba primjenjivati na svim razinama matematičkog obrazovanja, uvažavajući pri tome dob, psihički razvoj i stvarne matematičke sposobnosti učenika" (Kurnik, 2002b, str. 197). Kurnik (2002b) donosi shemu pripreme za nastavni sat od osam koraka koja je razrađena u skladu s okvirima metodike matematike i koja nije strogo određena nego se može prilagoditi potrebi nastave, ali i problemu koji se stavlja pred učenika:

1. stvaranje problemske situacije – buđenje interesa učenika za nastavni sadržaj i motiviranje za rad
2. postavljanje problema temeljem iznijete problemske situacije
3. proučavanje uvjeta rješavanja problema – učenička analiza problemske situacije i otkrivanje načina rješavanja postavljenog problema
4. rješavanje problema – detaljno ostvarenje rješavanja koje u pravilu učenici izvode samostalno, učitelj ih samo usmjerava na rad
5. promišljanje o rješenju i postavljanje novog znanja
6. sagledavanje dobivenoga rezultata i traženje ostalih mogućih rješavanja
7. proširivanje i generalizacija postavljenog problema
8. rasprava o dobivenom rezultatu.

Istraživačka, problemska, projektna i nastava simulacije povezane su s učenjem otkrivanjem jer učenici s vlastitom aktivnošću i mišljenjem dolaze do rješenja. Početna nastava matematike sadrži pojmovne, mišljenjem stvorene objekte koje učenici mogu spoznati samo svojim mišljenjem (Markovac, 2001). Stoga se može zaključiti da je učenje otkrivanjem poželjno koristiti u nastavi matematike.

## **4. PRISTUP POJMU OPSEGA U KURIKULARNIM DOKUMENTIMA**

U ovome poglavlju biti će osvrtno na pojam opsega u kurikularnim dokumentima u kojima su definirani ciljevi, zadaci i postignuća učenika pri učenju opsega. Detaljnije će se razraditi pristup pojmu opsega u Nastavnom planu i programu (2006), Nacionalnom okvirnom kurikulumu (2011), prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme (2016b) i trima matematičkim udžbenicima 4. razreda osnovne škole. Rasprava o prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme vodila se za vrijeme pisanja ovoga rada. Pošto su u prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme navedeni ishodi, koji se razlikuju od ishoda važećeg Nastavnog plana i programa (2006), željelo ih se uvrstiti u ovaj rad.

### **4.1. Nastavni plan i program 3. i 4. razreda**

Nastavni plan i program na snazi je od 2006. godine kada ga je donijelo Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta RH. Sastavljen je po predmetima i po razredima. Navedeno je kako je u nastavi matematike težište rada na razumijevanju pojmova, uvježbavanju pojedinih postupaka, ali i na primjeni matematike u svakodnevnom okruženju (MZOS, 2006). Isto tako naveden je i cilj nastave matematike.

"Cilj nastave matematike je stjecanje temeljnih matematičkih znanja potrebnih za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu, stjecanje osnovne matematičke pismenosti i razvijanje sposobnosti i umijeća rješavanja matematičkih problema" (MZOS, 2006, str. 238).

Prema Nastavnom planu i programu učenici se s pojmom opsega susreću tek u 4. razredu i to u dvije teme: Opseg trokuta i Opseg pravokutnika i kvadrata. No prije samog pojma opsega učenici bi se trebali upoznati s mjerenjem dužine što je jedna od tema u 3. razredu i preduvjet je za razumijevanje pojma opsega. U temi Mjerenje dužine ključni pojmovi su jedinična dužina i mjerenje dužine dok su obrazovna postignuća, ono što bi učenici trebali svladati na kraju te teme: "upoznati jedinice za mjerenje dužine; izmjeriti zadanu dužinu jediničnom dužinom; prenositi zadane dužine; crtati dužine zadane duljine; preračunavati mjerne jedinice za duljinu" (MZOS, 2006, str. 242). Zadaća teme Mjerenje dužine je učenikovo uočavanje potrebe mjerenja dužina, gdje bi učenici najprije zadane dužine trebali mjeriti nekim didaktičkim materijalom, a nakon toga bi se upoznali s mjernim jedinicama (Markovac, 2001). Učenici bi s tako svladanim sadržajem i navedenim postignućima

trebali biti spremni za pojam opsega koji će učiti u 4. razredu. Prema Nastavnom planu i programu učenici u 4. razredu uče dvije teme vezane uz opseg: Opseg trokuta te Opseg pravokutnika i kvadrata, gdje je tema Opsega trokuta navedena prije teme Opsega pravokutnika i kvadrata. Kod teme opsega trokuta ključni pojam je opseg trokuta, a dva obrazovna postignuća su: "razumjeti opseg trokuta kao zbroj duljina njegovih stranica; izračunati opseg trokuta" (MZOS, 2006, str. 243). Tema Opseg pravokutnika i kvadrata, uz ključan pojam opseg pravokutnika i kvadrata, donosi samo jedno obrazovno postignuće: "razumjeti i izračunati opseg pravokutnika i kvadrata" (MZOS, 2006, str. 243). Sveukupno pojam opsega je u prva četiri razreda osnovne škole obuhvaćen u samo dvije teme i to u 4. razredu.

#### **4.2. Nacionalni okvirni kurikulum**

Nacionalni okvirni kurikulum donesen je 2011. godine od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH. Nacionalni okvirni kurikulum nije kao Nastavni plan i program sastavljen po predmetima nego po područjima. U matematičkom području opisano je što matematika omogućuje učenicima.

"Matematičko obrazovanje učenicima omogućuje postavljanje i rješavanje matematičkih problema, potičući ih pritom na istraživanje, sustavnost, kreativnost, korištenje informacija iz različitih izvora, samostalnost i ustrajnost. Svi učenici mogu i trebaju iskusiti uspjeh u matematičkim aktivnostima. Učeći matematiku, steći će samopouzdanje i sigurnost u upotrebi brojeva i razviti vještine mjerenja, konstruiranja i prostornoga zora. Naučit će prikupljati, organizirati i tumačiti podatke, upotrebljavati matematički jezik i prikaze, generalizirati iz uočenih pravilnosti i veza te apstraktno misliti. Postat će aktivni sudionici u procesu učenja i tako se osposobiti za cjeloživotno učenje" (MZOS, 2011, str. 115).

Područja se u Nacionalnom okvirnom kurikulumu dijele u cikluse, od kojih se prvi ciklus odnosi na 1., 2., 3. i 4. razred. Prvi ciklus podijeljen je na matematičke procese i na matematičke koncepte koji se opet dijele unutar sebe, u kojima su navedena samo učenička postignuća. U nastavku će biti navedene samo neke podijele unutar procesa i konceptata zajedno s postignućima.

U matematičkim procesima prvi navedeni proces je Prikazivanje i komunikacija gdje se navodi kako će učenici "opisati riječima matematičke objekte, ideje, postupke i rješenja te ih prikazati slikama, crtežima, didaktičkim materijalima, dijagramima i brojevima" (MZOS, 2011, str. 116). Drugi navedeni proces je Povezivanje gdje se navodi da će učenici uspostaviti vezu između usvojenih pojmova te povezati matematiku sa svakodnevnim životnim iskustvom. U četvrtom procesu Rješavanje

problema i matematičko modeliranje navedeno je kako će učenici postaviti i analizirati jednostavniji problem te primijeniti matematičke pojmove i postupke u različitim kontekstima (MZOS, 2011). Treći matematički koncept zove se Oblik i prostor. U tome konceptu navedeno je da će učenici

"prepoznati, imenovati, izgraditi, opisati, usporediti i razvrstati crte, plohe te jednostavne dvodimenzionalne i trodimenzionalne oblike i njihove dijelove; skicirati jednostavne ravninske oblike te ih nacrtati služeći se geometrijskim priborom; prepoznati i prikazati jednostavne ravninske i prostorne oblike u različitim položajima; istražiti i predvidjeti rezultate sastavljanja i rastavljanja ravninskih i prostornih oblika rabeći stvarne materijale; prepoznati osnovne geometrijske oblike u svakodnevnom životu" (MZOS, 2011, str. 117, 118).

Prema MZOS (2011) u četvrtom matematičkom konceptu navodi se kako će učenici procijeniti i usporediti duljinu, navesti i rabiti standardne mjerne jedinice za duljinu, izračunati opseg jednostavnih likova od kojih se navodi trokut, pravokutnik i kvadrat (MZOS, 2011). Od svih izdvojenih procesa i koncepata, u prvom ciklusu koji se odnosi na prva četiri razreda osnovne škole, samo se u jednom konceptu spominje očekivano učeničko postignuće vezano uz pojam opsega.

#### **4.3. Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme 2016. godine**

Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme nastao je 2016. godine s ciljem uspostavljanja sklada i učinkovitosti u sustavu odgoja i obrazovanja pomoću cjelovitih sadržajnih i strukturnih promjena kako bi se:

"Učenicima osiguralo korisnije i smislenije obrazovanje, usklađeno njihovoj razvojnoj dobi i interesima te bliže svakodnevnom životu, obrazovanje koje će ih osposobiti za suvremeni život, svijet rada i nastavak obrazovanja.

Roditeljima omogućilo veću uključenost u obrazovanje djece i život škole, jasno iskazana očekivanja, objektivnije ocjenjivanje i vrednovanje, smislenije i češće povratne informacije o postignućima njihove djece.

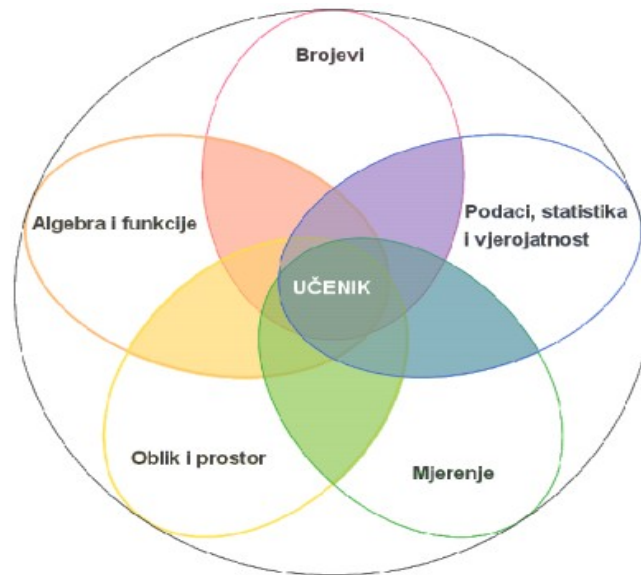
Učiteljima, nastavnicima i ostalim djelatnicima odgojno-obrazovnih ustanova osiguralo osnaživanje uloge i jačanje profesionalnosti, veću autonomiju u radu, kreativniji rad, smanjenje administrativnih obveza, motiviranije učenike i smanjivanje vanjskih pritisaka."<sup>5</sup>

"U predmetu matematika naglasak se stavlja na razvoj kompetencija, matematičku komunikaciju, rasuđivanje, rješavanje problema i povezivanje sa stvarnošću. Očekuje se suvremena nastava, učenje otkrivanjem, suradničko učenje" (Banić, 2016, str. 155). Prijedlog kurikuluma za matematiku dostupan je od veljače 2016. godine. U prijedlogu su navedeni neki od odgojno-obrazovnih ciljeva: učenici će primjenjivati

---

5 Dostupno na: [http://www.kurikulum.hr/sto\\_uključuje\\_kur\\_reforma/](http://www.kurikulum.hr/sto_uključuje_kur_reforma/) (preuzeto 3.9.2016.)

matematički jezik, matematički će rasuđivati, rješavat će problemske situacije, razviti svoje samopouzdanje i pozitivan odnos prema matematici i prepoznati vrijednost matematike (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Prijedlog cjelovite kurikularne reforme za predmet matematika koncipiran je slično kao Nacionalni okvirni kurikulum, samo što se u prijedlogu kurikuluma matematika dijeli po razredima i domenama (5 domena): Brojevi; Algebra i funkcije; Podaci, statistika i vjerojatnost; Oblik i prostor te Mjerenje. U središtu svega nalazi se učenik (Slika 3.).



Slika 3. Domene predmeta matematika (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b, str. 7)

Odgojno-obrazovni ishodi od 1. do 4. razreda strukturirani su tako da u 1. razredu prevladava domena Brojevi. Od 2. do 4. razreda domena Brojevi se smanjuje dok se domene Oblik i prostor te Mjerenje povećavaju, s čime se povećavaju geometrijski sadržaji u nastavi. U prijedlogu kurikuluma jedinične dužine za mjerenje uvode se u 2. razredu i njihov sadržaj se proširuje u 3. i 4. razredu, dok se pojam opsega uvodi u 3. razredu. Uz pojam opsega naveden je samo jedan ishod – određenje opsega likova. Prema tome učenik treba opisati opseg kao duljinu ruba geometrijskog lika; mjeriti duljinu dužine; opseg mjeriti formalnim i neformalnim načinima; kao zbroj duljina stranica odrediti opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata; procijeniti i mjeriti opseg lika uz objašnjenje postupka (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Učenici prema spomenutom ishodu mogu imati četiri razine usvojenosti, od najniže razine do najviše: zadovoljavajuća, dobra, vrlo dobra, iznimna. U najnižoj, zadovoljavajućoj razini učenik treba opisati opseg kao duljinu ruba lika (prijedlog

Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Za dobru razinu usvojenosti učenik treba mjeriti opseg likova formalnim i neformalnim načinima te povezati opseg s duljinama pojedinih stranica (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Vrlo dobra razina od učenika zahtijeva određenje opsega trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina njihovih stranica (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Kako bi učenik postigao iznimnu razinu usvojenosti treba procijeniti i odrediti opseg likova različitim načinima, povezati ih i objasniti postupak (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Uz ishod, objašnjenje ishoda i razine usvojenosti u prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme (2016b) navedene su i preporuke za što bolje i efikasnije ostvarenje ishoda. Preporučuje se kako učenike treba navoditi na zaključak da je opseg zbroj duljina stranica mnogokuta; kako se kod mjerenja opsega lika duljina stranice može prenositi šestarom na crtu te da učenici u početku opseg mjere neformalnim načinima (uz pomoć konca, vrpce...) (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Uz to navedena je i napomena kako se kod određenja opsega kao zbroja duljina stranica ne smije koristiti formula, a opseg se zapisuje malim slovom *o* (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Tako definirana nastava matematike može se izvoditi u korelaciji s Hrvatskim jezikom i s Tjelesnom i zdravstvenom kulturom (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b). Detaljno razrađen ishod kojim se točno navodi što se od učenika očekuje, na koje načine se to može postići i na što treba pripaziti prikazan je u Tablici 1.

RB.	ISHOD	RAZRADA ISHODA	RAZINE USVOJENOSTI			
			ZADOVOLJAVAJUĆA	DOBRA	VRLO DOBRA	IZNIMNA
14.	D. 3.2 ODREĐUJE OPSEG LIKOVA	Opisuje opseg kao duljinu ruba bilo kojega geometrijskog lika. Mjeri duljinu dužine. Mjeri opseg neformalnim i formalnim načinima. Određuje opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina njihovih stranica. Procjenjuje i mjeri opseg lika objašnjavajući postupak.  Korelacija s Hrvatskim jezikom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.	Opisuje opseg kao duljinu ruba promatranoga lika.	Mjeri opseg likova neformalnim načinima i povezuje opseg s duljinama pojedinih stranica.	Određuje opseg trokuta, pravokutnika (i kvadrata) kao zbroj duljina stranica promatranoga lika.	Procjenjuje i određuje opseg likova na različite načine povezujući ih i objašnjavajući postupak.
<p>PREPORUKE ZA OSTVARIVANJE ISHODA:            U početku poučavanja učenici će mjeriti opseg neformalnim načinom: uporabom konca, vune papirnate vrpce...            Navoditi učenike na zaključak da je opseg zbroj duljina svih stranica mnogokuta.            Duljina stranica zadanoga lika kojemu se mjeri opseg može se prenositi i šestarom na crtu.            NAPOMENA: Pri određivanju opsega trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroja duljina stranica nikako se ne koristiti formulom za izračunavanje, ali opseg zapisati malim slovom <i>o</i> (npr. <math>o = 12\text{cm}</math>)</p>						

Tablica 1. Detaljan prikaz ishoda, 3. r. (prijedlog Cjelovite kurikularne reforme, 2016b, str. 37, 38)

Između Nastavnog plana i programa, Nacionalnog okvirnog kurikulumu i prijedloga



Cjelovite kurikularne reforme detaljno je i na jednostavan način objašnjeno i prikazano što se od učenika očekuje prilikom usvajanja pojma opsega te koje mogu biti razine te usvojenosti.

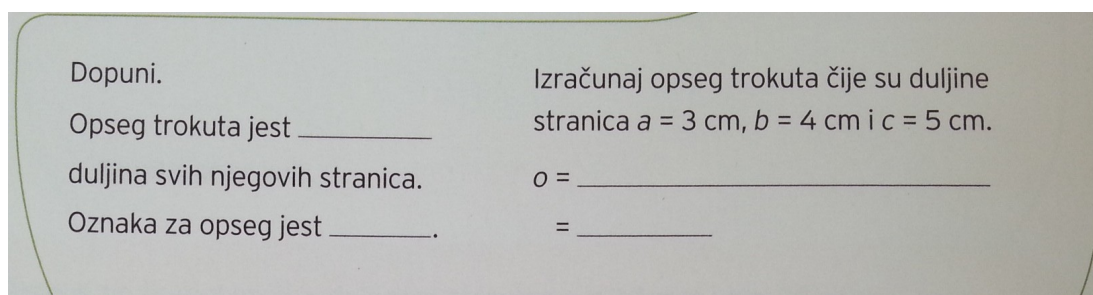
#### 4.4. Opseg pravokutnika i kvadrata u udžbenicima 4. razreda

Odobreni udžbenici koje učenici koriste u nastavi radili su se prema postojećem Nastavnom planu i programu tako da bi oni trebali pratiti ciljeve, zadaće, ključne pojmove i obrazovna postignuća definirana u Nastavnom planu i programu. No Glasnović Gracin (2011b) navodi nepodudarnost između Nastavnog plana i programa i udžbenika.

"Nastavni plan i program jasno naglašava primjenu matematike u svakodnevici, ali analiza udžbenika pokazuje da zadaci s kontekstom ipak nisu značajno zastupljeni u geometrijskim poglavljima udžbenika. Stoga možemo zaključiti da postoji nepodudarnost između kurikulumskih i udžbeničkih zahtjeva na interkulturalnom nivou" (Glasnović Gracin, 2011b, str. 10).

U ovome poglavlju biti će razmotreni pristupi pojmu opsega pravokutnika i kvadrata iz triju odobrenih matematičkih udžbenika različitih nakladnika za 4. razred osnovne škole u školskoj godini 2015./16.

U udžbeniku *Moj sretni broj 4* (Miklec i sur., 2014) prije nastavne jedinice Opseg pravokutnika i kvadrata nalaze se dvije nastavne jedinice koje bi se trebale usvojiti prije samog opsega, a to su Pravokutnik i kvadrat te Crtanje pravokutnika i kvadrata. Dakle, prije učenja samog opsega pravokutnika i kvadrata uče se osnovna obilježja pravokutnika i kvadrata te kako ih treba crtati. U nastavnoj jedinici obrade Opseg pravokutnika i kvadrata najprije je ponuđeno ponavljanje naučenoga o opsegu trokuta (Slika 4.) što znači da se opseg trokuta uči prije opsega pravokutnika i kvadrata.

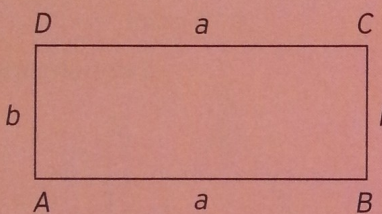


Slika 4. Ponavljanje opsega trokuta (Miklec i sur., 2014. str. 100)

Nakon toga u udžbeniku su nacrtani pravokutnik i kvadrat s određenim duljinama

stranica gdje se odmah postavlja pitanje njihova opsega te je ponuđeno rješenje izračuna njihovih opsega (Slika 5.).

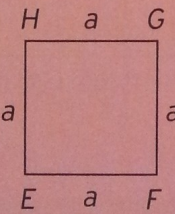
Nacrtna je pravokutnik čije su duljine stranica 5 cm i 2 cm.  
Koliki je OPSEG PRAVOKUTNIKA?



$$\begin{array}{l} a = 5 \text{ cm} \\ \underline{b = 2 \text{ cm}} \\ o = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} o = 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \\ = 2 \cdot 5 \text{ cm} + 2 \cdot 2 \text{ cm} \\ = 10 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 14 \text{ cm} \end{array}$$

Opseg pravokutnika je 14 cm.

Nacrtna je kvadrat čije su duljine stranica 2 cm.  
Koliki je OPSEG KVADRATA?



$$\begin{array}{l} \underline{a = 2 \text{ cm}} \\ o = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} o = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \\ = 4 \cdot 2 \text{ cm} \\ = 8 \text{ cm} \end{array}$$

Opseg kvadrata je 8 cm.

Slika 5. Opseg pravokutnika i kvadrata (Miklec i sur., 2014. str. 100)

Zatim su uvedeni opsezi pravokutnika i kvadrata te su navedene njihove formule gdje je opseg označen malim slovom  $o$  (Slika 6.).

<p><b>OPSEG PRAVOKUTNIKA</b> jest zbroj duljina stranica pravokutnika.</p> $o = a + b + a + b$ <p>ili</p> $o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	<p><b>OPSEG KVADRATA</b> jest zbroj duljina stranica kvadrata.</p> $o = a + a + a + a$ <p>ili</p> $o = 4 \cdot a$
---	---

Slika 6. Definicije i formule opsega pravokutnika i kvadrata (Miklec i sur., 2014. str. 100)

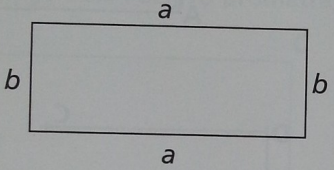
Na kraju nastavne jedinice postavljeno je pet zadataka u kojima su određene stranice pravokutnika i kvadrata te se od učenika zahtijeva da nacrtaju skicu i izračunaju opseg određenog lika (Slika 7.).

**2.** Izračunaj opseg pravokutnika kojemu su stranice duljine 459 m i 386 m.  
Nacrtaj skicu! RAČUN:

Slika 7. Jedan od zadataka za opseg pravokutnika i kvadrata (Miklec i sur., 2014. str. 101)

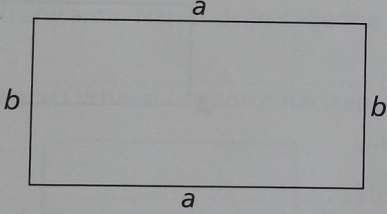
U udžbeniku *Matematika 4* (Markovac, 2014) prije nastavne jedinice Opseg pravokutnika i kvadrata nalaze se dvije nastavne jedinice: Pravokutnik i kvadrat te Crtanje pravokutnika i kvadrata, kao i u udžbeniku *Moj sretni broj 4*. Nastavna jedinica Pravokutnik i kvadrat u ovom udžbeniku koncipirana je tako da učenik uz pomoć crteža i zadataka na dopunjavanje spozna je osnovna obilježja pravokutnika i kvadrata. U nastavnoj jedinici Crtanje pravokutnika i kvadrata prikazano je kako pravilno nacrtati pravokutnik i kvadrat s dodatnim objašnjenjima. Nastavna jedinica Opseg pravokutnika i kvadrata sastoji se od pet zadataka. U prvom zadatku ponavlja se opseg trokuta gdje učenik treba izmjeriti stranice nacrtanih trokuta i izračunati im opseg. Drugi, treći i peti zadatak odnose se na opseg pravokutnika, a četvrti zadatak na opseg kvadrata. U drugom zadatku (Slika 8.) učenik treba izmjeriti stranice pravokutnika, zbrojiti njihove duljine i tako izračunati njegov opseg. U trećem zadatku (Slika 8.) prikazano je izračunavanje opsega pravokutnika na kraći način, dok u petom zadatku učenici trebaju izračunati opseg pravokutnika prema zadanim duljinama stranica. Način izračunavanja opsega kvadrata prikazan je u četvrtom zadatku (Slika 8.). Opseg se u ovom udžbeniku označava velikim slovom  $O$ , a formule za izračunavanje opsega pravokutnika i kvadrata nisu navedene.

**2.** Izračunaj opseg ovoga pravokutnika, izmjeri stranice i zbroji njihove duljine.



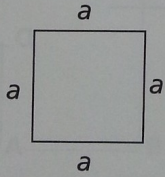
$a = \underline{\quad}$  cm       $b = \underline{\quad}$  cm  
 $a = \underline{\quad}$  cm       $b = \underline{\quad}$  cm  
 $O = \underline{\hspace{2cm}}$

**3.** Opseg pravokutnika možemo izračunati i na kraći način. Izmjerimo dvije stranice pravokutnika,  $a$  i  $b$ , zbrojimo njihove duljine i taj zbroj pomnožimo s 2 (jer imamo po dvije jednake duljine).



$a = 6$  cm       $b = 3$  cm  
 $O = 6$  cm +  $3$  cm =  $9$  cm ·  $2 = 18$  cm  
 $O = 18$  cm

**4.** Opseg kvadrata izračunava se na isti način kao opseg pravokutnika, tj. zbroje se duljine njegovih stranica. Ili kraće, izmjeri se duljina jedne stranice i pomnoži brojem 4 (jer ima 4 jednako velike stranice).

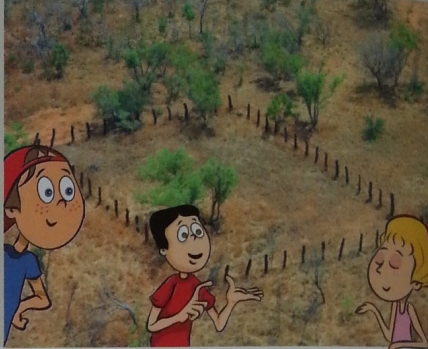


$a = 2$  cm  
 $O = 2$  cm +  $2$  cm +  $2$  cm +  $2$  cm =  $8$  cm  
 Ili kraće:  $4 \cdot 2$  cm =  $8$  cm  
 $O = 8$  cm

Slika 8. Opseg pravokutnika i kvadrata (Markovac, 2014, str. 64)

Udžbenik *Nove matematičke priče 4* (Janda Abbaci, Ćosić, Hižak i Sudar, 2014) drugačiji je od prethodna dva udžbenika jer opseg pravokutnika i opseg kvadrata ima u zasebnim nastavnim jedinicama i ima zadatke temeljene na svakodnevnim životnim situacijama. Prvo je naveden Opseg pravokutnika, a zatim Opseg kvadrata. Prije opsega navedene su dvije nastavne jedinice. To su: Vrhovi, stranice i kutovi pravokutnika i kvadrata te Crtanje pravokutnika i kvadrata. Nastavna jedinica Opseg pravokutnika počinje zadatkom o opsegu trokuta gdje učenici trebaju izračunati opseg trokuta prema ponuđenim duljinama stranica. Nakon toga nalazi se ilustracija koja kod učenika pobuđuje maštu i razmišljanje o opsegu (Slika 9.). Uz ilustraciju se postavlja pitanje kako izračunati koliko ograde treba da bi se ogradio dvorište. Nakon toga slijedi realizacija zadatka pomoću navođenja duljine i širine dvorišta te poznatih činjenica iz prethodno postavljenog zadatka. U realizaciji zadatka prikazana je skica, kao prikaz dvorišta i način kako se treba izračunati njegov opseg.

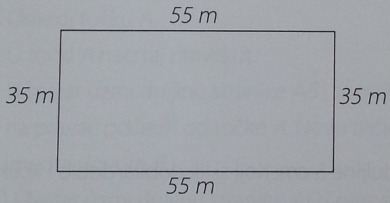
Lina i Luka su u posjetu Mili. Nalaze se u njegovu ograđenom dvorištu gdje uče jahati. Pitaju se koliko je metara ograde trebalo da bi se ogradilo to dvorište. Kako će to izračunati?



Koliki je opseg Milina dvorišta ako znaš da je dvorište oblika pravokutnika, a njegove su stranice  $a = 55\text{ m}$  i  $b = 35\text{ m}$ ?

Promotri:

umanjeni prikaz Milina dvorišta



Računaj ovako:

$$o = a + a + b + b$$

$$o = 55\text{ m} + 55\text{ m} + 35\text{ m} + 35\text{ m}$$

$$o = 180\text{ m}$$

Slika 9. Opseg pravokutnika (Janda Abbaci i sur., 2014, str. 84)

Zatim su navedene definicija i formula za opseg pravokutnika, pri čemu je opseg označen malim slovom  $o$  (Slika 10.).

Opseg pravokutnika možemo izračunati i kraće. Pogledaj.

$o = a + a + b + b$	$o = 2(a + b)$
$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	$o = 2(5\text{ cm} + 2\text{ cm})$
$o = 2 \cdot (a + b)$	$o = 2 \cdot 7\text{ cm}$
	$o = 14\text{ cm}$

**ZAPAMTI!**  
Opseg pravokutnika je zbroj duljina njegovih stranica.

Slika 10. Definicija i formula opsega pravokutnika (Janda Abbaci i sur., 2014, str. 84)


Za utvrđivanje gradiva ponuđen je zadatak u kojem učenici trebaju izmjeriti duljinu stranica nacrtanoga pravokutnika i izračunati mu opseg. Zatim su navedena tri zadatka za ponavljanje. U prvom zadatku učenici trebaju izračunati opseg pravokutnika prema zadanim duljinama stranica, u drugom trebaju izračunati opseg prema primjeru iz svakodnevnog života (Slika 11.), dok u trećem zadatku trebaju nacrtati pravokutnik zadanih duljina i izračunati mu opseg.

2. Luka želi uokviriti svoj crtež i pokloniti ga Lini. Koliko mu je centimetara letvice potrebno, ako znaš da je crtež širok 23 cm i dug 28 cm?

Slika 11. Opseg pravokutnika – 2. zadatak (Janda Abbaci i sur., 2014, str. 85)

U nastavnoj jedinici Opseg kvadrata kreće se sa zadatkom u kojem učenici trebaju izračunati opseg nacrtanog pravokutnika. Nakon toga nalazi se ilustracija koja, uz ponuđeni zadatak, učenicima približava opseg kvadrata (Slika 12.). Realizacija zadatka ponuđena je u nastavku, no u realizaciji nema naznake povezanosti s ilustracijom osim u odgovoru ponuđenom na kraju realizacije zadatka. U udžbeniku je označeno kako učenici trebaju zapamtiti formulu za opseg kvadrata (Slika 12.).

Lina i Frane moraju trakom uz strop oblijepiti zid da ga mogu obojiti. Pitaju se koliko će im metara trake za to trebati ako je prostorija oblika kvadrata stranice duljine 6 m.



Opseg kvadrata izračunat ćemo na isti način kao što smo izračunali i opseg pravokutnika.

Stranice kvadrata imaju jednaku duljinu i obilježit ćemo ih istim slovom – slovom  $a$ . Zbrojit ćemo duljine stranica kvadrata.

$$a = 6 \text{ m}$$

$$o = a + a + a + a$$

$$o = 6 \text{ m} + 6 \text{ m} + 6 \text{ m} + 6 \text{ m}$$

$$o = 24 \text{ m}$$

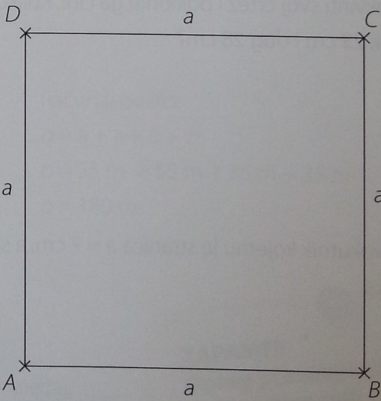
Kraće to možemo zapisati ovako:

$$o = 4 \cdot a$$

$$o = 4 \cdot 6 \text{ m}$$

$$o = 24 \text{ m}$$

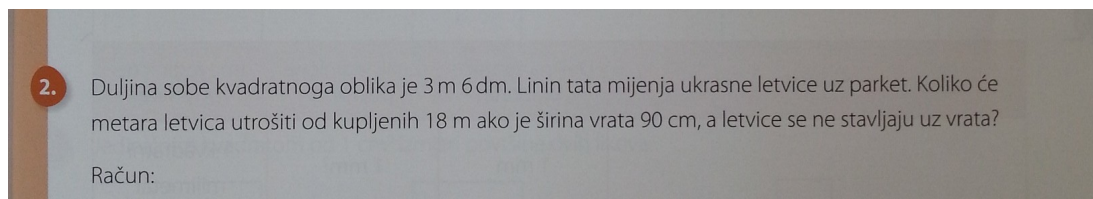
Odgovor: Lini i Frani trebat će 24 m trake.



**ZAPAMTI!**  
 $o = 4 \cdot a$

Slika 12. Ilustracija i opseg kvadrata (Janda Abbaci i sur., 2014, str. 86)

Zatim slijedi zadatak za utvrđivanje gradiva povezan s prethodnim realističnim zadatkom u kojem učenici prema zadanoj duljini zida kvadratne prostorije trebaju izračunati duljinu potrebne trake. Nakon toga slijede tri zadatka za ponavljanje. U prvom zadatku treba se izračunati opseg prema zadanim duljinama stranica kvadrata. Drugi zadatak je realističan i od učenika zahtjeva mišljenje i prosuđivanje (Slika 13.). Treći zadatak isto zahtijeva razmišljanje jer je učenicima ponuđen opseg, a oni trebaju izračunati duljinu stranice.



2. Duljina sobe kvadratnoga oblika je 3 m 6 dm. Linin tata mijenja ukrasne letvice uz parket. Koliko će metara letvica utrošiti od kupljenih 18 m ako je širina vrata 90 cm, a letvice se ne stavljaju uz vrata?

Račun:

Slika 13. Opseg kvadrata – 2. zadatak (Janda Abbaci i sur., 2014, str. 87)

Prema navedenim slikama iz odabranih udžbenika vidi se kako se od učenika zahtijeva uglavnom reprodukcija znanja o opsegu pravokutnika i kvadrata jer opsege trebaju izračunavati prema zadanim duljinama stranica. Mala odstupanja od toga mogu se vidjeti u udžbeniku *Nove matematičke priče 4* gdje su prikazane zanimljive ilustracije i ponuđeni zadaci bazirani na realističnim situacijama. U udžbenicima *Moj sretni broj 4* i *Nove matematičke priče 4* sadržane su formule za izračunavanje opsega pravokutnika i kvadrata, dok u udžbeniku *Matematika 4* nema formula. Udžbenici nisu usklađeni ni u označavanju opsega. *Moj sretni broj 4* i *Nove matematičke priče 4* opseg označavaju malim slovom  $o$ , a *Matematika 4* ga označava velikim slovom  $O$ . Naime od 5. razreda osnovne škole opseg se označava malim slovom  $o$  jer će se oplošje kasnije označavati velikim slovom  $O$ .

Nastavni plan i program (2006) i Nacionalni okvirni kurikulum (2011) drugačije su koncipirani, no slični su prema zahtjevima koje stavljaju pred učenike u nastavi matematike. Oba stavljaju naglasak na povezivanje matematike, pa tako i opsega, sa svakodnevnim životnim iskustvima, naglasak na razumijevanju opsega kao zbroju duljina svih stranica, ali i naglasak na izračunavanje opsega po formuli. Za razliku od Nastavnog plana i programa i Nacionalnog okvirnog kurikuluma, prijedlog Cjelovite kurikularne reforme (2016b) pred učenike stavlja bolje i smislenije zahtjeve. Ti zahtjevi prilagođeni su učeničkoj dobi, svakodnevnim životnim interesima i ono najvažnije, zahtjevi su orijentirani na obrazovanje i pripremu učenika za cjeloživotno

učenje. Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme specifičan je i po tome što se od 2. do 4. razreda geometrijski sadržaji povećavaju, a aritmetički smanjuju. Najznačajniju promjenu koju prijedlog Cjelovite kurikularne reforme donosi je zabrana korištenja formule opsega.

Analiza pokazuje da udžbenici koji su rađeni prema postojećem Nastavnom planu i programu nisu u potpunosti u skladu s njegovim zadaćama. Naime, u Nastavnom planu i programu navedeno je kako se naučena znanja iz matematike, uključujući i opseg, trebaju povezati i primjenjivati u svakodnevnim životnim situacijama. To u proučenim udžbenicima nije slučaj jer ponuđeni zadaci nisu realistični nego reproduktivni. U jednom udžbeniku postoji mala naznaka realističnosti što je pozitivan pomak i putokaz za buduće udžbenike.



## 5. MIŠLJENJE STUDENATA O POUČAVANJU GEOMETRIJSKIH SADRŽAJA

Glasnović Gracin (2011a) za potrebe svoga doktorata provela je istraživanje o ulozi udžbenika u nastavi matematike te koliko ti zahtjevi odgovaraju PISA zahtjevima u području matematičke pismenosti. Jedan od razloga toga istraživanja su vrlo niski rezultati hrvatskih učenika na PISA istraživanju. Istraživanje je provedeno na udžbenicima od 5. do 8. razreda.

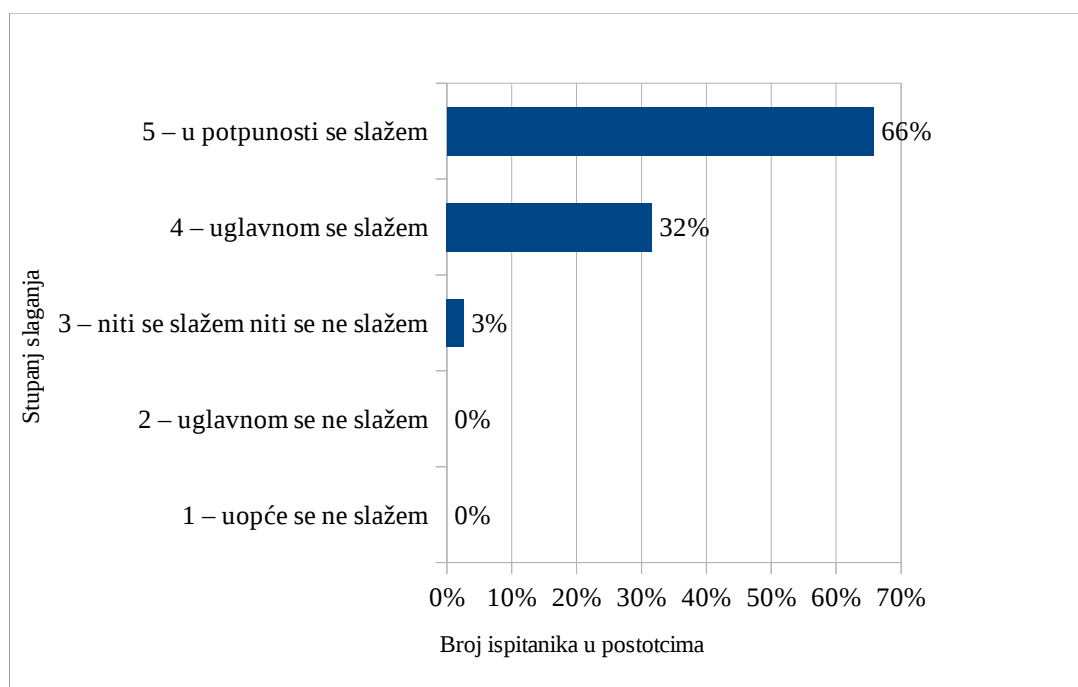
Glasnović Gracin (2011a) došla je do zaključka da sadržaji u udžbenicima od učenika zahtijevaju znanje na reproduktivnoj razini; da se i u geometriji od učenika zahtijeva računanje i rad s brojevima umjesto razumijevanja geometrijskih pojmova; da u udžbenicima nisu zastupljeni zadaci argumentiranja, zaključivanja i zadaci otvorenog tipa; da udžbenici prate Nastavni plan i program, no ne u cijelosti jer u udžbenicima nije zastupljena primjena matematike u svakodnevnim životnim situacijama kako je navedeno u Nastavnom planu i programu.

Prema istraživanju koje je provela Glasnović Gracin (2011a) vidi se kako ponuđeni udžbenički sadržaji nisu povezani sa svakodnevnim životom. Nastava geometrije svakako bi trebala biti povezana sa svakodnevnim životnim situacijama, a ne učenike zamarati reproduktivnim znanjima koja im neće koristiti u životu. S obzirom na dobivene rezultate istraživanja Glasnović Gracin (2011a) bilo bi zanimljivo vidjeti kakve stavove prema nastavi geometrije i geometrijskim sadržajima imaju studenti Učiteljskog studija. Stoga je među studentima provedena online anketa koja slijedi u nastavku rada.

Za potrebe ovog rada provedena je online anketa (Prilog 1.) kojom se željelo istražiti kako studenti doživljavaju geometriju i geometrijske sadržaje u razrednoj nastavi, a time i potaknuti studente na razmišljanje o geometriji i njezinoj ulozi za samog učenika. Jedan od ciljeva je također bio utvrditi u kojoj mjeri se pojam opsega općenito i opsega pravokutnika pojavljuje na ljestvici važnosti u studentskim odgovorima. Anketa je provedena na studentima 4. i 5. godine Učiteljskog fakulteta Središnjice u Zagrebu i Odsjeka u Čakovcu u akademskoj godini 2015./16. Online anketi pristupilo je 38 ispitanika, što je vrlo mali broj ispitanika s obzirom na očekivano. Postoji nekoliko mogućih razloga malog broja pristupljenih ispitanika: anketa se počela provoditi u 5. mjesecu kada već počinju pripreme za ljetni ispitni

rok, nezainteresiranost ispitanika za anketu, česta anketiranja, nezainteresiranost ili odbojnost prema matematici, koncept ankete – ispitanici su na postavljena otvorena pitanja trebali sami odgovarati. Iako je bio mali broj ispitanika, rezultati su analizirani, ali se kao takvi ne mogu primijeniti na cijelu populaciju, već se kvalitativno mogu vidjeti smjernice s obzirom na zadane ciljeve i pitanja. Slijedi analiza online ankete koja se sastojala od 6 tvrdnji i 5 pitanja otvorenog tipa.

Prva tvrdnja na koju su studenti trebali odgovoriti bila je: Geometrijski zadaci trebali bi biti vezani uz primjenu geometrije u svakodnevnom životu. Ponuđeni stupanj slaganja bio je od 1 do 5 prema sljedećem načinu: 1 - uopće se ne slažem; 2 - uglavnom se ne slažem; 3 - niti se slažem niti se ne slažem; 4 - uglavnom se slažem i 5 - u potpunosti se slažem. S navedenom tvrdnjom u potpunosti se slaže 66% ispitanika, uglavnom se slaže 32% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 3% ispitanika dok se uglavnom ne slaže i uopće ne slaže 0% ispitanika (Slika 14.).

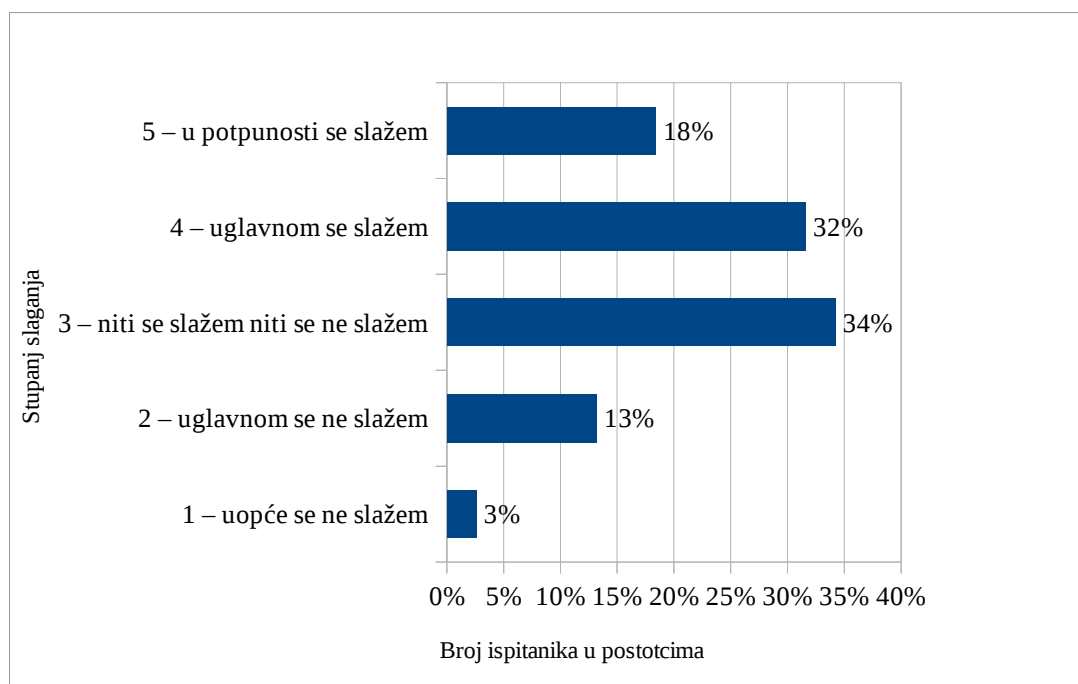


Slika 14. Rezultat prve tvrdnje: "Geometrijski zadaci trebali bi biti vezani uz primjenu geometrije u svakodnevnom životu."

Iz ovih rezultata može se zaključiti kako ispitanici studenti smatraju da je primjena geometrije u svakodnevnom životu izuzetno važna u matematičkim zadacima. Time se njihovi stavovi slažu sa smjericama iz Nastavnog plana i programa (MZOS, 2006).

Druga tvrdnja na koju su studenti trebali odgovoriti bila je: Nastavni sadržaji koji se

u nastavi uče iz geometrije učenicima su korisni u svakodnevnom životu. Ponuđeni stupanj slaganja bio je od 1 do 5 prema sljedećem načinu: 1 - uopće se ne slažem; 2 - uglavnom se ne slažem; 3 - niti se slažem niti se ne slažem; 4 - uglavnom se slažem i 5 - u potpunosti se slažem. S navedenom tvrdnjom u potpunosti se slaže 18% ispitanika, uglavnom se slaže 32% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 34% ispitanika, uglavnom se ne slaže 13% ispitanika i uopće se ne slaže 3% ispitanika (Slika 15.).



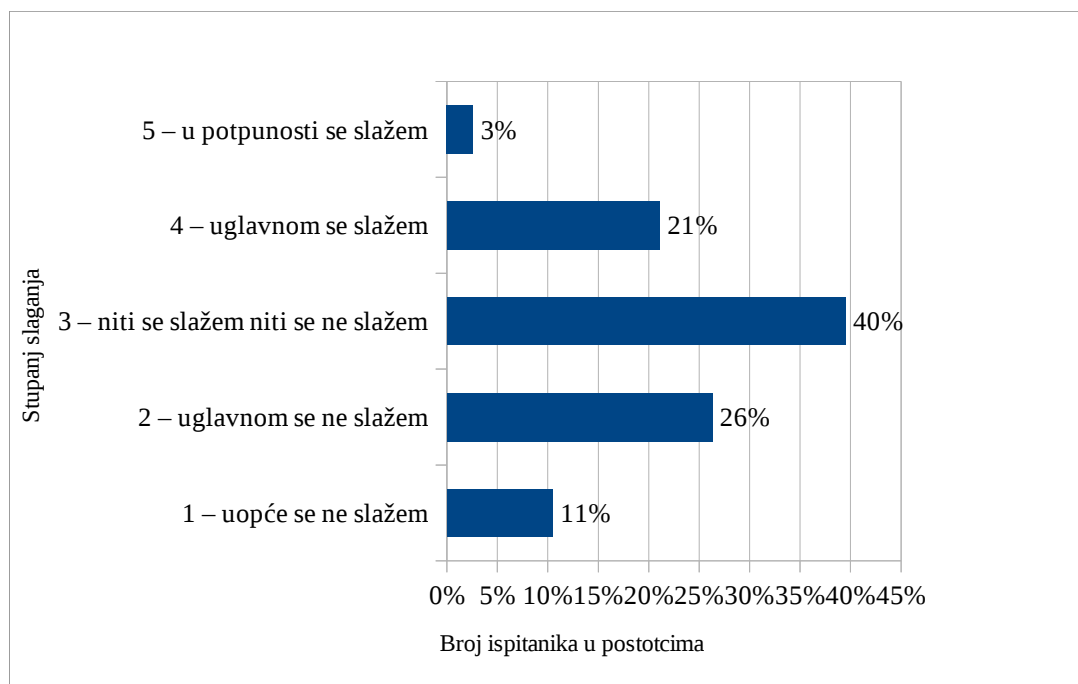
Slika 15. Rezultat druge tvrdnje: "Nastavni sadržaji koji se u nastavi uče iz geometrije učenicima su korisni u svakodnevnom životu."

Prema rezultatima druge tvrdnje vidljivo je kako je većina ispitanih studenata neutralna u pogledu korisnosti naučenih geometrijskih sadržaja u svakodnevnom životu. No, od ostalih ispitanih studenata više je onih koji geometrijske sadržaje smatraju korisnima u svakodnevnom životu, nego onih studenata koji ih smatraju nekorisnima. Ovi stavovi podudaraju se s jednim od problema suvremene nastave matematike gdje prema Devidéu (1991) prevladava mišljenje kako studentu tehnike danas treba manje znanja matematike jer je okružen modernim računskim strojevima.

Treća tvrdnja na koju su studenti trebali odgovoriti bila je: Za mene je važno da učenik zna izračunati opseg pravokutnika po formuli. Ova tvrdnja povezana je s četvrtom tvrdnjom: Za mene je važno da učenik razumije što je opseg pravokutnika. Ponuđeni stupanj slaganja u ovim tvrdnjama bio je od 1 do 5 prema sljedećem

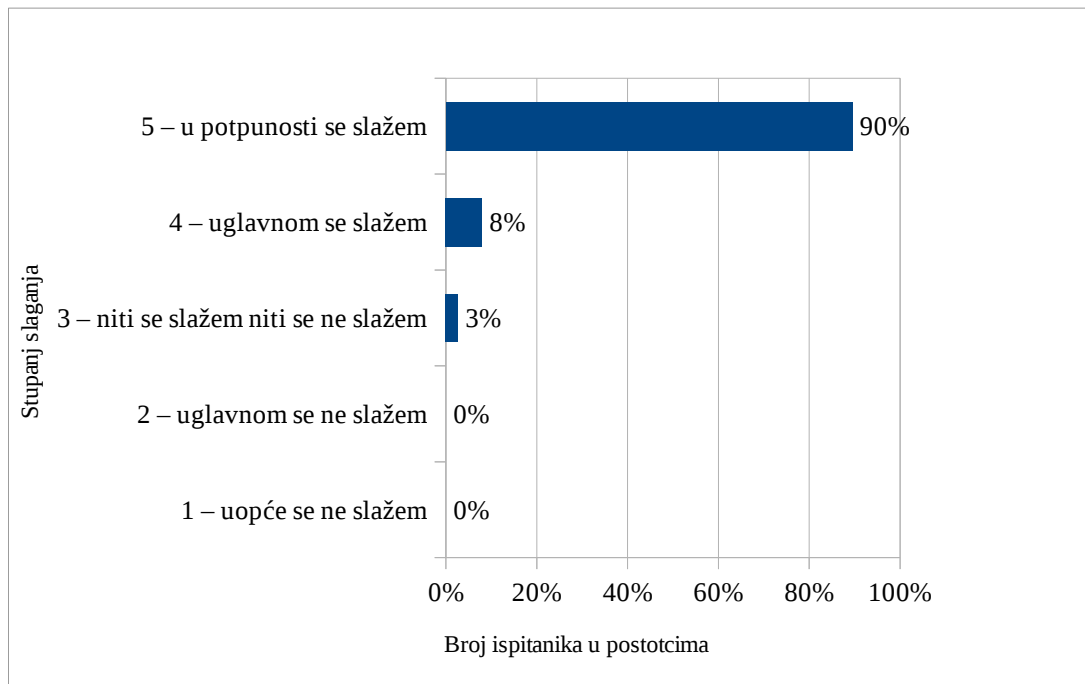
načinu: 1 - uopće se ne slažem; 2 - uglavnom se ne slažem; 3 - niti se slažem niti se ne slažem; 4 - uglavnom se slažem i 5 - u potpunosti se slažem.

S trećom tvrdnjom u potpunosti se slaže 3% ispitanika, uglavnom se slaže 21% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 40% ispitanika, uglavnom se ne slaže 26% ispitanika i uopće se ne slaže 11% ispitanika (Slika 16.).



Slika 16. Rezultat treće tvrdnje: "Za mene je važno da učenik zna izračunati opseg pravokutnika po formuli."

S četvrtom tvrdnjom u potpunosti se slaže 90% ispitanika, uglavnom se slaže 8% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 3% ispitanika dok se uglavnom ne slaže i uopće ne slaže 0% ispitanika (Slika 17.).



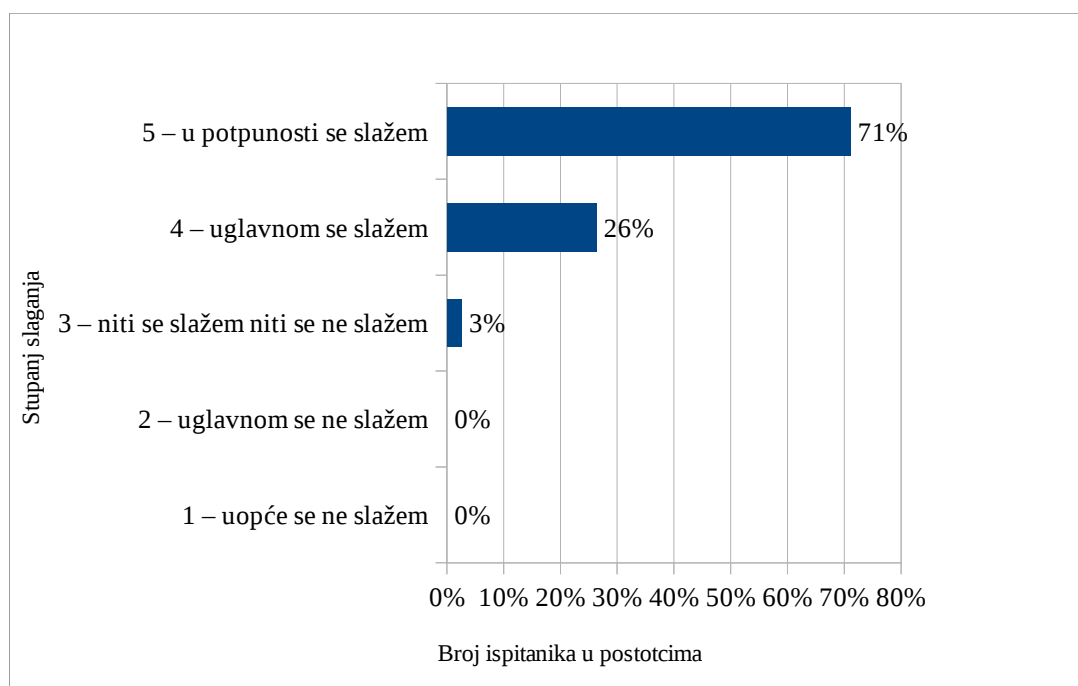
Slika 17. Rezultat četvrte tvrdnje: "Za mene je važno da učenik razumije što je opseg pravokutnika."

Prema rezultatima treće i četvrte tvrdnje može se zaključiti kako je studentima vrlo važno da učenik razumije koncept i pojam opsega pravokutnika dok im izračunavanje opsega pravokutnika po formuli nije od prevelike važnosti. To se može dovesti u vezu sa smjericama koje su studenti učili na kolegiju Metodika matematike. No, ima i onih studenata kojima je primjena formule važna, ali su oni u manjini. Rezultati treće tvrdnje djelomično su povezani s rezultatima istraživanja Glasnović Gracin (2011a) u kojem se udžbenički zadaci baziraju na reproduktivnom znanju, a djelomično s prijedlogom Cjelovite kurikularne reforme (2016b) koja izostavlja upotrebu formula kod obrade opsega. S druge strane, četvrta tvrdnja u potpunosti je povezana sa smjericama prijedloga Cjelovite kurikularne reforme (2016b).

Peta je tvrdnja u online anketi bila: Geometrija je u razrednoj nastavi važna, a šesta tvrdnja: Geometrija je u razrednoj nastavi nepotrebna. Ponuđeni stupanj slaganja s tvrdnjama bio je od 1 do 5 prema sljedećem načinu: 1 - uopće se ne slažem; 2 - uglavnom se ne slažem; 3 - niti se slažem niti se ne slažem; 4 - uglavnom se slažem i 5 - u potpunosti se slažem.

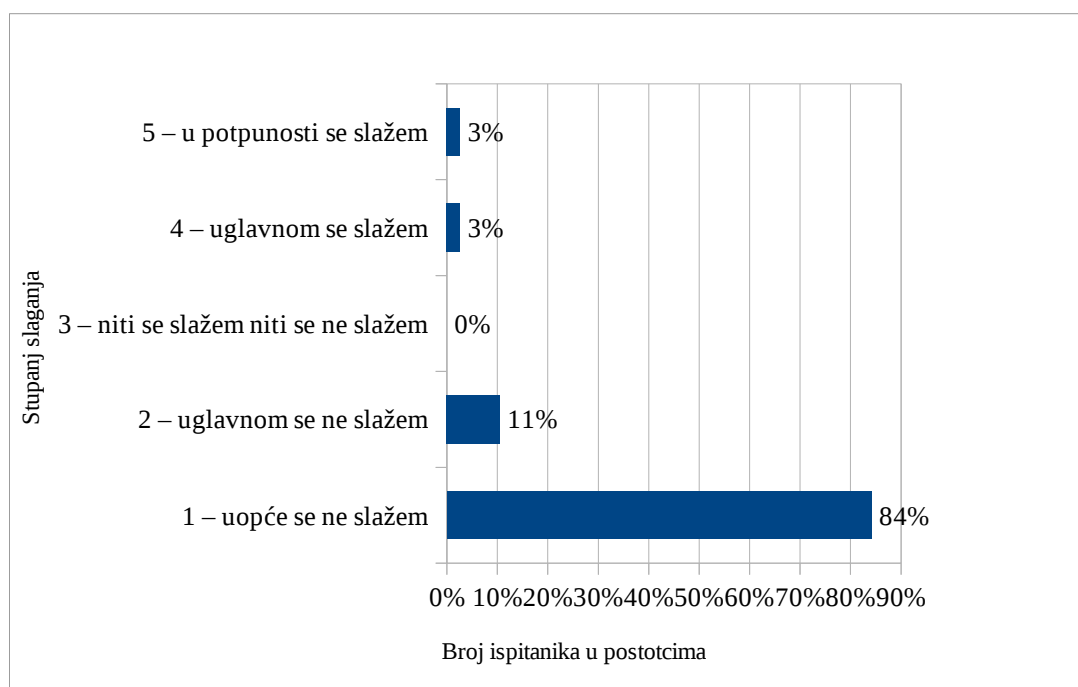
S petom tvrdnjom u potpunosti se slaže 71% ispitanika, uglavnom se slaže 26% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 3% ispitanika dok se uglavnom ne slaže i

uopće ne slaže 0% ispitanika (Slika 18.).



Slika 18. Rezultat pete tvrdnje: "Geometrija je u razrednoj nastavi važna."

Sa šestom tvrdnjom u potpunosti se slaže 3% ispitanika, uglavnom se slaže 3% ispitanika, niti se slaže niti se ne slaže 0% ispitanika, uglavnom se ne slaže 11% ispitanika i uopće se ne slaže 84% ispitanika (Slika 19.).

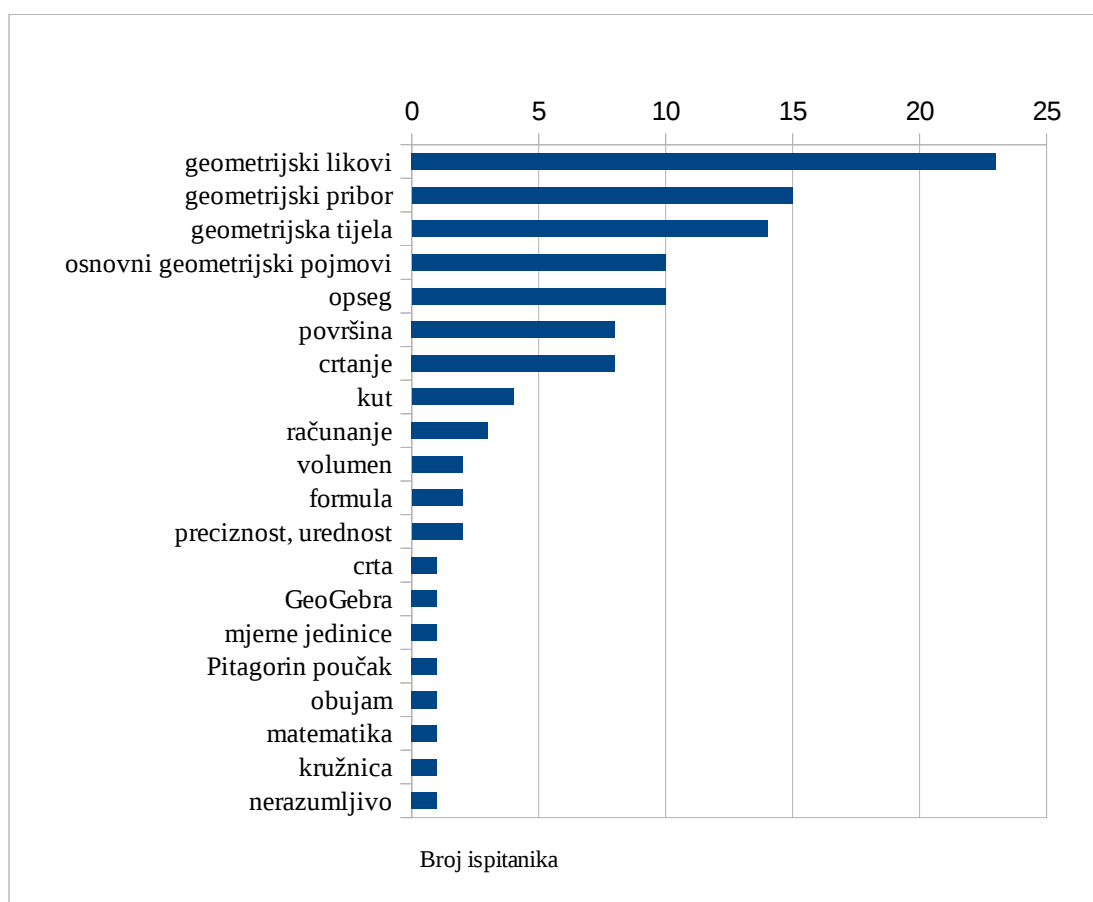


Slika 19. Rezultat šeste tvrdnje: "Geometrija je u razrednoj nastavi nepotrebna."

Rezultati pete i šeste tvrdnje pokazuju kako studenti geometriju smatraju vrlo

važnom u razrednoj nastavi. Prema tome dobiveni rezultati podudaraju se s konceptom prijedloga Cjelovite kurikularne reforme (2016b) prema kojoj su neki geometrijski sadržaji u nižim razredima prošireni dok su aritmetički smanjeni.

Poslije ovih tvrdnja ispitanici su u online anketi trebali odgovoriti na otvoreno postavljena pitanja. U sedmom otvorenom pitanju ispitanici su trebali navesti svoje prve asocijacije na riječ "geometrija". Najviše ispitanika navelo je da ih pojam geometrija asocira na geometrijske likove, geometrijski pribor, geometrijska tijela. Svi studentski odgovori prikazani su u silaznom redoslijedu prema pojmovima (Slika 20.).



Slika 20. Pojmovi asocijacija na geometriju prema broju ispitanika

Prema slici 20. vidi se kako su geometrijski likovi (23 ispitanika), pribor (15 ispitanika) i tijela (14 ispitanika) među najbrojnijim asocijacijama koje su studenti spomenuli. Među brojnijim odgovorima bili su opseg i osnovni geometrijski pojmovi (10 ispitanika); površina i crtanje (8 ispitanika); kut (4 ispitanika), računanje (3 ispitanika); volumen, formula, preciznost i urednost (2 ispitanika) te po 1 ispitanik za crt, GeoGebra, mjerne jedinice, Pitagorin poučak, obujam, matematiku, kružnicu, a

jednom ispitaniku pitanje je bilo nerazumljivo. Pojam opsega spomenulo je tek 10 ispitanika, što je mali broj naspram ukupnom broju ispitanika. Neki od najbrojnijih studentskih odgovora na 7. pitanje navedeni su u tablici 2.

<b>Nabrojite Vaše prve asocijacije na pojam "geometrija".</b>
Geometrijski likovi, tijela, opseg, površina, volumen, mjerne jedinice.
Geometrijska bilježnica, crtaći pribor, likovi, kut, tijela.
Ravnina, pravac, računanje opsega i površine, geometrijski likovi i tijela.
Geometrijski likovi, geometrijska tijela, opseg, volumen, površina.
Geometrijsko tijelo, geometrijski lik, površina, opseg.

Tablica 2. Neki odgovori na asocijacije u online anketi

Nadalje, ispitanici su u osmom otvorenom pitanju trebali navesti što za njih znači poučavati geometriju u nastavi matematike. Najviše ispitanika navelo je da to znači prenositi znanje korisno za svakodnevni život i prepoznavanje geometrije u okolini. Detaljniji pregled frekvencije sličnih studentskih odgovora prikazan je na slici 21.



Slika 21. Frekvencije sličnih odgovora na 8. pitanje: "Navedite što za Vas znači poučavati geometriju u nastavi matematike."

Iz frekvencije sličnih studentskih odgovora (Slika 21.) vidi se kako 14 ispitanika smatra da poučavati geometriju znači prenositi znanje korisno za svakodnevni život; 8 njih smatra da to znači prepoznavanje geometrije u okolini; 4 ispitanika smatraju



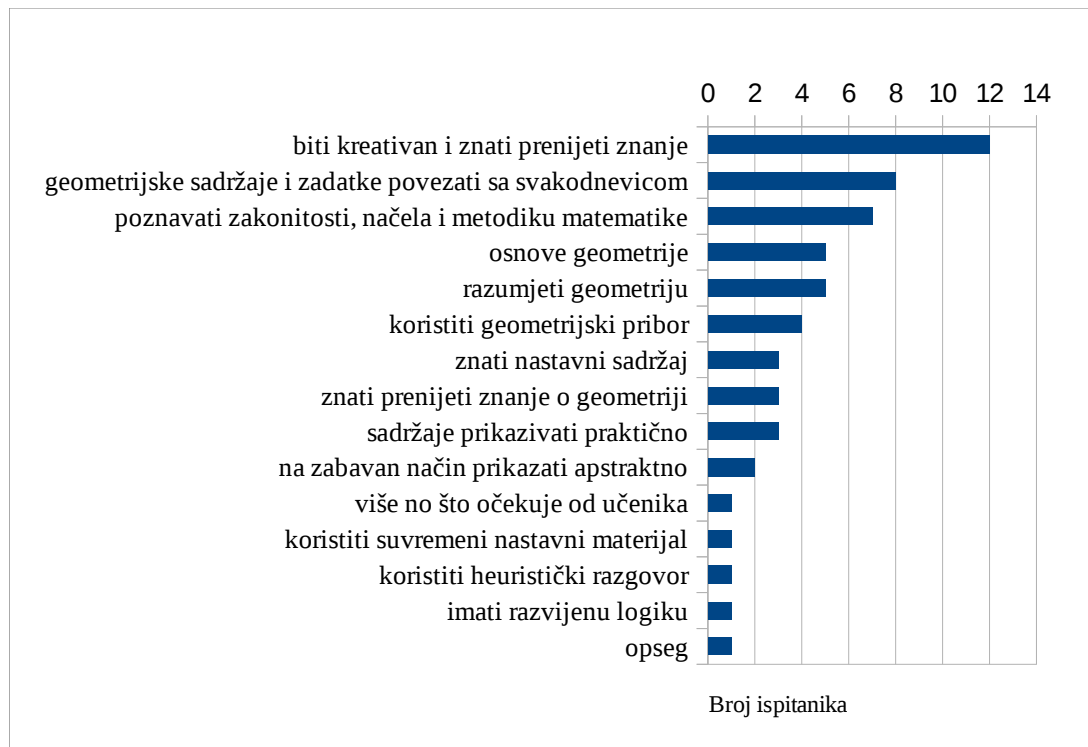
da to znači naučiti osnove geometrije; po 3 ispitanika smatraju da to znači poučavati korisno i bitno za učenike te razvijati logičko razmišljanje; po 2 ispitanika smatraju kako to znači učenicima približiti geometriju i apstraktne pojmove prikazati na zorniji način dok po 1 ispitanik smatra kako poučavanje geometrije znači: odmor od računanja i aritmetike, poučavati zadane nastavne sadržaje, puno priprema oko materijala, mjerenje i računanje, razlikovanje geometrijskih tijela i likova, računati opseg, površinu i obujam, sastavni dio, osposobiti učenike za urednost, preciznost i točnost. Jedan od ispitanika nije razumio pitanje. Opseg je spomenuo samo jedan ispitanik, što je premali broj s obzirom na broj ispitanika.

Neki od studentskih odgovora na 8. pitanje nalaze se u tablici 3. prema kojoj se može zaključiti kako studenti smatraju da je u poučavanju geometrije bitno sadržaje povezati i primjenjivati na temelju svakodnevnih situacija, što je potpuno u skladu sa strategijom učenja otkrivanjem.

<b>Navedite što za Vas znači poučavati geometriju u nastavi matematike.</b>
Prenijeti učenicima znanje iz geometrije i naučiti ih pronalaziti i prepoznati geometriju (likove, kutove) u svakodnevnom životu.
To znači da se učenicima treba približiti nastavni sadržaj geometrije kroz primjere iz svakodnevnog života te ne tjerati učenike da uče definicije i formule nego pred njih stavljati zadatke koji su im bliski i primjereni te zadatke otvorenog tipa.
Za mene poučavati geometriju u nastavi matematike znači poučiti djecu sadržaj iz geometrije (trokut, kut, ravnina, prostor....) na konkretnim primjerima i na primjerima iz njihove blizine i svakodnevnog života.
Međuostalom, poučiti djecu da pojmove iz geometrije povežu s pojmovima iz njihove svakodnevice.
Poučavati djecu nastavni sadržaj na način da ga mogu povezati sa svakodnevnom životom.

Tablica 3. Neki odgovori na 8. pitanje u online anketi

"Što bi učitelj razredne nastave trebao znati kako bi mogao efikasno poučavati geometriju?" bilo je sljedeće, deveto pitanje u online anketi. Najviše ispitanika odgovorilo je kako bi učitelj trebao biti kreativan i znati prenijeti znanje. Frekvencija ovog, ali i ostalih srodnih odgovora nalazi se na slici 22.



Slika 22. Frekvencija sličnih odgovora na 9. pitanje: "Što bi učitelj razredne nastave trebao znati kako bi mogao efikasno poučavati geometriju?"

Prema slici 22. najviše ispitanika smatra kako bi učitelj u efikasnom poučavanju trebao biti kreativan i znati prenijeti znanje (12 ispitanika), geometrijske sadržaje i zadatke povezati sa svakodnevicom (8 ispitanika), poznavati zakonitosti, načela i metodiku matematike (7 ispitanika), znati osnove geometrije i razumjeti geometriju (5 ispitanika), koristiti geometrijski pribor (4 ispitanika), znati nastavni sadržaj, prenijeti znanje o geometriji, sadržaje prikazivati praktično (3 ispitanika), na zabavan način prikazati apstraktno (2 ispitanika), znati više no što očekuje od učenika, koristiti suvremeni nastavni materijal, koristiti heuristički razgovor, imati razvijenu logiku i znati opseg (1 ispitanik). Može se zaključiti da je studentima za efikasno poučavanje geometrije bitna kreativnost i povezanost geometrijskih sadržaja sa svakodnevnim životom što je u skladu sa strategijom učenja otkrivanjem (Matijević i Radovanović, 2011). U ovome pitanju samo je jedan ispitanik spomenuo važnost poznavanja opsega. Prema ukupnom broju ispitanika to je značajno mali broj odgovora.

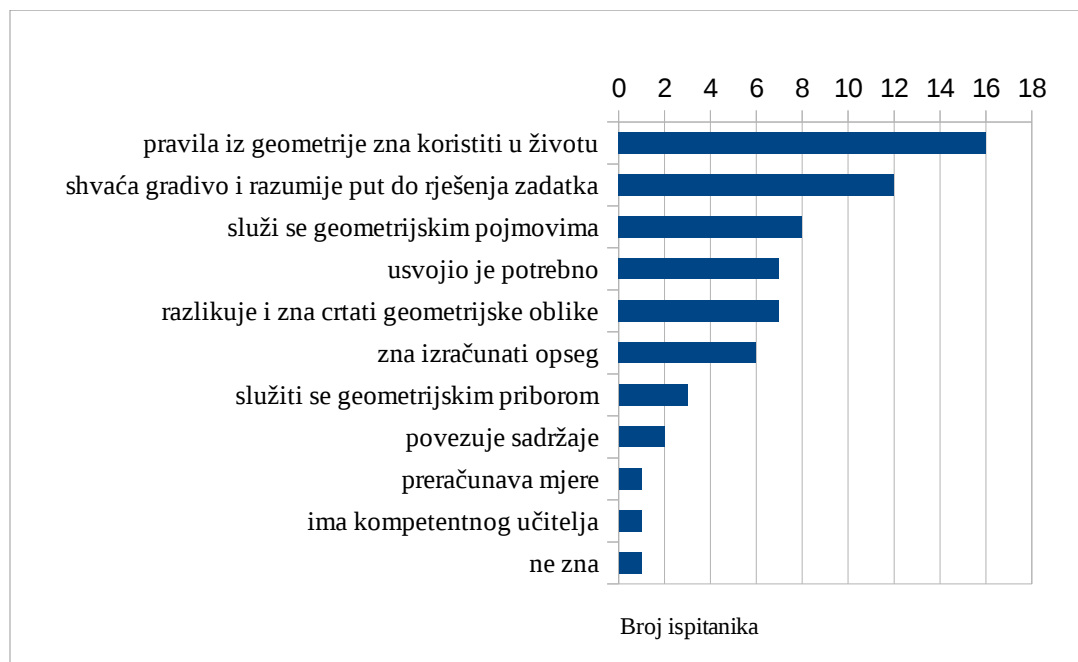
Neki od odgovora na 9. pitanje nalaze se u tablici 4. prema kojima se može zaključiti kako studenti učitelja smatraju bitnim organizatorom nastave koji, prilikom pripremanja za sat, treba paziti na potrebe učenika i odabira najuspješnijih metoda

rada. Mišljenje studenata povezano je s ulogom nastavnika u istraživačkom radu koju iznosi Kranjčev (1985).

<b>Što bi učitelj razredne nastave trebao znati kako bi mogao efikasno poučavati geometriju?</b>
Gdje se geometrija može koristiti u svakodnevnom životu i dobar način na koji će poučavati učenike.
Sve zadatke napraviti ili poistovjetiti s okolinom učenika i njihovim praktičnim radom.
Osnovne pojmove, korištenje geometrijskog pribora, metodički predočiti i prilagoditi geometrijske sadržaje učenicima koristeći što više primjera iz svakodnevnog života.
Smatram da bi svakako svaki učitelj trebao jako dobro poznavati i razumjeti sam sadržaj geometrije te će jedino tako moći i znati, uz to potpuno razumijevanje sadržaja odabrati odgovarajuće metode i aktivnosti.
Povezivati sa svakodnevnom životom, voditi heuristički razgovor, konkretni materijal, niz konkretnih i zanimljivih igara.

Tablica 4. Neki odgovori na 9. pitanje u online anketi

Ispitanici su zatim na 10. pitanje trebali napisati što znači da neki učenik 4. razreda dobro zna geometriju. Frekvencija srodnih odgovora nalazi se na slici 23.



Slika 23. Frekvencija srodnih odgovora na 10. pitanje: "Što znači da neki učenik četvrtog razreda dobro zna geometriju?"

Prema frekvenciji srodnih odgovora (Slika 23.) najviše je studenata odgovorilo da ako neki učenik dobro zna geometriju da to znači da učenik pravila iz geometrije zna

koristiti u svakodnevnom životu (16 ispitanika); shvaća gradivo i razumije put do rješavanja zadataka (12 ispitanika); služi se geometrijskim pojmovima (8 ispitanika); usvojio je potrebno te razlikuje i zna crtati geometrijske oblike (7 ispitanika); zna izračunati opseg (6 ispitanika); služi se geometrijskim priborom (3 ispitanika); povezuje sadržaje (2 ispitanika); preračunava mjere i ima kompetentnog učitelja (1 ispitanik). Jedan ispitanik ne zna što to znači. Izračunavanje opsega navelo je 6 ispitanika što je mali broj s obzirom na ukupan broj ispitanika.

Neki od odgovora na 10. pitanje navedeni su u tablici 5. prema kojima se može zaključiti kako studenti dobro geometrijsko znanje učenika povezuju s razumijevanjem i primjenom toga znanja u svakodnevnim životnim situacijama. To je u skladu sa strategijom učenja otkrivanjem.

<b>Što znači da neki učenik četvrtog razreda dobro zna geometriju?</b>
Da se zna služiti pojmovima, da razumije i može primijeniti to u svakodnevnom životu, da zna izračunati opseg ili površinu, svakako zadaci moraju biti prilagođeni njegovim sposobnostima, da se zna služiti geometrijskim priborom i crtati u bilježnicu.
Da zna primijeniti i objasniti kako se izračunava opseg i površina nekog predmeta/lika iz neposredne okoline, da zna koristiti pojmove geo. tijela i likova u dobrom kontekstu te ih prepoznavati u okolini, da zna objasniti svojim riječima što je to ravnina, pravac, polupravac, konstrukcija likova i različitih vrsta trokuta s obzirom na duljinu stranice i veličinu kuta.
Da razumije sadržaj te da može povezivati različite sadržaje te da to znanje može koristiti u svakodnevnom životu, a ne samo uvrštavati formule.
Da može samostalno rješavati probleme u stvarnom životu koji sadrže elemente geometrije (a da su ti problemi, naravno, na razini njegovih kognitivnih mogućnosti).
Da razumije ono što uči, da barata pojmovima i da naučeno znanje može primijeniti u izvanškolskom okruženju.

Tablica 5. Neki odgovori na 10. pitanje u online anketi

Na posljednje, 11. pitanje, ispitanici su trebali napisati što oni kao budući učitelji smatraju najvažnijim što učenik treba naučiti iz geometrije i zašto. Frekvencija srodnih odgovora na 11. pitanje nalazi se na slici 24.



Slika 24. Frekvencija srodnih odgovora na 11. pitanje: "Kao budući učitelji, što smatrate najvažnijim da učenik treba naučiti iz geometrije i zašto?"

Prema slici 24. studenti kao budući učitelji smatraju kako je najvažnije učenike naučiti primjeni geometrije u okolini (19 ispitanika); računati opseg i površinu (13 ispitanika); razlikovati geometrijska tijela i likove (10 ispitanika); znati geometrijske pojmove, pretvaranje mjernih jedinica, sve (4 ispitanika); sadržaj predviđen prema Nastavnom planu i programu, služiti se geometrijskim priborom (3 ispitanika); konstruirati (2 ispitanika); primjenjivati formule, ne računati po formulama, mjeriti, logički računati (1 ispitanik). Među najvažnije sadržaje koje učenici trebaju naučiti 13 ispitanih studenata smatra da je to opseg. S time se slaže manji broj ispitanika s obzirom na njihov ukupan broj.

Neki od odgovora na 11. pitanje navedeni su u tablici 6. prema kojima se može zaključiti kako studenti povezivanjem geometrije i svakodnevnih životnih situacija, u procesu učenja, u prvi plan stavljaju učenike, njihovu aktivnost i razvijanje sposobnosti. Takvo učenje u skladu je sa strategijom učenja otkrivanjem i prijedlogom Cjelovite kurikularne reforme (2016b).

**Kao budući učitelji, što smatrate najvažnijim da učenik treba naučiti iz geometrije i zašto?**

Osnovne pojmove, konstrukcije, izračunavanje opsega i površine. Važno je prilagoditi zadatke njegovim sposobnostima i također da zadatci budu vezani uz

primjenu u svakodnevnom životu te da se koristi što više didaktičkog materijala i po mogućnosti opipljivog da učenik može vizualizirati pojam.
Likove i tijela, odnose pravaca i kutove te računanje opsega i površine. To su osnove s kojima se svakodnevno može susresti u životu i trebao bi ih znati prepoznati i primijeniti.
U razrednoj nastavi učenici bi trebali učiti o onome što ih okružuje jer si to najlakše mogu predočiti, a kasnije iz tih osnova razvijati teže i apstraktnije primjere.
Bitno je da ono što nauči u razredu može primijeniti i izvan "razreda", tj. da mu ne ostane sve samo na nivou apstrakcije i matematičke bilježnice.
Učenik treba znati sve iz geometrije zato što to sve može primijeniti i koristiti u svom svakodnevnom životu, samo učitelj ih mora poučiti kako to primijeniti u svakodnevnom životu.

Tablica 6. Neki odgovori na 11. pitanje u online anketi

Analizom online ankete vidi se da je studentima, budućim učiteljima najvažnije da učenici geometriju i sadržaje koje uče na nastavi geometrije povezuju i primjenjuju u svakodnevnom životu. Isto tako vidi se kako učitelje smatraju važnim posrednicima toga znanja i primjene geometrije. Mišljenja većine ispitanika o geometriji u skladu su s načelima o primjeni matematike u svakodnevnom životu navedenima u Nastavnom planu i programu (2006), Nacionalnom okvirnom kurikulumu (2011), u prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme (2016b) kao i sa strategijom učenja otkrivanjem. Prema analiziranim tvrdnjama, koje se odnose na opseg, u online anketi skoro svim studentima važnije je učeničko razumijevanje opsega, a većini studenata nije važna primjena formule za opseg. U svim pitanjima otvorenog tipa prisutan je odgovor o opsegu, u nekim odgovorima opseg spominje manje ispitanika, a u nekim odgovorima više ispitanika. No, prema ukupnom broju ispitanika opseg se spominje u manjem broju. U ovome istraživanju sudjelovao je mali broj ispitanika (38) pa kako bi se saznali još opsežniji podaci trebalo bi se provesti istraživanje koji bi obuhvatilo veću populaciju ispitanika diljem cijele Hrvatske.

U ovome poglavlju bila je riječ o mišljenju studenata prema poučavanju geometrijskih sadržaja koje je analizirano pomoću online ankete. Poticaj za provedenu anketu bilo je istraživanje udžbenika Glasnović Gracin (2011a) u kojem se došlo do zaključaka kako udžbenici nisu u potpunosti napravljeni u skladu s Nastavnim planom i programom, kako zadaci u udžbenicima zahtijevaju reprodukciju, a geometrija se temelji na računanju. Na temelju toga željeli su se

doznati stavovi studenata prema geometriji, ali i opsegu. To je ostvareno provedenom online anketom u kojoj se vidi kako se studenti zalažu za povezanost učenja geometrije sa svakodnevnim životnim situacijama. Naglašavaju važnost primjene didaktičkih materijala u nastavi, prilagodbu sadržaja učeničkim sposobnostima kao i zornije prikazivanje geometrijskih sadržaja. Studenti smatraju kako je važnije da učenici razumiju što je opseg, nego da ga znaju izračunati po formuli.

U dosadašnjem istraživanju analizirali su se udžbenici vezano uz temu rada, zatim se pristupilo ispitivanju stavova studenata, a u nastavku će se pristupiti nastavnim satovima s učenicima uz intervenciju u razredu.

## 6. INTERVENCIJA U RAZREDU

Intervencija u razredu (izvedba nastavnih sati na temelju znanja o sadržaju opsega i učenju otkrivanjem) napravljena je u sklopu ovog rada kako bi se kod učenika razvila svijest o geometriji "izvan učionice" te kako bi oni primjenjivali geometriju i zadatke koji se ne baziraju isključivo na primjeni dane formule već učenju otkrivanjem. Svijest o geometriji kod učenika se pokušala pobuditi pomoću raznih didaktičkih materijala. Pogotovo svijest o opsegu pravokutnika kao zbroju duljina stranica pravokutnika, a ne kao formuli za izračunavanje opsega pravokutnika koja glasi  $o = 2(a + b)$ .

### 6.1. Satovi u školi

U četvrtom razredu osnovne škole Gornje Jesenje odrađena su 4 sata matematike: Opseg pravokutnika (sat obrade i sat vježbanja i ponavljanja), Opseg kvadrata (sat obrade i sat vježbanja i ponavljanja). Na satovima je sudjelovalo 12 učenika, a satovi su bili bazirani na nastavi učenja otkrivanjem pomoću heurističkog razgovora i didaktičkih materijala kojima se željela maksimalno iskoristiti učenička aktivnost. Odrađenim satovima nastojala se potaknuti učenička suradnja te učeničko mišljenje i rješavanje zadataka koji ne zahtijevaju samo reprodukciju znanja. Pripreme za satove napravljene su na temelju postojećeg Nastavnog plana i programa (2006) i udžbenika kojeg su učenici koristili.

#### 6.1.1. Opseg pravokutnika – obrada

U uvodnom dijelu sata razgovorom o krojaču i njegovom načinu rada učenicima se želio približiti pojam opsega, odnosno opseg struka koji je krojaču potreban kako bi izradio hlače. Svi su učenici sudjelovali u razgovoru i uspješno su si međusobno izmjerili opseg struka koji su zatim trebali zapisati u bilježnicu.

Razgovor o krojaču nastavio se i u glavnom dijelu sata jer je krojač trebao sašiti hlače Spužva Bobu, papirnatoj lutki koja je bila prezentirana učenicima. Učenici su zatim izmjerili opseg struka Spužva Boba, no zaboravom je izostala učenička procjena prije mjerenja. U ovoj situaciji nedostajalo je i dodatno pojašnjenje struka pravokutnika na Spužva Bobu jer učenici zapravo nisu vidjeli taj pravokutnik nego su si ga trebali predočiti. No, unatoč tome, uspješno su zaključili kako je struk Spužva Boba pravokutnog oblika. Pomoću dobivenih pravokutnika koje su učenici



zalijepili u bilježnicu ponovilo se sve o pravokutniku. Zatim se mjerenjem stranica pravokutnog struka krenulo na izračunavanje opsega struka gdje su učenici zaključili da je najlakše izračunati  $2 \cdot 10 + 2 \cdot 5$  jer su dvije i dvije stranice iste duljine. Izračunavanjem opsega struka učenici su zaključili da se tu radi i o opsegu pravokutnika te im je najavljena tema sata. U nastavku se ponovio opseg trokuta. Na pitanje što je opseg trokuta učenici nisu odgovarali definicijom nego formulom za izračunavanje opsega. Poticajem na objašnjenje opsega, a ne formule, učenici su se prisjetili opsega trokuta i na temelju toga zaključili što je opseg pravokutnika. Slijedila je podjela u dvije grupe i rješavanje radnih listića. U prvom zadatku radnog listića br. 1 učenici su imali problem s mjerenjem duljina stranica pravokutnika odnosno sa strukom Spužva Boba. Naime, u glavnom dijelu sata učenici su mjerili struk Spužva Bobu kao lutki (morali su si predočiti pravokutni oblik struka) pa su ga i sada, kada im je struk bio prezentiran kao pravokutnik, mjerili kao na lutki. Zbog nedostatka vremena učenici su preskočili rješavanje drugog zadatka te su rješavali treći kojemu su posvetili puno pažnje. Trebali su skicirati pravokutnik sa stranicama duljine  $a$  i  $b$  i napisati formulu za njegov opseg. Učenici su taj zadatak završili zajedno sa studenticom te su pomoću heurističkog razgovora zaključili koja je formula za izračunavanje opsega pravokutnika. Slijedio je prikaz visokog i tankog pravokutnika prema kojemu se pomoću formule izračunao opseg.

Završni dio sata zbog nedostatka vremena nije realiziran. Učenici su dobili radni listić br. 2 za domaću zadaću, s time da prvi i peti zadatak nisu bili za domaću zadaću jer su bili predviđeni za rješavanje u školi.

### **6.1.2. Opseg pravokutnika – ponavljanje**

Na početku sata domaća zadaća nije se dodatno provjeravala i objašnjavala jer nije bilo nejasnoća od strane učenika. Učenici su u motivacijskom dijelu sata podijeljeni u 3 grupe gdje su zajedno pomoću dobivene trake trebali napraviti pravokutnik, skicirati ga, odrediti mu vrhove i stranice te izračunati opseg. Cilj zadatka je bio da učenici shvate kako zapravo mogu samo izmjeriti duljinu trake kako bi dobili opseg. Neki su tako i napravili te su nakon toga računali stranice, a neki učenici su traku izrezali i pomoću nje napravili pravokutnik kojemu su zatim izračunali opseg. Motivacija je u realizaciji sata trajala dulje od predviđenog vremena.

Glavni dio sata počeo je rješavanjem dvaju zadataka iz svakodnevnog života.

Učenici su prvi zadatak uspješno riješili pomoću heurističkog razgovora dok su drugi zadatak rješavali sami. Neki učenici nisu znali riješiti drugi zadatak te su tu trebala dodatna objašnjenja. Nakon toga, učenici su u prethodno formiranim grupama rješavali radni listić br. 1. Učenici nisu stigli riješiti sve zadatke, dugo su se zadržali na rješavanju prvog zadatka gdje su iz nacrtanog oblika trebali izdvojiti pravokutnike. Trebalo im se navesti da nije bitno pronaći sve pravokutnike i da pronađenim pravokutnicima mogu izračunati opsege. Jedna je učenica u tome zadatku pronašla kvadrat i rekla kako to nije pravokutnik. Rad je zaustavljen te se učenicima objasnilo kako je kvadrat dio pravokutnika i učenici su se prisjetili definicije kako je kvadrat pravokutnik kojemu su sve stranice jednake duljine. Nakon toga učenici su krenuli na rješavanje trećeg zadatka kojeg su rješavali pod utjecajem prvog zadatka jer su od didaktičkog materijala radili "mrežu" pravokutnika. Kod provjere zadatka ponuđena su im rješenja koja su bila predviđena za taj zadatak. Zatim je uslijedilo rješavanje i provjera četvrtog zadatka.

Učenici su za domaću zadaću dobili radni listić br. 2. Završni dio sata zbog nedostatka vremena nije realiziran.

### **6.1.3. Opseg kvadrata – obrada**

Na početku sata provjerena je domaća zadaća. Učenici nisu znali riješiti četvrti zadatak te im je on objašnjen. U motivacijskom zadatku učenicima je bila predstavljena ljepljiva traka koja je predstavljala grad, a učenici su predstavljali stanovnike toga grada, dok je jedan dobrovoljac bio čuvar zidina i trebao je obići zidine. Tu je nepažnjom bila upotrijebljena riječ krug umjesto obići te su je učenici upotrebljavali i kasnije. Zatim se trebala izračunati duljina zidina gdje se zaboravila napraviti učenička procjena duljine zidina. Grad se podijelio na četiri dijela: istok, zapad, sjever i jug te su učenici to povezali s izlaskom i zalaskom sunca. Učenici su svaki dio grada mjerili metrom, a duljine strana bile su zapisane na ploču. Taj dio učenicima je bio jako zanimljiv te su kod mjerenja, ali i prije mjerenja prepoznali kako se radi o kvadratu. Unatoč tome duljine strana grada su se provjerile radi sigurnosti. Uslijedio je razgovor o kvadratu i svemu što su učenici do sada naučili o njemu.

U glavnom dijelu sata slijedilo je izračunavanje duljine zidina. Učenici su odmah rekli kako je rješenje 4·5 jer kvadrat ima četiri stranice jednake duljine. Pošto su

učenici znali izračunati duljinu zidina definirao se opseg kvadrata. Učenici su shvatili kako su izračunavanjem duljine zidina zapravo izračunali opseg kvadrata. Uslijedila je definicija opsega kvadrata pomoću definicije opsega pravokutnika. Slijedilo je rješavanje radnog listića br. 1 u parovima. Prema dobivenom tlocrtu grada trebali su izračunati koliko im metara treba da bi se obišle označene kuće unutar grada uz napomenu da je 1 cm na papiru 1 m u stvarnosti. Taj zadatak trebao se drugačije definirati i malo više objasniti jer su učenici bili zbunjeni. Neki su mjerili u mm koje su pretvarali u m i zatim računali, neki su računali pa onda pretvarali mjerne jedinice, a neki su pribrajali metre jednih kuća drugima. Učenici su u bilježnicu lijepili kvadrate, označili su vrhove i stranice. Pomoću toga došlo se do formule za opseg kvadrata koju su učenici odmah prepoznali i iskazali. Prema zadanoj formuli izračunala su se dva zadatka, jedan pred pločom, a jedan samostalno. Slijedio je rad u tri grupe. Učenici su u grupama rješavali radni listić br. 2 gdje su riješili samo prvi zadatak, a ostali zadaci bili su za domaću zadaću. Prema zadatku trebali su naći dva kvadrata u učionici i izračunati im opseg. Učenicima je trebalo dodatno pojašnjenje zadatka jer ga nisu razumjeli.

Završni dio sata zbog nedostatka vremena nije realiziran.

#### **6.1.4. Opseg kvadrata – ponavljanje**

Na početku sata provjerila se domaća zadaća. Kao motivacija učenicima je prikazan A3 papir. Prepoznali su kako se radi o pravokutniku, ponovili su sve što su naučili o pravokutniku te su izračunali opseg pravokutnika sa zadanim duljinama stranica. Zatim su dobili A4 papire (pravokutnik) te su pomoću njega pokušali napraviti kvadrat bez rezanja i mjerenja. Neki učenici uspjeli su doći do rješenja. Uslijedio je razgovor o kvadratu. Izračunali su opseg kvadrata prema zadanoj duljini stranice te su pokazivali opsege predmeta u učionici.

U glavnom dijelu sata učenici su bili podijeljeni u grupe i rješavali su radni listić br. 1. Kao grupa najprije su trebali pročitati zadatak, prokomentirati te riješiti. Neki učenici nisu željeli komentirati i rješavali su sami. Prva dva zadatka učenici su uspješno riješili dok su s trećim zadatkom imali problema. Pošto su neki učenici znali riješiti treći zadatak objašnjavali su ga ostalim učenicima. Zatim se u parovima rješavao radni listić br. 2. Učenici su na zanimljive načine došli do rješenja zadataka. Zadaci su se provjeravali i dodatno objašnjavali po potrebi.

Za domaću zadaću učenici su trebali riješiti preostale zadatke iz radne bilježnice. Završni dio sata zbog nedostatka vremena nije realiziran.

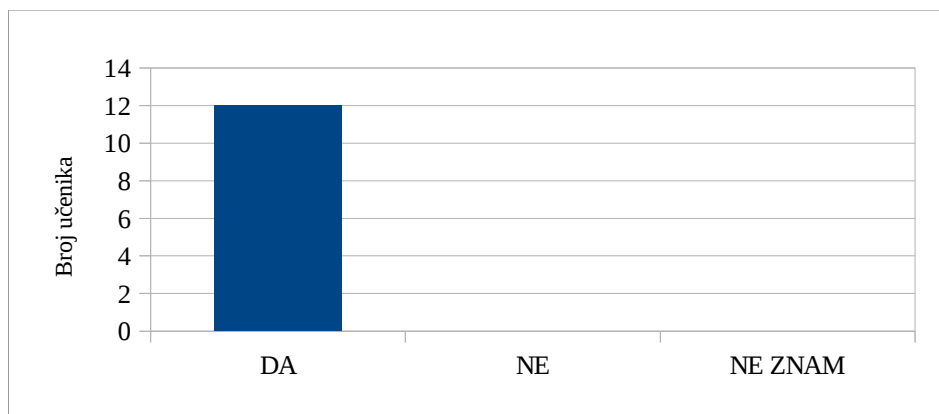
#### **6.1.5. Analiza satova**

Intervencija u razredu po mom mišljenju bila je uspješna jer su se ostvarili prethodno definirani ciljevi i zadaće satova. Naime, bilo je tu i propusta i, nakon nastave vidi se da ima prostora za poboljšanja. Na satovima je bilo puno sadržaja, a malo vremena te se nisu uspjeli realizirati završni dijelovi sata. Neki zadaci su bili preopširni te je kod njihovog sastavljanja trebalo bolje paziti na njihov koncept i iskaz jer su pojedini učenici drugačije shvaćali zadane zadatke. Prije rješavanja zadatke je trebalo bolje objasniti i tražiti povratnu informaciju o razumijevanju zadataka. Isto tako, u radnim listićima zadaci su trebali biti poredani od lakših prema težima. Neki zadaci (npr. tlocrt grada) su se mogli bolje pojednostaviti i predočiti učenicima. Opsegu se moglo posvetiti više pažnje u rješavanju bez primjene formule i to na satovima obrade gdje se moglo riješiti nekoliko realističnih zadataka bez uvrštavanja u formulu. Motivacija za obradu opsega kvadrata bila je bolja i uspješnija nego motivacija obrade opsega pravokutnika. Naime, kod obrade opsega kvadrata učenici su bili potpuno uključeni i osjetila se njihova zainteresiranost, dok se kod obrade opsega pravokutnika to nije osjetilo. Kod obrade pravokutnika zamisao je bila dobra, no nije se prethodno razmislilo o učeničkom pogledu na struk Spužva Boba. Trebalo se bolje objasniti gdje se zapravo nalazi pravokutni struk Spužva Boba.

#### **6.2. Analiza ankete učenika**

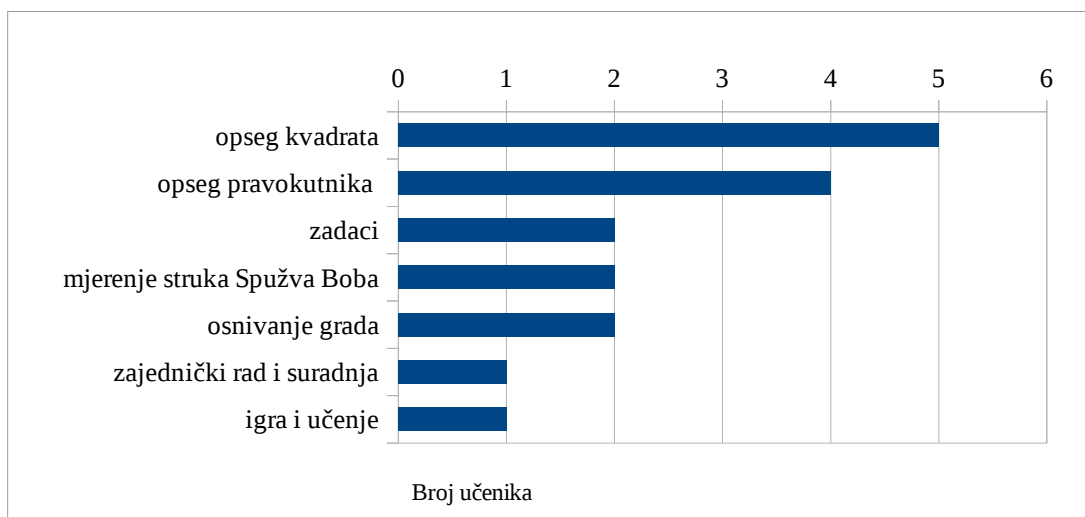
Učenici su na završetku svih satova ispunili kratku anketu (Prilog 2.). Anketom se željelo vidjeti kako učenici reagiraju na takav tip nastave i zadatke te njihova mišljenja o satovima. Sastoji se od 4 pitanja, a u njoj je sudjelovalo svih 12 učenika u razredu.

Na prvo pitanje "Je li ti se svidjelo na ovim satovima matematike?", između ponuđenih odgovora (da, ne, ne znam), svih 12 učenika zaokružilo je da im se svidjelo na satovima matematike (Slika 25.).



Slika 25. Prvo pitanje učeničke ankete: "Je li ti se svidjelo na ovim satovima matematike? "

Drugo pitanje ankete bilo je otvorenog tipa gdje su učenici trebali napisati što im se posebno svidjelo. Raspon učeničkih odgovora može se vidjeti na slici 26.



Slika 26. Raspon odgovora na drugo pitanje učeničke ankete: "Što ti se posebno svidjelo?"

Najviše učenika odgovorilo je kako im se svidio opseg kvadrata (5 učenika); opseg pravokutnika (4 učenika); zadaci, mjerjenje struka Spužva Boba i osnivanje grada (2 učenika); zajednički rad i suradnja te igra i učenje (1 učenik). U nastavku su prikazani neki učenički odgovori (Slika 27., 28. i 29.).

2. Što ti se posebno svidjelo?

Svidjelo mi je kad smo učili opseg pravokutnika i kvadrata sa učiteljicom Petrom. Te smo veliki grad u kojem sam bila zaštitarica.

Slika 27. Učenički odgovor na drugo pitanje u anketi (1)

2. Što ti se posebno svidjelo?

Posebno mi se svidio opseg kvadrata i zadaci koje nam je pripremila studentica Petra.

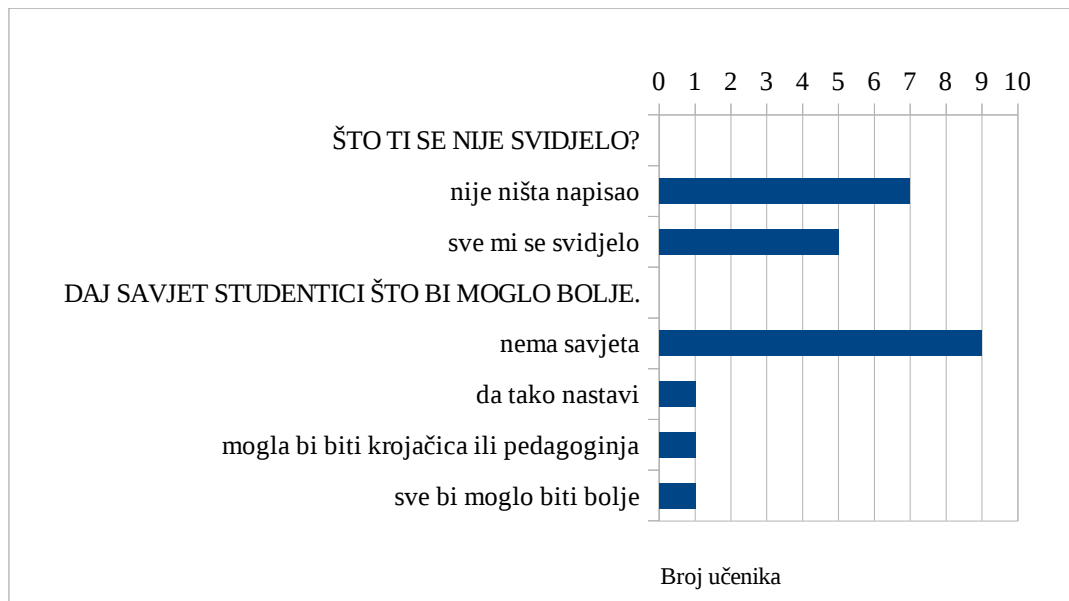
Slika 28. Učenički odgovor na drugo pitanje u anketi (2)

2. Što ti se posebno svidjelo?

Posebno mi se svidjelo mješoviti stručni ispitivača Beba i kadu smo poslije obavljali opseg kvadrata.

Slika 29. Učenički odgovor na drugo pitanje u anketi (3)

Treće pitanje bilo je otvorenog tipa. Učenici su trebali napisati što im se nije svidjelo te dati savjet studentici što bi moglo biti bolje. Raspon učeničkih odgovora prikazan je na slici 30.



Slika 30. Raspon učeničkih odgovora na treće pitanje učeničke ankete: "Što ti se nije svidjelo? Daj savjet studentici što bi moglo biti još bolje."

Na pitanje što im se nije svidjelo 7 učenika nije ništa napisalo dok se 5 učenika izjasnilo kako im se sve svidjelo. U nastavku pitanja 9 učenika nije napisalo nikakav savjet, dok je 3 učenika napisalo ove savjete: da samo tako nastavi, mogla bi biti krojačica ili pedagoginja te sve bi moglo biti bolje. Učenički odgovori na treće pitanje nalaze se na slikama 31. i 32.

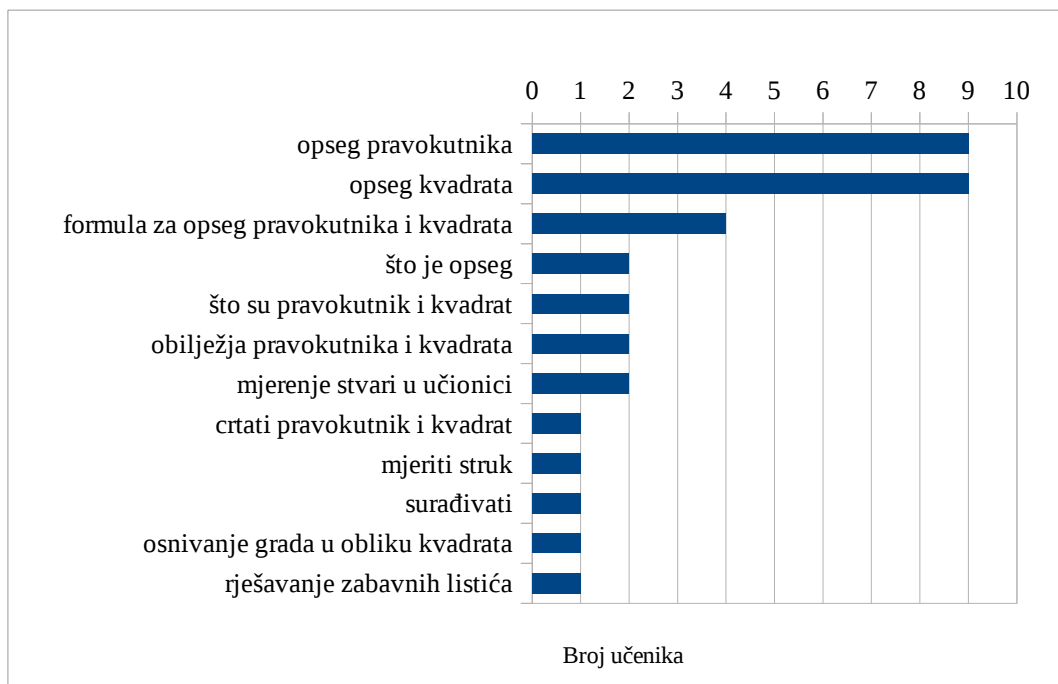
3. Što ti se nije svidjelo? Daj savjet studentici što bi moglo biti još bolje.  
*Sve mi se svidjelo. Dala bi još savjet da samo tako neka nastavi.*

Slika 31. Učenički odgovor na treće pitanje u anketi (1)

3. Što ti se nije svidjelo? Daj savjet studentici što bi moglo biti još bolje.  
*Meni se je sve svidjelo nije bilo negativnih stvari koji mi se nisu svidjelo. Na satovima matematike mi se sve svidjelo od ponedjeljka pa do petka.*

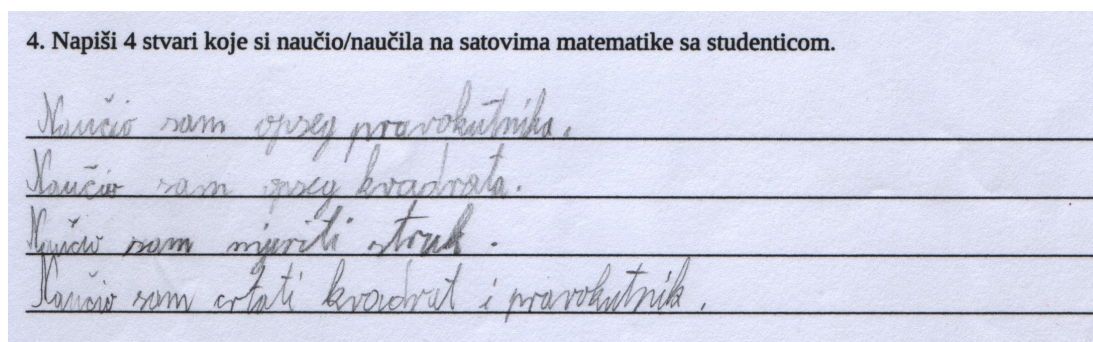
Slika 32. Učenički odgovor na treće pitanje u anketi (2)

Učenici su u zadnjem, četvrtom pitanju trebali napisati što su naučili na satovima matematike sa studenticom. Raspon učeničkih odgovora prikazan je na slici 33.



Slika 33. Raspon učeničkih odgovora na četvrto pitanje učeničke ankete: "Napiši 4 stvari koje si naučio/naučila na satovima matematike sa studenticom."

Najviše učenika u četvrtom je pitanju napisalo da je naučilo opseg pravokutnika i kvadrata (9 učenika); formule za opseg kvadrata i pravokutnika (4 učenika); što je opseg, pravokutnik i kvadrat, obilježja pravokutnika i kvadrata, mjerenje stvari u učionici (2 učenika); crtati pravokutnik i kvadrat, mjeriti struk, suradivati, osnovati grada u obliku kvadrata i rješavati zabavne listiće (1 učenik). Učenički odgovori prikazani su na slikama (Slika 34., 35. i 36.).



Slika 34. Učenički odgovor na četvrto pitanje u anketi (1)



4. Napiši 4 stvari koje si naučio/naučila na satovima matematike sa studenticom.

Naučila sam: kakava je formula kvadrata i pravokutnika, kako izračunati opseg kvadrata i pravokutnika, da ima 4 pravca kuta, 4 vrha i 4 stranice, mjerenje stvari u ravnini (kvadrat i pravokutnik)

Slika 35. Učenički odgovor na četvrto pitanje u anketi (2)

4. Napiši 4 stvari koje si naučio/naučila na satovima matematike sa studenticom.

Naučio sam izračunavati opseg kvadrata i pravokutnika koja je njihova formula i što je opseg.

Slika 36. Učenički odgovor na četvrto pitanje u anketi (3)

Bitno je navesti neke zanimljive odgovore (Slika 37.) koji nisu odgovori većine, ali se u njima vidi kako su ostvarena početna očekivanja sata, kako učenici reagiraju na takav pristup nastavi te mišljenje i optimizam učenika. Iako su to odgovori manjine svakom bi studentu/učitelju trebali biti poticaj za primjenjivanje takve nastave.

2. Što ti se posebno svidjelo?

Posebno mi se je svidjelo što smo se kroz igru i učili. Igrali smo se i usput učili. Ona se je jako dobro iskazala u svojoj praksi.

2. Što ti se posebno svidjelo?

Mami se je posebno svidjelo kada smo svi zajedno radili i surađivali.

3. Što ti se nije svidjelo? Daj savjet studentici što bi moglo biti još bolje.

Ine bi moglo biti bolje.

4. Napiši 4 stvari koje si naučio/naučila na satovima matematike sa studenticom.

Naučila sam: surađivati, rješavati teže zadatke, određivati gradiva u grupi i naučila malo bolje komunicirati.

Slika 37. Zanimljivi odgovori manjine učenika u anketi

Odrađeni satovi u razredu temeljeni su na učenju otkrivanjem gdje je naglasak na učeničkoj aktivnosti. Prema tome, učenicima je na odrađenim satovima ponuđena mogućnost rješavanja raznovrsnih zadataka popraćenih različitim didaktičnim materijalima. Tako su na primjer, učenici radili pravokutnike pomoću štapića i papirnatih trakica, mjerili predmete kvadratnog i pravokutnog oblika u učionici i određivali im opsege te rješavali različite realistične zadatke. Učenicima su takvi zadaci bili zanimljivi i motivirajući jer nisu odustajali od traženja rješenja dok ga nisu našli. Takav pristup nastavi i zadacima imao je pozitivan utjecaj na učenike što se može vidjeti u provedenoj anketi. Učenici u anketi navode kako im se svidio takav pristup nastavi, međusobna suradnja, nastavni listići, koje nazivaju zabavnima te ponuđeni zadaci koje su sami rješavali, ali i zadaci odrađeni u motivaciji. Prema anketi se može vidjeti kako je najviše učenika navelo da je na odrađenim satovima naučilo opseg pravokutnika i kvadrata.

## 7. ZAKLJUČAK

Opseg je matematički pojam u geometriji i dolazi od grčke riječi koja znači mjerenje zemlje (Devidé, 1979). Opseg su, pretpostavlja se, koristili narodi Mezopotamije, Egipta, Kine, Indije, Grčke i Arapi jer su poznavali geometriju i primjenjivali je u svakodnevnim životnim potrebama i situacijama.

Učenje otkrivanjem jedna je od suvremenih nastavnih strategija, u središtu ima aktivnog učenika koji do spoznaja dolazi vlastitim iskustvom, dok je nastavnik pasivan sudionik nastave. Njime se kod učenika želi pobuditi kreativno mišljenje te sposobnost zaključivanja i dolaženja do rješenja nekih problema. Učenje otkrivanjem povezano je s konstruktivizmom gdje dijete svoja mišljenja stvara prema iskustvu s okolinom; problemskom nastavom gdje se učenik suočava s određenim problemom koji od njega zahtijeva velik angažman tijekom dolaženja do rezultata; humanističkim obrazovanjem u čijem je središtu pojedinac i naglašava se njegovo iskustveno učenje i razvoj kreativnosti. U nastavi matematike učenje otkrivanjem od učenika zahtijeva samostalan i stvaralački rad (Kurnik, 2008), sposobnost rješavanja matematičkih problema, samostalno otkrivanje matematičkih zakonitosti te razvijanje matematičkog mišljenja.

Pojam opsega obuhvaćen je u svim u ovom radu analiziranim kurikularnim dokumentima (Nastavnom planu i programu, Nacionalnom okvirnom kurikulumu, prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme i matematičkim udžbenicima) no najdetaljnije je razrađen u prijedlogu Cjelovite kurikularne reforme gdje je točno određeno što se od učenika očekuje. Proučeni udžbenici koji bi trebali biti u skladu s Nastavnim planom i programom nisu u potpunosti u skladu s njime jer se analizom određenih nastavnih jedinica došlo do zaključka kako u njima prevladavaju zadaci reprodukcije koji nisu povezani sa svakodnevnim životom, a u Nastavnom planu i programu (MZOS, 2006) navedena je povezanost sa svakodnevnim situacijama.

Glasnović Gracin (2011a) u svome je istraživanju o ulozi udžbenika u nastavi matematike došla do zaključaka kako se od učenika u udžbenicima zahtijeva reprodukcija znanja, kako je u geometriji zastupljeno dosta računanja te kako ponuđeni zadaci nisu povezani sa svakodnevnim životom. U istraživanju provedenom za potrebe ovog rada preko online ankete u kojoj su sudjelovali studenti vidi se kako oni smatraju da je najvažnije geometrijske sadržaje prilikom učenja

povezivati sa svakodnevnim životnim situacijama, kako učenici geometrijsko znanje naučeno u školi mogu primijeniti i izvan škole. No, podaci dobiveni ovim istraživanjem nisu primjenjivi na širu populaciju jer je u istraživanju sudjelovalo samo 38 ispitanika. Kako bi se saznali podaci vezani za širu populaciju potrebno je provesti istraživanje na području cijele Hrvatske.

U sklopu ovog rada napravljena je intervencija u razredu gdje su se kroz četiri nastavna sata obradili i uvježbali geometrijski sadržaji vezani uz opseg pravokutnika i kvadrata. Provedeni satovi bili su uspješni jer su se njima ostvarili prethodno zadani ciljevi: učenička suradnja, razvijanje mišljenja i rješavanje zadataka s primjerima iz okruženja učenika. To se može vidjeti i analizom ankete za učenike gdje su učenici zadovoljni sa svime i svidio im se takav pristup nastavi. Takva nastava koja je bazirana na učeničkoj aktivnosti, razvijanju učeničkog mišljenja koja je povezana s učenjem otkrivanjem, svakako je poželjna i dobrodošla u nastavi matematike.

Ovoj rad i istraživanje trebao bi biti poticaj sadašnjim, ali i budućim učiteljima koji još uvijek ne koriste suvremene metode u čijem je središtu učenik, da se odvaže uključiti učenje otkrivanjem u svoju nastavu kako bi sebi olakšali poučavanje, a učenicima pružili zadovoljstvo prilikom učenja. Analiza intervencije u razredu donijela je pozitivne rezultate i vidi se da ima prostora za poboljšanje.

## PRILOZI

### Prilog 1. Online anketa

Poštovane studentice i studenti,

ova anketa izrađena je za potrebe diplomskog rada iz metodike matematike. Njome se želi procijeniti kako studenti doživljavaju geometriju i geometrijske sadržaje u razrednoj nastavi matematike.

U prvom dijelu ankete navedene su neke tvrdnje. Molim Vas da svaku tvrdnju pažljivo pročitate i odaberete svoj stupanj slaganja na sljedeći način:

- 1 - uopće se ne slažem
- 2 - uglavnom se ne slažem
- 3 - niti se slažem niti se ne slažem
- 4 - uglavnom se slažem
- 5 - u potpunosti se slažem

Anketa je anonimna. Molim Vas da na sva pitanja odgovorite iskreno.

Zahvaljujem na suradnji.

1. Geometrijski zadaci trebali bi biti vezani uz primjenu geometrije u svakodnevnom životu.

1      2      3      4      5

2. Nastavni sadržaji koji se u nastavi uče iz geometrije učenicima su korisni u svakodnevnom životu.

1      2      3      4      5

3. Za mene je važno da učenik zna izračunati opseg pravokutnika po formuli.

1      2      3      4      5

4. Za mene je važno da učenik razumije što je opseg pravokutnika.

1      2      3      4      5

5. Geometrija je u razrednoj nastavi važna.

1      2      3      4      5

6. Geometrija je u razrednoj nastavi nepotrebna.

1      2      3      4      5

7. Nabrojite Vaše prve asocijacije na pojam "geometrija".

---

---

---

8. Navedite što za Vas znači poučavati geometriju u nastavi matematike.

---

---

---

9. Što bi učitelj razredne nastave trebao znati kako bi mogao efikasno poučavati geometriju?

---

---

---

10. Što znači da neki učenik četvrtog razreda dobro zna geometriju?

---

---

---

11. Kao budući učitelji, što smatrate najvažnijim da učenik treba naučiti iz geometrije i zašto?

---

---

---

Prilog 2. Anketa za učenike

1. Je li ti se svidjelo na ovim satovima matematike?

DA            NE            NE ZNAM

2. Što ti se posebno svidjelo?

---

---

---

---

---

3. Što ti se nije svidjelo? Daj savjet studentici što bi moglo biti još bolje.

---

---

---

---

---

4. Napiši 4 stvari koje si naučio/naučila na satovima matematike sa studenticom.

---

---

---

---

---

## LITERATURA

1. Anić, V., Brozović Rončević, D., Goldstein, I., Goldstein, S., Jojić, Lj., Matasović, R., Pranjković, I. (2004). *Hrvatski enciklopedijski rječnik, Nes-Per*. Zagreb: Novi Liber.
2. Banić, S. (2016). Cjelovita kurikularna reforma (Intervju). *Matematika i škola*, 84, 153 – 156.
3. Bognar, L., Matijević, M. (2002). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga.
4. Cindrić, M., Miljković, D., Strugar, V. (2016). *Didaktika i kurikulum*. Zagreb: IEP-D2.
5. Crawford, B., na adresi [http://www.ehow.com/info\\_7815683\\_origins-perimeter-circumference.html](http://www.ehow.com/info_7815683_origins-perimeter-circumference.html) (25.8.2016.)
6. De Zan, I. (1999). *Metodika nastave prirode i društva*. Zagreb: Školska knjiga.
7. Devidé, V. (1991). *Matematička čitanka*. Zagreb: Školska knjiga.
8. Devidé, V. (1979). *Matematika kroz kulture i epohe*. Zagreb: Školska knjiga.
9. Engleski matematički rječnik na adresi <http://www.mathwords.com/p/perimeter.htm> (24.8.2016.)
10. Glasnović Gracin, D. (2011a). Requirements in Mathematics Textbooks and PISA Assessment. Doktorska disertacija. Klagenfurt: Alpen-Adria-Universitaet Klagenfurt.
11. Glasnović Gracin, D. (2011b). Učitelj i udžbenik u nastavi geometrije. Third International Scientific Colloquium „Mathematics and Children“ – The Math Teacher, Osijek, 2011.
12. Gleizer, G. I. (2003). *Povijest matematike za školu*. Zagreb: Školske novine & HMD.
13. Gusić, I. (1995). *Matematički rječnik*. Zagreb: Element.
14. Janda Abbaci, D., Ćosić, K., Hižak, N., Sudar, E. (2014). *Nove matematičke priče 4: udžbenik matematike za četvrti razred osnovne škole*. Zagreb: Profil.
15. Kranjčev, B. (1985). *Uvođenje učenika u istraživački rad*. Zagreb: Školska



knjiga.

16. Kurnik, Z. (2008). Istraživačka nastava. *Matematika i škola*, 47, 52 – 59.
17. Kurnik, Z. (2002a). Načelo problemnosti. *Matematika i škola*, 14, 148 – 152.
18. Kurnik, Z. (2002b). Problemska nastava. *Matematika i škola*, 15, 196 – 202.
19. Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku*. Zagreb: Educa.
20. Markovac, J. (2014). *Matematika 4: udžbenik za četvrti razred osnovne škole*. Zagreb: Alfa.
21. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
22. Matematički rječnik za osnovnu školu na adresi <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/s4-prof/rjecnik/5.htm> (24.8.2016.)
23. Matijević, M., Radovanović, D. (2011). *Nastava usmjerena na učenika*. Zagreb: Školske novine.
24. Miklec, D., Jakovljević Rogić, S., Prtajin, G., Binder, S., Mesaroš Grgurić, N., Vejić, J. (2014). *Moj sretni broj 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
25. Miljević-Riđički, R., Miljković, D., Pavličević-Franić, D., Rijavec, M., Vizek-Vidović, V., Vlahović-Štetić, V., Zarevski, P (2003). *Učitelji za učitelje: primjeri provedbe načela Aktivne/efikasne škole*. Zagreb: IEP.
26. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2011). *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje*. Zagreb: MZOS.
27. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: MZOS.
28. Pastuović, N. (1999). *Edukologija*. Zagreb: Znamen.
29. Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme (2016a) na adresi [http://www.kurikulum.hr/sto\\_ukljucuje\\_kur\\_reforma/](http://www.kurikulum.hr/sto_ukljucuje_kur_reforma/) (3.9.2016.)
30. Prijedlog Cjelovite kurikularne reforme (2016b). Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta matematika na adresi <http://www.kurikulum.hr/wp-content/uploads/2016/03/Matematika.pdf> (3.9.2016)

31. Raos, P. (Ur.) (2001). *Leksikon matematike*. Zagreb: Mozaik knjiga.
32. Varošanec, S. (2006). Učenje otkrivanjem na adresi <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/mnm1/ucenje.doc> (2.9.2016.)
33. Vizek Vidović, V., Rijavec, M., Vlahović – Štetić, V., Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja*. Zagreb: IEP-VERN.

## ŽIVOTOPIS

### Osobni podaci

**Ime i prezime:** Petra Herceg

**Datum rođenja:** 8. lipanj 1992.

**Adresa stanovanja:** Donje Jesenje 24a, 49225 Đurmanec

**Mobitel:** + 385 91 948 6088

**E-mail:** petra.herceg92@gmail.com

### Obrazovanje

**Osnovna škola:** Osnovna škola Gornje Jesenje

**Srednja škola:** Srednja škola Krapina – smjer komercijalist

**Fakultet:** Sveučilište u Zagrebu, Učiteljski fakultet – Odsjek u Čakovcu  
(2011.)

### Specifična znanja i vještine

Rad na računalu

- MS Office (Word, Excel, Power Point)
- Linux (Libre Office)

Vozačka dozvola

- B kategorija

### Primljene potvrde

- Završeni napredni tečaj Hrvatskog znakovnog jezika udruge „Dodir“

**Izjava o samostalnoj izradi rada**

Ja, Petra Herceg, izjavljujem da sam ovaj diplomski rad, na temu *Pristup pojmu opsega pravokutnika uz pomoć učenja otkrivanjem*, izradila samostalno uz vlastito znanje, pomoć stručne literature i mentorice.

Potpis: \_\_\_\_\_

## Izjava o javnoj objavi rada

Naziv visokog učilišta

---

---

### IZJAVA

kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i javno objavi moj rad

naslov

---

vrsta rada

---

u javno dostupnom institucijskom repozitoriju

---

i javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju, NN br. 123/03, 198/03, 105/04, 174/04, 02/07, 46/07, 45/09, 63/11, 94/13, 139/13, 101/14, 60/15).

U \_\_\_\_\_

Ime Prezime

---

OIB

---

Potpis

---